ОСНОВИ ТЕОРІЇ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Поняття про передаточні функції і частотні характеристики лінійних систем

План.

1. Загальні відомості
2. Статичні характеристики АСР.
3. Перетворення Лапласа, передаточна функція,
   частотні характеристики
   4.Типові ланки, їх диференційні рівняння та частотні характеристики.

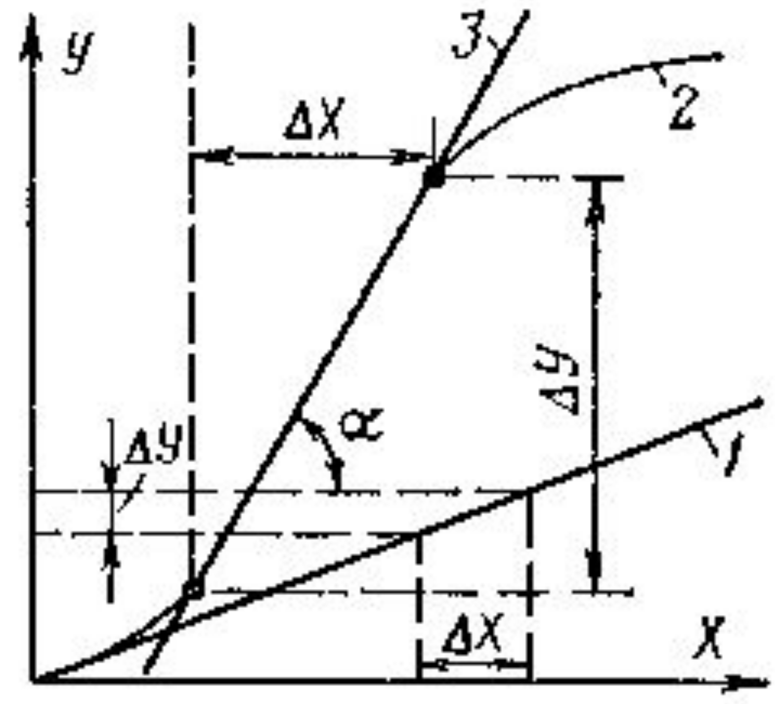


Рис.1. Статичні характеристики:
1 – лінійна; 2 - нелінійна

- ***Передаточний коефіцієнт k*** є основним параметром, який характеризує роботу системи або ланки в сталому режимі, і визначається із статичної характеритики $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

- При послідовному з’єднанні ланок

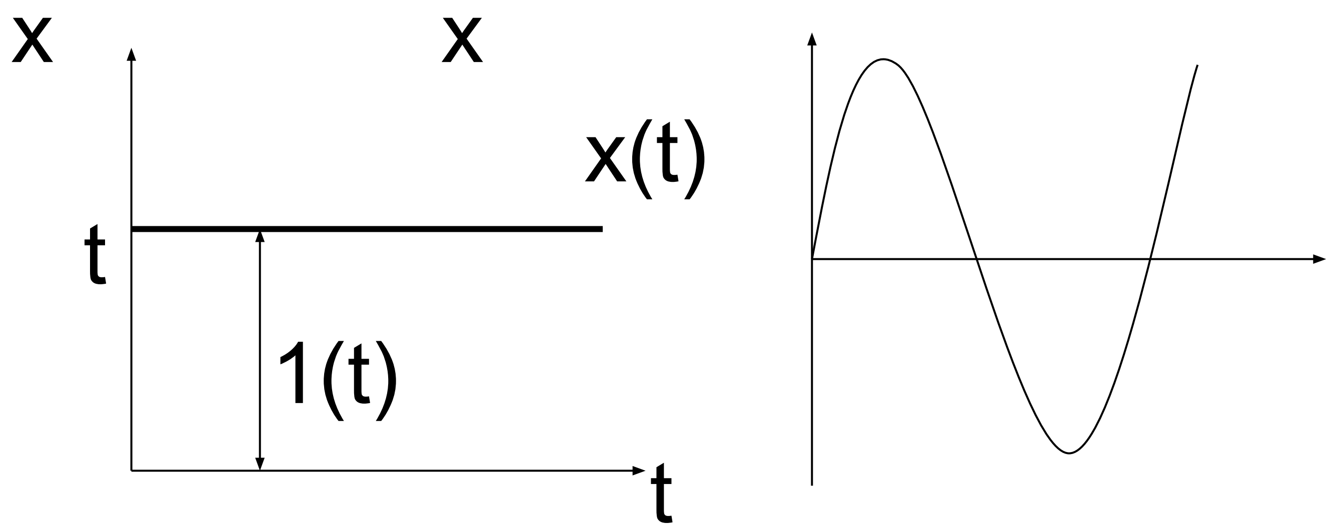
$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot ... \cdot k_n$$

