

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Лекция 5

- *Колебания* - это движения или изменения состояния, обладающие той или иной степенью повторяемости.

Свободные гармонические колебания

- *Свободными* собственными механическими колебаниями называют колебания, которые происходят без переменных внешних воздействий на колебательную систему и возникают вследствие начального смещения из положения равновесия или сообщения системе начальной скорости.

Гармонические колебания.

- Колебания называются периодическими, если значения всех изменяющихся величин, характеризующих систему, повторяются через равные промежутки времени. Наименьший промежуток времени, удовлетворяющий этому условию называется периодом колебаний T .

В качестве примера рассмотрим идеальный пружинный маятник

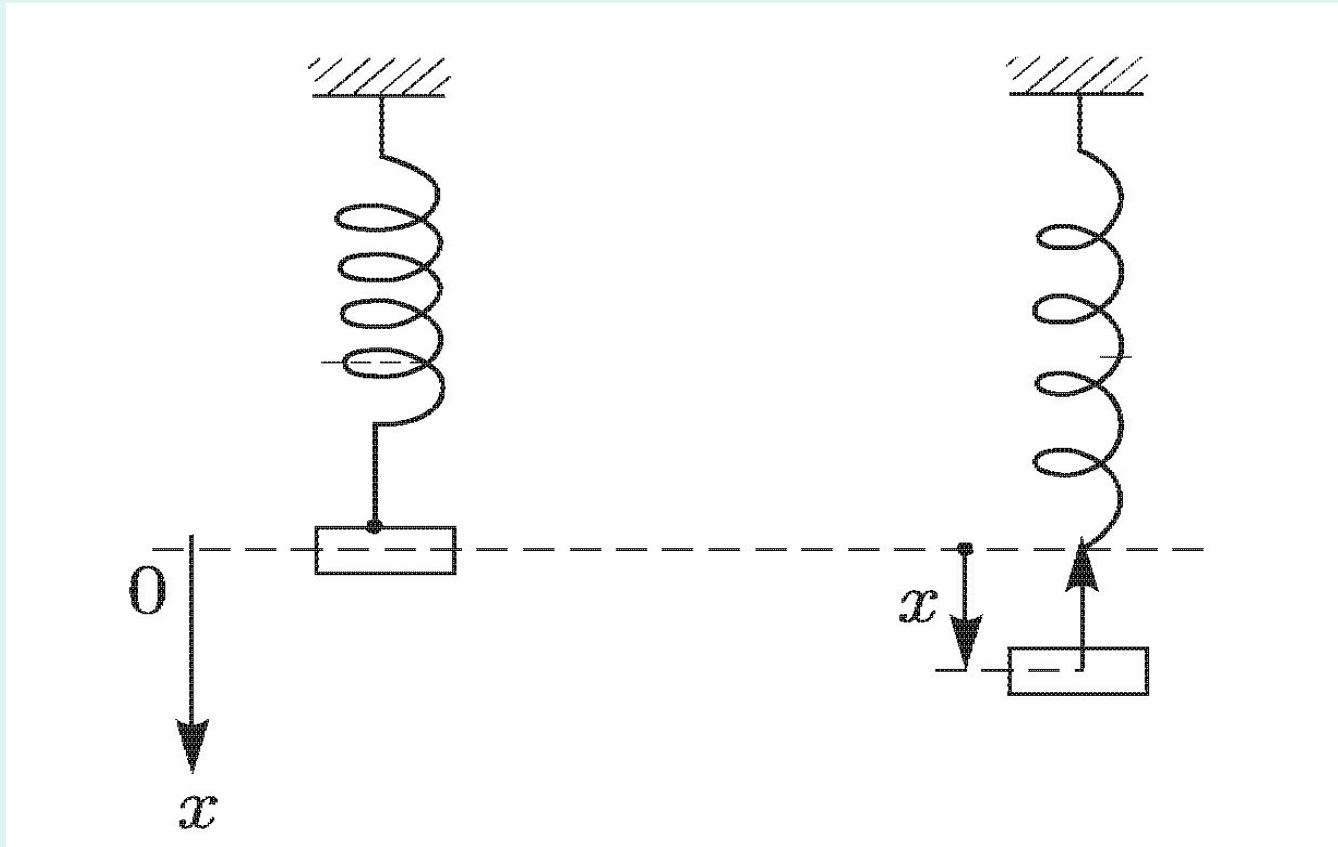


Рис. 1. Пружинный маятник

- Если пружину оттянуть (сжать) на расстояние x от положения равновесия, то сила упругости, с которой деформированная пружина действует на внешнее тело, определяется законом Гука:

$$F = - k x \quad (1)$$

где k - жесткость пружины, зависящая от ее размеров и материала, а знак « - » показывает, что сила упругости всегда направлена в сторону, противоположную направлению смещения, то есть к положению равновесия.

- Предположим, что силы сопротивления отсутствуют. Тогда, подставив выражение (1) в формулу второго закона Ньютона ($ma = F$), получим дифференциальное уравнение свободных колебаний при отсутствии трения:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (2)$$

- Преобразуем выражение (2) следующим образом:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

и получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \tag{3}$$

где $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

- Общее решение уравнения (3) представляет периодическую функцию и может быть записано в одном из двух видов:

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

ИЛИ

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

(4)

- *Гармонические колебания* — такие, при которых наблюдаемая величина изменяется во времени с определенной частотой по закону синуса или косинуса.

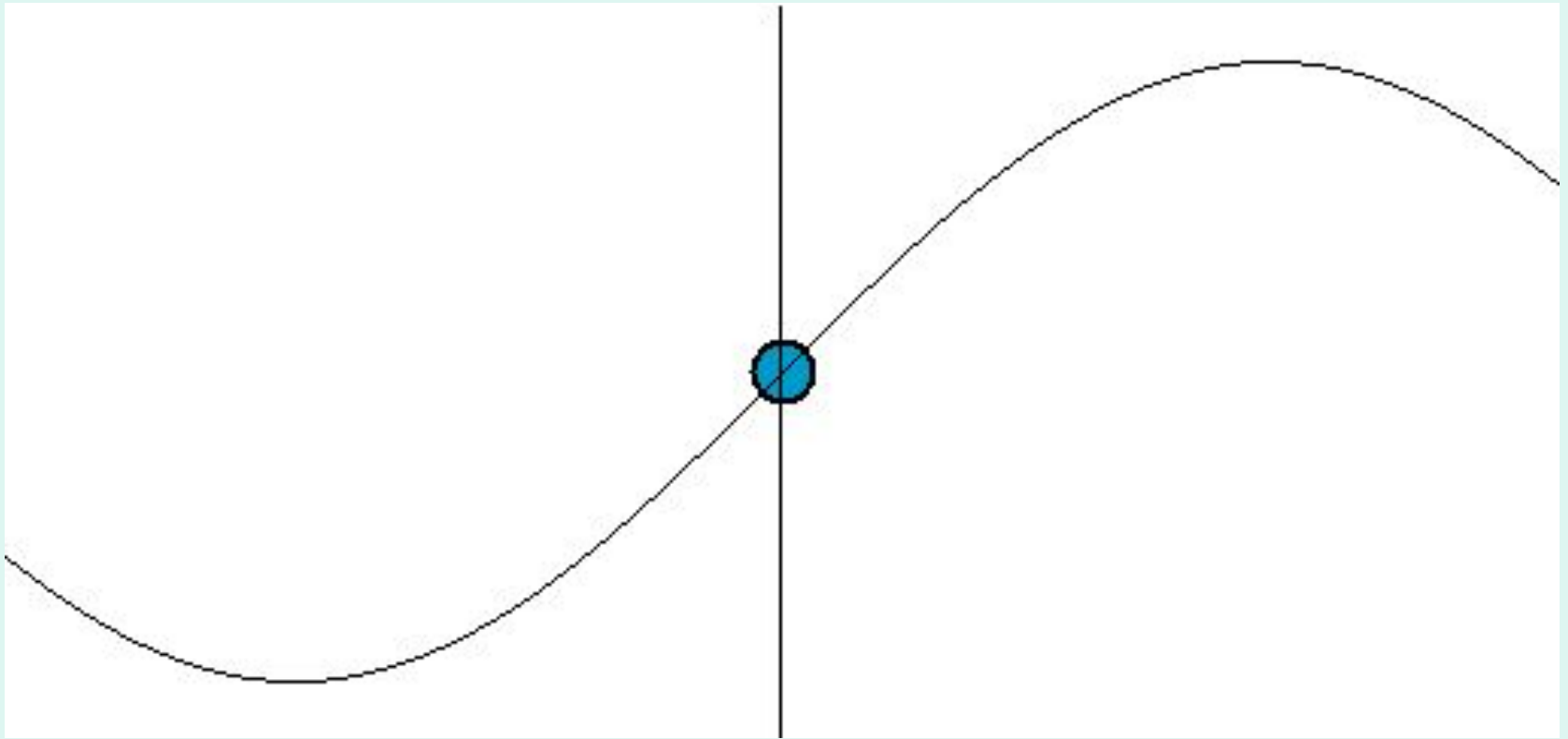


Рис. 2. Простое гармоническое движение. По вертикальной оси отложена координата частицы (x в формуле), а по горизонтальной оси отложено время (t).

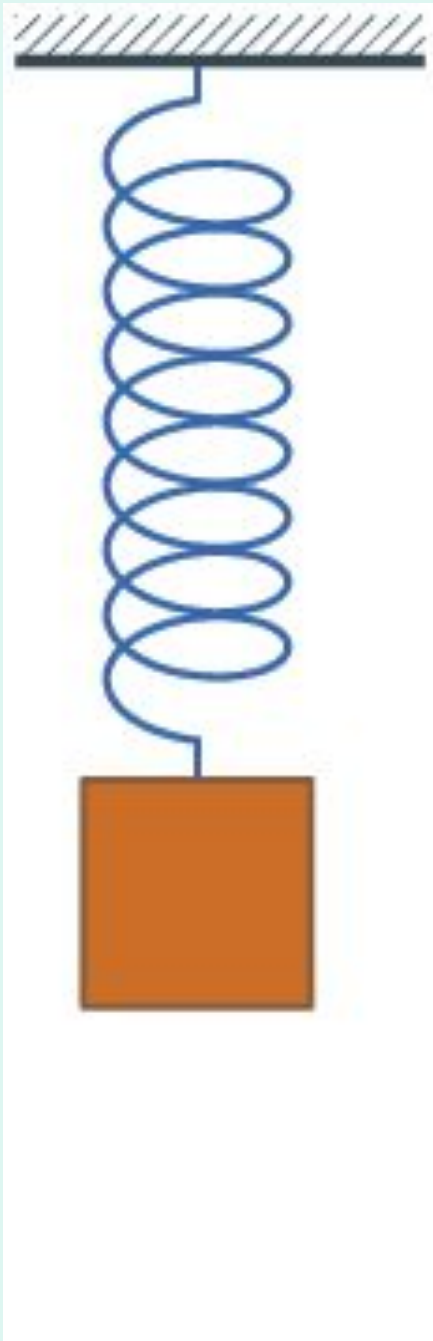


