Тема 7

Статистические методы снижения размерности признакового пространства

Снижение размерности признакового пространства обусловлено:

- необходимость наглядного представления данных
- стремление к лаконизму исследуемых моделей:

  отбор наиболее информативных показателей
- необходимость существенного сжатия хранимой статистических данных

Инструментарий снижения размерности признакового пространства:

- метод главных компонент
- методы факторного анализа
- многомерное шкалирование
- отбор существенных предикторов в регрессионном анализе
- отбор типообразующих признаков в дискриминантном анализе
- целенаправленное проецирование и отбор типообразующих признаков в кластер-анализе

Факторный анализ - совокупность статистических методов, которые на основе реально существующих связей признаков (или объектов) позволяют выявить *латентные* обобщающие характеристики организационной структуры и механизма развития изучаемых явлений и процессов.

$$Z_j = a_{j1}F_1 + a_{j2}F_2 + \ldots + a_{jn}F_n,$$

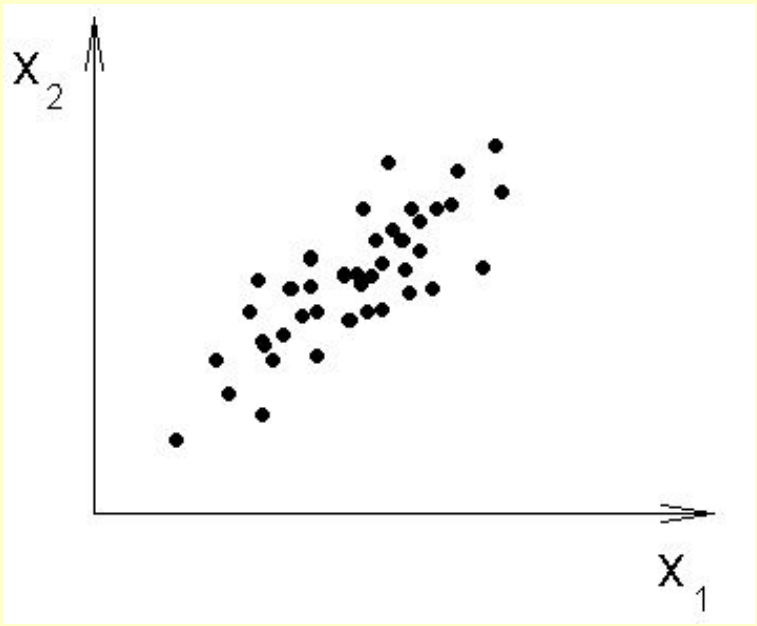
где Z_j – стандартизированные переменные

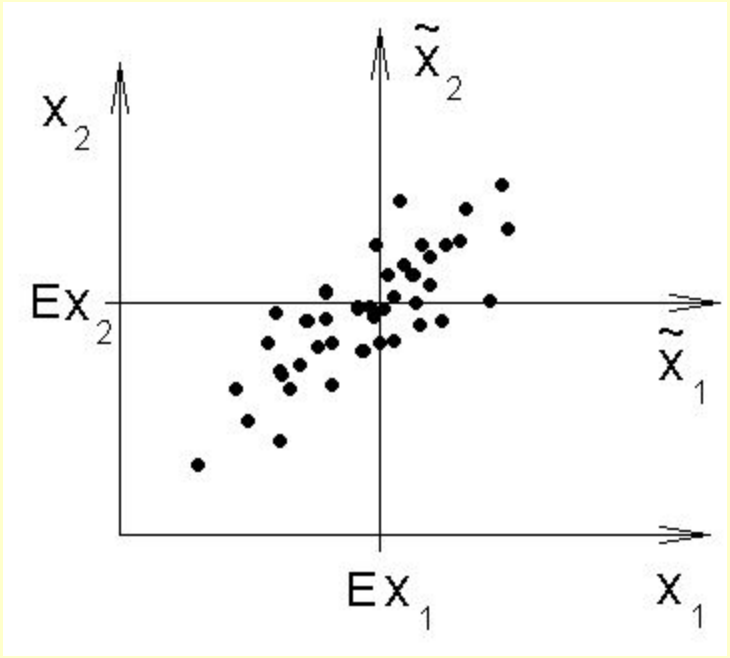
$F_1, F_2, \ldots F_n$ – общие факторы,

$$\mathrm{Var}\, F_1 \geq \mathrm{Var}\, F_2 \geq \ldots \geq \mathrm{Var}\, F_n$$

