

Технологии численного решения экономических задач

Операции с массивами в табличном процессоре

Массив – набор данных одного типа. Массив в Excel хранится в диапазоне ячеек. Адресная ссылка на диапазон имеет формат:

<адрес начальной ячейки диапазона >:< адрес конечной ячейки>,

например, A2:C5.

Массив также может быть задан именем диапазона (1 – выделить диапазон и в поле имени записать идентификатор; 2 – **Вставка/Имя/Присвоить**)

Excel позволяет создавать одномерные (вектора), двумерные (матрицы), трехмерные массивы.

Чтобы указать, что производится операция над массивом, следует нажать комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.

Операции с массивами в табличном процессоре

Пример. Умножить элементы массива размерностью 2×2 на число 3 в электронной таблице. Исходный массив

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Решение

Введем в ячейки диапазона A1:B2 значения элементов массива. Выделим диапазон ячеек D1:E2 такой же размерности, в которой будет помещаться результат операции. Введем в выделенный диапазон формулу в формате:

=<адрес начальной ячейки диапазона >:< адрес конечной ячейки диапазона >*< адрес второго операнда >,

т.е. **=A1:B2*3**

Нажмем комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**. В ячейках выделенного диапазона появится результат.

	A	B	C	D	E
1	1	2		3	6
2	3	4		9	12

Операции с массивами в табличном процессоре

Операции с векторами:

- Вычисление суммы векторов
- Вычисление произведения вектора на число
- Вычисление скалярного произведения векторов
(=СУММ(Вектор1*Вектор2))

Операции с матрицами:

- Умножение матрицы на число
- Суммирование и вычитание матриц

Встроенные функции для работы с матрицами

МОБР(Массив)	Обращение матрицы
МОПРЕД(Массив)	Вычисление определителя матрицы
МУМНОЖ (Массив1;Массив2)	Умножение матриц
ТРАНСП(Массив)	Транспонирование матрицы

Решение систем линейных уравнений

Пример. Система уравнений $Ax = b$ задана матрицей A и вектором b .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Решить систему методом обратной матрицы: $x = A^{-1} \cdot b$

Решение. Присвоим диапазону A2:B3 имя (например, A) и введем значения элементов матрицы. Присвоим диапазону D2:D3 имя (например, b) и введем значения элементов вектора.

Выделим диапазон F2:F3 и введем в него формулу **МУМНОЖ(МОБР(A);b)**. Нажмем комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**. В ячейках выделенного диапазона появится результат.

Вид таблицы Excel

F2		fx {=МУМНОЖ(МОБР(A);b)}				
	A	B	C	D	E	F
1	Матрица A			Вектор b		Результат
2	2	1		3		2
3	4	5		3		-1

Решение систем линейных уравнений методом наименьших квадратов

Применяется, когда число столбцов матрицы не совпадает с числом строк

$$Ax = b$$

$$A^T AX = A^T B$$

$$X = (A^T A)^{-1} * A^T B$$

Пример. Требуется решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 5y = 40 \\ 3x + 3y = 3 \end{cases}$$

Решение в Excel

1. Введем значения элементов матрицы A в диапазон $A2:B4$, вектора B в ячейки $D2:D4$.
2. Транспонируем матрицу A : выделяем диапазон размерностью 2×3 $A6:C7$, вводим функцию $\text{ТРАНСП}(A2:B4)$, нажимаем комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.
3. Вычисляем произведение матрицы A^T и вектора B : выделяем диапазон $E6:E7$, вводим функцию $\text{МУМНОЖ}(A6:C7;D2:D4)$, нажимаем комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.
4. Вычисляем произведение матриц A^T и A : выделяем диапазон $A9:B10$, вводим функцию $\text{МУМНОЖ}(A6:C7;A2:B4)$, нажимаем комбинацию клавиш **Ctrl+Shift+Enter**.
5. Вычисляем обратную матрицу $(A^T A)^{-1}$: выделяем диапазон $D9:E10$, вводим функцию $\text{МОБР}(A9:B10)$.
6. Вычисляем результат: выделяем диапазон $B12:B13$, вводим функцию $\text{МУМНОЖ}(D9:E10; E6:E7)$.