Рис . 3. Система груз-пружина без затухания, в которой происходит простое гармоническое движение.

- Величины, входящие в формулу (4), имеют следующий смысл:
- x — *смещение* точки от положения равновесия в момент времени t ;
- A — *амплитуда* колебаний (максимальное смещение от положения равновесия);
- ω_0 — *собственная круговая* (циклическая) частота колебаний (число колебаний, совершаемых за 2π секунд);
- $\varphi = (\omega_0 t + \varphi_0)$ — *фаза* колебаний (в момент времени t);
- φ_0 — *начальная фаза* колебаний (при $t = 0$).

- Частота колебаний ν (число колебаний, совершаемых за единицу времени) равна

$$\nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

- Период колебаний T — это время, в течение которого совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (6)$$

- Связь между указанными характеристиками определяется формулами:

(7)

$$T = \frac{1}{\nu} \quad \omega_0 = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

- Зная закон движения, можно определить скорость и ускорение колеблющегося тела в любой момент времени: $v = dx/dt$, $a = dv/dt$.
Для случая $\varphi_0 = 0$ получим:

$$v = v_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (8)$$

- где v_{\max} — максимальная скорость (амплитуда скорости);

$$a = a_{\max} \cos(\omega_0 t + \pi) \quad (9)$$

- где a_{\max} — максимальное ускорение (амплитуда ускорения).