$a_{j1}, a_{j2}, \ldots, a_{jn}$ – факторные нагрузки

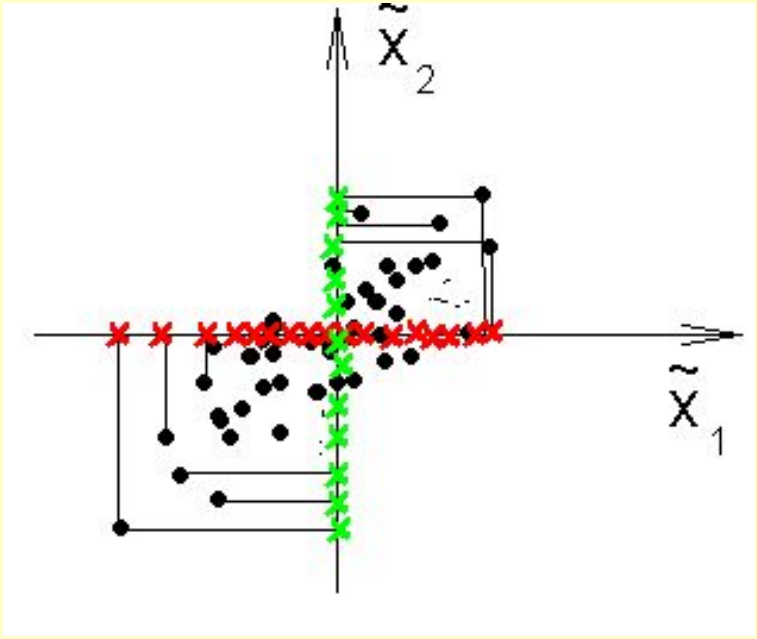
Метод главных компонент

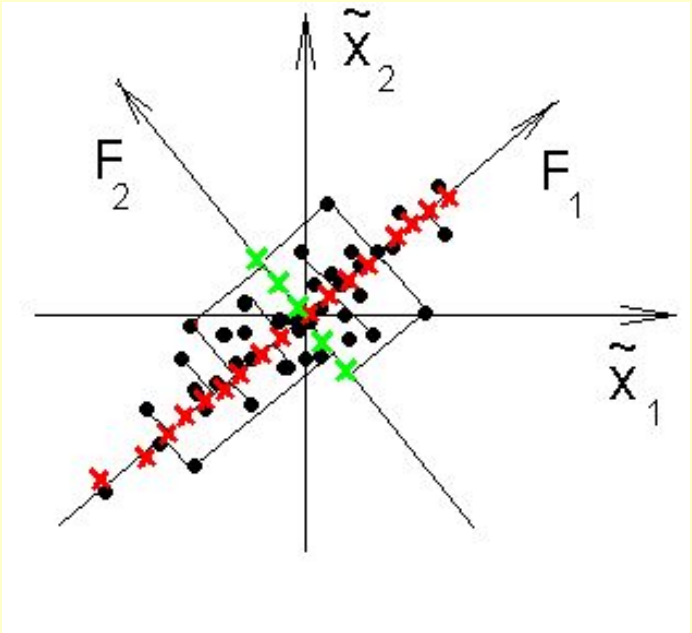




Стандартизация

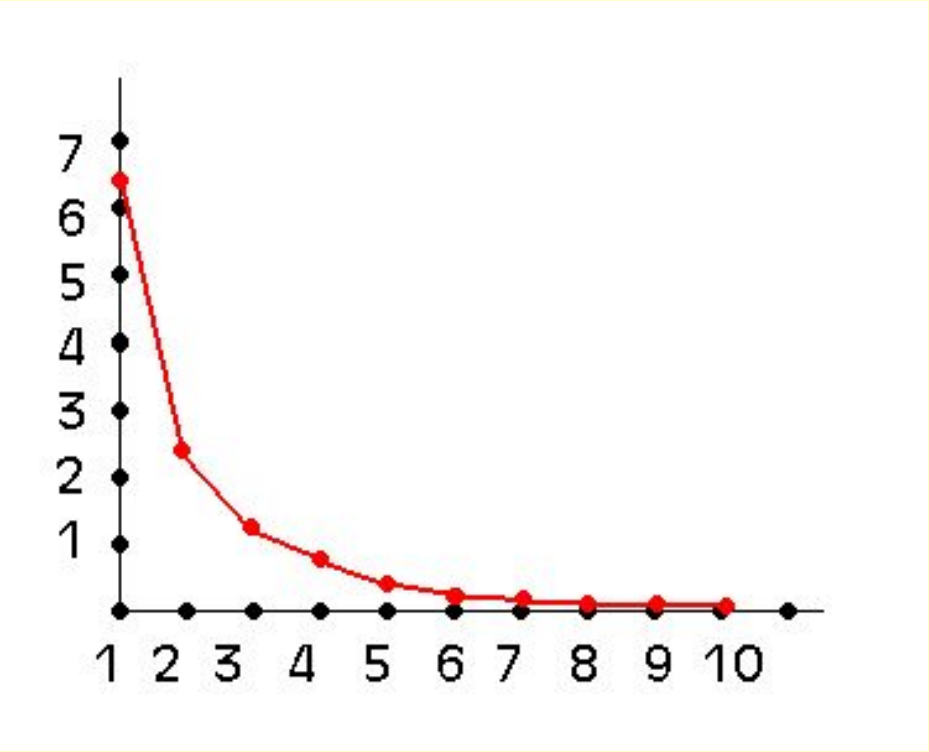
Метод главных компонент





Вращение

Объяснение общей дисперсии



$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_{10}} = \frac{\text{Var } F_1 + \text{Var } F_2 + \text{Var } F_3}{\text{общая ддисперси}}$$

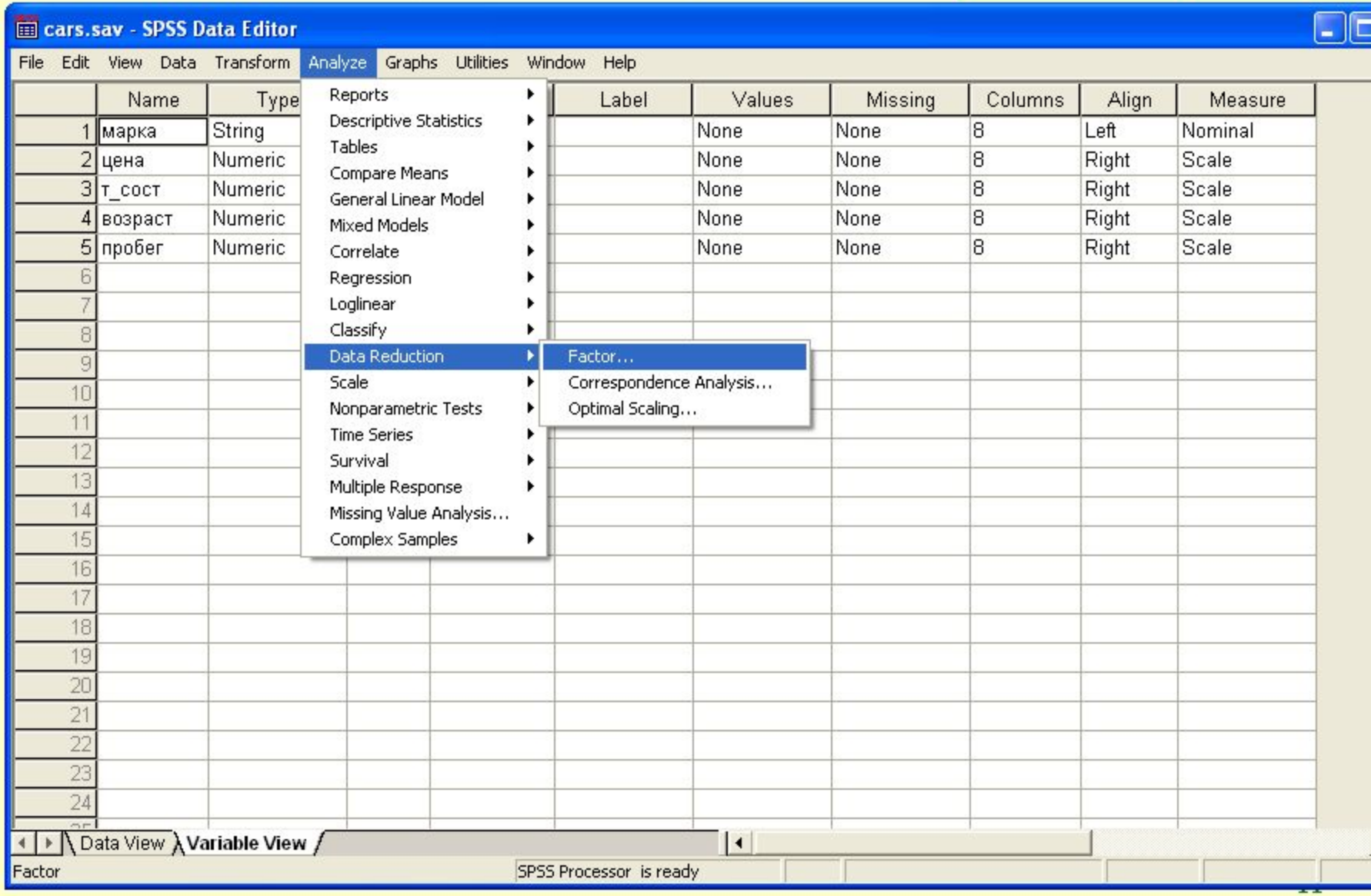
Взаимосвязи | Классификация | Снижение размерно

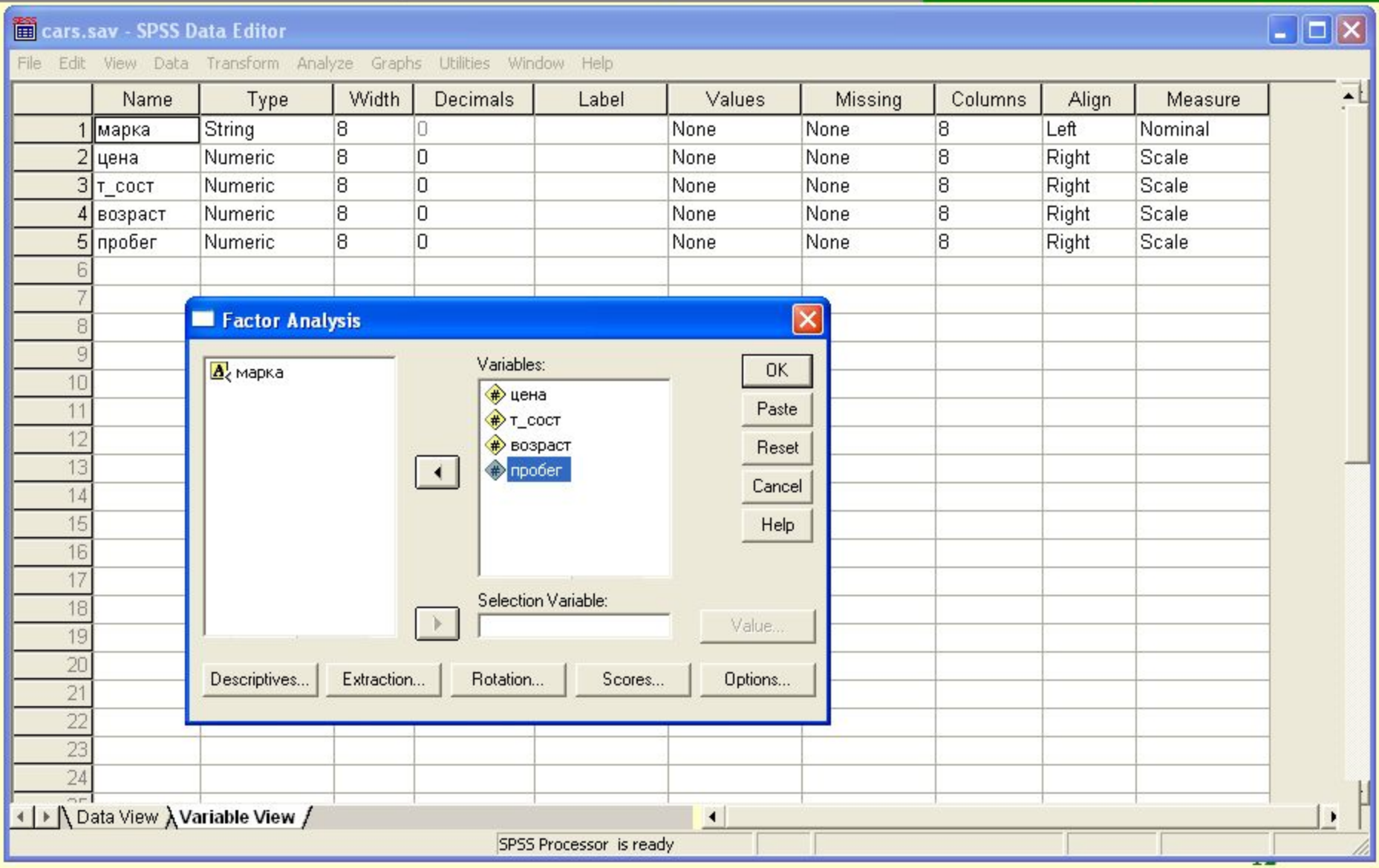
cars.sav - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

