

## ТЕМА ЛЕКЦИИ

# Тяговый баланс трактора и автомобиля

### ВОПРОСЫ

1. Уравнение тягового баланса
2. Силы и моменты, действующие на колесную машину
3. Силы сопротивления качению и подъему
4. Сила инерции
5. Сила сопротивления воздуха
6. Тяговое усилие

# Уравнение тягового баланса

Уравнение тягового баланса показывает **соотношение** между **движущими силами** и **силами сопротивления движению**

В левой части уравнения располагаются движущие силы, в правой – силы сопротивления движению

$$P_k = P_f + P_\alpha + P_j + P_v + P_{кр}$$

Движущей силой является **касательная сила тяги  $P_k$**

Силами сопротивления движению являются:

сила сопротивления качению  $P_f$

сила сопротивления подъему  $P_\alpha$

сила инерции  $P_j$

сила сопротивления воздуха  $P_v$

тяговое усилие  $P_{кр}$

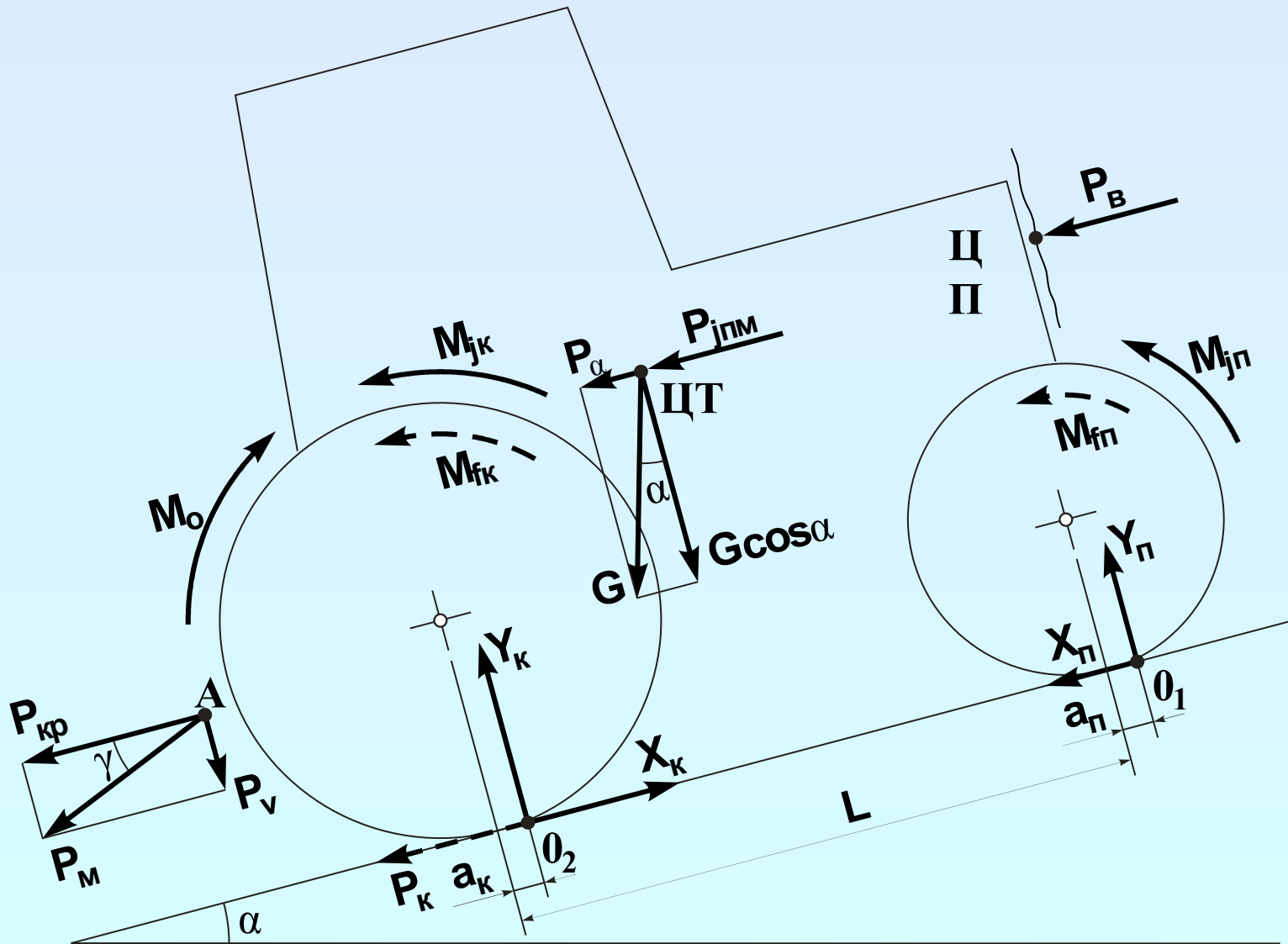
$$P_k = P_f + P_\alpha + P_j + P_v + P_{кр}$$

## Значимость уравнения тягового баланса

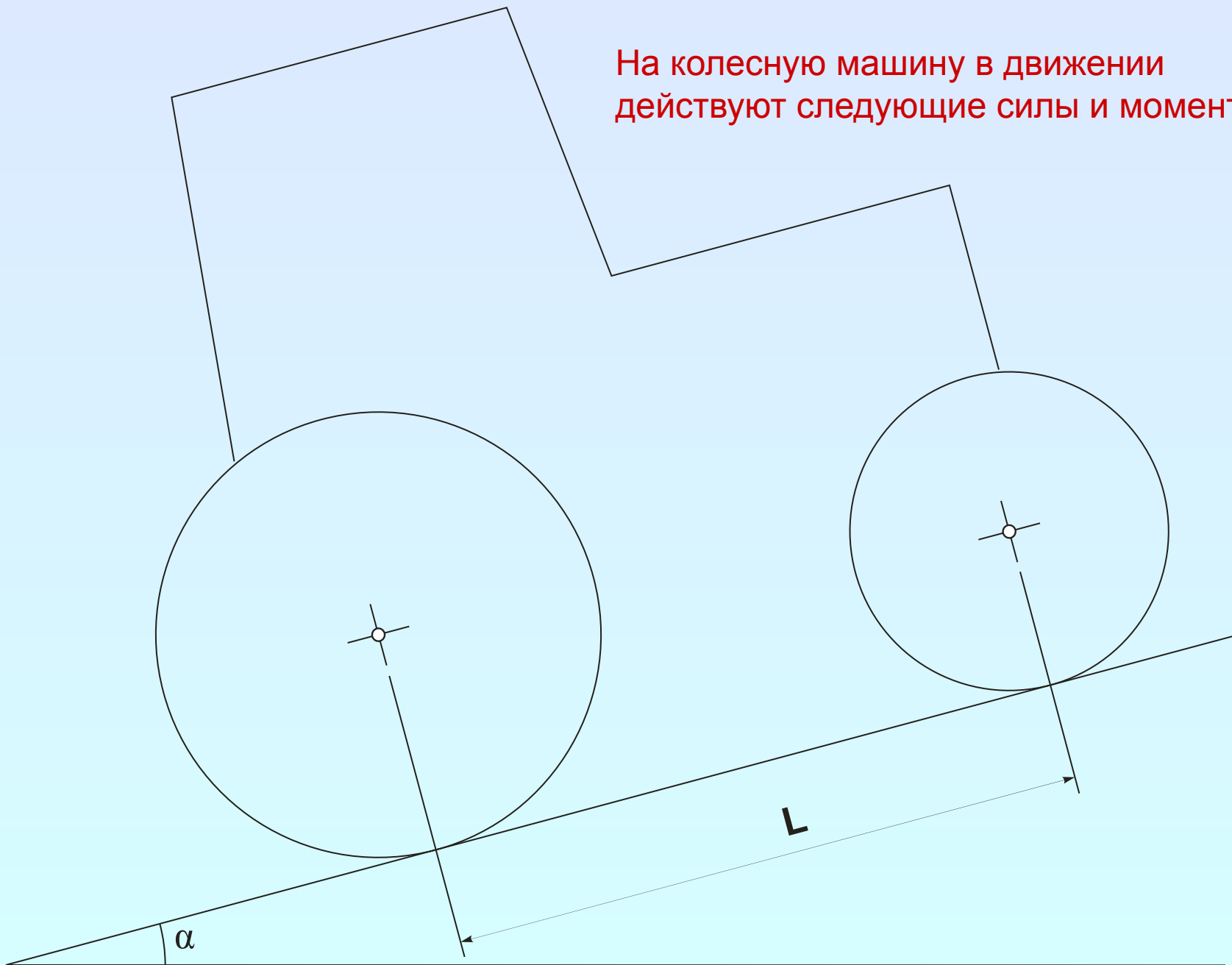
Уравнение тягового баланса позволяет:

1. Определить силу, необходимую для движения в заданных условиях
2. Определить наилучшие условия движения по поверхности
3. Определить максимальные углы подъема, преодолеваемые машиной
4. Оценить разгонные качества автомобиля
5. Определить максимальную скорость движения автомобиля
6. Оценить тяговые качества трактора