- Колеблющееся тело в любой момент времени обладает кинетической энергией собственного движения — E_K и потенциальной энергией E_{Π} , связанной с деформацией пружины.
- Полная энергия колеблющегося тела складывается из его кинетической и потенциальной энергий:

$$E = E_K + E_{\Pi} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \quad (10)$$

Механические волны и их виды

- Процесс распространения механических колебаний в упругой среде называется упругой, или механической, *волной*.
- При распространении механической волны сами частицы среды не перемещаются вместе с ней, а колеблются около своих положений равновесия. Поэтому распространение волны *не сопровождается переносом вещества!*

- *Продольные волны* — такие, в которых частицы среды колеблются вдоль направления распространения колебаний. При этом в среде чередуются области сжатия и разряжения.
- *Поперечные волны* — такие, в которых частицы колеблются перпендикулярно к направлению распространения колебаний. При этом в среде возникают периодические деформации сдвига.

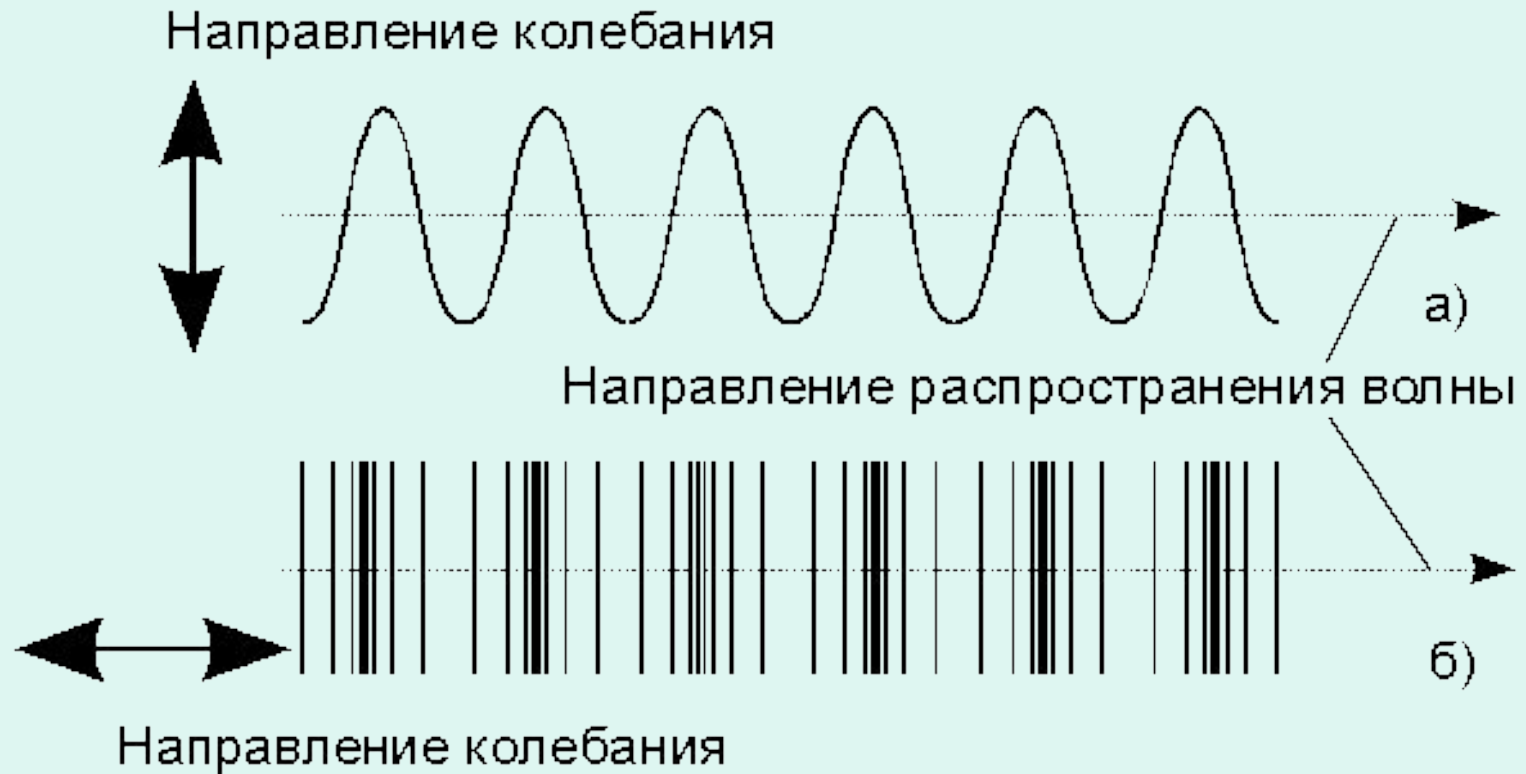
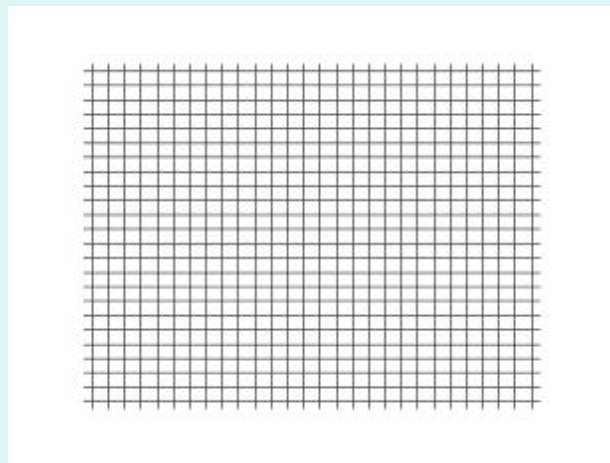