19 : возраст

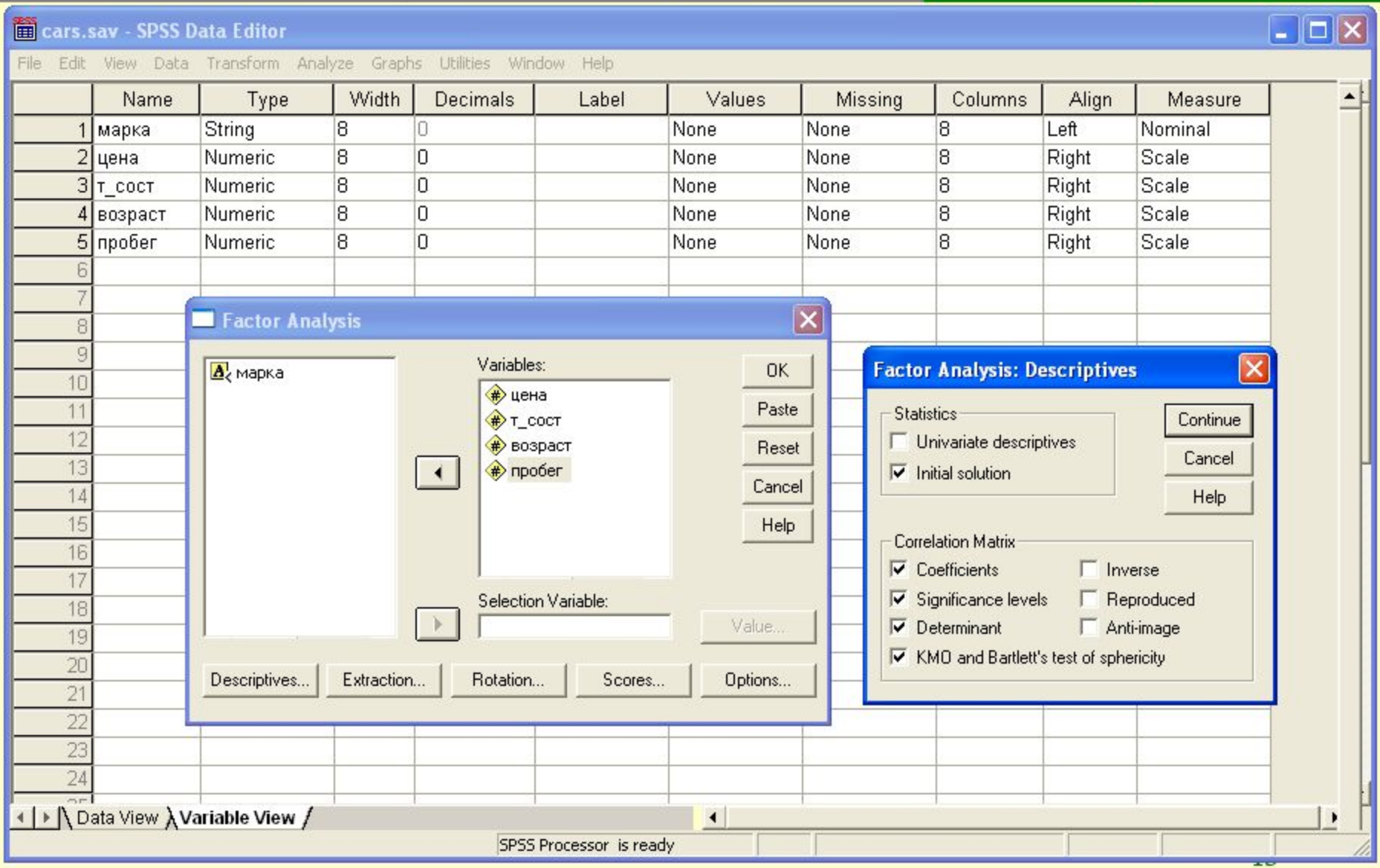
	марка	цена	т_сост	возраст	пробег	var	var	var	var	var	var	var
1	Audi	16350	7	3	66000							
2	BMW	14500	8	4	92500							
3	Buick	8950	9	8	92500							
4	Chrysler	8950	6	6	92500							
5	Dodge	8450	5	6	92500							
6	Honda	9850	7	4	118500							
7	Mazda	12650	7	8	58000							
8	Mercedes	17250	8	5	92500							
9	Mitsub.	8950	3	5	136000							
10	Nissan	9850	6	4	150000							
11	Pontiac	8950	7	6	110000							
12	Saab	14950	7	4	101000							
13	Toyota	11700	8	7	57500							
14	VW	8450	5	6	110000							
15	Volvo	13100	8	4	75000							
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												