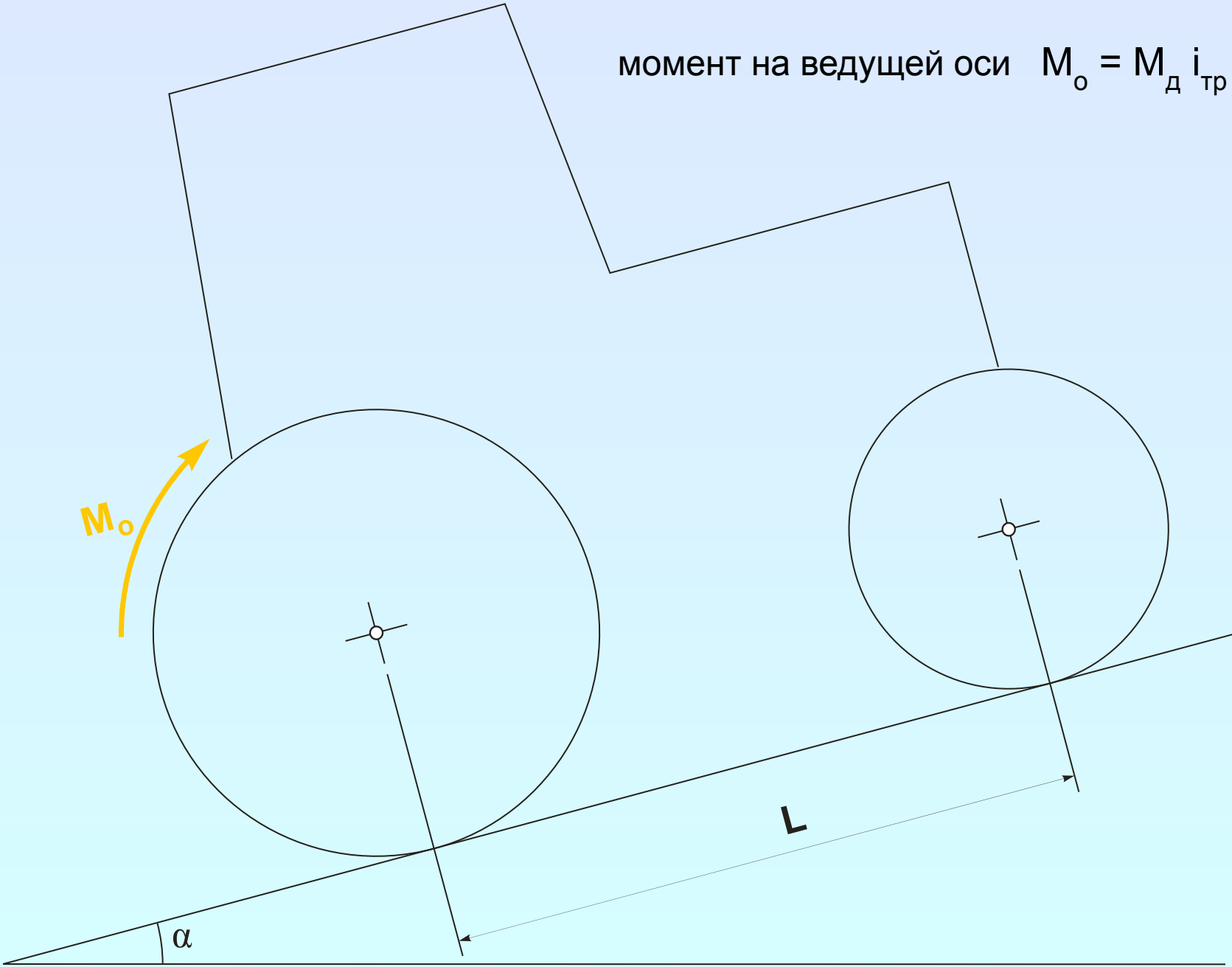
# Силы и моменты, действующие на колесную машину



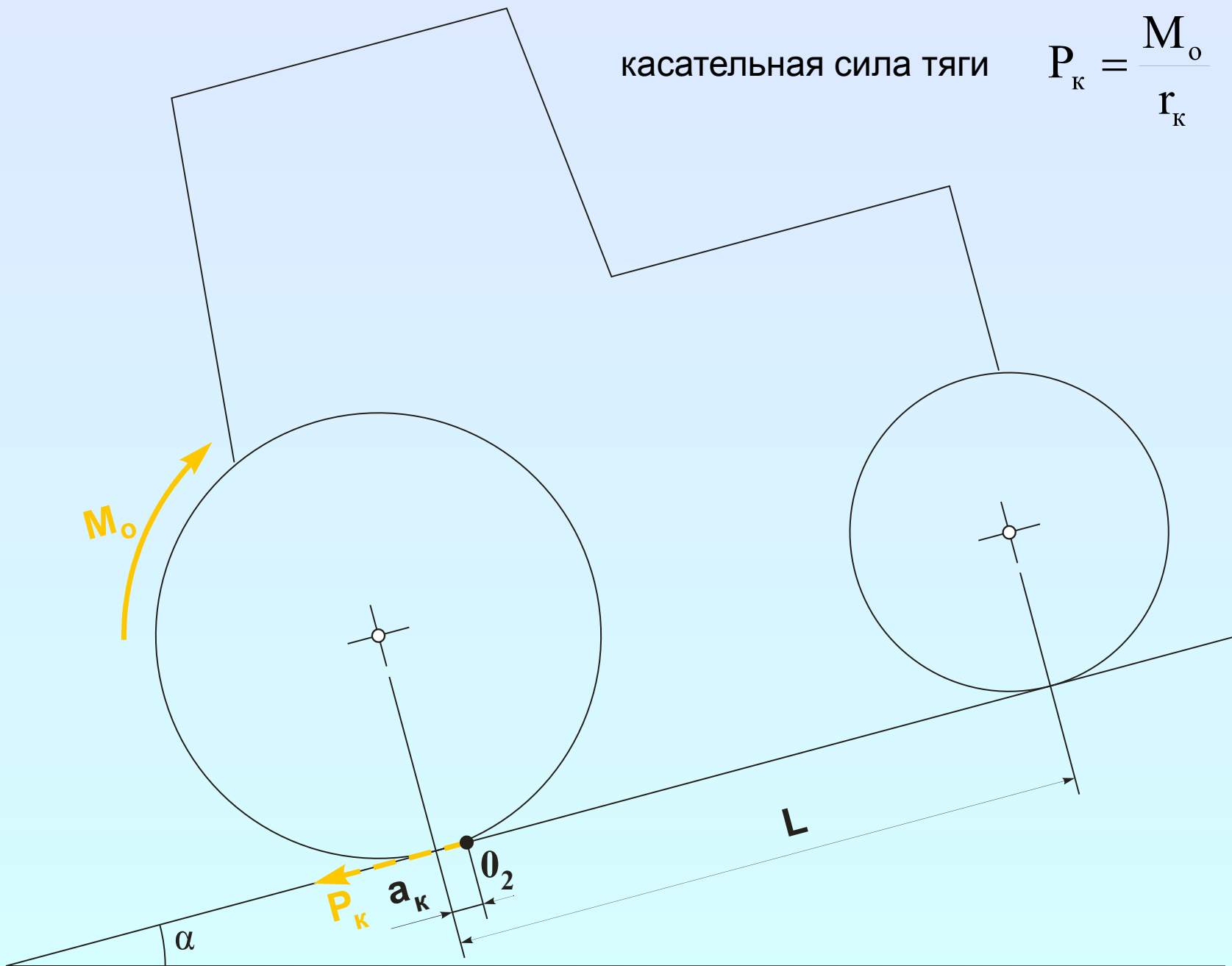
На колесную машину в движении  
действуют следующие силы и моменты:



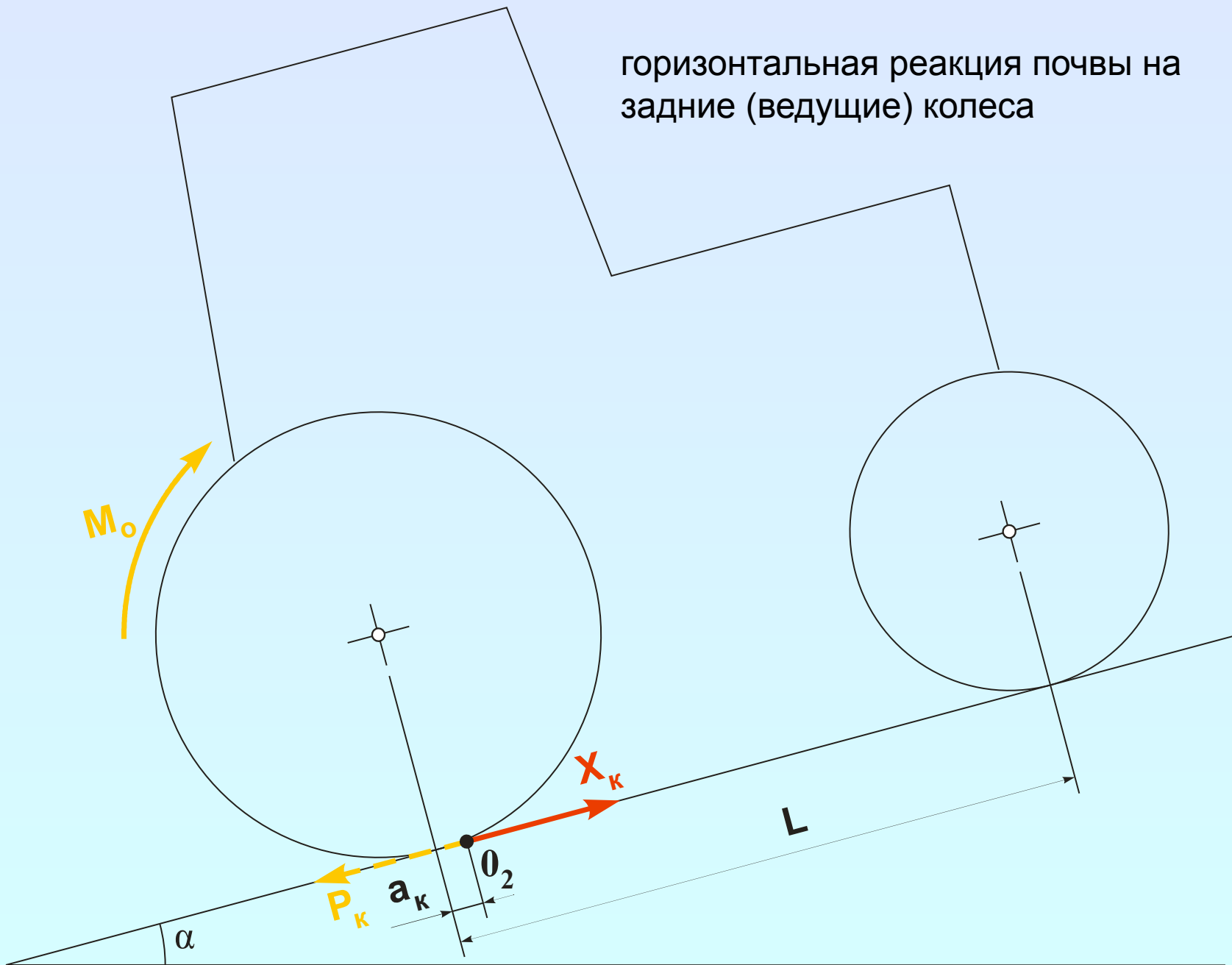
момент на ведущей оси  $M_o = M_d i_{тр} \eta_{тр}$



