Целые неотрицательные числа

Арифметические действия с целыми неотрицательными числами

Сложение

Электронный учебник для студентов педагогических колледжей

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке.

Содержание:

- Понятие суммы целых неотрицательных чисел;
- Сравнение целых неотрицательных чисел;
- Свойства сложения;
- Изучение действия сложения в начальном курсе математики;

Множество No

Вычитание

Умножение

Деление

С помощью этих кнопок можно перейти в электронные конспекты по указанным темам.

Для возвращения в данный конспект нажмите <esc>.

Завершение работы

Для продолжения работы щелкните мышкой по соответствующей теме

Понятие суммы неотрицательных чисел

Возврат в оглавление

Ознакомление с действием сложение начинается в дошкольном возрасте. При этом дети оперируют с конкретными множествами и результат сложения находят как численность объединения двух непересекающихся множеств. Например:

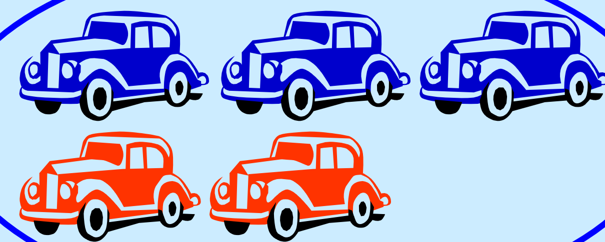
В гараж заехало 3 синих и 2 красных автомобиля. Сколько автомобилей заехало в гараж?

В этой задаче речь идет о двух множествах:

A – множество синих автомобилей. **n(A) = 3**

B – множество красных автомобилей. **n(B) = 2**

$A \cap B = \varnothing$



$n(A \cup B) = 5$

Дошкольники, при решении данной задачи, пересчитают автомобили, то есть они найдут численность объединения множеств **A** и **B**.

В начальной школе дети усваивают, что для решения подобных задач можно не пересчитывать предметы, а сложить численности множеств. **$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 3 + 2 = 5$**

Определение 5: Суммой целых неотрицательных чисел ***a*** и ***b*** называется целое неотрицательное число ***c***, которое является численностью объединения непересекающихся множеств **A** и **B**, где **$n(A)=a$; $n(B)=b$**

Числа ***a*** и ***b*** называются – ***слагаемыми.*** Число ***c*** называется - ***суммой***

Запись ***a + b*** так же называется – ***суммой.***

Определение 6: Действие, посредством которого находится сумма, называется **сложением**.

Для действия сложения справедлива теорема:

Теорема: Для любых целых неотрицательных чисел ***a*** и ***b*** существует и при том только одно целое неотрицательное число ***c***, которое является суммой чисел ***a*** и ***b*** .

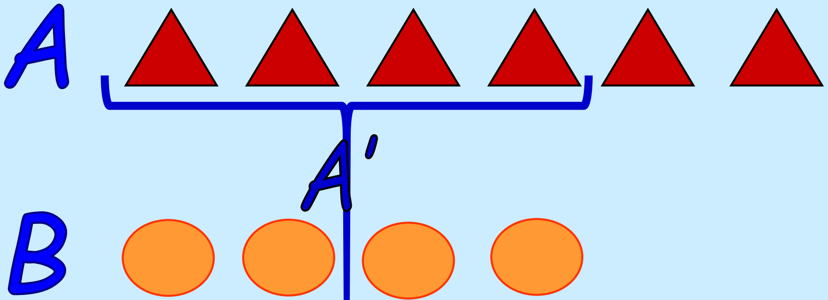
$(\forall a, b \in N_0)\ \exists!\ c \in N_0:\ c = a + b$

Для продолжения работы щелкните мышью по голубому полю экрана

Сравнение целых неотрицательных чисел

Возврат в оглавление

Для сравнения целых неотрицательных чисел ученики начальной школы могут опираться на наглядность.



6>4

После изучения действия сложения они могут применить такое рассуждение для сравнения чисел 6 и 4: *6 – это 4 да 2, следовательно 6 больше 4.*

В основе такого рассуждения лежит следующее определение понятия «больше».