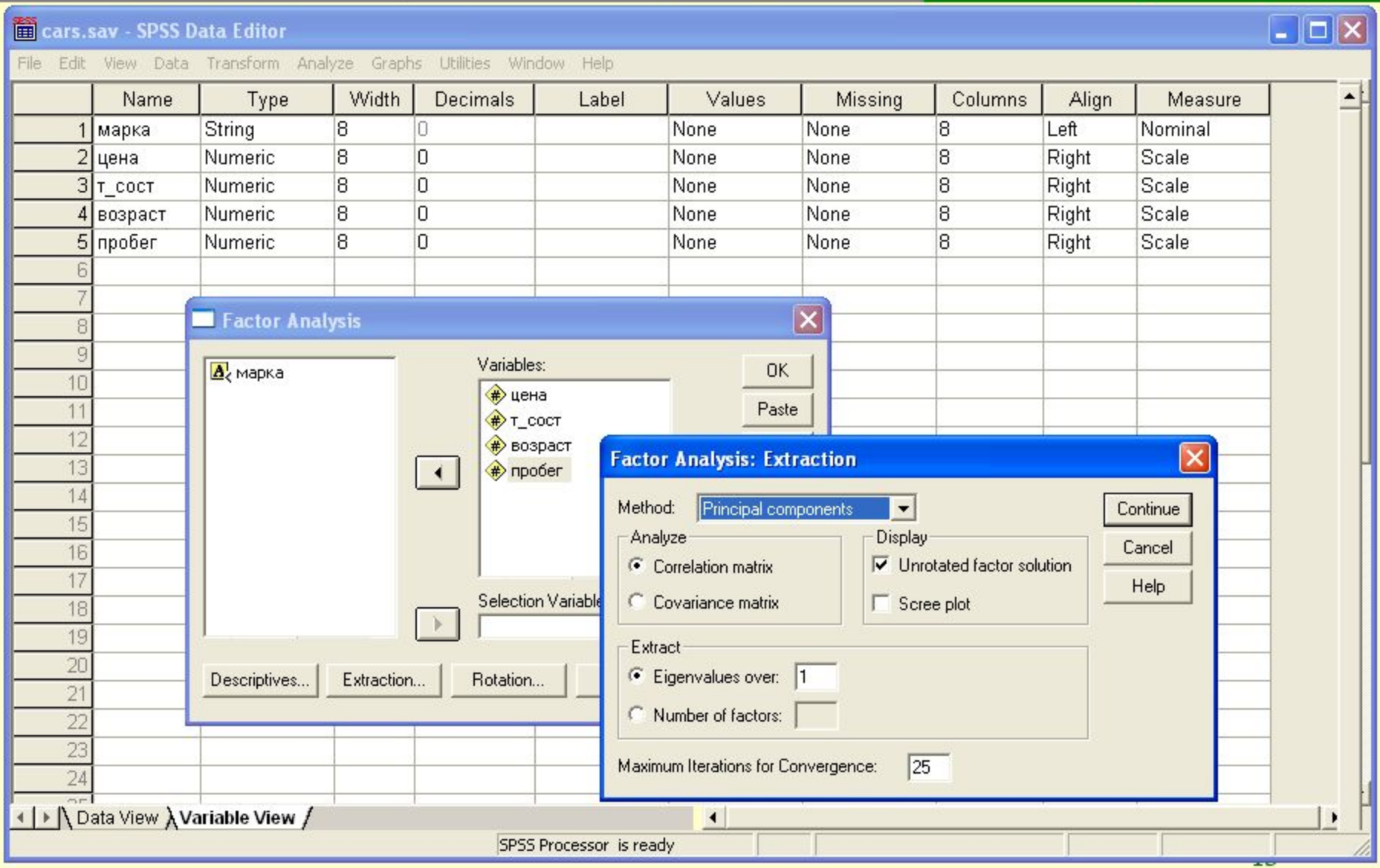

cars.sav - SPSS Data Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help
Reports
Descriptive Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Mixed Models
Correlate
Regression
Loglinear
Classify
Data Reduction
Scale
Nonparametric Tests
Time Series
Survival
Multiple Response
Missing Value Analysis...
Complex Samples
Factor...
Correspondence Analysis...
Optimal Scaling...
Name Type Label Values Missing Columns Align Measure
1 марка String None None 8 Left Nominal
2 цена Numeric None None 8 Right Scale
3 т_сост Numeric None None 8 Right Scale
4 возраст Numeric None None 8 Right Scale
5 пробег Numeric None None 8 Right Scale
Data View Variable View
Factor
SPSS Processor is ready