касательная сила тяги  $P_K = \frac{M_o}{r_K}$

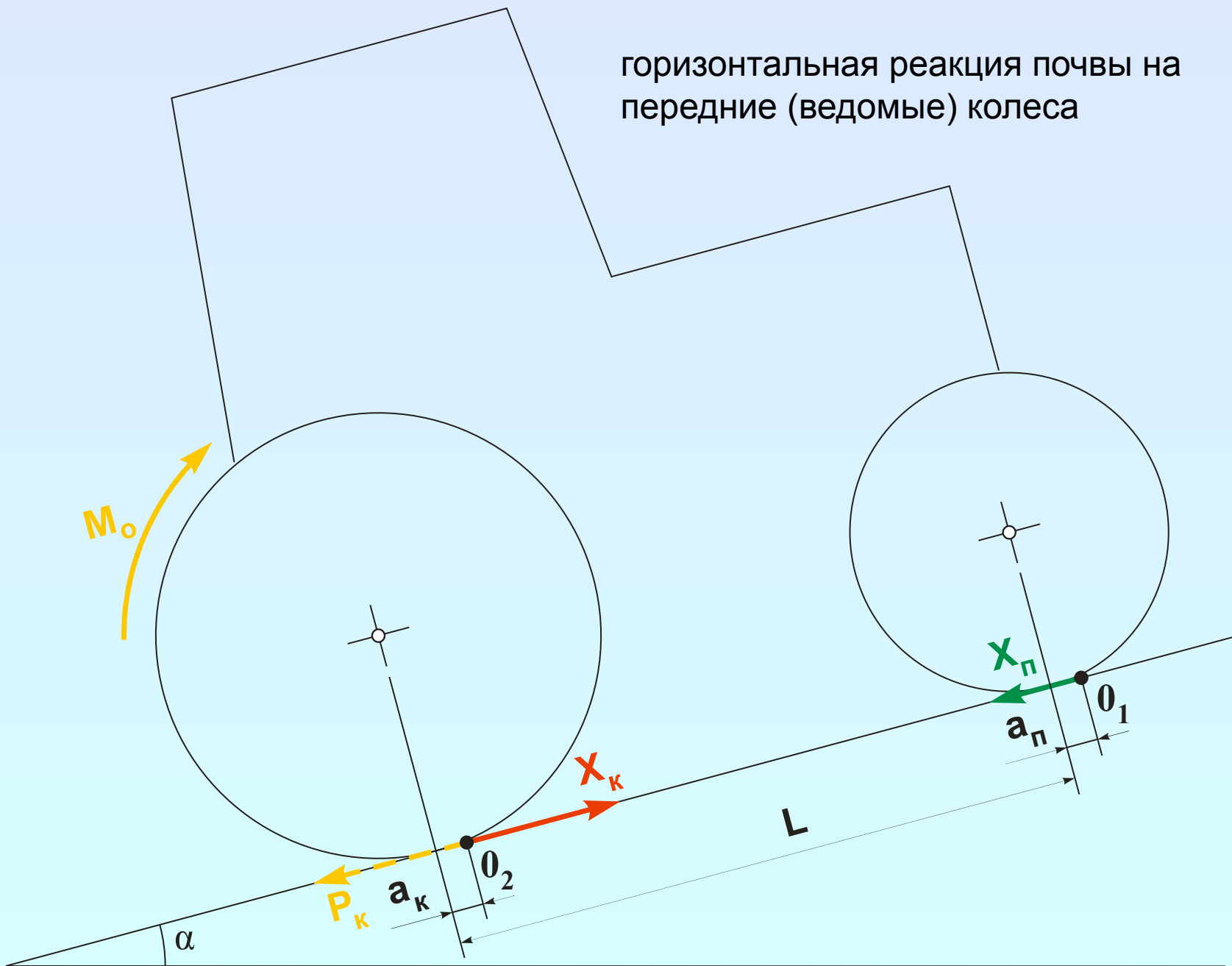


горизонтальная реакция почвы на  
задние (ведущие) колеса

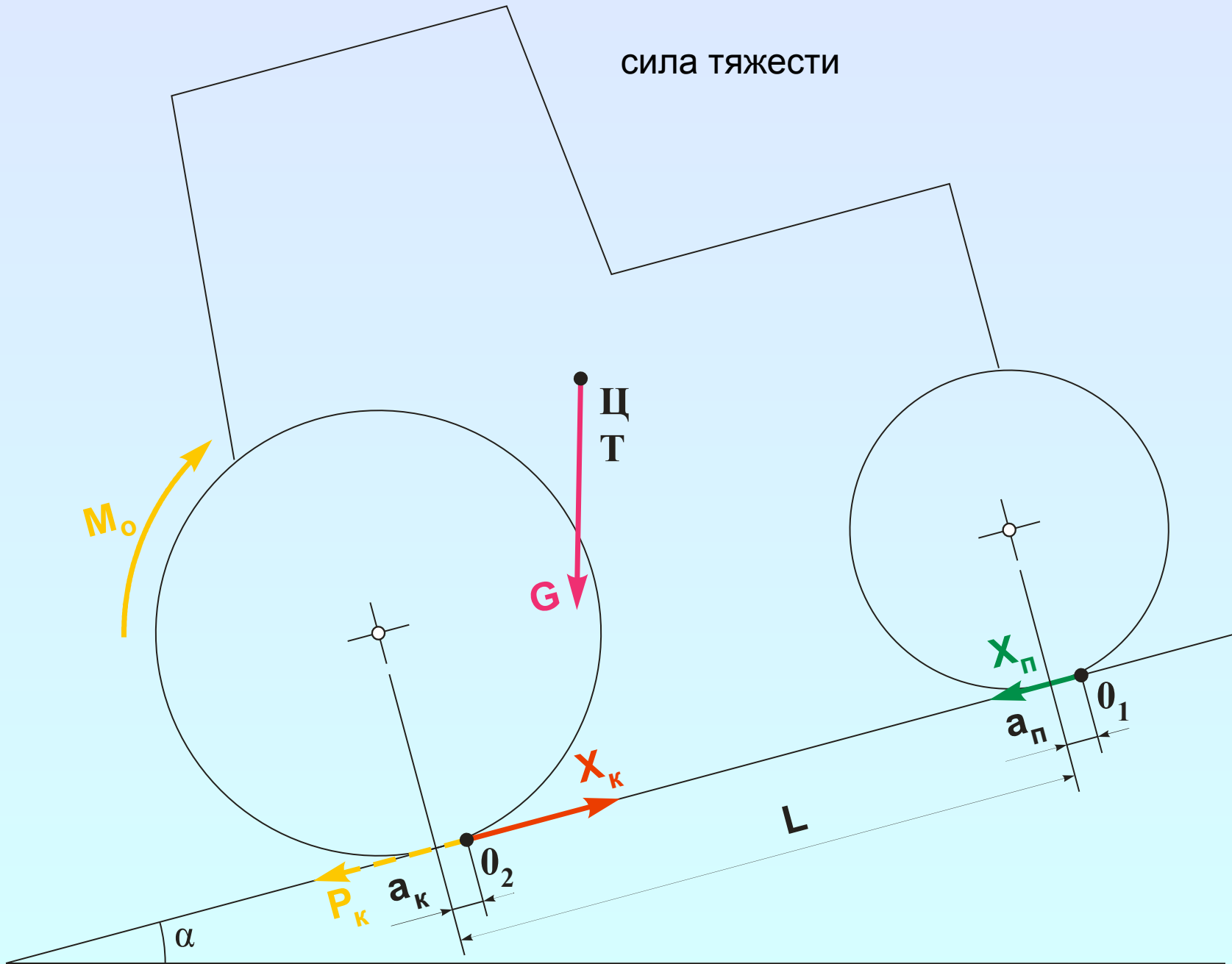




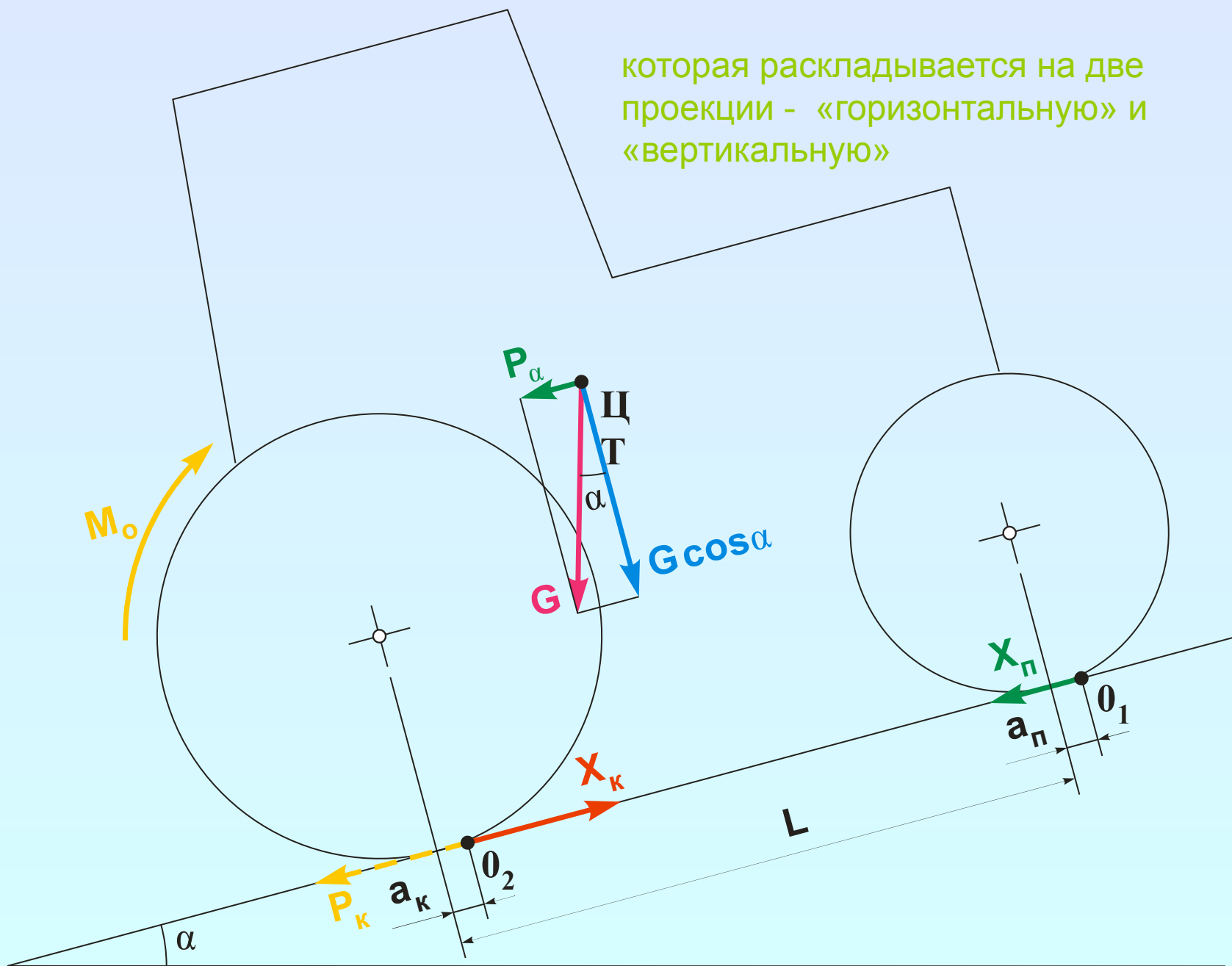
