

Целые неотрицательные числа

Арифметические действия
с целыми неотрицательными числами

Сложение

Электронный учебник для студентов
педагогических колледжей

Для продолжения работы щелкните мышкой по управляющей кнопке.



Содержание:

- Понятие суммы целых неотрицательных чисел;
- Сравнение целых неотрицательных чисел;
- Свойства сложения;
- Изучение действия сложения в начальном курсе математики;

Множество \mathbb{N}_0

Вычитание

Умножение

Деление

С помощью этих кнопок можно перейти в электронные конспекты по указанным темам.

Для возвращения в данный конспект нажмите `<esc>`.

Завершение работы

Для продолжения работы щелкните мышкой по соответствующей теме

Понятие суммы неотрицательных чисел

Ознакомление с действием сложение начинается в дошкольном возрасте. При этом дети оперируют с конкретными множествами и результат сложения находят как численность объединения двух непересекающихся множеств. Например:

В гараж заехало 3 синих и 2 красных автомобиля. Сколько автомобилей заехало в гараж?

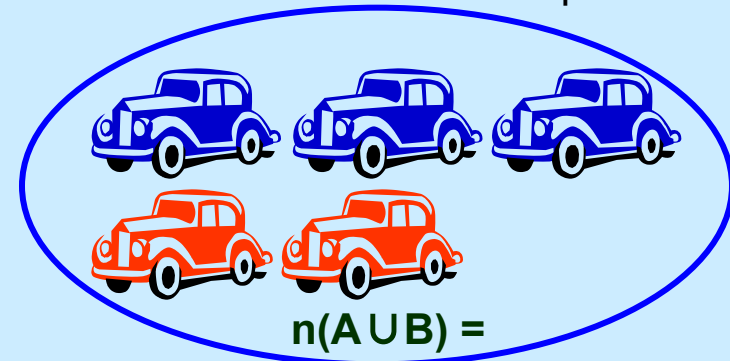
В этой задаче речь идет о двух множествах:

A – множество синих автомобилей. $n(A) = 3$ $A \cap B = \emptyset$

B – множество красных автомобилей. $n(B) = 2$

Дошкольники, при решении данной задачи, пересчитают автомобили, то есть они найдут численность объединения множеств **A** и **B**.

В начальной школе дети усваивают, что для решения подобных задач можно не пересчитывать предметы, а сложить численности множеств. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 3 + 2 = 5$



Определение 5: Суммой целых неотрицательных чисел a и b называется целое неотрицательное число c , которое является численностью объединения непересекающихся множеств **A** и **B**, где $n(A)=a$; $n(B)=b$. Числа a и b называются – **слагаемыми**. Число c называется – **суммой**. Запись $a + b$ так же называется – **суммой**.

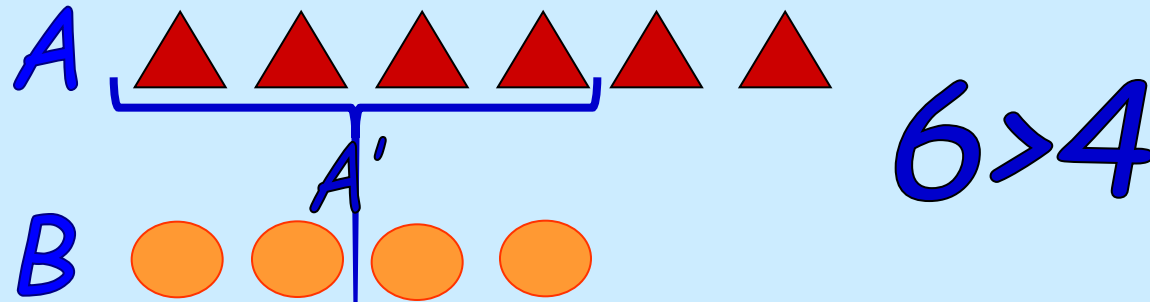
Определение 6: Действие, посредством которого находится сумма, называется **сложением**.