Рис. 11. Волны. а) - поперечные;
б) - продольные .

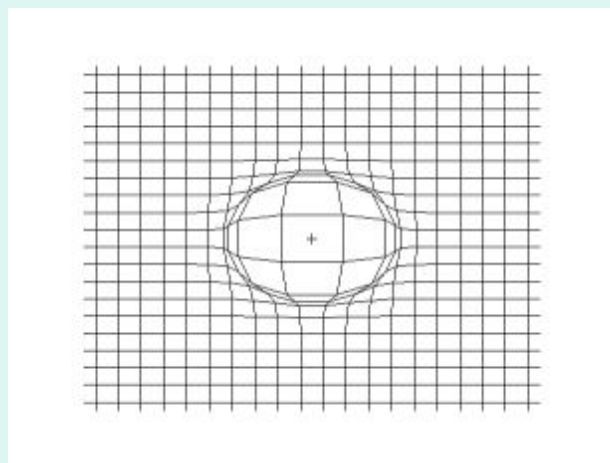
- *Фронт волны* — геометрическое место точек (поверхность), в которых фаза колебаний имеет одно и то же значение. Для всех точек фронта время, за которое до них дошло возмущение, одинаково.
- *Скоростью волны v* называется скорость перемещения ее фронта.

- *Плоской* называется волна, у которой фронтом является плоскость, перпендикулярная направлению распространения.
- *Сферической* называется волна, у которой фронт имеет форму сферы.

Продольные волны:

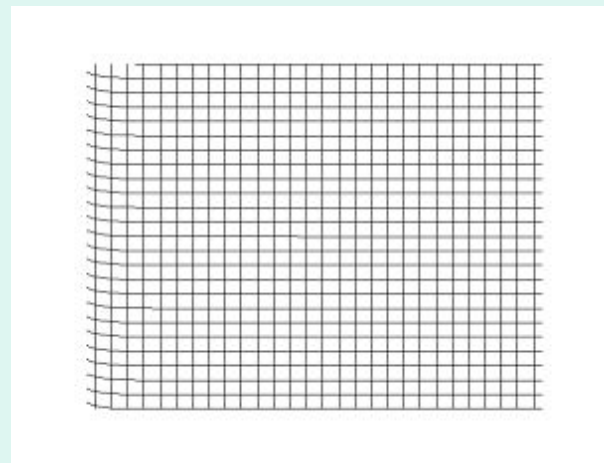


а) плоская

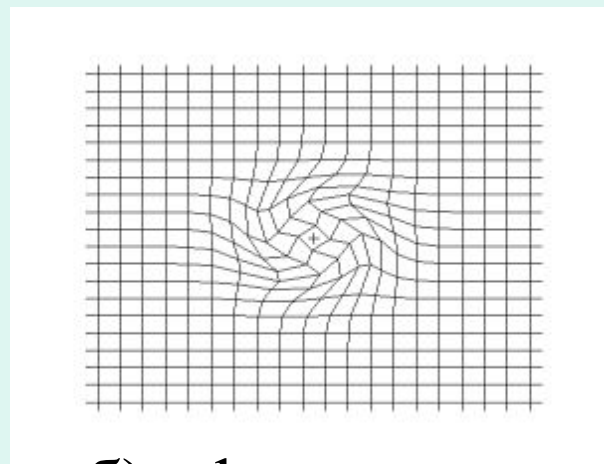


б) сферическая

Поперечные волны:



а) плоская



б) сферическая

Частота волны. Уравнение плоской ВОЛНЫ

- Волна возникает в результате периодических внешних воздействий на среду. Если источник, создающий волну, колеблется по *гармоническому* закону с некоторой частотой ν , то точки среды вовлекаются в колебательное движение с такой же частотой. Эта частота называется *частотой волны*.

- Уравнение , определяющее смещение любой точки среды в любой момент времени, называется уравнением плоской волны.

$$x = A \cos[\omega(t - s/v)] \quad (11)$$

- Аргумент при косинусе — величина $\varphi = \omega(t - s/v)$ называется *фазой волны*.
- Обычно вместо круговой частоты колебаний ω указывают частоту ν или период колебаний точек среды T .

Длина волны

- *Длиной волны* называется расстояние, на которое перемещается ее фронт за время равное периоду колебаний частиц среды:

$$\lambda = vT. \quad (12)$$

- Обычно в качестве характеристики волны используют не период колебаний (T), а их частоту ($\nu = 1/T$) и формулу для длины волны записывают в виде

$$\lambda = v/\nu \quad (13)$$

Энергетические характеристики

ВОЛНЫ

- *Поток энергии* (Φ) — величина, равная средней энергии, проходящей за единицу времени через данную поверхность:

$$\Phi = dE/dt \text{ [Вт]} \quad (14)$$

- *Объемная плотность энергии* (w_p) — средняя энергия колебательного движения, приходящаяся на единицу объема среды:

$$w_p = \rho A^2 \omega^2 / 2 \text{ [Дж/м}^3\text{]}, \quad (15)$$

где ρ — плотность среды.

- *Интенсивность волны* (плотность потока энергии волны) (I) — величина, равная потоку энергии волны, проходящей через единичную площадь, перпендикулярную к направлению распространения волны:

$$I = \Phi/S \text{ [Вт/м}^2\text{]} \quad (16)$$

или

$$I = v\rho A^2\omega^2/2$$

Некоторые специальные разновидности волн

- *Ударная волна* — это распространяющаяся со сверхзвуковой скоростью тонкая переходная область, в которой происходит резкое возрастание плотности вещества и скорости движения частиц среды; это распространение скачка уплотнения со сверхзвуковой скоростью.

Эффект Доплера и его использование в медицине

- *Эффект Доплера* состоит в том, что воспринимаемая приемником частота ν отличается от излучаемой источником частоты ν_0 вследствие движения источника волн и приемника.

$$\nu = \frac{v \pm v_H}{v \mp v_I} \nu_0$$

- При приближении объекта к датчику частота отраженного сигнала *увеличивается*, а при удалении - *уменьшается*.

Звук, виды звука

- *Звук* в широком смысле — упругие колебания и волны, распространяющиеся в газообразных, жидких и твердых веществах; в узком смысле — явление, субъективно воспринимаемое органом слуха человека и животных. В норме ухо человека слышит звук в диапазоне частот от 16 Гц до 20 кГц.