горизонтальная реакция почвы на  
передние (ведомые) колеса



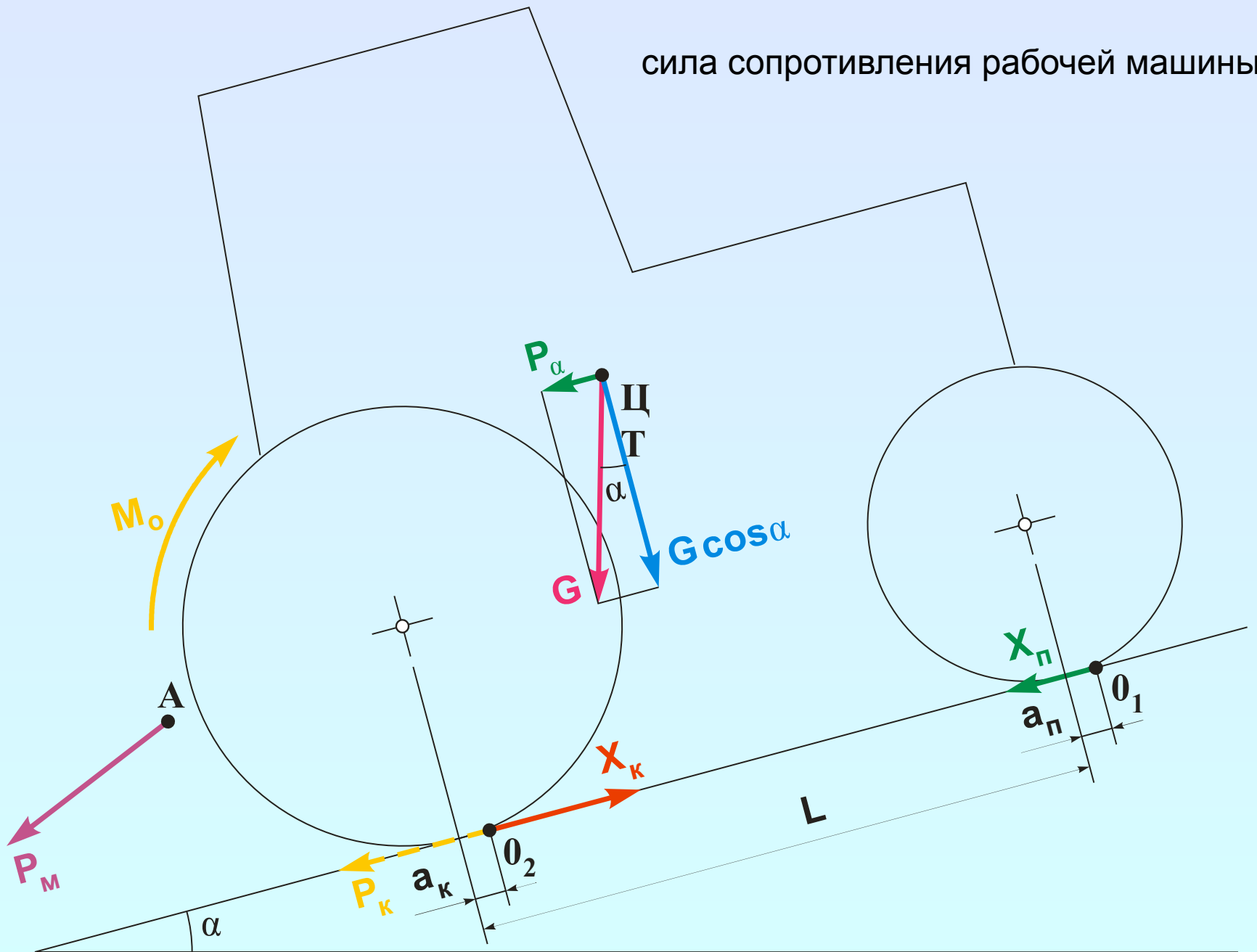
сила тяжести



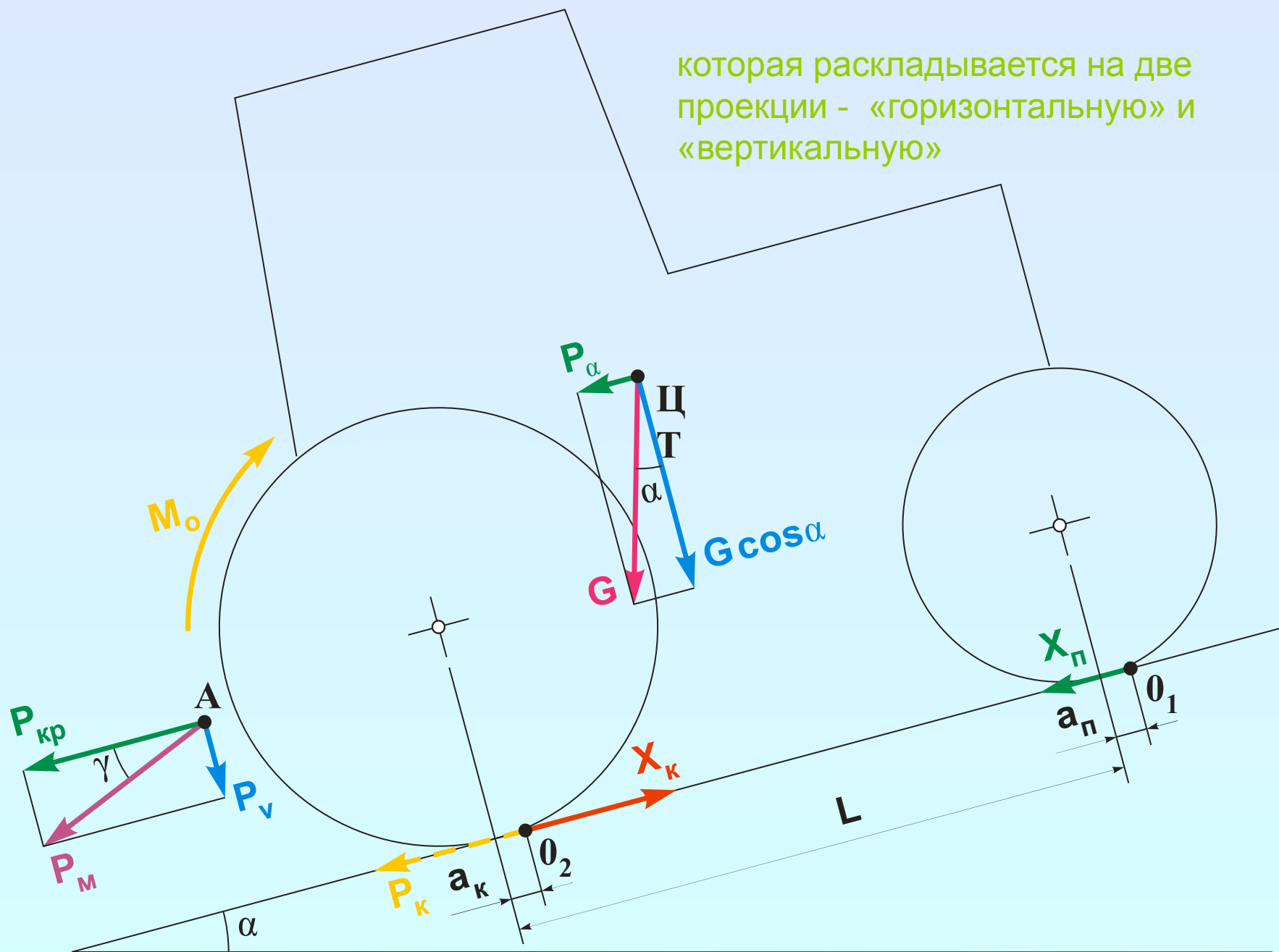
которая раскладывается на две проекции - «горизонтальную» и «вертикальную»