- При паралельному з’єднанні ланок

$$k = k_1 + k_2 + ... + k_n$$

- Для ланок, охоплених зворотнім зв’язком

$$k = \frac{k_P}{1 \pm k_P k_{З.З}}$$



Типові зовнішні дії:

а – одинична; б – гармонічна

Перетворення Лапласа

$$x(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt}$$

Приклад

$$T_1^{\,2} \frac{d^2 U_{вих}}{dt^2} + T_2 \frac{dU_{вих}}{dt} + U_{вих} = k(T_3 \frac{dU_{вх}}{dt} + U_{вх})$$

$$(T_1^{\,2} p^2 + T_2\, p + 1) U_{вих}(p) = k(T_3\, p + 1) U_{вх}(p)$$

- ***Передаточна функція W(p)*** – відношення зображення вихідної величини ланки до зображення вхідної

.

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$$

- Якщо замінити p на jω, то отримаємо ***частотну передаточну функцію***

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}$$

Амплітудо-частотна характеристика – залежність відношення амплітуди Авих(ωi) коливань гармонічної дії на виході до амплітуди Авх(ωi) коливань на вході від частоти коливань ωi

$$K = f(\omega_i) \qquad K(\omega_i) = \frac{A_{вих}(\omega_i)}{A_{вх}(\omega_i)}$$

Фазо-частотна характеристика – залежність кута зсуву фаз від частоти

$$\varphi = f(\omega_i)$$

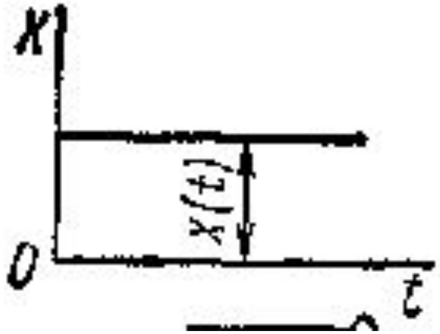
Амплітудо-фазо-частотна характеристика – залежність передаточної функції від частоти

Безінерційна (підсилювальна)

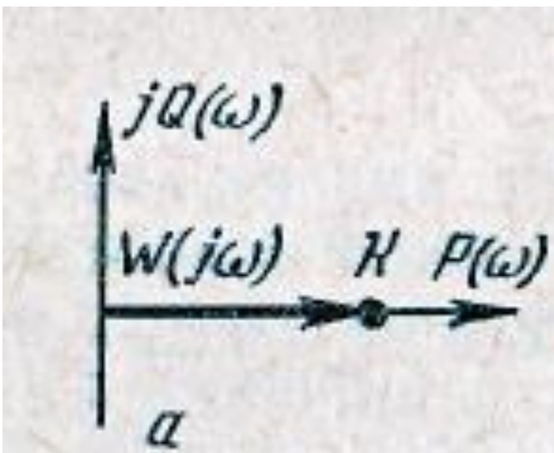
- $y = kx$ (к – передаточний коефіцієнт)

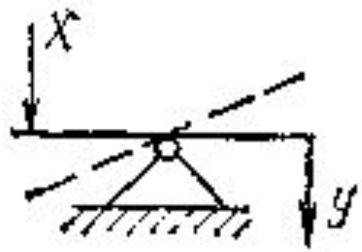
$$y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = k$$