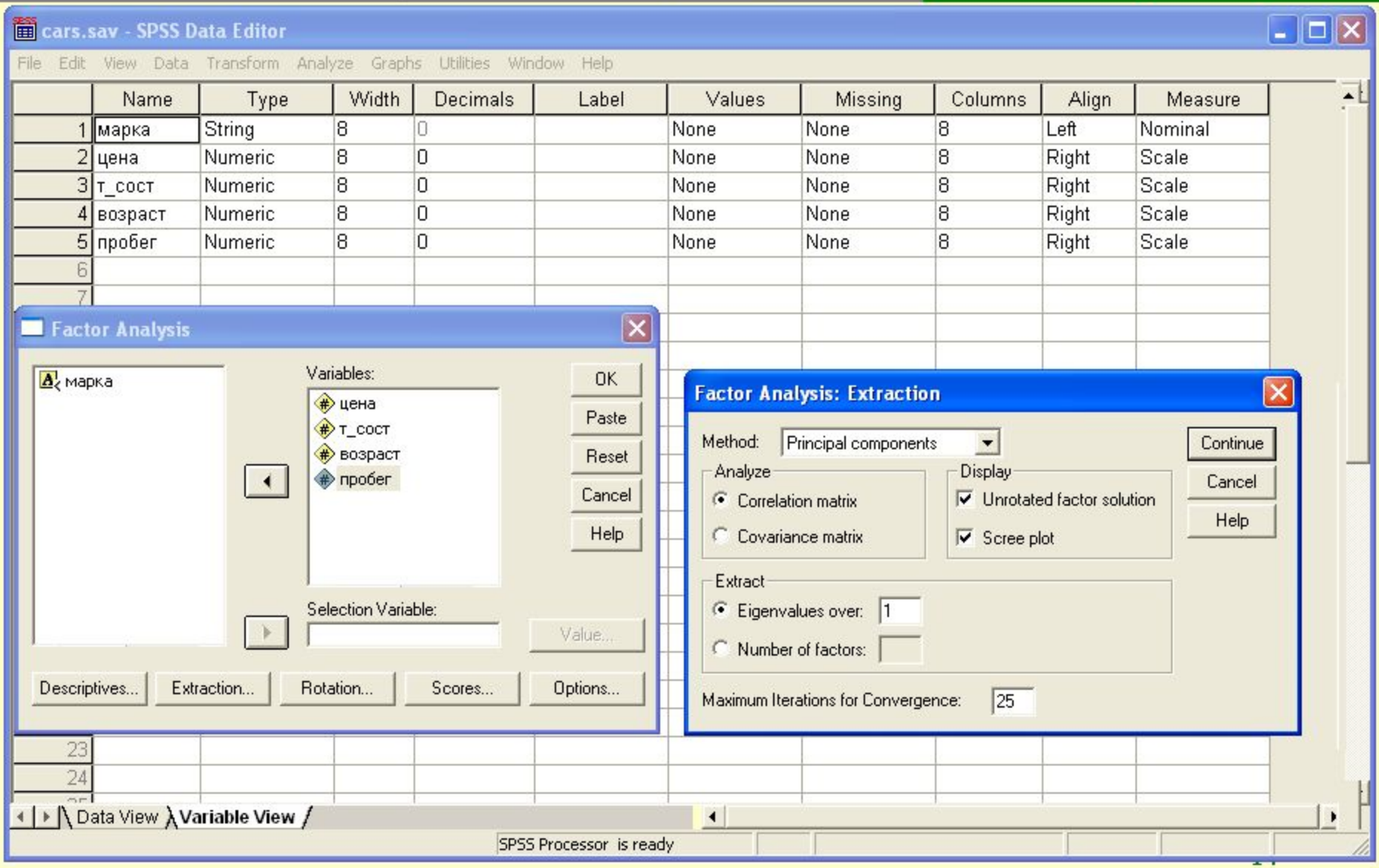


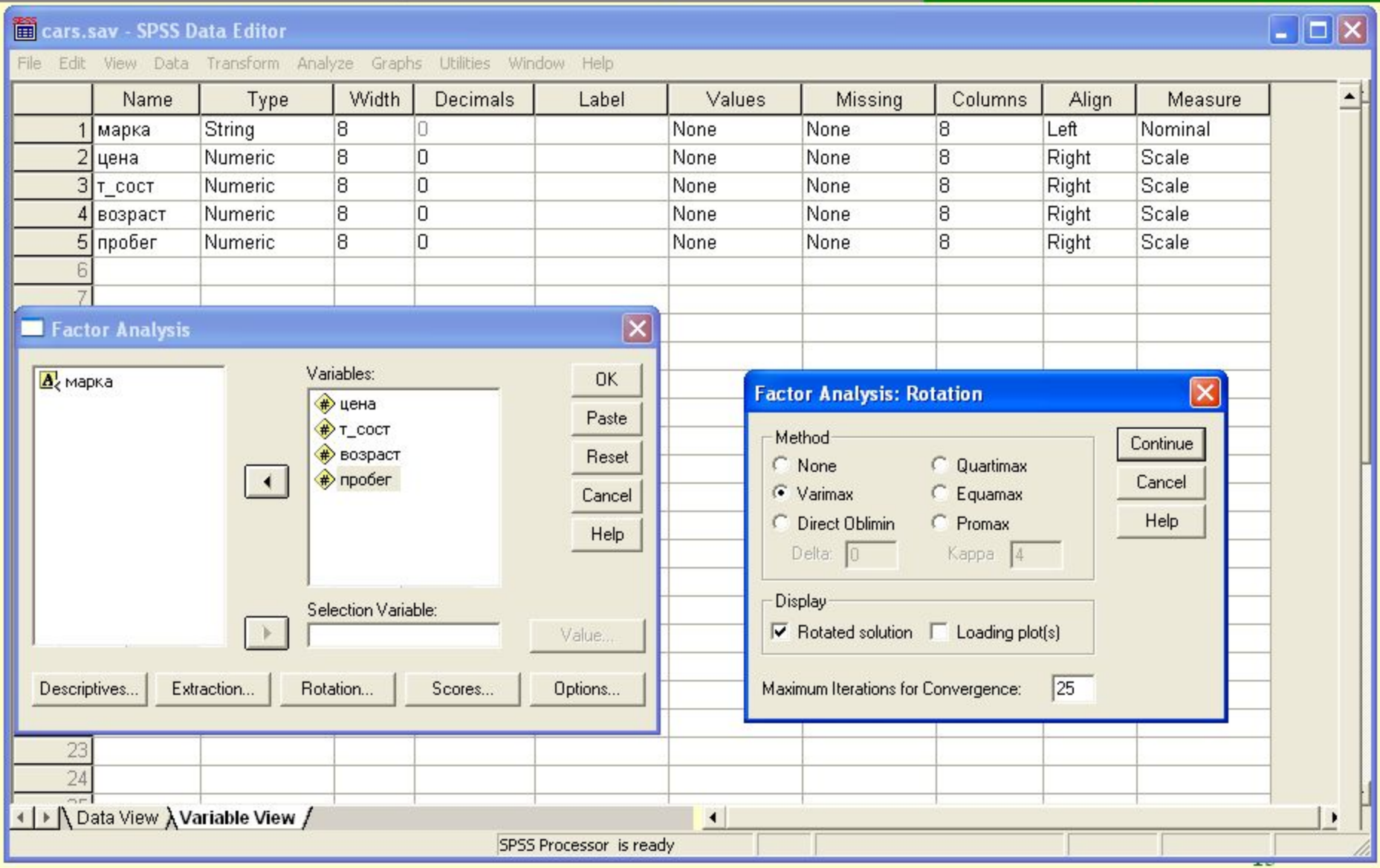
	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure
1	марка	String	8	0		None	None	8	Left	Nominal
2	цена	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
3	т_сост	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
4	возраст	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
5	пробег	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale

Взаимосвязи | Классификация | **Снижение размерности**




cars.sav - SPSS Data Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help
Name Type Width Decimals Label Values Missing Columns Align Measure
1 марка String 8 0 None None 8 Left Nominal
2 цена Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
3 т_сост Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
4 возраст Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
5 пробег Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
Factor Analysis
марка
Variables:
цена
т_сост
возраст
пробег
OK
Paste
Selection Variable
Descriptives...
Extraction...
Rotation...
Factor Analysis: Extraction
Method: Principal components
Analyze
Correlation matrix
Covariance matrix
Display
Unrotated factor solution
Scree plot
Extract
Eigenvalues over: 1
Number of factors:
Maximum Iterations for Convergence: 25
Continue
Cancel
Help
Data View
Variable View
SPSS Processor is ready


cars.sav - SPSS Data Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help
Name Type Width Decimals Label Values Missing Columns Align Measure
1 марка String 8 0 None None 8 Left Nominal
2 цена Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
3 т_сост Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
4 возраст Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
5 пробег Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
Factor Analysis
марка
Variables:
цена
т_сост
возраст
пробег
OK
Paste
Reset
Cancel
Help
Selection Variable:
Value...
Descriptives...
Extraction...
Rotation...
Scores...
Options...
Factor Analysis: Extraction
Method: Principal components
Continue
Cancel
Help
Analyze
Correlation matrix
Covariance matrix
Display
Unrotated factor solution
Scree plot
Extract
Eigenvalues over: 1
Number of factors:
Maximum Iterations for Convergence: 25
Data View
Variable View
SPSS Processor is ready


cars.sav - SPSS Data Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help
Name Type Width Decimals Label Values Missing Columns Align Measure
1 марка String 8 0 None None 8 Left Nominal
2 цена Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
3 т_сост Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
4 возраст Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
5 пробег Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
Factor Analysis
марка
Variables:
цена
т_сост
возраст
пробег
OK
Paste
Reset
Cancel
Help
Selection Variable:
Value...
Descriptives...
Extraction...
Rotation...
Scores...
Options...
Factor Analysis: Rotation
Method
None
Varimax
Direct Oblimin
Quartimax
Equamax
Promax
Delta: 0
Kappa 4
Continue
Cancel
Help
Display
Rotated solution
Loading plot(s)
Maximum Iterations for Convergence: 25
Data View
Variable View
SPSS Processor is ready

cars.sav - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help

	Name	Type	Width	Decimals	Label	Values	Missing	Columns	Align	Measure
1	марка	String	8	0		None	None	8	Left	Nominal
2	цена	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
3	т_сост	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
4	возраст	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
5	пробег	Numeric	8	0		None	None	8	Right	Scale
6										
7										
23										
24										

Data View | Variable View

SPSS Processor is ready

Factor Analysis

марка

Variables:
- цена
- т_сост
- возраст
- пробег

Selection Variable:

OK
Paste
Reset
Cancel
Help
Value...

Descriptives... Extraction... Rotation... Scores... Options...