сила сопротивления рабочей машины



которая раскладывается на две проекции - «горизонтальную» и «вертикальную»

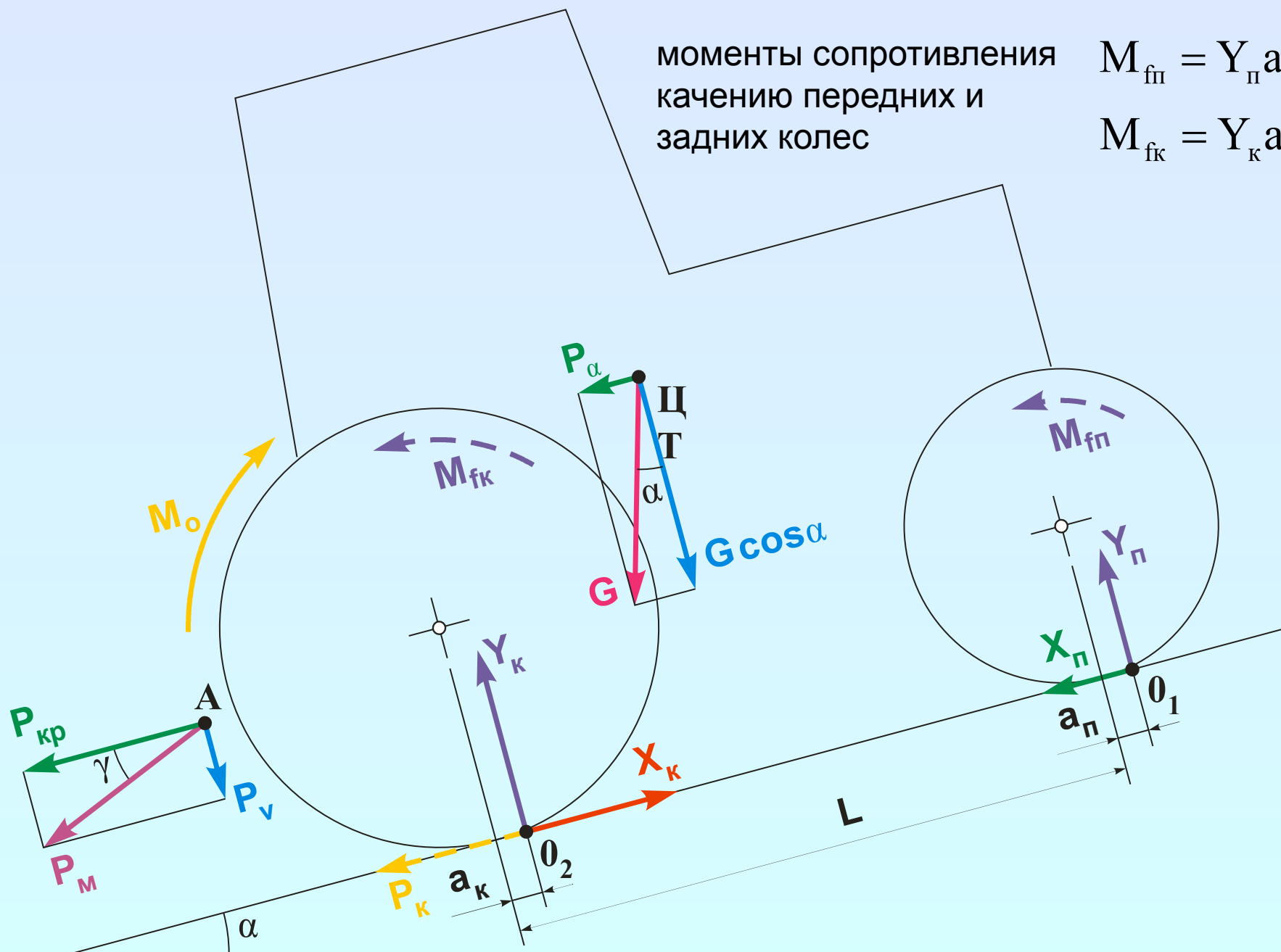




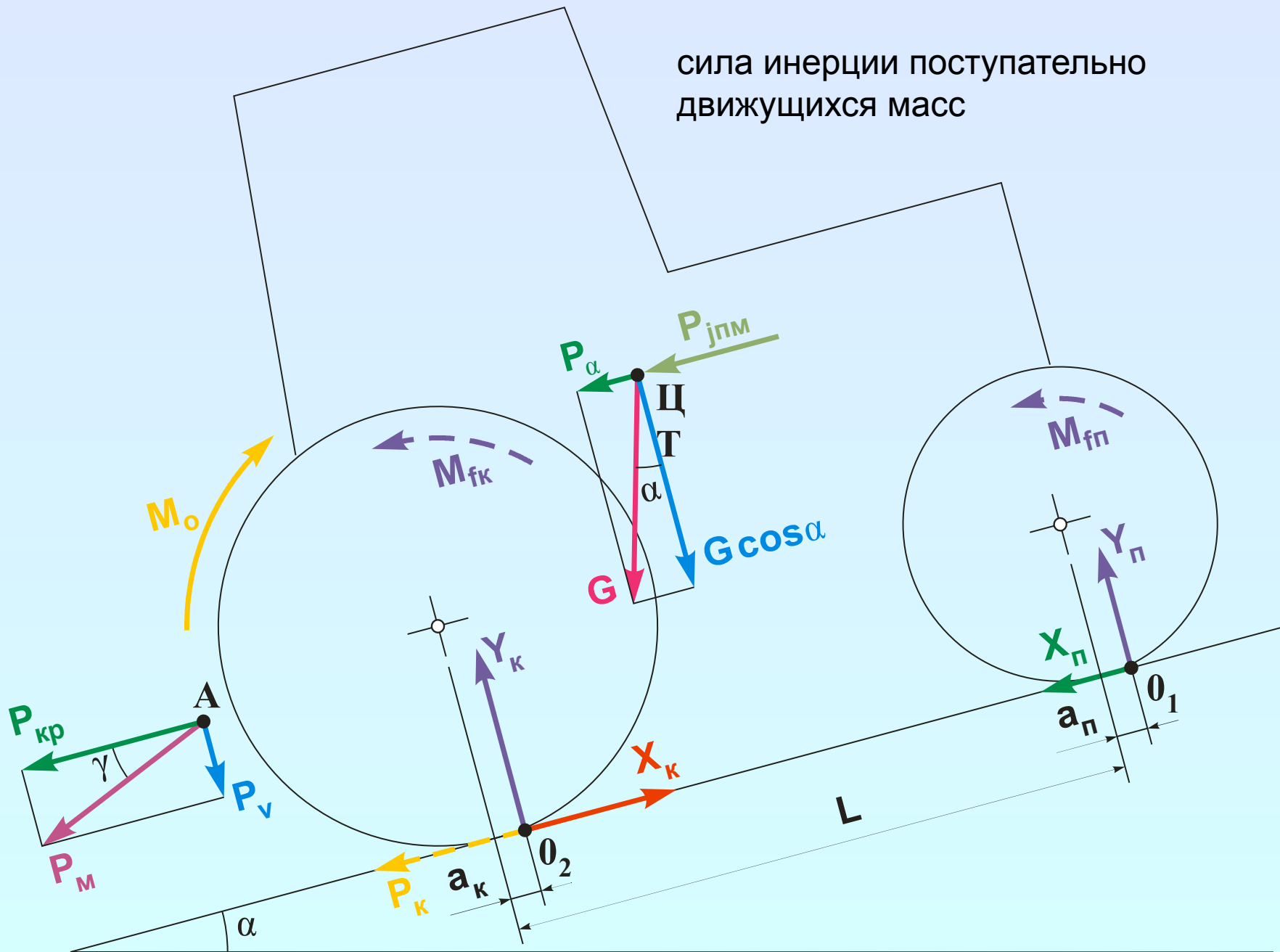
моменты сопротивления  
качению передних и  
задних колес

