

Занятие 6

Корреляционный анализ

Понятие корреляции

Регрессионный анализ отвечает на вопрос: **Каков характер связи между признаками** (прямолинейный, криволинейный, какой функцией эту связь можно описать).

Корреляционный анализ отвечает на вопрос: **Какова сила связи между признаками.**

Понятие корреляции отражает, главным образом, **степень выраженности связи** между переменными.

Понятие корреляции

Одним из подходов к корреляции является вычисление **доли объясняемой дисперсии**, т.е. доли вариабельности одного признака, зависящей от вариабельности другого.

Эта мера вычисляется по формуле: $r^2 \times 100(\%)$ (где r - коэфф. корреляции.)

Например, для коэффициента корреляции $r=0,5$, доля объясняемой дисперсии равна $0,5^2 \times 100(\%) = 25\%$

Понятие коэффициента корреляции

Основной носитель информации о корреляции -
коэффициент корреляции (r)

Коэффициент корреляции показывает, в какой степени изменение значения одного признака сопровождается изменением значения другого признака.

Значения коэффициента корреляции изменяются в интервалах от 1 до -1.

Крайние значения (± 1) указывают на наличие **линейной функциональной связи** между признаками.

Ноль - на отсутствие статистической связи.

Оценка связи по силе и направлению

По направлению, связь может быть **прямой и обратной**, а по силе – **сильной, средней и слабой**. Узнать эти свойства связи позволяет коэффициент корреляции:

Сила связи	Характер связи	
	Прямая (+)	Обратная (-)
Полная	1	
Сильная	1-0,7	
Средняя	0,7-0,3	
Слабая	0,3-0	
Нет связи	0	

Коэффициент корреляции вычисляют двумя способами:

1) Параметрический метод Пирсона (20% биомед.данных)

!Критерий согласия!

2) Непараметрические методы: ранговой корреляции Спирмена, метод Кендалла, гамма и проч.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \times (Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \times \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

**Формула коэффициента
корреляции Пирсона
(параметрический)**

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

**Формула коэффициента
корреляции Спирмена
(Ранговый, непараметрический)**

Алгоритм работы с коэффициентом корреляции

1. Определение распределения данных (критерий согласия).
Выбор адекватного метода вычисления к.к.
2. Вычисление коэффициента корреляции
3. Проверка статистической гипотезы о значимости коэффициента корреляции (по критерию Стьюдента)
4. Вывод о силе, направлении и достоверности связи между признаками.

1. Определение распределения данных (критерий согласия)

Если данные распределены нормально, то к ним применим параметрический метод Пирсона.

Если признаки или **хотя бы один из них** распределен не нормально, допустимо применение только непараметрических ранговых методов (Спирмена, Кендалла, Гамма и др.).

Проверка гипотезы о виде распределения (критерия согласия)
Колмогорова-Смирнова, Лилефорса, Шапиро-Вилка.

H_0 критерия согласия: Признак распределен нормально

H_1 критерия согласия: Признак распределен не нормально

Проверка по каждому признаку!

2. Вычисление коэффициента корреляции

А) Метод Пирсона. См. учебник

Б) Метод Спирмена:

Правила присваивания рангов

Ранг наблюдения – номер, который получит наблюдение в совокупности после ранжирования (по определенному правилу).

Если отдельные наблюдения встречаются в ряду несколько раз, то каждому из них **присваивается одинаковый ранг, равный среднему рангу**.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена вычисляется (d-разность рангов):

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

Пример вычисления коэффициента корреляции Спирмена

№	Температура					Пульс					Разность рангов (d)	d ²
	Набл.	Ранжирование		Ранг	Набл.	Ранжирование		Ранг				
1	36	35,5	1	1	2,5	90	85	1	1	2	-0,5	0,25
2	35,5	36	2	2,5	1	95	90	2	2	3,5	2,5	6,25
3	39	36	3	2,5	9	120	95	3	3,5	9	0	0
4	38	36,6	4	4	7	110	95	4	3,5	7	0	0
5	36	37,5	5	5	2,5	85	100	5	5	1	-1,5	2,25
6	40	38	6	7	10	140	110	6	7	10	0	0
7	37,5	38	7	7	5	100	110	7	7	5	0	0
8	38	38	8	7	7	110	110	8	7	7	0	0
9	36,6	39	9	9	4	95	120	9	9	3,5	-0,5	0,25
10	38	40	10	10	7	110	140	10	10	7	0	0
Сумма											9	

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 9}{10(100 - 1)} = 0.95$$

3. Проверка статистической гипотезы о значимости коэффициента корреляции (по критерию Стьюдента)

1. Формулировка гипотез:

H_0 : Коэффициент корреляции не достоверен ($r = 0$)

H_1 : Коэффициент корреляции достоверен ($r \neq 0$)

2. Уровень значимости ($\alpha=0,05$)

3. Работа с критерием Стьюдента

3.1 Вручную

$$t_{\text{набл}} = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \times \sqrt{n-2}$$

$t_{\text{крит}}$ = табл. Критические точки t-критерия Стьюдента (Альфа и n-2 степеней свободы)

3.2 В программа СА. P-level

4. Вывод: $p > \alpha$ Нет оснований отвергать H_0

$p < \alpha$ отвергаем H_0 , принимаем H_1

4. Вывод о силе, направлении и достоверности связи между признаками.

1. Оценка направления связи - по знаку к.к.
2. Оценка силы связи - по значению к.к.
3. Оценка достоверности связи - сравнение p и α

Сила связи	Характер связи	
	Прямая (+)	Обратная (-)
Полная		1
Сильная		1-0,7
Средняя		0,7-0,3
Слабая		0,3-0
Нет связи		0

Пример: $r = 0.39$ $p = 0.4$; $r = 0.97$ $p = 0.04$; $r = -0.23$ $p = 0.001$

Практическое задание

Изучить и оценить корреляционную связь между указанными признаками....