X
x(t)
0
t


y
y(t)
0
t


jQ(ω)
W(jω)
K
P(ω)
a


X
y


$\alpha_{вх}$
$\alpha_{вых}$

Аперіодична ланка І порядку

$$T\frac{dy}{dx} + y = kx$$

$$(1 + Tp)\,y(p) = kx(p)$$

W(p)= $$\frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{1 + Tp}$$

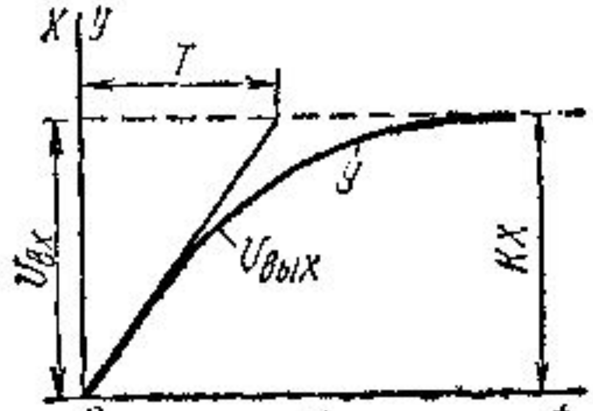
Аперіодична ланка ІІ порядку

(послідовне з’єднання двох аперіодичних ланок першого порядку за умови Т1≥2Т2)

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

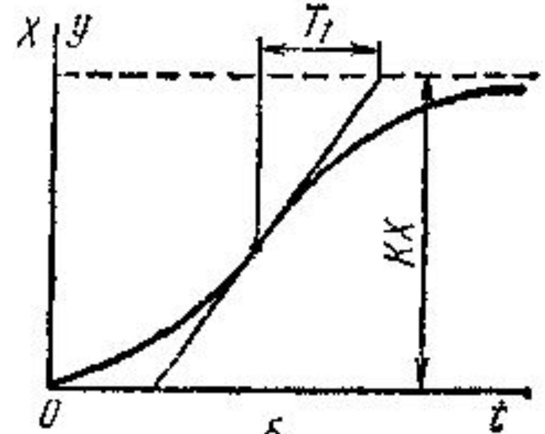
$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) y(p) = kx(p)$$

W(p)= $\dfrac{y(p)}{x(p)} = \dfrac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$



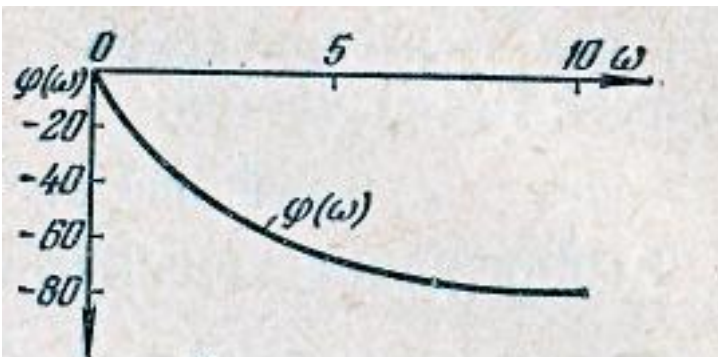
X
y
T
y
Uвх
Uвых
KX
0
t

а



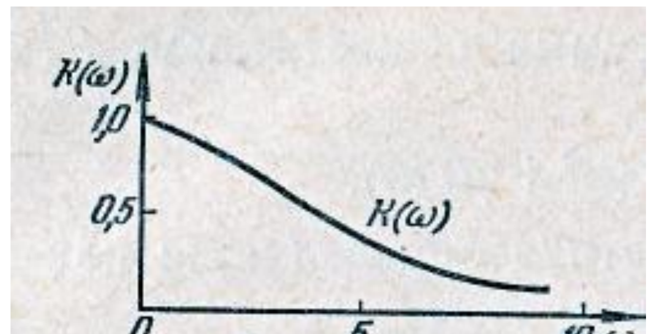
X
y
T1
KX
0
t

б



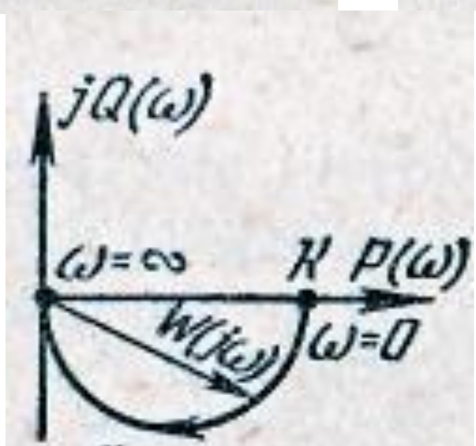
0
5
10 ω
φ(ω)
-20
-40
-60
-80
φ(ω)