$$M_{\text{фп}} = Y_{\text{п}} a_{\text{п}}$$

$$M_{\text{фк}} = Y_{\text{к}} a_{\text{к}}$$

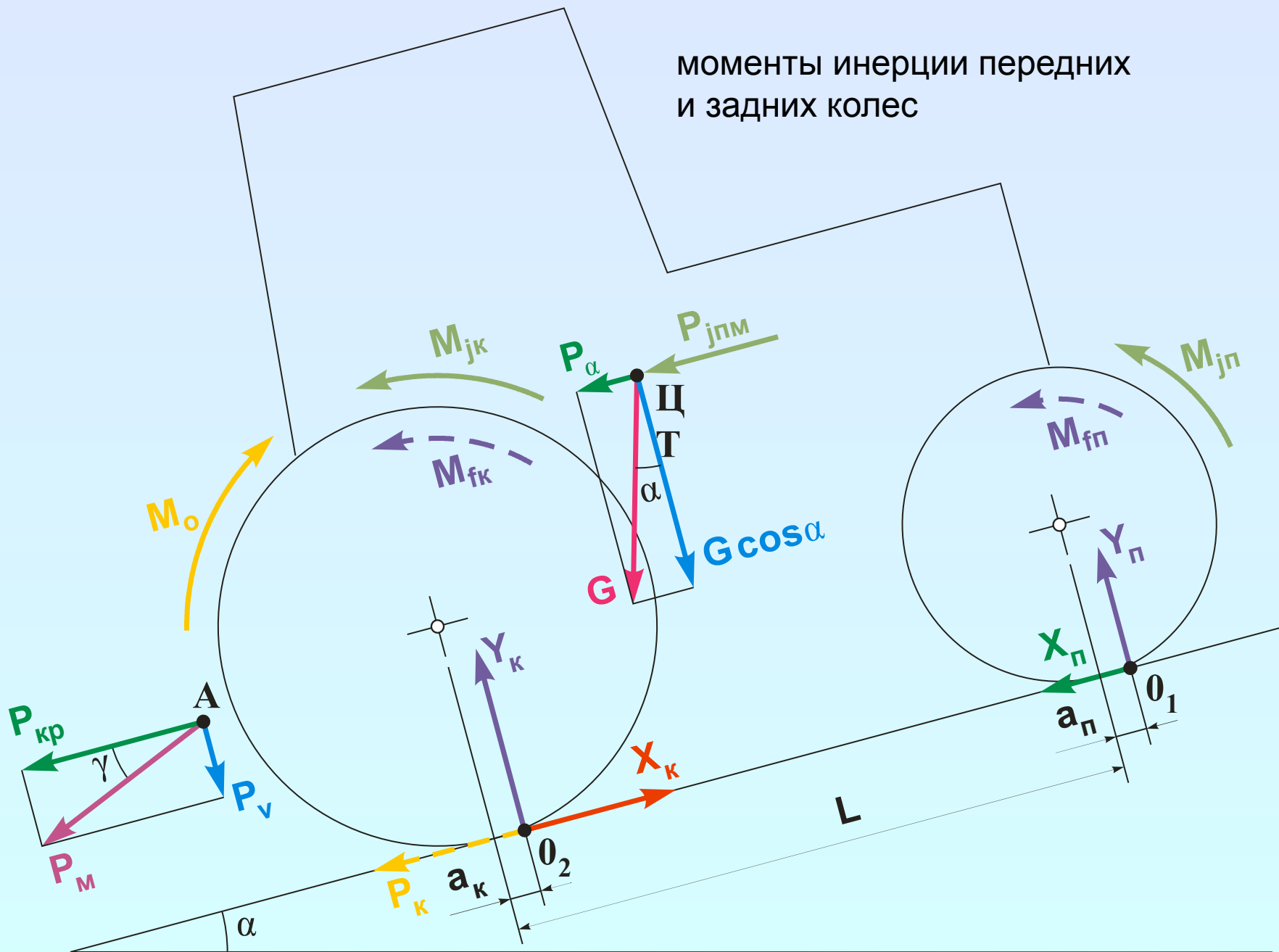


сила инерции поступательно движущихся масс

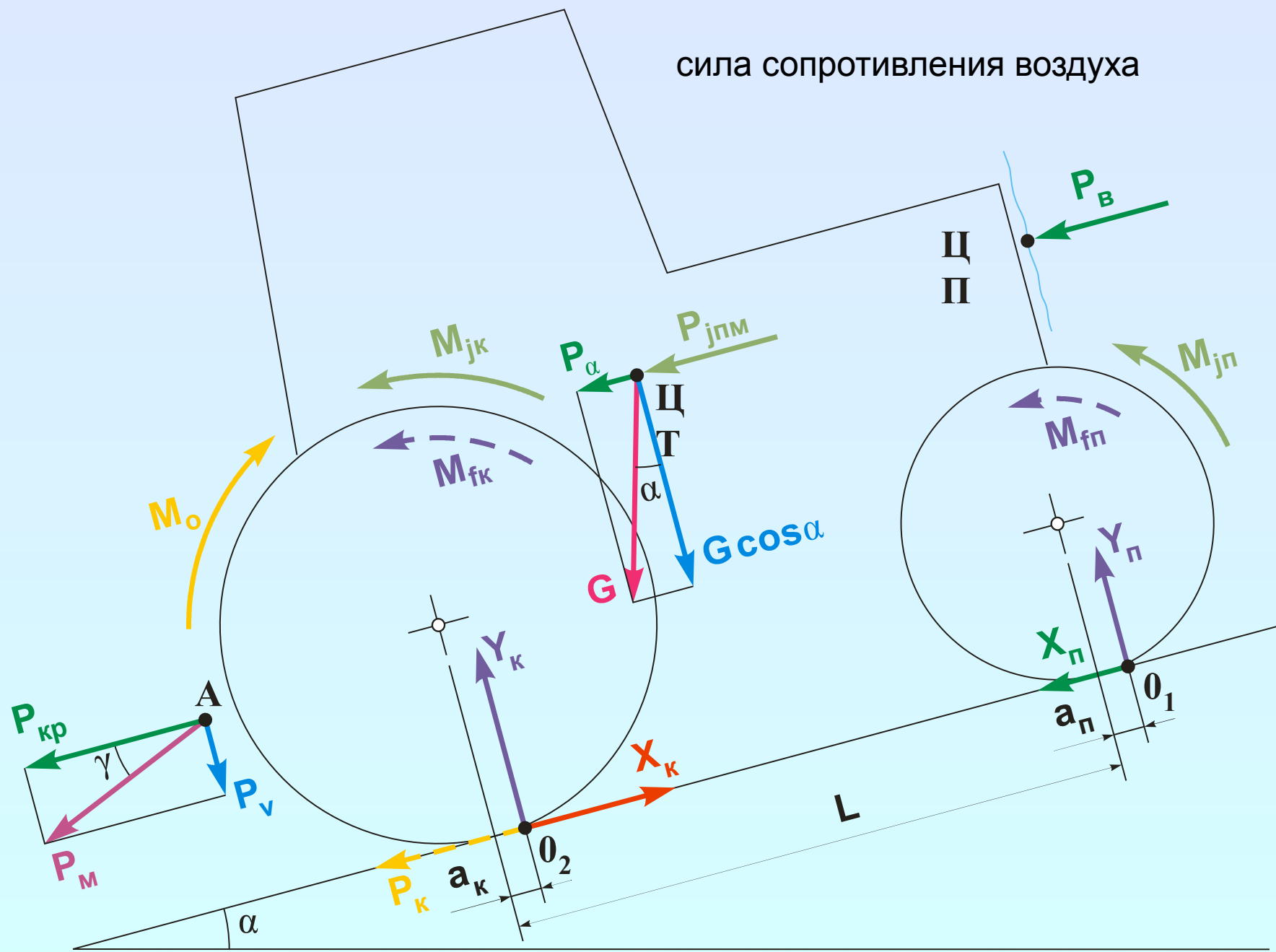




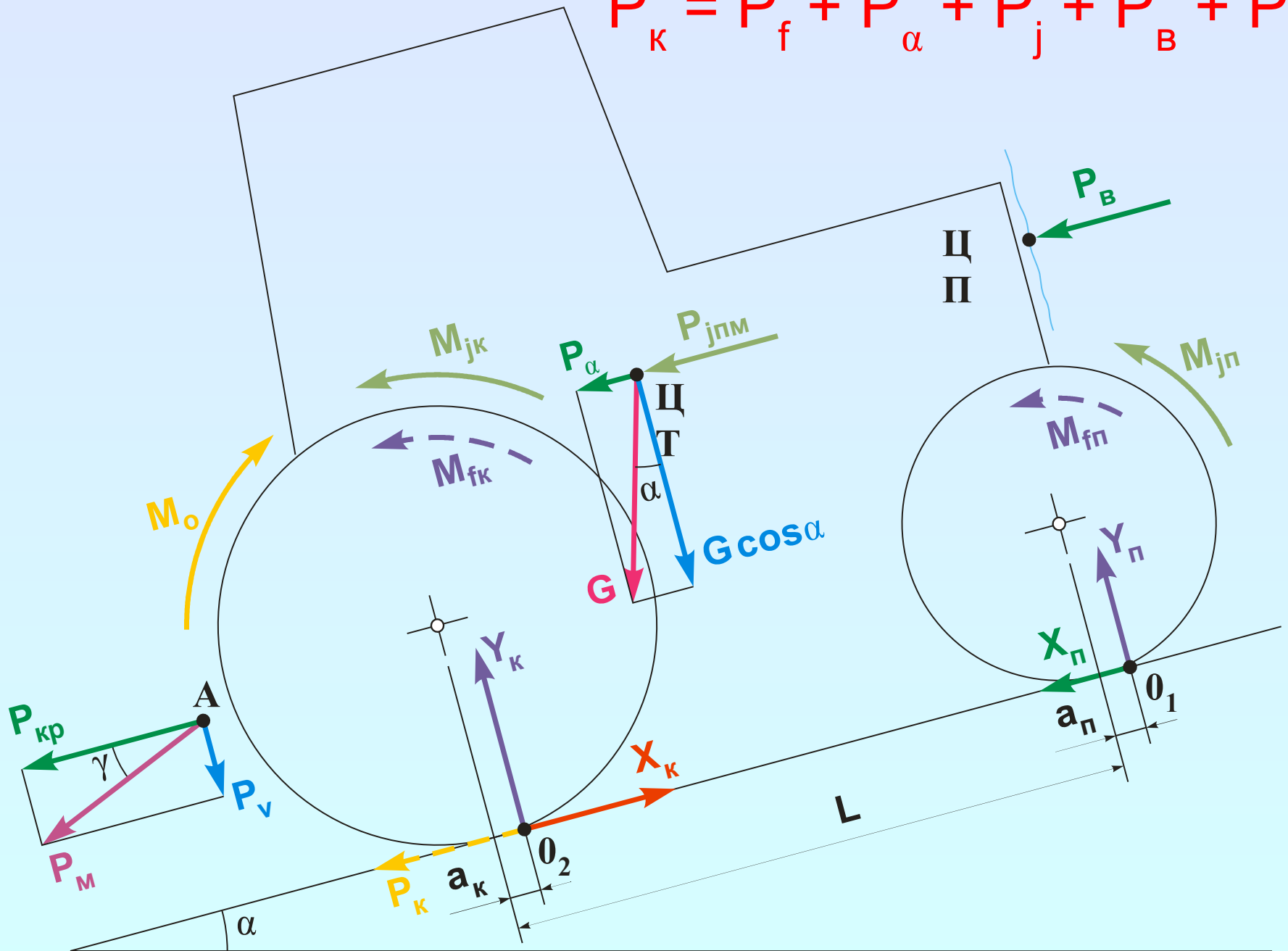
моменты инерции передних  
и задних колес