Для действия сложения справедлива теорема:

Теорема: Для любых целых неотрицательных чисел a и b существует и при том только одно целое неотрицательное число c , которое является суммой чисел a и b .

$$(\forall a, b \in \mathbb{N}_0) \exists! c \in \mathbb{N}_0: c = a + b$$

Для сравнения целых неотрицательных чисел ученики начальной школы могут опираться на наглядность.



После изучения действия сложения они могут применить такое рассуждение для сравнения чисел 6 и 4: *6 – это 4 да 2, следовательно 6 больше 4.*

В основе такого рассуждения лежит следующее определение понятия «больше».

Определение 7: Целое неотрицательное число a больше целого неотрицательного числа b , если существует натуральное число k такое

Доказательство: Существует натуральное число 5 такое, что $8 = 3 + 5$, следовательно $8 > 3$ ($\exists 5 \in \mathbb{N}: 8 = 3 + 5 \Rightarrow (8 > 3)$)

Дети докажут так: *8 – это 3 да 5, следовательно 8 больше 3.*

Используя данное определение отношения «больше», докажите неравенства:

$$8 > 3 \quad 5 > 2 \quad 7 > 5 \quad 9 > 7$$

Чтобы посмотреть пример доказательства, щелкните мышкой по стрелке. Для доказательства в табличке щелкните мышкой по голубому полю экрана



Для действия сложения справедливы следующие свойства (законы):

- Свойство КОММУТАТИВНОСТИ (переместительный закон);
- Свойство АССОЦИАТИВНОСТИ (сочетательный закон);
- Свойство МОНОТОННОСТИ.

Задание: Для данных выражений :

$$2 + 7 \quad 43 + 2 \quad 53 + 20 \quad 47 + 5 \quad 35 + 29$$

- запишите развернутое решение и найдите значение;
- опишите, что с точки зрения определения действия сложения Вы нашли;
- определите какое свойство лежит в основе вычислительного приема;
- придумайте задачу, иллюстрирующую данное свойство запишите все способы решения данной задачи, составлением числовых выражений.

Запишите это в тетрадь.

Для продолжения работы щелкните мышкой по выделенному свойству.

Для продолжения работы нажмите мышкой по любому полю экрана.



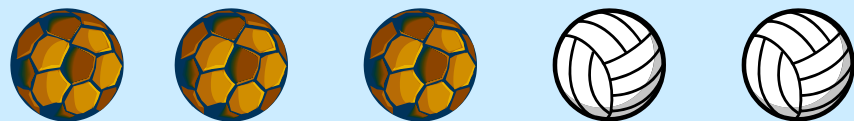
СВОЙСТВО КОММУТАТИВНОСТИ

Для любых целых неотрицательных чисел a и b верно равенство: $a + b = b + a$

$$(\forall a, b \in \mathbb{N}_0) a + b = b + a$$

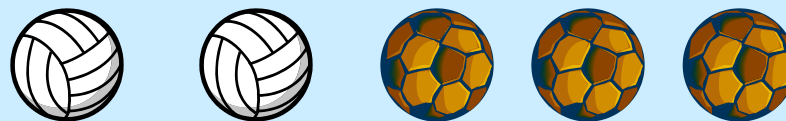
В начальной школе знакомство с данным свойством может проходить при рассмотрении пар задач. Например:

Детям подарили 3 футбольных и 2 волейбольных мяча. Сколько мячей подарили детям?



$$3 + 2 = 5$$

Детям подарили 2 волейбольных мяча и 3 футбольных. Сколько мячей подарили детям?



$$2 + 3 = 5$$

Сравнивая полученные решения дети замечают, что

- слагаемые поменяли местами;
- результат (сумма) не изменился.

После рассмотрения достаточного количества примеров дети могут сделать вывод:

От перестановки слагаемых сумма не меняется.