- Звук с частотой ниже 16 Гц называется *инфразвуком*, выше 20 кГц — *ультразвуком*, а самые высокочастотные упругие волны в диапазоне от 10^9 до 10^{12} Гц — *гиперзвуком*.

- *Звуковой удар* - это кратковременное звуковое воздействие (хлопок, взрыв, удар, гром).
- *Тон* — это звук, представляющий собой периодический процесс. Основной характеристикой тона является частота.
- *Акустический спектр тона* — это совокупность всех его частот с указанием их относительных интенсивностей или амплитуд.

- *Шум* — это звук, имеющий сложную, неповторяющуюся временную зависимость, и представляет собой сочетание беспорядочно изменяющихся сложных тонов.
- Сложные тоны имеют *дискретный* спектр, а шум — *сплошной*.

Физические характеристики звука

- *Скорость (v)*. Звук распространяется в любой среде, кроме вакуума. Скорость его распространения зависит от упругости, плотности и температуры среды, но не зависит от частоты колебаний.

- *Интенсивность* (I). Это энергетическая характеристика звука. По определению — это плотность потока энергии звуковой волны. Для уха человека важны два значения интенсивности (на частоте 1 кГц):
- *порог слышимости* — это минимальное значение интенсивности звука воспринимаемое нормальным человеческим ухом $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м²
- *порог болевого ощущения* — $I_{\max} = 10$ Вт/м², звук такой интенсивности человек перестает слышать и воспринимает его как ощущение давления или боли.

- *Звуковое давление* (P) — это давление, дополнительно возникающее при прохождении звуковой волны в среде; оно является избыточным над средним давлением среды.
- Между интенсивностью (I) и звуковым давлением (P) существует связь: $I = P^2/2\rho v$

- *Уровень интенсивности.* При сравнении интенсивности звука удобно пользоваться логарифмической шкалой, то есть сравнивать не сами величины, а их логарифмы. Для этого используется специальная величина— уровень интенсивности (L):

$$L = 10 \lg(I/I_0) = 20 \lg(P/P_0).$$

Единицей измерения уровня интенсивности является — бел, [Б]

Характеристики слухового ощущения, звуковые измерения

- *Высота тона* обусловлена, прежде всего, частотой основного тона (чем больше частота, тем более высоким воспринимается звук). В меньшей степени высота зависит от интенсивности волны (звук большей интенсивности воспринимается более низким).

- *Тембр* звука определяется его гармоническим спектром. Различные акустические спектры соответствуют разному тембру, даже в том случае, когда основной тон у них одинаков. Тембр — это качественная характеристика звука.
- *Громкость звука* — это субъективная оценка уровня его интенсивности.

Закон Вебера-Фехнера.

- Если увеличивать раздражение в геометрической прогрессии (то есть в одинаковое число раз), то ощущение этого раздражения возрастает в арифметической прогрессии (то есть на одинаковую величину).
- Субъективное восприятие интенсивности звука связано не только с уровнем интенсивности, но и с частотой звука.

- Для звука с частотой 1 кГц вводят единицу уровня громкости — *фон*, которая соответствует уровню интенсивности 1 дБ.
- Громкость звука равна уровню интенсивности звука (дБ) на частоте 1 кГц, вызывающего у «среднего», человека такое же ощущение громкости, что и данный звук.