сила сопротивления воздуха



$$P_k = P_f + P_\alpha + P_j + P_B + P_{кр}$$



# Силы сопротивления качению и подъему

**Сила сопротивления качению** складывается из сопротивления качению передних и задних колес

$$M_{\text{фп}} = Y_{\text{п}} a_{\text{п}}$$

$$M_{\text{фк}} = Y_{\text{к}} a_{\text{к}}$$

$$P_{\text{f}} = \frac{M_{\text{фп}}}{r_{\text{п}}} + \frac{M_{\text{фк}}}{r_{\text{к}}} = \frac{a_{\text{п}} Y_{\text{п}}}{r_{\text{п}}} + \frac{a_{\text{к}} Y_{\text{к}}}{r_{\text{к}}}$$

$$f = \frac{a_{\text{п}}}{r_{\text{п}}} = \frac{a_{\text{к}}}{r_{\text{к}}}$$

$$P_{\text{f}} = f(Y_{\text{п}} + Y_{\text{к}})$$

для трактора  $P_{\text{f}} \approx fG$

для автомобиля  $P_{\text{f}} \approx fG \cos \alpha$

## Сила сопротивления подъему

$$P_{\alpha} = G \sin \alpha$$

При рассмотрении тягового баланса автомобиля силы **сопротивления качению и подъему** объединяют в **силу дорожного сопротивления**

$$P_{\psi} = P_f + P_{\alpha}$$

$$P_{\psi} = f G \cos \alpha + G \sin \alpha = (f \cos \alpha + \sin \alpha) G = \psi_{\text{пр}} G$$

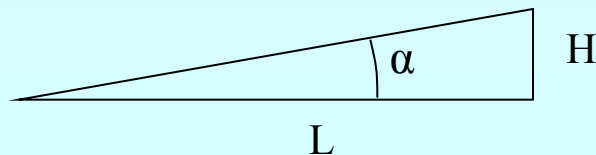
$\psi_{\text{пр}}$  – приведенный коэффициент дорожного сопротивления

$$\psi_{\text{пр}} = f \cos \alpha + \sin \alpha$$

для  $\alpha \leq 0,1$  рад ( $\approx 6^{\circ}$ )       $\cos \alpha \approx 1$        $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha$

тогда       $\psi_{\text{пр}} \approx f + \text{tg } \alpha = f \pm i$

$i$  – уклон дороги



$$i = \frac{H}{L} = \text{tg } \alpha$$

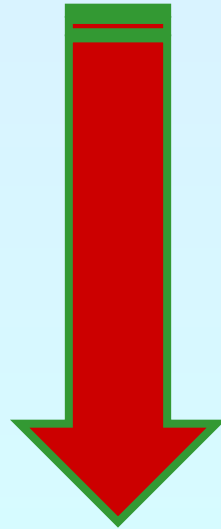


$i = 0,12$

# Силы инерции

**Сила инерции складывается из инерции поступательно движущихся масс и вращающихся масс**

$$P_j = P_{j\Pi\Pi} + \frac{M_{jK}}{r_K} + \frac{M_{j\Pi}}{r_{\Pi}} \quad (1)$$



# Силы инерции

**Сила инерции складывается из инерции поступательно движущихся масс и вращающихся масс**

$$P_j = P_{j\text{пм}} + \frac{M_{jk}}{r_k} + \frac{M_{j\text{п}}}{r_{\text{п}}} \quad (1)$$

Сила инерции поступательно движущихся масс  $P_{j\text{пм}} = mj$  (2)

Момент инерции ведущих колес  $M_{jk} = M_{j\text{дпр}} + M_{j\text{трпр}} + M_{j\text{о}}$  (3)

Приведенный момент инерции двигателя  $M_{j\text{дпр}} = M_{j\text{д}} i_{\text{тр}} \eta_{\text{тр}}$  (4)

Момент инерции двигателя

$$M_{j\text{д}} = I_{\text{д}} \varepsilon_{\text{д}} = I_{\text{д}} \frac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = \frac{d\omega_{\text{о}}}{dt} I_{\text{д}} i_{\text{тр}} = \frac{dv}{dt} \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}}{r_k} = j \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}}{r_k} \quad (5)$$

Угловое ускорение коленчатого вала двигателя  $\varepsilon_{\text{д}} = \frac{d\omega_{\text{д}}}{dt}$

Угловая скорость коленчатого вала двигателя  $\omega_{\text{д}} = \omega_{\text{о}} i_{\text{тр}}$

$\omega_{\text{о}} = \frac{v}{r_k}$  Угловая скорость ведущих колес

$j = \frac{dv}{dt}$  Линейное ускорение автомобиля

После подстановки (5) в (4)

$$M_{j\text{дпр}} = j \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}} \quad (6)$$

По аналогии с (6)

$$M_{j\text{трпр}} = j \frac{\sum_{x=1}^n I_x i_x^2 \eta_x}{r_{\text{к}}} \quad (7)$$

Приведенный момент инерции трансмиссии

Момент инерции задних колес  $M_{j\text{o}} = j \frac{I_{\text{к}}}{r_{\text{к}}} \quad (8)$

Момент инерции передних колес  $M_{j\text{п}} = j \frac{I_{\text{п}}}{r_{\text{п}}} \quad (9)$

После подстановки (6),(7),(8) в (3), затем (2),(3),(9) в (1)

$$P_j = m j + j \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}}}{r_{\text{к}}^2} + j \frac{\sum_{x=1}^n I_x i_x^2 \eta_x}{r_{\text{к}}^2} + j \frac{I_{\text{к}}}{r_{\text{к}}^2} + j \frac{I_{\text{п}}}{r_{\text{п}}^2} \quad (10)$$

$$P_j = m j \left[ 1 + \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + \sum_{x=1}^n I_x i_x^2 \eta_x + I_{\text{к}} + I_{\text{п}} \frac{r_{\text{к}}^2}{r_{\text{п}}^2}}{m r_{\text{к}}^2} \right] \quad (11)$$



$$P_j = m j \left[ 1 + \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + \sum_{x=1}^n I_x i_x^2 \eta_x + I_{\text{к}} + I_{\text{п}} \frac{r_{\text{к}}^2}{r_{\text{п}}^2}}{m r_{\text{к}}^2} \right]$$

## Сила инерции

$$P_j = m j \delta_{\text{вр}}$$

$\delta_{\text{вр}}$  – коэффициент учета вращающихся масс, который показывает, во сколько раз сила, необходимая для разгона автомобиля с заданным ускорением больше, чем сила, необходимая для разгона его массы

$$\delta_{\text{вр}} \approx 1 + \frac{I_{\text{д}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + I_{\text{о}}}{m r_{\text{к}}^2}$$

$I_{\text{о}}$  – момент инерции колес  $I_{\text{о}} = I_{\text{к}} + I_{\text{п}} \frac{r_{\text{к}}^2}{r_{\text{п}}^2}$

Коэффициент учета вращающихся масс:

1. Всегда больше единицы
2. Зависит от включенной передачи
3. Зависит от загрузки автомобиля

$$P_j = m j \left[ 1 + \frac{I_{д\text{тр}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + \sum_{x=1}^n I_x i_x^2 \eta_x + I_{\text{к}} + I_{\text{п}} \frac{r_{\text{к}}^2}{r_{\text{п}}^2}}{m r_{\text{к}}^2} \right]$$

## Сила инерции

$$P_j = m j \delta_{\text{вр}}$$

$\delta_{\text{вр}}$  – коэффициент учета вращающихся масс, который показывает, во сколько раз сила, необходимая для разгона автомобиля с заданным ускорением больше, чем сила, необходимая для разгона его массы

$$\delta_{\text{вр}} \approx 1 + \frac{I_{д\text{тр}} i_{\text{тр}}^2 \eta_{\text{тр}} + I_{\text{о}}}{m r_{\text{к}}^2}$$

$I_{\text{о}}$  – момент инерции колес

$$I_{\text{о}} = I_{\text{к}} + I_{\text{п}} \frac{r_{\text{к}}^2}{r_{\text{п}}^2}$$