Знакомство с этим свойством необходимо при изучении сложения чисел в концентре «Десяток». Дети заучивают наизусть результаты прибавления чисел **2, 3, 4**, а после знакомства с переместительным свойством, учатся прибавлять числа **5, 6, 7, 8, 9**.

Например: выражение **3 + 5** они заменяют выражением **5 + 3**, значение которого они знают наизусть.

Задание: Придумайте свое задание с раздаточным материалом, которое бы иллюстрировало данное свойство.



СВОЙСТВО АССОЦИАТИВНОСТИ

Для любых целых неотрицательных чисел a , b и c верно равенство:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0) (a + b) + c = a + (b + c)$$

В начальной школе знакомство с данным свойством сводится к знакомству с двумя правилами:

прибавление числа к сумме

- Чтобы прибавить число к сумме можно прибавить его к первому слагаемому и к полученному результату прибавить второе слагаемое.
- Чтобы прибавить число к сумме можно прибавить его ко второму слагаемому и к полученному результату прибавить первое слагаемое.

$$(a + b) + c = (a + c) + b = (b + c) + a$$

прибавление суммы к числу

- Чтобы прибавить сумму к числу можно прибавить к числу сначала первое слагаемое и к полученному результату прибавить второе слагаемое.
- Чтобы прибавить сумму к числу можно прибавить к числу сначала второе слагаемое и к полученному результату прибавить первое слагаемое.

$$a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b$$

Знакомство с данными правилами необходимо для усвоения младшими школьниками вычислительных приемов сложения. Рассмотрим организацию работы с детьми на примере одного из правил.

Сформулируйте эти правила.

Для подробного просмотра работы щелкните мышкой по публичному адресу



Прием ознакомления детей с правилом «Прибавление числа к сумме»

Детям предлагают составную задачу, имеющую несколько способов решения. Числа в условии подбирают так, чтобы все вычисления проходили в пределах десяти. Например: На одном кусте распустилось 3 розы, а на другом 4. Затем на кустах распустилось еще 2 розы. Сколько роз стало на кустах?



II способ:

При этом способе иллюстрации возможен такой план решения:

- сколько роз стало на первом кусте?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на эти требования дети записывают решение $(3 + 2) + 4 = 9$

Выбор способа решения зависит от дальнейшей иллюстрации задачи и вопросов учителя:

I способ:

При такой иллюстрации предполагается следующий план решения:

- сколько роз было на двух кустах?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на данные требования дети могут записать решение $(3 + 4) + 2 = 9$

III способ:

Эта иллюстрация предполагает такой план решения:

- сколько роз стало на втором кусте?
- сколько роз стало на двух кустах?

После ответа на эти требования дети получают решение $(4 + 2) + 3 = 9$

Запишите это в тетрадь, сделав соответствующий рисунок, и

для этого мышкой поведете пальцем по экрану по голубому значку в красной



В результате решения задачи дети получают три равенства:

$$(3 + 4) + 2 = 9$$

$$(3 + 2) + 4 = 9$$

$$(4 + 2) + 3 = 9$$

Проанализировав эти равенства:

- найдя сходства (одинаковые числа, одинаковые действия, одинаковый ответ);
- выяснив различие (порядок сложения чисел);
- вспомнив название выражения, записанного в скобках (сумма) и название чисел при сложении (1-ое и 2-ое слагаемое), младшие школьники могут сформулировать правила «Прибавления числа к сумме».

Полученные правила используется для ознакомления с вычислительным приемом сложения примеров вида $34 + 20$ и $34 + 2$. Развернутое решение такого примера выглядит так:

$$34 + 20 = \underline{(30 + 4)} + 20 = \underline{(30 + 20)} + 4 = 50 + 4 = 54$$

Рассуждения ученика:

- представляю число 34 в виде суммы разрядных (удобных) слагаемых $30 + 4$;
- нам удобно к десяткам прибавлять десятки, поэтому сначала к 30 прибавим 20 , а затем к полученному результату прибавим 4 ;
- 30 прибавить 20 — получится 50 и прибавим 4 — получится 54 .