Вид таблицы Excel

	A	B	C	D	E
1	Матрица A			Вектор B	
2	3	2		7	
3	4	-5		40	
4	3	3		3	
5	Матрица A транспонированная				$A^T B$
6	3	4	3		190
7	2	-5	3		-177
8	Произведение $A^T A$			Матрица $(A^T A)^{-1}$	
9	34	-5		0,02999	0,00395
10	-5	38		0,00395	0,02684
11	Результат решения				
12	X	5			
13	Y	-4			

Короткое решение

Ввести в диапазон B6:B7 формулу

**=МУМНОЖ(МОБР(МУМНОЖ(ТРАНСП(A2:B4);A2:B4));
МУМНОЖ(ТРАНСП(A2:B4);D2:D4))**

	A	B	C	D
1	Матрица A			Вектор B
2	3	2		7
3	4	-5		40
4	3	3		3
5	Результат решения			
6	X	5		
7	Y	-4		

Анализ данных в электронных таблицах Excel

Инструмент Подбор параметра

Подбор параметра – инструмент анализа «что-если», когда желаемый результат одиночной формулы известен, но неизвестны значения, которые требуется ввести для получения этого результата.

Сервис/Подбор параметра

При подборе параметра Microsoft Excel изменяет значение в одной конкретной ячейке до тех пор, пока формула, зависящая от этой ячейки, не возвращает нужный результат.

Решение уравнений с использованием подбора параметра

Пример 1

Все ученики класса обменялись своими фотографиями. Всего было передано друг другу 756 фотографий. Сколько человек в классе?

РЕШЕНИЕ

Математическая модель

Пусть в классе N учеников. Каждый из них отдал $N-1$ фотографию. Следовательно, всего отдано $N*(N - 1)$ фотографий.

Получаем уравнение:

$$N*(N - 1) = 756$$

Технология решения задачи

Первый способ – Подбор параметра

1. В ячейку A1 занести текст: “Учеников в классе -”
2. В ячейку A2 занести текст: “Фотографий”
2. В ячейку B2 занести формулу: $=B1*(B1-1)$
3. Вызвать меню СЕРВИС / ПОДБОР ПАРАМЕТРА. Установить требуемые реквизиты в следующем виде:



Получим

	A	B
1	Учеников в классе	28
2	Фотографий	756

Второй способ – ПОИСК РЕШЕНИЯ

Надстройка «Поиск решения»


Надстройка – вспомогательная программа, служащая для добавления в MS Excel специальных команд или возможностей. Может быть загружена либо только для текущего сеанса, либо для каждого сеанса работы в Microsoft Excel.

Загрузка надстройки:


- В меню **Сервис** выберите команду **Надстройки**.
- Нажмите кнопку **Обзор**, чтобы найти надстройку, которой нет в окне **Список надстроек**.
- Установите в окне **Список надстроек** флажок той надстройки, которую необходимо загрузить, а затем нажмите кнопку **ОК**.

Вызовите меню СЕРВИС / ПОИСК РЕШЕНИЯ. Установите требуемые реквизиты в следующем виде


Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

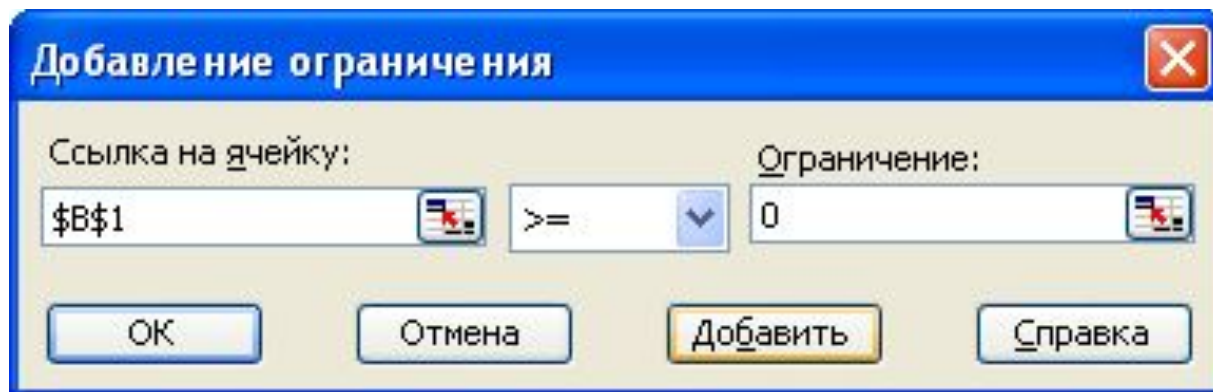
Равной: максимальному значению значению:
 минимальному значению

Изменяя ячейки: 

Ограничения:



4. Ввести ограничение $B1 \geq 0$. Для этого щелкнуть по кнопке “Добавить” и в полученном окне установить реквизиты следующим образом:



5. Добавить ограничение B1 – целое.
6. Закрывать окно “Добавить ограничение” (кнопка “Ок”).
7. Закрывать окно “Поиск решения” (кнопка “Выполнить”).
8. Проверить полученный в ячейке B1 ответ.

Оптимизационное моделирование

- Используется в сфере управления сложными системами в экономике, когда необходимо осуществить поиск наиболее оптимального пути развития системы
- Оптимальное развитие соответствует экстремальному значению выбранного целевого параметра

$$K = F(X_1, X_2, \dots, X_N),$$

где K – значение целевого параметра,
 $X_1 \dots X_N$ - параметры

Цель исследования:

- Найти экстремум функции (MAX, MIN), если функция нелинейная.
- Определить ограничения на параметры, если целевая функция линейная.

Пример 2. Оптимальный план выпуска продукции

Фирма выпускает прогулочные и спортивные велосипеды. Ежемесячно сборочный цех способен собрать не более 600 прогулочных и не более 300 спортивных велосипедов. Качество каждого велосипеда проверяется на двух стандах А и В. Каждый прогулочный велосипед проверяется 0,3 ч. на станде А и 0,1 ч. – на станде В, а каждый спортивный велосипед проверяется 0,4 ч. на станде А и 0,3 ч. – на станде В. По технологическим причинам станд А не может работать более 240 ч. в месяц, а станд В – более 120 ч. в месяц. Реализация каждого прогулочного велосипеда приносит фирме доход в 50 руб., а каждого спортивного – 90 руб. Сколько прогулочных и сколько спортивных велосипедов должна ежемесячно выпускать фирма, чтобы ее прибыль была наибольшей?

Постановка задачи

Цель моделирования — составить такой производственный план, который обеспечит максимальную прибыль.

Объект моделирования — процесс производства и реализации велосипедов

Разработка модели

Исходные данные:

x - количество прогулочных велосипедов, выпускаемых ежемесячно фирмой;
 y - количество спортивных велосипедов.

Занятость стенда А составляет $0,3x + 0,4y$, что не должно превышать 240 ч.

Занятость стенда В составляет $0,1x + 0,3y$, что не должно превышать 120 ч.

Прибыль фирмы составляет $S = 50x + 90y$ (руб.)

Итак, мы пришли к следующей модели: необходимо найти целые значения x и y , удовлетворяющие системе неравенств

$$0,3x + 0,4y \leq 240 \quad O1$$

$$0,1x + 0,3y \leq 120 \quad O2$$

$$0 \leq x \leq 600 \quad O3$$

$$0 \leq y \leq 300 \quad O4$$

и такие, чтобы прибыль $S = 50x + 90y$ была наибольшей.