Определение 7: Целое неотрицательное число ***a*** больше целого неотрица-

Доказательство: Существует натуральное число 5 такое, что 8 = 3 + 5, следовательно 8 > 3 **(∃ *5*∈N: *8 = 3 + 5*) ⇒ (*8 > 5*)**

Дети докажут так: ***8 – это 3 да 5, следовательно 8 больше 5.***

Используя данное определение отношения «больше», докажите неравенства:

8 > 3   5 > 2   7 > 5   9 > 7

Чтобы посмотреть пример доказательства, щелкните мышкой по первому неравенству

щелкните мышкой по голубому полю экрана

Свойства сложения

Возврат в оглавление

Для действия сложения справедливы следующие свойства (законы):

- Свойство **коммутативности** (переместительный закон);
- Свойство **ассоциативности** (сочетательный закон);
- Свойство **монотонности.**

Задание: Для данных выражений :

2 + 7 43 + 2 53 + 20 47 + 5 35 + 29

- запишите развернутое решение и найдите значение;
- опишите, что с точки зрения определения действия сложения Вы нашли;
- определите какое свойство лежит в основе вычислительного приема;
- придумайте задачу, иллюстрирующую данное свойство запишите все способы решения данной задачи, составлением числовых выражений.

Запишите это в тетрадь.

Для продолжения работы щелкните мышкой по выделенному свойству.

После ознакомления щелкните мышкой по голубому полю экрана.

Для продолжения работы вернитесь в оглавление.

Возврат в оглавление

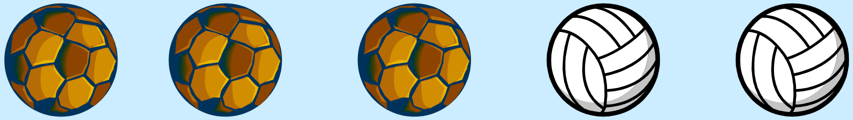
Свойство коммутативности

Для любых целых неотрицательных чисел a и b верно равенство: $a + b = b + a$

$(\forall a, b \in N_0)\ a + b = b + a$

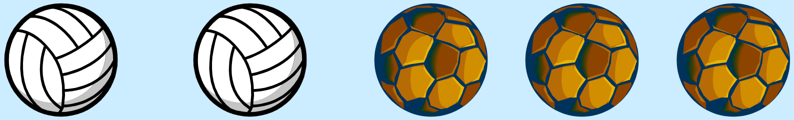
В начальной школе знакомство с данным свойством может проходить при рассмотрении пар задач. Например:

Детям подарили 3 футбольных и 2 волейбольных мяча. Сколько мячей подарили детям?



3 + 2 = 5

Детям подарили 2 волейбольных мяча и 3 футбольных. Сколько мячей подарили детям?



2 + 3 = 5

Сравнивая полученные решения дети замечают, что

- слагаемые поменяли местами;
- результат (сумма) не изменился.

После рассмотрения достаточного количества примеров дети могут сделать вывод:

От перестановки слагаемых сумма не меняется.

Знакомство с этим свойством необходимо при изучении сложения чисел в концентре «Десяток». Дети заучивают наизусть результаты прибавления чисел **2, 3, 4,** а после знакомства с переместительным свойством, учатся прибавлять числа **5, 6, 7, 8, 9**.

Например: выражение **3 + 5** они заменяют выражением **5 + 3**, значение которого они знают наизусть.

Задание: Придумайте свое задание с раздаточным материалом, которое бы иллюстрировало данное свойство.

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке:

Возврат в оглавление

Свойство ассоциативности

Для любых целых неотрицательных чисел ***a, b*** и ***c*** верно равенство:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(\forall a, b, c \in N_0)\ (a + b) + c = a + (b + c)$$

В начальной школе знакомство с данным свойством сводится к знакомству с двумя правилами:

прибавление числа к сумме

- *Чтобы прибавить число к сумме можно прибавить его к первому слагаемому и к полученному результату прибавить второе слагаемое.*
- *Чтобы прибавить число к сумме можно прибавить его ко второму слагаемому и к полученному результату прибавить первое слагаемое.*

$$(a + b) + c = (a + c) + b = (b + c) + a$$

прибавление суммы к числу

- *Чтобы прибавить сумму к числу можно прибавить к числу сначала первое слагаемое и к полученному результату прибавить второе слагаемое.*
- *Чтобы прибавить сумму к числу можно прибавить к числу сначала второе слагаемое и к полученному результату прибавить первое слагаемое.*

$$a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b$$

Знакомство с данными правилами необходимо для усвоения младшими школьниками вычислительных приемов сложения. Рассмотрим организацию работы с детьми на примере одного из правил.

Сформулируйте эти правила.

Свойство ассоциативности (продолжение)

Возврат в оглавление

Прием ознакомления детей с правилом «Прибавление числа к сумме»

Детям предлагают составную задачу, имеющую несколько способов решения. Числа в условии подбирают так, чтобы все вычисления проходили в пределах десяти. Например:

На одном кусте распустилось 3 розы, а на другом 4. Затем на кустах распустилось еще 2 розы. Сколько роз стало на кустах?