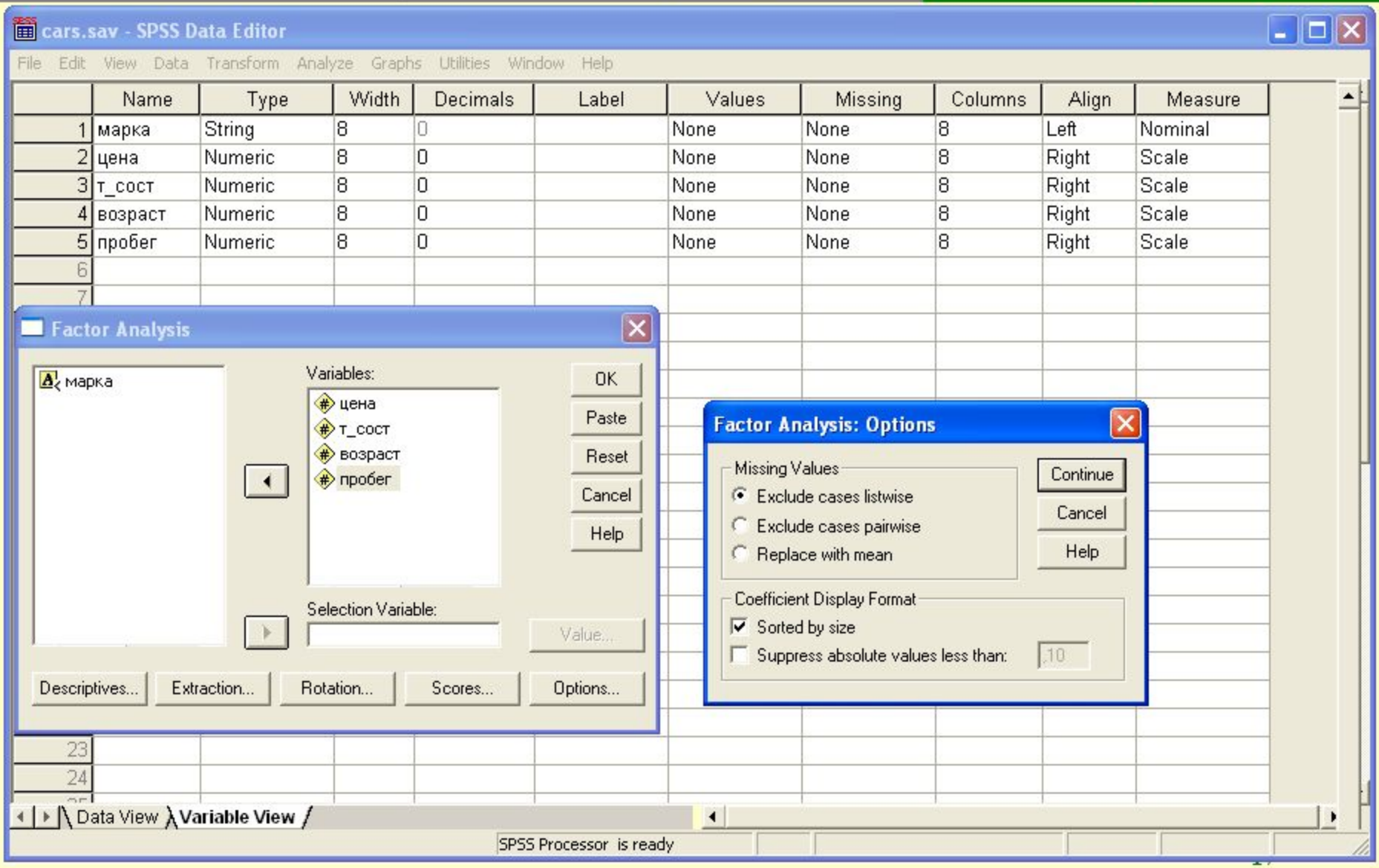
Factor Analysis: Factor Scores

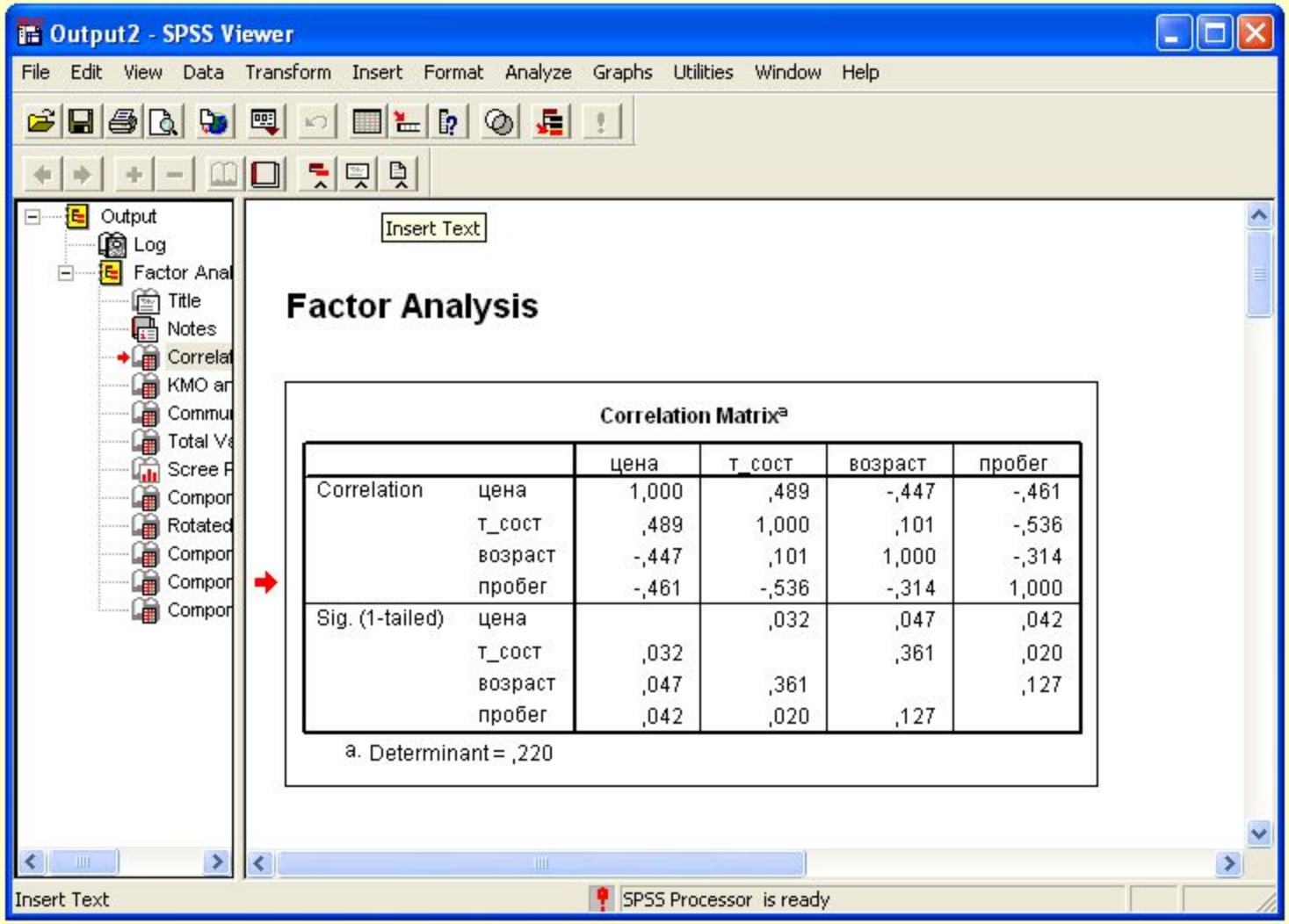
Save as variables

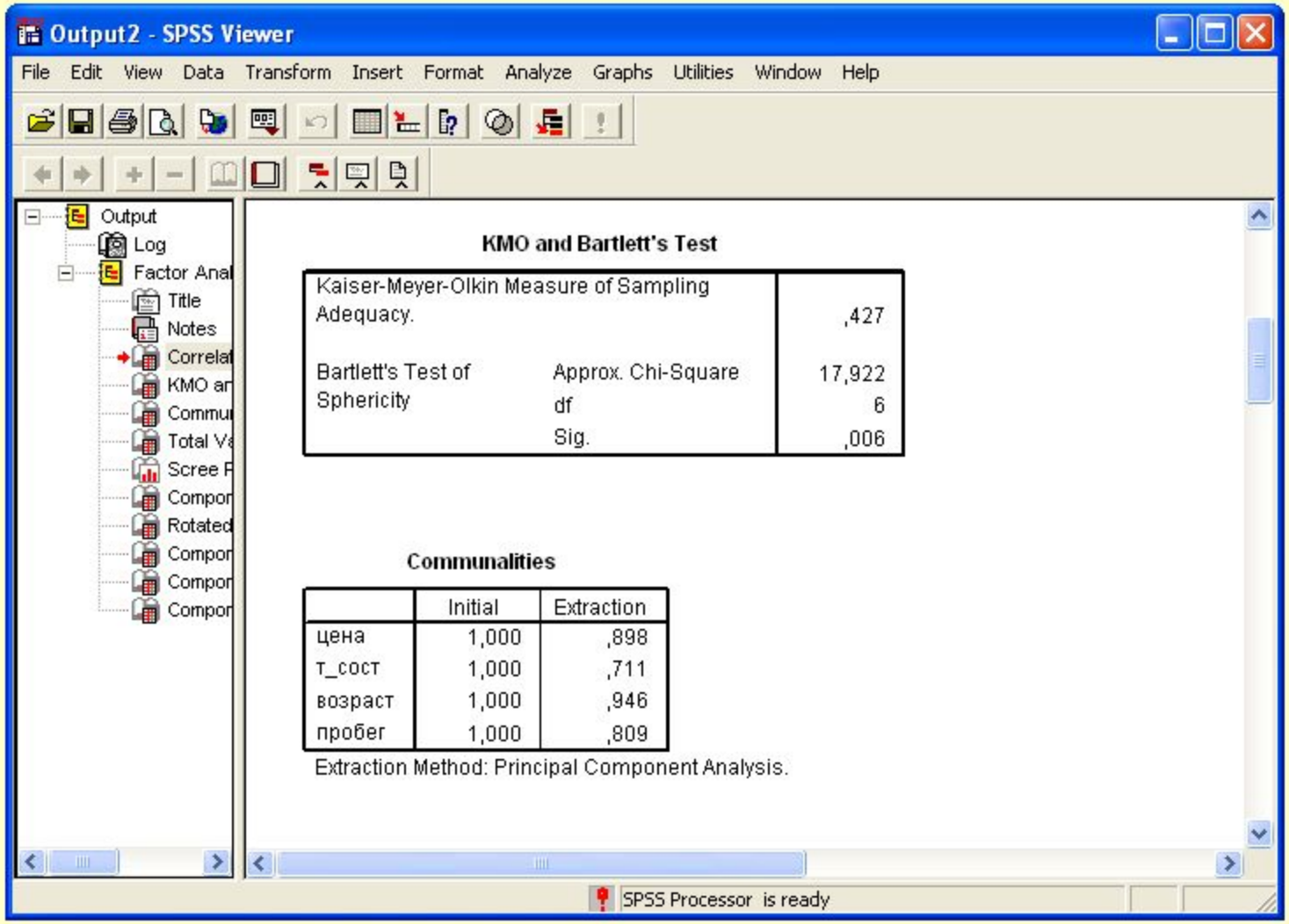
Method
- Regression
- Bartlett
- Anderson-Rubin