Электронная таблица в режиме отображения формул

	A	B
1	Задача планирования	
2	Исходные данные	
3	x	
4	y	
5	Ограничения	
6		=0,3*B3+0,4*B4
7		=0,1*B3+0,3*B4
8	Результат	Прибыль
9		=50*B3+90*B4

Компьютерный эксперимент

В среде электронных таблиц существует возможность автоматического поиска максимального (минимального) значения функции. Для этого:

1. Введите значения исходных данных в ячейки В3 и В4 – любые целые числа, учитывая ограничения О3 и О4;
2. Выберите команду [**Сервис-Поиск решения...**];
3. В появившемся диалоговом окне введите адрес ячейки, где содержится формула (функция для оптимизации);
4. Укажите цель оптимизации (максимальное значение);
5. Введите диапазон ячеек, посредством изменения значений которых будет достигнуто оптимальное значение целевой функции;
6. Введите все ограничения.

Вид таблицы Excel

The screenshot displays the Microsoft Excel interface with a spreadsheet and the Solver dialog box open. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Задача планирования								
2	Исходные данные								
3	x								
4	y								
5	Ограничения								
6									
7									
8	Результат:								
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									

The Solver dialog box is configured as follows:

- Поиск решения** (Solver)
- Установить целевую ячейку: $\$B\9 равной:
 - максимальному значению
 - минимальному значению
 - значению 0
- Изменяя ячейки: $\$B\$3:\$B\4 (Предположить)
- Ограничения:
 - $\$B\$3 \leq 600$
 - $\$B\$3 \geq 0$
 - $\$B\$4 \leq 300$
 - $\$B\$4 \geq 0$
 - $\$B\$6 \leq 240$
 - $\$B\$7 \leq 120$
- Buttons: Выполнить, Закреть, Параметры..., Восстановить, Справка, Добавить..., Изменить..., Удалить.

At the bottom of the Excel window, the status bar shows: "Для получения справки об установках диалогов нажмите F1". The taskbar at the very bottom shows the Start button and open applications: Microsoft Word - MOD-RA... and Microsoft Excel - MO... The system clock shows 15:07.

Финансовые функции

КПЕР(ставка; плт; пс; бс; тип)	Определение количества периодов на основе постоянных выплат и постоянной процентной ставки
ПЛТ(ставка; кпер; пс; бс; тип)	Определение суммы периодического платежа на основе постоянных сумм платежей и постоянной процентной ставки
ПРПЛТ(ставка; период; кпер; пс)	Вычисление процентов за определенный период
ПС(ставка; кпер; плт; бс; тип)	Определение размера инвестиции
БС(ставка; кпер; плт; бс; тип)	Определение будущей стоимости инвестиции на основе периодических платежей и постоянной процентной ставки

Аргументы функции ПЛТ

Ставка – процентная ставка по ссуде.

Кпер – общее число выплат по ссуде.

Пс – приведенная к текущему моменту стоимость, или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей, называемая также основной суммой.

Бс – требуемое значение будущей стоимости, или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент **бс** опущен, то он полагается равным 0 (нулю), т. е. для займа, например, значение **Бс** равно 0.

Тип – число 0 (нуль) или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата – в конце периода (0) или в начале периода (1) .

Пример. Клиент желает получить ссуду в размере 150 млн. руб. на 15 лет под 9% годовых. Требуется определить величину ежемесячных выплат по полученной ссуде (размер ежемесячного погашения ссуды).

Решение: Вспомогательная таблица

	A	B
1	Процентная ставка	9%
2	Период	15
3	Удельная ставка	0,75%
4	Количество выплат	180
5	Размер ссуды	-150000000
6		
7	Ежемесячная выплата	1 521 399,88р.

$$(B3)=B1/12$$

$$(B4)=12*15$$

$$(B7)=\text{ПЛТ}(B3;B4;B5)$$