Выбор способа решения зависит от дальнейшей иллюстрации задачи и вопросов учителя:

I способ:

При такой иллюстрации предполагается следующий план решения:

- сколько роз было на двух кустах?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на данные требования дети могут записать решение **(3 + 4) + 2 = 9**

II способ:

При этом способе иллюстрации возможен такой план решения:

- сколько роз стало на первом кусте?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на эти требования дети записывают решение **(3 + 2) + 4 = 9**

III способ:

Эта иллюстрация предполагает такой план решения:

- сколько роз стало на втором кусте?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на эти требования дети получают решение **(4 + 2) + 3 = 9**

Запишите это в тетрадь, сделав соответствующий рисунок, и щелкните мышкой по голубому полю экрана

Для продолжения работы щелкните мышкой по голубому полю экрана

Свойство ассоциативности (продолжение)

Возврат в оглавление

В результате решения задачи дети получают три равенства:

$(3 + 4) + 2 = 9$

$(3 + 2) + 4 = 9$

$(4 + 2) + 3 = 9$

Проанализировав эти равенства:

- найдя сходства (одинаковые числа, одинаковые действия, одинаковый ответ);
- выяснив различие (порядок сложения чисел);
- вспомнив название выражения, записанного в скобках (сумма) и название чисел при сложении (1-ое и 2-ое слагаемое), младшие школьники могут сформулировать правила «Прибавления числа к сумме».

Полученные правила используется для ознакомления с вычислительным приемом сложения примеров вида **34 + 20** и **34 + 2**. Развернутое решение такого примера выглядит так:

$$34 + 20 = \underline{(30 + 4)} + 20 = \underline{(30 + 20) + 4} = 50 + 4 = 54$$

Рассуждения ученика:

- представляю число **34** в виде суммы разрядных (удобных) слагаемых **30 + 4**;
- нам удобно к десяткам прибавлять десятки, поэтому сначала к **30** прибавим **20**, а затем к полученному результату прибавим **4**;
- **30** прибавить **20** – получится **50** и прибавим **4** – получится **54**.

Задание:

- Найдите в данном рассуждении правило, которым дети заменяют сложную для них формулировку правила «Прибавления числа к сумме» и подчеркните его.
- Запишите развернутое решение примера **34 + 2** и рассуждения ученика, необходимые для этого решения. Выделите в этих рассуждения правило, заменяющее правило «Прибавления числа к сумме».
- Придумайте по два примера на каждый вычислительный прием.

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке:

Возврат в оглавление

Свойство монотонности

Если одно из слагаемых суммы увеличится (уменьшится) на несколько единиц, то и вся сумма увеличится (уменьшится) на сколько же единиц.

$(\forall a,b,c \in \mathbb{N}_0)\ (a > b) \Rightarrow a + c > b + c$

В начальной школе знакомство с данным свойством происходит опосредовано при выполнении различных упражнений. Например:

• Заполни таблицу:

1-ое слагаемое	12	15	18	21	24	27	30
2-ое слагаемое	6	6	6	6	6	6	6
сумма							

Выполняя это задание, дети замечают, что 1-ое слагаемое увеличивается на 3 и при этом сумма также увеличивается на 3.

• Сравни выражения:

3 + 4 … 3 + 9

17 + 4 … 7 + 4

24 + 39 … 24 + 13

Выполняя это задание, дети могут

- найти значения выражений и сравнить полученные числа;
- заметить, что одно слагаемое не меняется, а другое увеличивается (уменьшается), следовательно из двух выражений больше то, у которого другое слагаемое больше.

Данное свойство применяется при устных вычислениях. Например

• Найди значение выражений: **54 + 39 536 + 398 403 + 758 697 + 285**

Выполняя это задание дети замечают, что одно из слагаемых близко к круглому числу. Например: **398** на **2** меньше **400**. К **586** прибавить **400** будет **986**. Так как второе слагаемое увеличили на **2** то сумма увеличилась на **2**. Следовательно ответ будет **984**.

Выполните это задание. Как могут рассуждать ученики при его выполнении.

[illegible]

Возврат в оглавление

Изучение действия сложение в начальном курсе математики

I этап. Ознакомление с действием сложения. На этом этапе дети знакомятся:

- с записью арифметического действия;
- чтением выражений. Например: **5 + 2** – (к пяти прибавить два; пять плюс два);

Результат действия сложения на этом этапе находят как численность объединения множеств, за исключением случаев прибавления числа 1 (прибавить 1 – назвать следующее число).