Continue
Cancel
Help

Display factor score coefficient matrix


cars.sav - SPSS Data Editor
File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Window Help
Name Type Width Decimals Label Values Missing Columns Align Measure
1 марка String 8 0 None None 8 Left Nominal
2 цена Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
3 т_сост Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
4 возраст Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
5 пробег Numeric 8 0 None None 8 Right Scale
Factor Analysis
марка
Variables:
цена
т_сост
возраст
пробег
OK
Paste
Reset
Cancel
Help
Selection Variable:
Value...
Descriptives...
Extraction...
Rotation...
Scores...
Options...
Factor Analysis: Options
Missing Values
Exclude cases listwise
Exclude cases pairwise
Replace with mean
Continue
Cancel
Help
Coefficient Display Format
Sorted by size
Suppress absolute values less than:
.10
Data View
Variable View
SPSS Processor is ready


Output2 - SPSS Viewer
File Edit View Data Transform Insert Format Analyze Graphs Utilities Window Help
Output
Log
Factor Anal
Title
Notes
Correlat
KMO ar
Commu
Total Va
Scree P
Compor
Rotated
Compor
Compor
Compor
Insert Text
Factor Analysis
Correlation Matrix[a]
цена т_сост возраст пробер
Correlation цена 1,000 ,489 -,447 -,461
т_сост ,489 1,000 ,101 -,536
возраст -,447 ,101 1,000 -,314
пробер -,461 -,536 -,314 1,000
Sig. (1-tailed) цена ,032 ,047 ,042
т_сост ,032 ,361 ,020
возраст ,047 ,361 ,127
пробер ,042 ,020 ,127
a. Determinant = ,220
Insert Text
SPSS Processor is ready



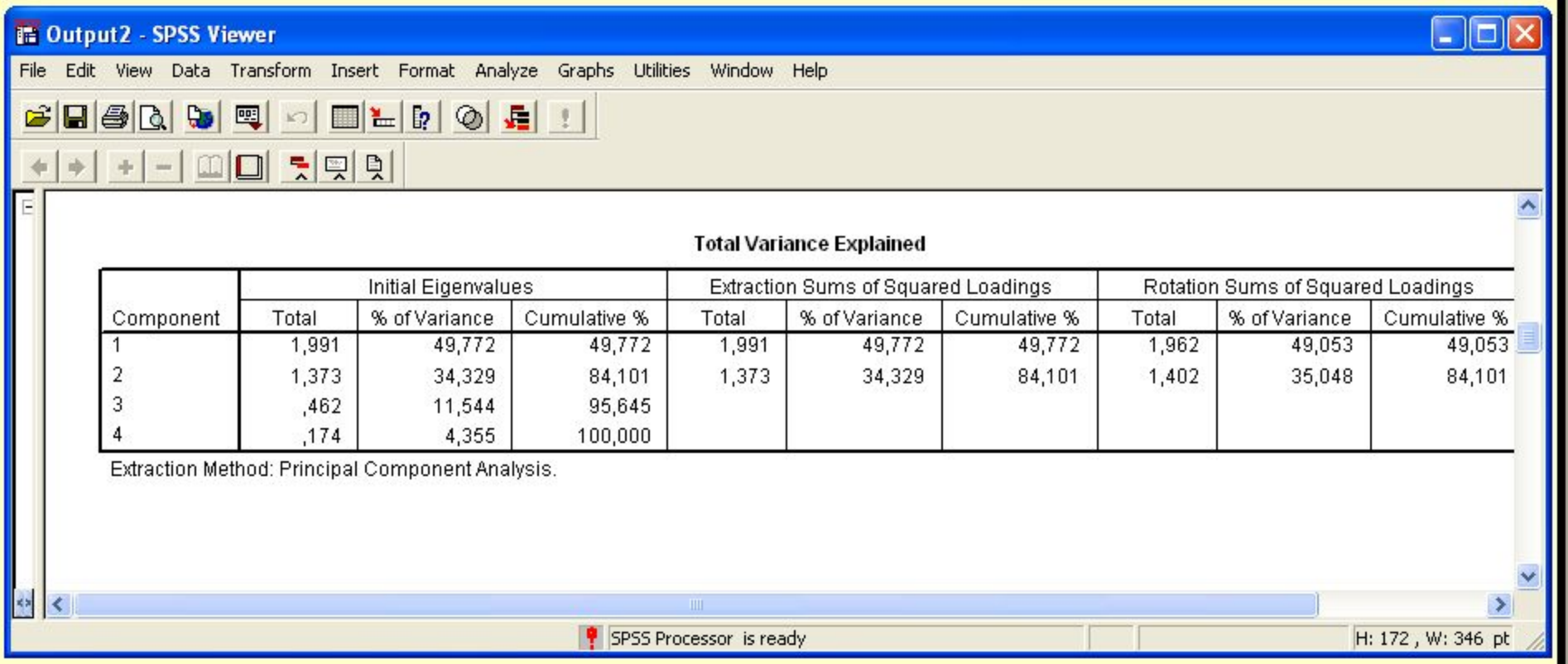
KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,427
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	17,922
	df	6
	Sig.	,006

Communalities

	Initial	Extraction
цена	1,000	,898
т_сост	1,000	,711
возраст	1,000	,946
пробег	1,000	,809

Extraction Method: Principal Component Analysis.