б



K(ω)
1,0
0,5
K(ω)
0
5
10 ω

а



jQ(ω)
ω=∞
K
P(ω)
W(jω)
ω=0

Диференціююча

Ідеальна

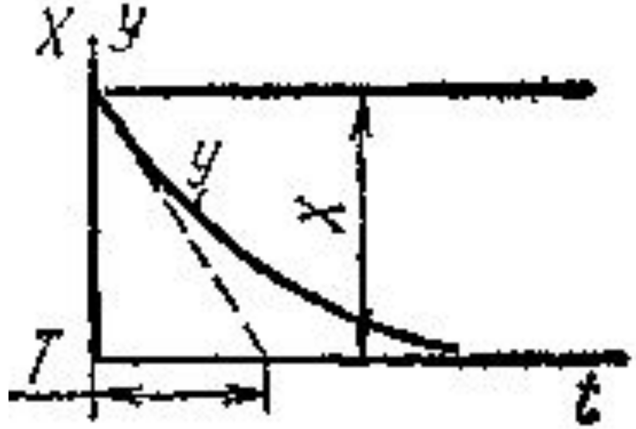
$$y = k\frac{dx}{dt} \qquad \frac{y(p)}{x(p)} = kp$$

W(p)= $y(p) = kpx(p)$

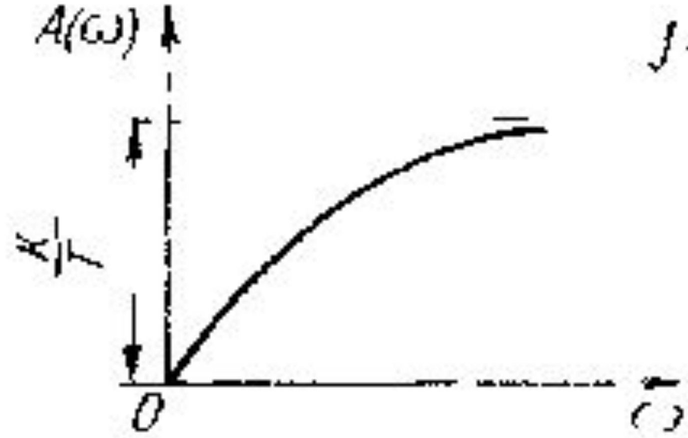
Реальна

$$T\frac{dy}{dx} + y = kT\frac{dx}{dt} \qquad (1+Tp)y(p) = kTpx(p)$$

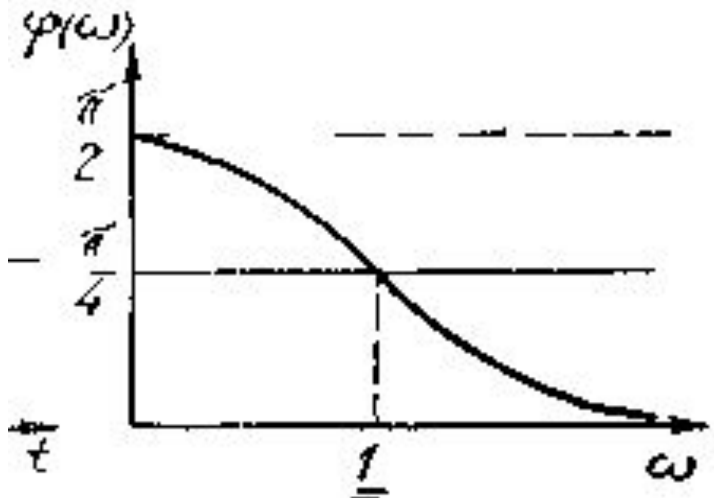
W(p)= $\dfrac{y(p)}{x(p)} = \dfrac{kTp}{1+Tp}$