Задание:

- Найдите в данном рассуждении правило, которым дети заменяют сложную для них формулировку правила «Прибавления числа к сумме» и подчеркните его.
- Запишите развернутое решение примера $34 + 2$ и рассуждения ученика, необходимые для этого решения. Выделите в этих рассуждения правило, заменяющее правило «Прибавления числа к сумме».
- Придумайте по два примера на каждый вычислительный прием.

СВОЙСТВО МОНОТОННОСТИ

Если одно из слагаемых суммы увеличится (уменьшится) на несколько единиц, то и вся сумма увеличится (уменьшится) на столько же единиц.

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0) (a > b) \Rightarrow a + c > b + c$$

В начальной школе знакомство с данным свойством происходит опосредовано при выполнении различных упражнений. Например:

- Заполни таблицу:

Выполняя это задание, дети замечают, что 1-ое слагаемое увеличивается на 3 и при этом сумма также увеличивается на 3.

1-ое слагаемое	12	15	18	21	24	27	30
2-ое слагаемое	6	6	6	6	6	6	6
сумма							

- Сравни выражения:

$$3 + 4 \dots 3 + 9$$

$$17 + 4 \dots 7 + 4$$

$$24 + 39 \dots 24 + 13$$

Выполняя это задание, дети могут

- найти значения выражений и сравнить полученные числа;
- заметить, что одно слагаемое не меняется, а другое увеличивается (уменьшается), следовательно из двух выражений больше то, у которого другое слагаемое больше.

Данное свойство применяется при устных вычислениях. Например

- Найди значение выражений: $54 + 39$ $536 + 398$ $403 + 758$ $697 + 285$

Выполняя это задание дети замечают, что одно из слагаемых близко к круглому числу. Например: 398 на 2 меньше 400 . К 586 прибавить 400 будет 986 . Так как второе слагаемое увеличили на 2 то сумма увеличилась на 2 . Следовательно ответ будет 984 .

Выполните это задание! К какому выводу придете при выполнении этих вычислений.

Для удобства просмотра нажмите на значок лупы в меню или на значок вкладки в меню.



Изучение действия сложение в начальном курсе математики

I этап. Ознакомление с действием сложения. На этом этапе дети знакомятся:

- с записью арифметического действия;
- чтением выражений. Например: $5 + 2$ – (к пяти прибавить два; пять плюс два);
Результат действия сложения на этом этапе находят как численность объединения множеств, за исключением случаев прибавления числа 1 (прибавить 1 – назвать следующее число).

II этап. Изучение приемов сложения чисел первого десятка. На этом этапе дети:

- заучивают наизусть результаты прибавления чисел **2, 3, 4**;
- знакомятся с названием чисел при сложении (1-ое слагаемое, 2-ое слагаемое, сумма) и со способами чтения выражений. Например: $5 + 2$ – (сума чисел **5** и **2**; 1-ое слагаемое – **5**, второе слагаемое **2**, найти сумму);
- изучают переместительное свойство сложения и используют его для прибавления чисел **5, 6, 7, 8, 9**. Например: $3 + 6$ – (нам удобно к **шести** прибавить **три**, получится – **девять**, следовательно $3 + 6 = 9$).

III этап. Изучение приемов сложения чисел до 20. На этом этапе дети знакомятся с приемами нахождения результата действия сложения, основанными:

- на знании нумерации. Например: $10 + 2$ – (к **1-му** десятку прибавили **2** единицы. Число, состоящее из **1-го** десятка и **2-х** единиц – **12**, следовательно $10 + 2 = 12$);
 $13 + 1$ – (прибавить 1 – назвать следующее число, за числом **13** следует число **14**, следовательно $13 + 1 = 14$);
- на свойстве ассоциативности. Например: $8 + 5$ – (нам удобно сначала к **8** прибавить **2**, получится – **10**, а потом прибавить **3**, получится – **13**,). После ознакомления с данным приемом, результаты сложения чисел до 20 заучиваются наизусть.