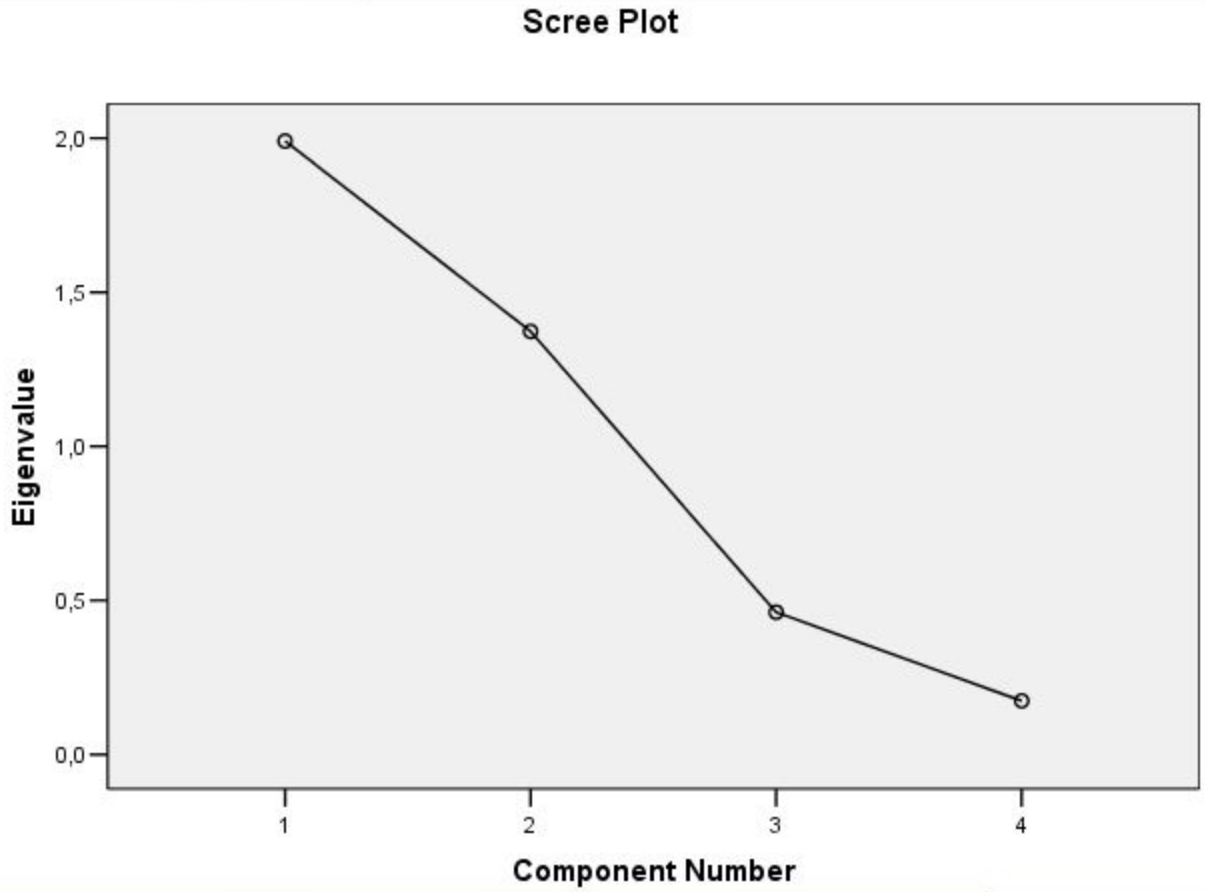
Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	1,991	49,772	49,772	1,991	49,772	49,772	1,962	49,053	49,053
2	1,373	34,329	84,101	1,373	34,329	84,101	1,402	35,048	84,101
3	,462	11,544	95,645						
4	,174	4,355	100,000						

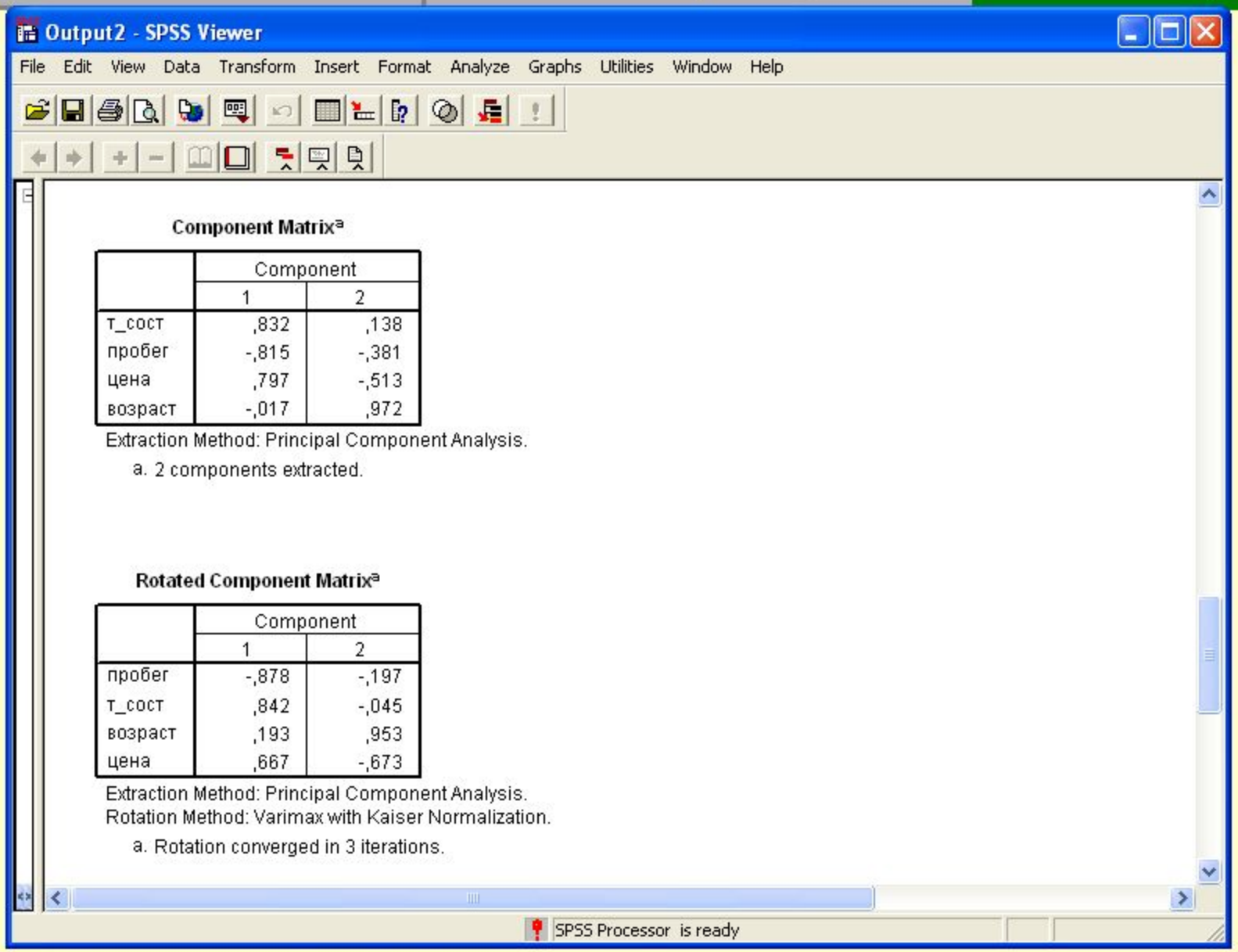
Extraction Method: Principal Component Analysis.

Output2 - SPSS Viewer

File Edit View Data Transform Insert Format Analyze Graphs Utilities Window Help



SPSS Processor is ready



Component Matrix[a]

	Component	
	1	2
т_сост	,832	,138
пробег	-,815	-,381
цена	,797	-,513
возраст	-,017	,972

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 2 components extracted.

Rotated Component Matrix[a]

	Component	
	1	2
пробег	-,878	-,197
т_сост	,842	-,045
возраст	,193	,953
цена	,667	-,673

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 3 iterations.

Взаимосвязи | Классификация | **Снижение размерности**

Component Transformation Matrix

Component	1	2
1	,976	-,216
2	,216	,976

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

Component Score Coefficient Matrix

	Component 1	Component 2
цена	,310	-,451
т_сост	,430	,008
возраст	,144	,693
пробег	-,460	-,183

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

Component Score Covariance Matrix

Component	1	2
1	1,000	,000
2	,000	1,000

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

Простые методы факторного анализа:

- **однофакторная модель Ч. Спирмена:** выделяется один латентный и один характерный факторы. Для возможно существующих других латентных факторов делается предположение об их незначительности
- **бифакторная модель Г.Хользингера:** допускается влияние на вариацию элементарных признаков не одного, а нескольких латентных факторов (обычно двух) и одного характерного фактора

- **центроидный метод Л. Тэрстоуна:** корреляция между переменными рассматривается как пучок векторов, а латентный фактор геометрически представляется как уравновешивающий вектор, проходящий через центр этого пучка

Аппроксимирующие методы факторного анализа:

- **главных факторов**
- **групповой**
- **минимальных остатков**
- **канонический**
- **распознавания образов**
- **максимального правдоподобия**
- **...**

Основные стадии факторного анализа:

- **Вычисление корреляционной матрицы для всех переменных, участвующих в анализе;** если переменная слабо коррелированна с остальными, следует подумать о ее исключении при следующем запуске программы (учитывая при этом ее общность и нагрузки).
- **Извлечение факторов;** оцениваются нагрузки факторов; выбирается либо метод главных компонент, либо один из методов факторного анализа.
- **Вращение факторов для создания упрощенной структуры;** вращение увеличивает, либо уменьшает нагрузки на каждый фактор; просмотр результатов позволяет уменьшить первоначальное число факторов.
- **Интерпретация факторов**.