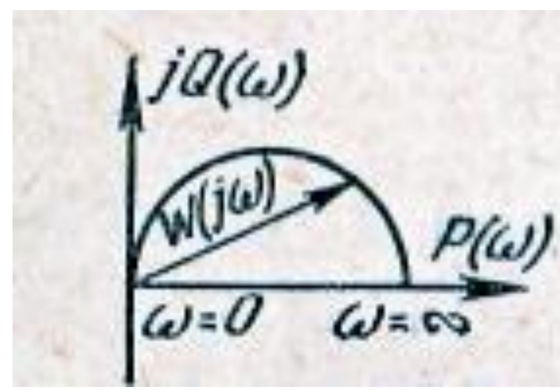
X, y
y
x
T
t



A(ω)
0



φ(ω)
π
2
π
4
1
ω



jQ(ω)
W(jω)
P(ω)
ω=0
ω=∞

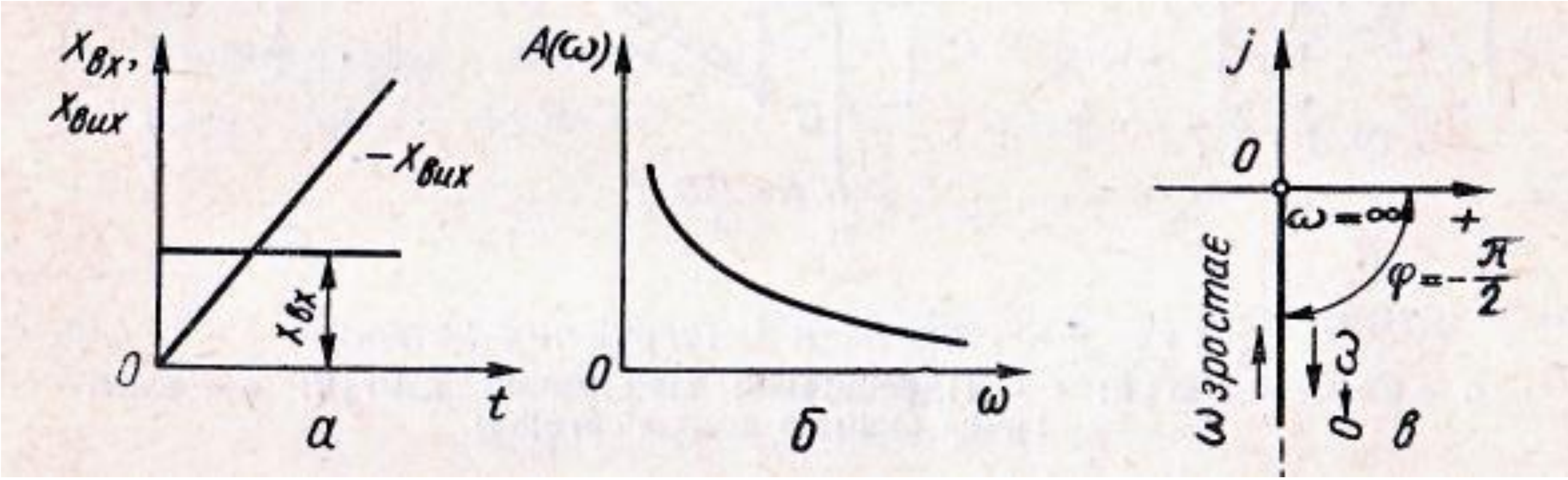
Інтегруюча

$$y(t) = k\int_0^t x(t)\cdot dt$$

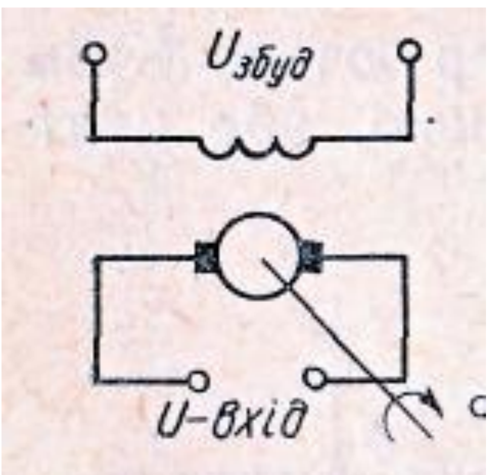
$$T\frac{dy}{dt} = kx(t)$$

$$Tpy(p) = kx(p)$$

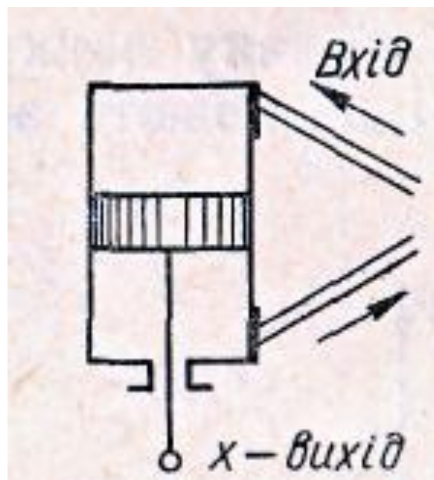
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{Tp}$$



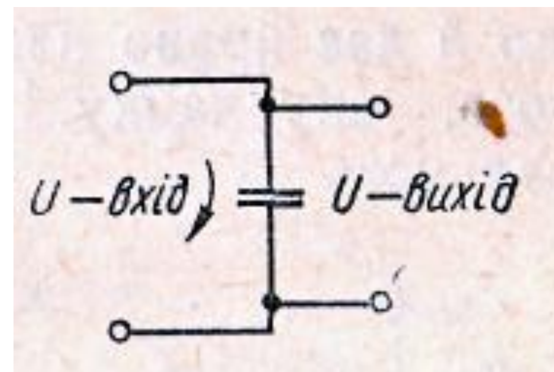
$x_{вх}$,
$x_{вих}$
$-x_{вих}$
$x_{вх}$
0
t
а
$A(\omega)$
0
ω
б
j
0
$\omega=\infty$