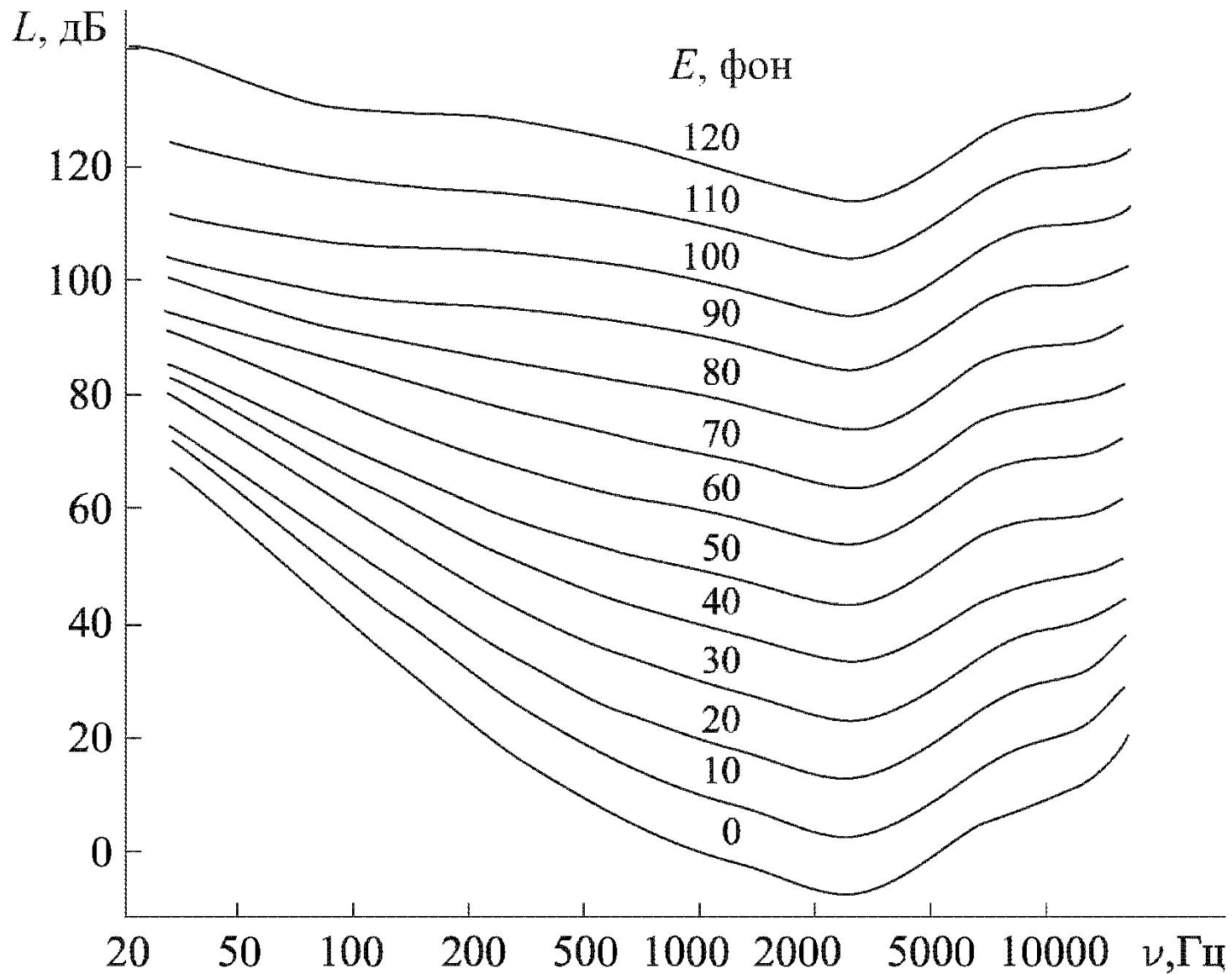


Рис. 12. Кривые равной громкости

Действующий звук	Интенсивность звука, Вт/м ²	Уровень интенсивности, дБ	Звуковое давление, Па
Порог слышимости	10^{-10}	0	0,00002
Тихий шепот	10^{-9}	30	0,0002
Негромкая музыка	10^{-8}	40	0,002
Разговорная речь на расстоянии 1 м	10^{-7}	50	0,0064
Шумная улица	10^{-5}	70	0,064
Шум мотора грузового автомобиля	10^{-5}	70	0,0645
Крик	10^{-4}	80	0,2
Шум в поезде метро	10^{-3}	90	0,64
Пневматический молот	10^{-1}	110	645
Реактивный двигатель, удар грома	10^0	120	20
Порог болевого ощущения	10^1	130	64

Таблица 1. Характеристики встречающихся звуков

Звуковые методы исследования

- *Аускультация* — непосредственное выслушивание звуков, возникающих внутри организма.
- *Перкуссия* — исследование внутренних органов посредством постукивания по поверхности тела и анализа возникающих при этом звуков.