

Колебания и волны

Механические колебания

- Свободные колебания:

$$m\ddot{x} = -kx,$$

или

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

$$x = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

Свободные электромагнитные колебания

$$\ddot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0. \quad Q = Q_{MAX} \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$\omega_0 = \sqrt{1/LC}$$

$$\begin{aligned} I = \dot{Q} &= -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= I_m \cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2), \quad (143.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_C = \frac{Q}{C} &= \frac{Q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= U_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (143.7) \end{aligned}$$

Дифференциальное уравнение механических затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (146.9)$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

$$x = A \exp(-\delta t) \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\delta^2 \ll \omega_0^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$$

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$$

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \quad (146.7)$$

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \quad (146.8)$$

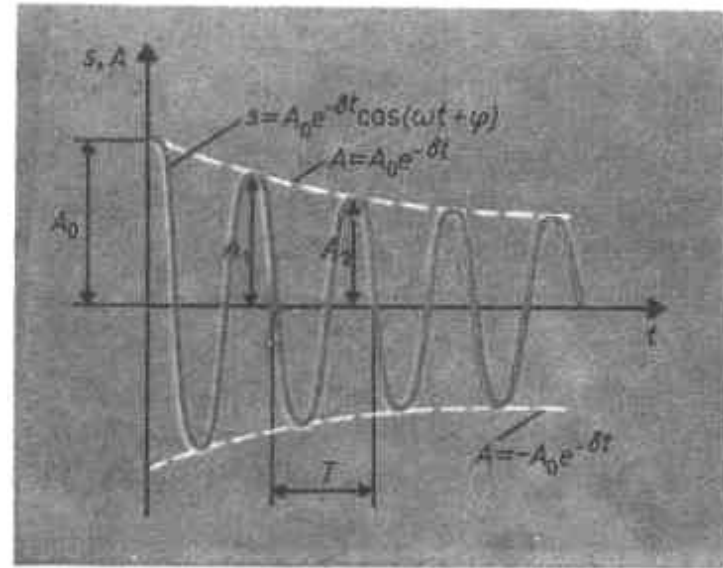


Рис. 208

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний в
электрическом колебательном контуре

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = 0.$$

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = 0.$$

$$Q = Q_{MAX} \exp(-\delta t) \cos(\omega t + \alpha)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}, \quad (146.13)$$

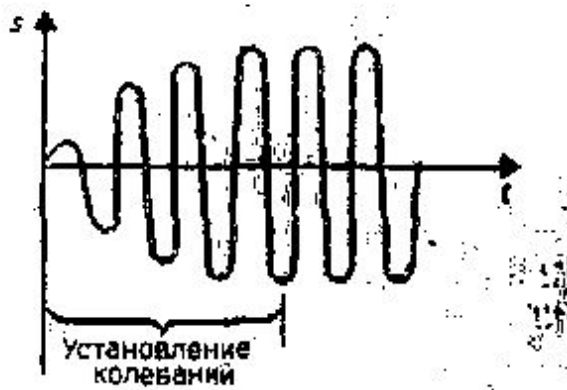
$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (146.14)$$

Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t.$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = (F_0/m) \cos \omega t. \quad (147.2)$$

$$x = A \exp(-\delta t) \cos(\omega t + \alpha) + \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \cos(\omega t - \varphi)$$



$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (147.9)$$

$$A_{\text{рез}} = \frac{x_0}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (148.2)$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электрических колебаний

$$\ddot{Q} + \frac{R}{L} \dot{Q} + \frac{1}{LC} Q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t.$$

$$\ddot{Q} + 2\delta \dot{Q} + \omega_0^2 Q = (U_m/L) \cos \omega t.$$

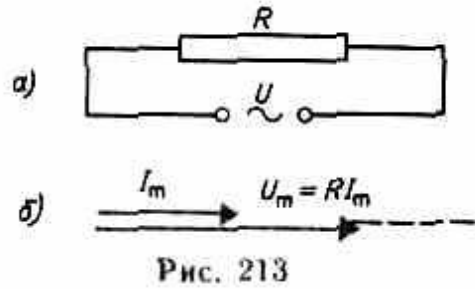
(147.4)

$$Q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{1/(\omega C) - \omega L}. \quad (147.13)$$