+
$\varphi=-\frac{\pi}{2}$
ω зростає
$\omega \to 0$
в



$U_{збуд}$
U-вхід



Вхід
x – вихід



U – вхід
U – вихід

Коливальна

Стійка

$$T\frac{dy}{dx} + y = kx \qquad (1+Tp)y(p) = kx(p)$$

$$\text{W(p)=}\ \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{1+Tp}$$

Нестійка

$$T_2^2\frac{d^2y}{dt^2} + T_1\frac{dy}{dt} + y = kx \qquad (T_2^2p^2 + T_1p + 1)y(p) = kx(p)$$

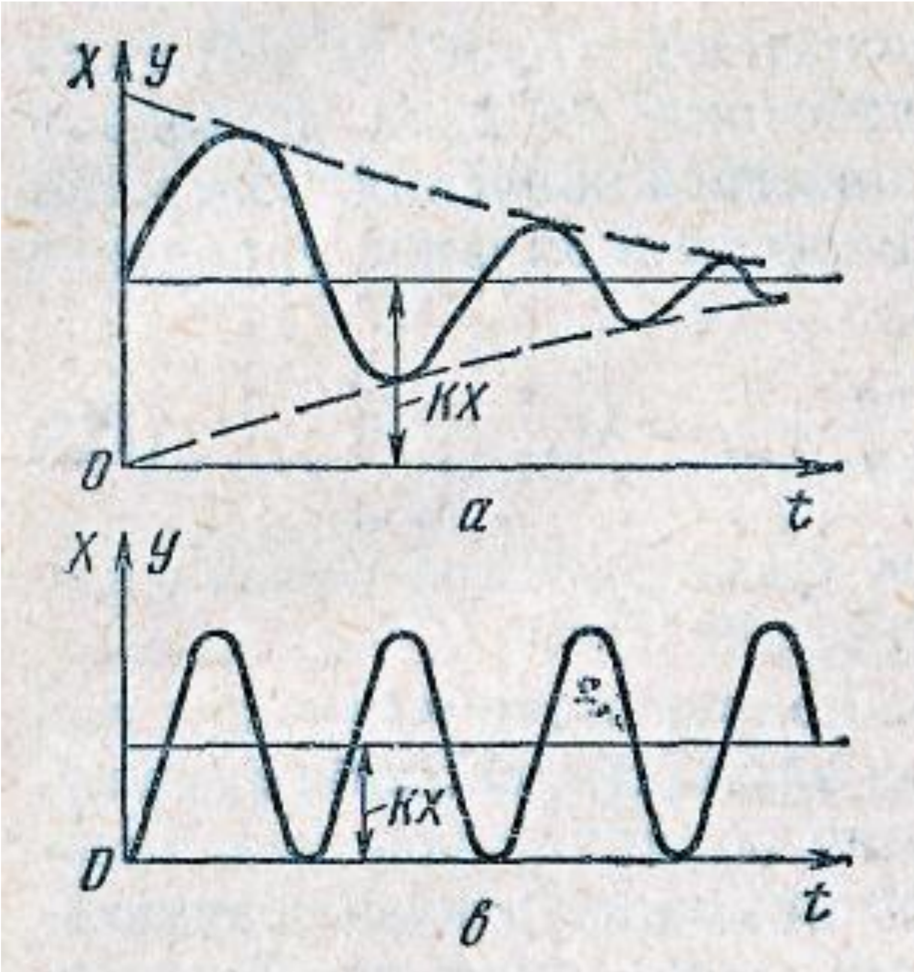
$$\text{W(p)=}\ \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2p^2 + T_1p + 1}$$