II этап. Изучение приемов сложения чисел первого десятка. На этом этапе дети:

- заучивают наизусть результаты прибавления чисел **2, 3, 4**;
- знакомятся с названием чисел при сложении (1-ое слагаемое, 2-ое слагаемое, сумма) и со способами чтения выражений. Например: **5 + 2** – (сума чисел **5** и **2**; 1-ое слагаемое – **5**, второе слагаемое **2**, найти сумму);
- изучают переместительное свойство сложения и используют его для прибавления чисел **5, 6, 7, 8, 9**. Например: **3 + 6** – (нам удобно к **шести** прибавить **три**, получится – **девять, следовательно 3 + 6 = 9**).

III этап. Изучение приемов сложения чисел до 20. На этом этапе дети знакомятся с приемами нахождения результата действия сложения, основанными:

- на знании нумерации. Например: **10 + 2** – (к **1-му** десятку прибавили **2** единицы. Число, состоящее из **1-го** десятка и **2-х** единиц – **12**, следовательно **10 + 2 = 12**);
  13 + 1 – (прибавить 1 – назвать следующее число, за числом **13** следует число **14**, следовательно **13 + 1 = 14**);
- на свойстве ассоциативности. Например: **8 + 5** – (нам удобно сначала к **8** прибавить **2**, получится – **10**, а потом прибавить **3**, получится – **13**,). После ознакомления с данным приемом, результаты сложения чисел до 20 заучиваются наизусть.

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке

Возврат в оглавление

IVэтап. Изучение приемов сложения чисел до 100. На этом этапе дети знакомятся с устными приемами нахождения результата действия сложения, основанными:

- на знании нумерации. Например:

30 + 5 – (к **3-м** десяткам прибавили **5** единиц. Число, состоящее из **3-х** десятков и **5-ти** единиц – **35**, следовательно **30 + 5 = 35**);

30 + 50 – (к **3-м** десяткам прибавили **5** десятков, получили 8 десятков или 80);

43 + 1 – (за числом **43** следует число **44**, следовательно **43 + 1 = 44**);

- на свойстве ассоциативности. Например: **34 + 5; 34 + 50; 48 + 7**
- на свойстве монотонности. Например: **48 + 34; 59 + 25**

Задание: запишите рассуждения учеников при решении каждого из этих примеров;

На этом этапе вводится алгоритмом <u>письменного сложения</u> двузначных чисел:

1. 1. Запишете второе слагаемое под первым так, чтобы соответствующие разряды находились друг под другом;
2. Сложите единицы первого разряда.
   а) Если полученная сумма мен[illegible]та;
   б) Если полученная сумма бол[illegible]ов
   и оставшееся количество еди[illegible]
   разряд ответа, а количество д[illegible]
   запомнить);
3. Повторяйте те же действия со всеми разрядами числа, добавляя запомненные единицы из предыдущих разрядов.

57 + 32 (все суммы разрядов меньше 10)
35 + 25 (одна из сумм разрядов равна 10)
43 + 39 (одна из сумм разрядов больше 10)

?

Задание: запишите решение примеров **43 + 39; 57 + 32; 35 + 25**, расставив их в порядке возрастания сложности.

Проверьте себя, щелкнув по знаку вопроса.

Для [illegible]ю экрана

Изучение действия сложения в НКМ (продолжение)

Возврат в оглавление

V этап. Изучение приемов сложения чисел до 1000 и многозначных чисел. На этом этапе дети закрепляют полученные ранее навыки устных и письменных приемов сложения, основанных:

- на знании нумерации.
  Например: **300 + 500; 300 + 53; 350 + 3; 300 + 50; 999 + 1**;
- на знании свойств ассоциативности и монотонности.
  Например: **340 + 250; 234 + 53; 485 + 7; 498 + 345;**
- на алгоритме письменного сложения трехзначных и многозначных чисел.
  Например: **463 + 329; 567 + 132; 365 + 125; 795 + 321; 457 + 376.**

Задания:

- Запишите рассуждения учеников при решении всех примеров, записанных выше.
- Выполните письменные вычисления, расставив примеры в порядке возрастания сложности

567 + 132 (все суммы разрядов меньше 10)
365 + 125 (одна из сумм разрядов равна 10)
463 + 329 (одна из сумм разрядов больше 10)
457 + 376 (несколько сумм разрядов больше 10)
795 + 321 (несколько сумм разрядов больше 10, появляется новый разряд)

Проверьте себя, щелкнув по знаку вопроса.

Для продолжения работы щелкните мышкой по голубому полю экрана

Запишите это в тетрадь и вернитесь в оглавление.

Действия с целыми неотрицательными числами.

Сложение

Вы завершили знакомство с данной темой.
Если Вы хотите завершить работу – нажмите клавишу <ESC>
Если Вы хотите вернуться в оглавление – щелкните мышкой по управляющей кнопке