IV этап. Изучение приемов сложения чисел до 100. На этом этапе дети знакомятся с устными приемами нахождения результата действия сложения, основанными:

- на знании нумерации. Например:

$30 + 5$ – (к **3-м** десяткам прибавили **5** единиц. Число, состоящее из **3-х** десятков и **5-ти** единиц – **35**, следовательно $30 + 5 = 35$);

$30 + 50$ – (к **3-м** десяткам прибавили **5** десятков, получили 8 десятков или 80);

$43 + 1$ – (за числом **43** следует число **44**, следовательно $43 + 1 = 44$);

- на свойстве ассоциативности. Например: $34 + 5$; $34 + 50$; $48 + 7$

- на свойстве монотонности. Например: $48 + 34$; $59 + 25$

Задание: запишите рассуждения учеников при решении каждого из этих примеров;

На этом этапе вводится алгоритм письменного сложения двузначных чисел:

1. Запишите второе слагаемое под первым так, чтобы соответствующие разряды находились друг под другом;

2. Сложите единицы первого разряда.

- а) Если полученная сумма меньше 10, то ничего не надо делать.

- б) Если полученная сумма больше 10, то надо вычесть 10 и прибавить 1 к следующему разряду.

и оставшееся количество единиц записать в разряд единиц.

Если сумма разряда равна 10, то надо вычесть 10 и прибавить 1 к следующему разряду.

Если сумма разряда больше 10, то надо вычесть 10 и прибавить 1 к следующему разряду.

и оставшееся количество единиц записать в разряд единиц.

Если сумма разряда равна 10, то надо вычесть 10 и прибавить 1 к следующему разряду.

Если сумма разряда больше 10, то надо вычесть 10 и прибавить 1 к следующему разряду.

$$57 + 32 \text{ (все суммы разрядов меньше 10)}$$

$$35 + 25 \text{ (одна из сумм разрядов равна 10)}$$

$$43 + 39 \text{ (одна из сумм разрядов больше 10)}$$

Задание: запишите решение примеров $43 + 39$; $57 + 32$; $35 + 25$, расставив их в порядке возрастания сложности.

Проверьте себя, щелкнув по знаку вопроса.

Для проверки ищете значок вопроса в правом нижнем углу экрана



V этап. Изучение приемов сложения чисел до 1000 и многозначных чисел. На этом этапе дети закрепляют полученные ранее навыки устных и письменных приемов сложения, основанных:

- на знании нумерации.

Например: $300 + 500$; $300 + 53$; $350 + 3$; $300 + 50$; $999 + 1$;

- на знании свойств ассоциативности и монотонности.

Например: $340 + 250$; $234 + 53$; $485 + 7$; $498 + 345$;

- на алгоритме письменного сложения трехзначных и многозначных чисел.

Например: $463 + 329$; $567 + 132$; $365 + 125$; $795 + 321$; $457 + 376$.

Задания:

- Запишите рассуждения учеников при решении всех примеров, записанных выше.
- Выполните письменные вычисления, расставив примеры в порядке возрастания сложности



$567 + 132$ (все суммы разрядов меньше 10)

$365 + 125$ (одна из сумм разрядов равна 10)

$463 + 329$ (одна из сумм разрядов больше 10)

$457 + 376$ (несколько сумм разрядов больше 10)

$795 + 321$ (несколько сумм разрядов больше 10, появляется новый разряд)

Проверьте себя, щелкнув по знаку вопроса.

Для продолжения работы щелкните в оглавлении по любому полю экрана



Действия с целыми неотрицательными числами.

Сложение

Вы завершили знакомство с данной темой.

Если Вы хотите завершить работу – нажмите клавишу **<ESC>**

Если Вы хотите вернуться в оглавление – щелкните мышкой по управляющей кнопке