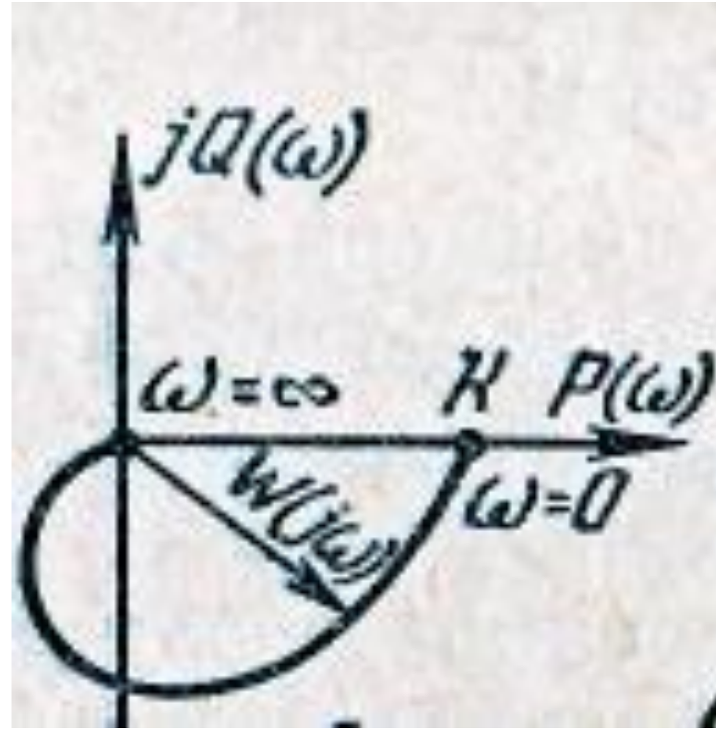
Консервативна

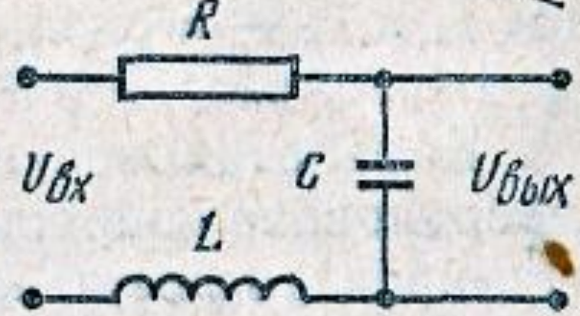
$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = kx$$