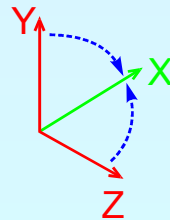
Коэффициент учета вращающихся масс:

1. Всегда больше единицы
2. Зависит от включенной передачи
3. Зависит от загрузки автомобиля

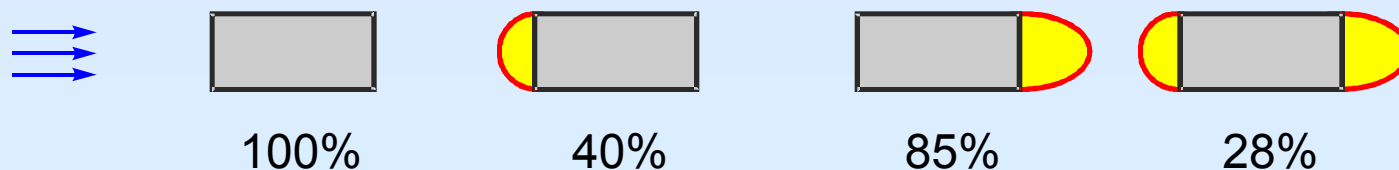
# Силы сопротивления воздуха

**Сопротивление воздуха** складывается из следующих составляющих:

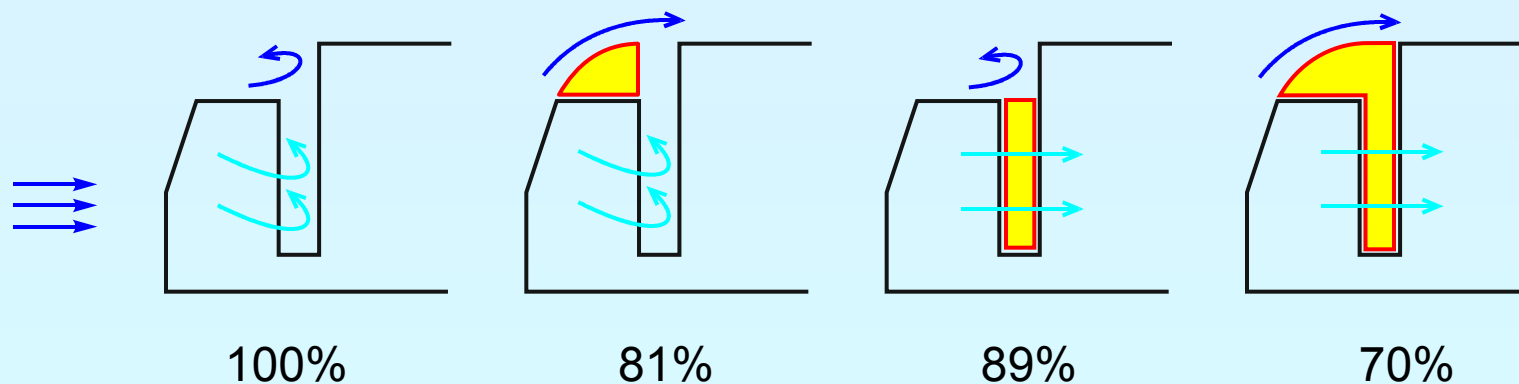
1. Лобовое сопротивление	} Сопротивление формы	50..60%
2. Завихрения воздуха		
3. Трение воздуха о поверхность		5..10%
4. Внутренние сопротивления		10..15%
5. Индуцируемое сопротивление		10..15%
6. Дополнительные сопротивления		до 15%



## Влияние **формы тела** на сопротивление воздуха



## Влияние **формы обтекателей** на сопротивление воздуха грузового автомобиля (фургона)



Полуприцеп увеличивает сопротивление воздуха на 10%,  
прицеп – на 20..30%

**Сила сопротивления воздуха** зависит от коэффициента обтекаемости  $c_x$ , площади лобового сопротивления  $F$  и скоростного напора  $q$

$$P_B = c_x F q$$

$$q = \frac{\rho_B v^2}{2}$$

**Скоростной напор** равен кинетической энергии одного кубометра воздуха, движущегося со скоростью автомобиля

$\rho_B$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>  
 $v$  – скорость автомобиля, м/с

$$P_B = \frac{c_x \rho_B F v^2}{2}$$

**Коэффициент сопротивления воздуха** соответствует силе сопротивления воздуха, действующей на 1 м<sup>2</sup> площади лобового сопротивления автомобиля, движущегося с относительной скоростью 1 м/с

$$K = \frac{c_x \rho_B}{2}, \frac{H \cdot c^2}{M^4}$$

$$P_B = K F v^2$$

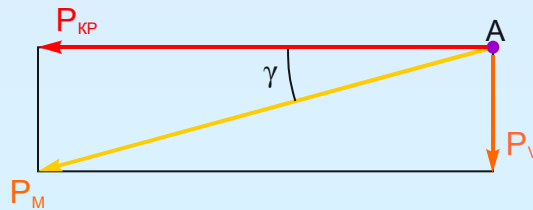
$V$  (км/ч) = 3,6  $v$  (м/с)

$$P_B = \frac{\frac{H \cdot c^2}{M^4} \cdot \frac{M^2}{M^2} \cdot \frac{KM^2}{ч}}{13}, H$$

# Тяговое усилие

**Тяговое усилие  $P_{кр}$**  - горизонтальная составляющая силы сопротивления рабочей машины  $P_M$ , приложенная в [условной] точке прицепа

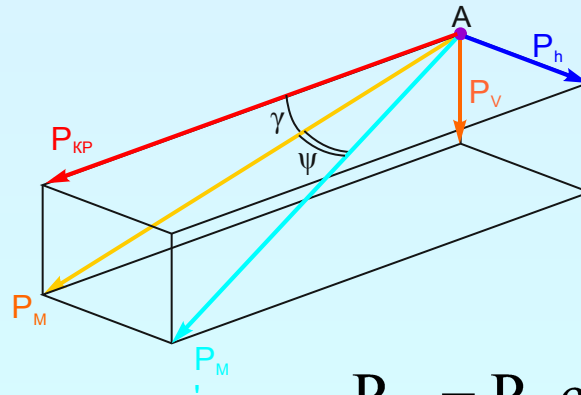
Прицепная машина (2D)



$$P_{кр} = P_M \cos \gamma$$

$$P_v = P_M \sin \gamma$$

Прицепная машина (3D)



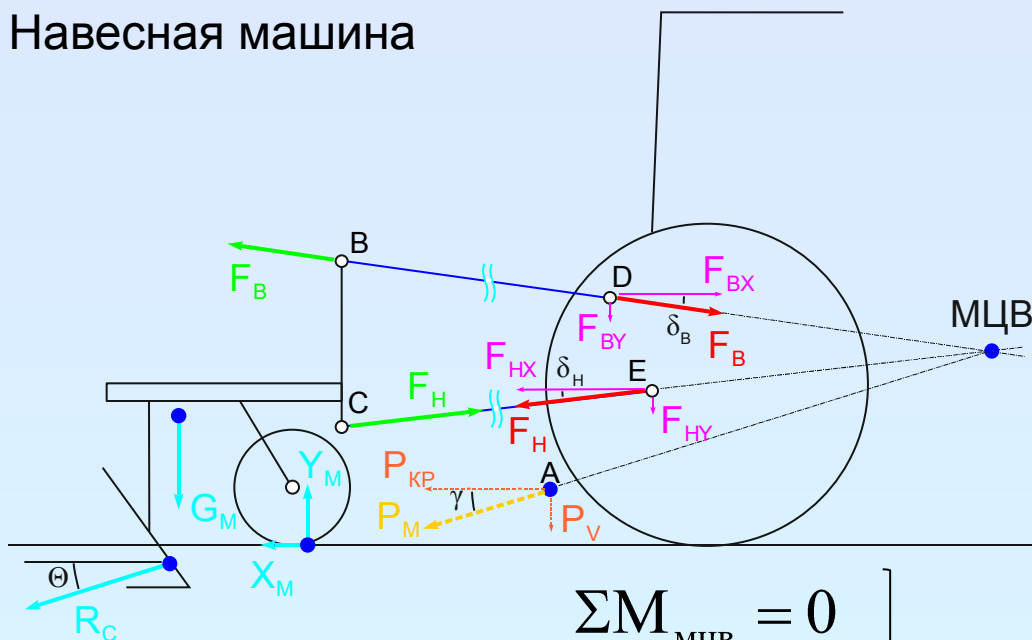
$$P_M = P'_M \cos \psi$$

$$P_h = P'_M \sin \psi$$

$$P_{кр} = P_M \cos \gamma = P'_M \cos \psi \cos \gamma$$

$$P_v = P_M \sin \gamma = P'_M \cos \psi \sin \gamma$$

# Навесная машина



МЦВ – мгновенный центр вращения

$G_M$  – сила тяжести навесной машины

$R_C$  – сила сопротивления рабочих органов

$X_M, Y_M$  – горизонтальная и вертикальная реакции на опорные колеса машины

$F_B, F_H$  – усилия в верхней и нижних тягах навесного устройства

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma M_{\text{МЦВ}} = 0 \\ \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \left[ \begin{array}{l} Y_M \\ F_B \\ F_H \end{array} \right]$$

$X_M = f Y_M$

$$\vec{P}_M = \vec{F}_B + \vec{F}_H$$

$$F_{BY} = F_B \sin \delta_B$$

$$F_{BX} = F_B \cos \delta_B$$

$$P_{\text{кр}} = P_M \cos \gamma$$

$$F_{HX} = F_H \cos \delta_H$$

$$F_{HY} = F_H \sin \delta_H$$

$$P_{\text{кр}} = F_{BX} + F_{HX}$$

$$P_V = P_M \sin \gamma$$

$$P_V = F_{BY} + F_{HY}$$