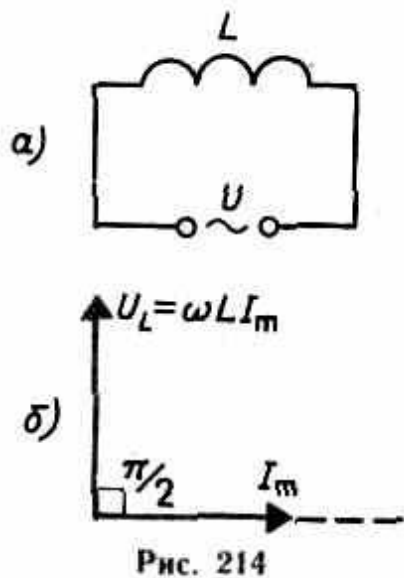
Переменный ток

Переменный ток, текущий через резистор с сопротивлением



Переменный ток, текущий через катушку с индуктивностью

$$L \frac{di}{dt} = U_m \cos \omega t \quad di = (U_m/L) \cos \omega t / dt$$



$$I = \frac{U_m}{\omega L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_m \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (149.4)$$

где

$$I_m = U_m / (\omega L) \quad RL = \omega L$$

Падение напряжения U_L опережает по фазе ток, текущий через катушку, на $\pi/2$,

Переменный ток, текущий через конденсатор емкостью C

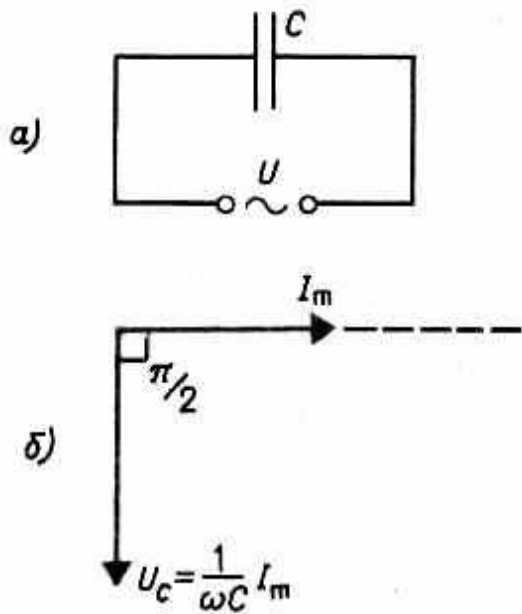


Рис. 215

$$Q/C = UC = U_m \cos \omega t.$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (149.7)$$

где

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{[1/(\omega C)]}$$

$$UC = (1/\omega C) I_m \cos \omega t.$$

Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.

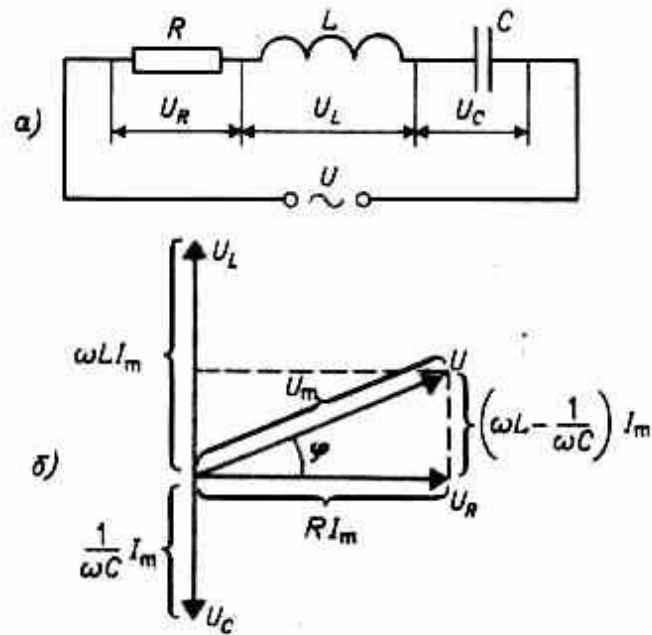


Рис. 216