$$(T_2^2 p^2 + 1) y(p) = kx(p)$$

W(p)= $\dfrac{y(p)}{x(p)} = \dfrac{k}{T_2^2 p^2 + 1}$


X
y
KX
0
t
a
X
y
KX
0
t
в


jQ(ω)
ω=∞
K
P(ω)
W(jω)
ω=0



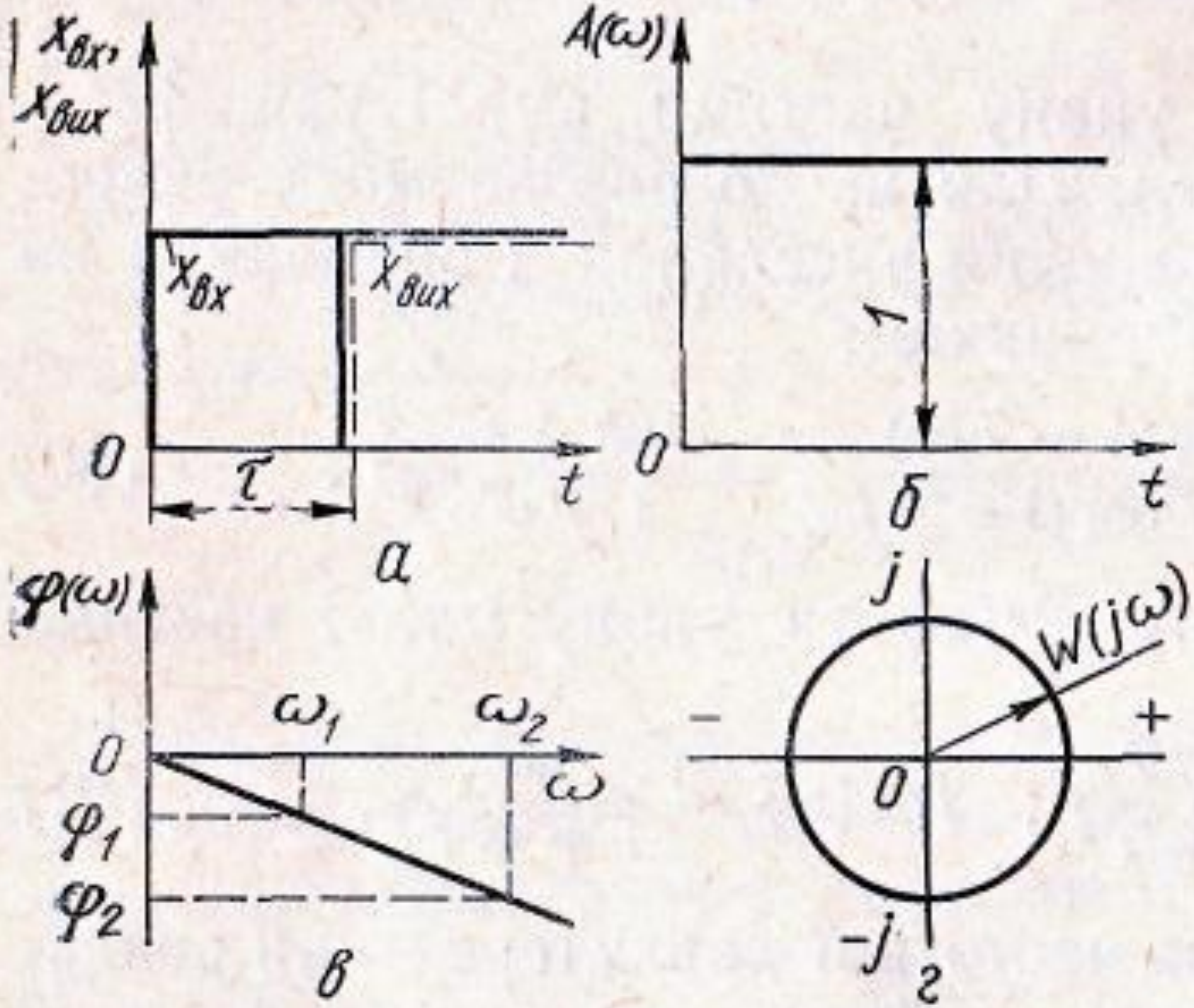
г

Запізнювальна

$$y(t) = x(t - \tau)$$

$$y(p) = e^{-p\tau} x(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = e^{-p\tau}$$



$x_{вх}$, $x_{вих}$
$x_{вх}$
$x_{вих}$
0
τ
t
а
$A(\omega)$
1
0
t
б
$\varphi(\omega)$
ω_1
ω_2
0
ω
φ_1
φ_2
в
j
$W(j\omega)$
−
+
0
−j
г