

# ОСНОВИ ТЕОРІЇ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Поняття про передаточні функції і частотні  
характеристики лінійних систем  
План.

1. Загальні відомості
2. Статичні характеристики АСР.
3. Перетворення Лапласа, передаточна функція, частотні характеристики
4. Типові ланки, їх диференціальні рівняння та частотні характеристики.

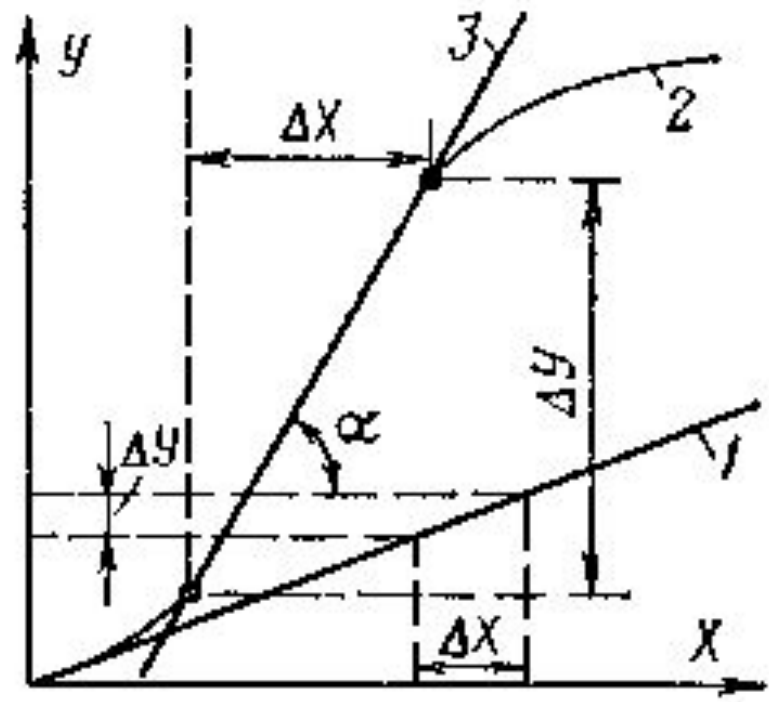


Рис.1. Статичні характеристики:  
1 – лінійна; 2 - нелінійна

- **Передавальний коефіцієнт  $k$**  є основним параметром, який характеризує роботу системи або ланки в сталому режимі, і визначається із статичної характеристики  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$  .

- При послідовному з'єднанні ланок

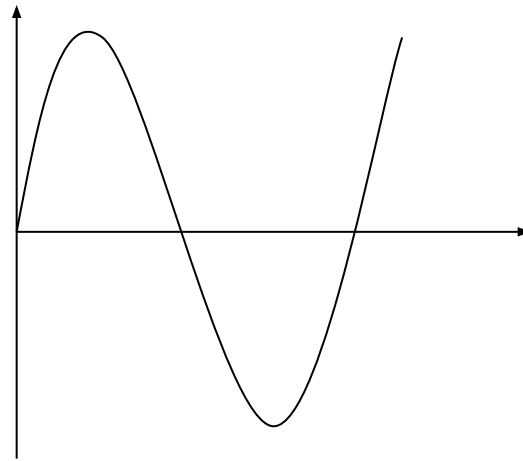
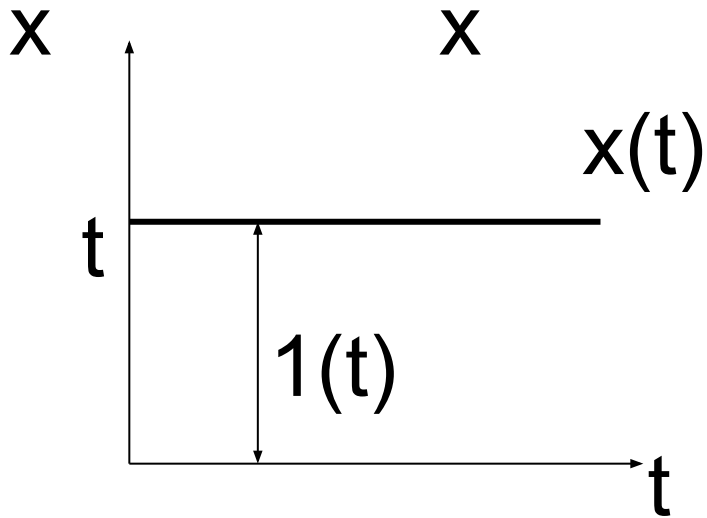
$$k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_n$$

- При паралельному з'єднанні ланок

$$k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

- Для ланок, охоплених зворотнім зв'язком

$$k = \frac{k_P}{1 \pm k_P k_{3.3}}$$



Типові зовнішні дії:  
а – одинична; б – гармонічна

# Перетворення Лапласа

$$x(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt}$$

**Приклад**

$$T_1^2 \frac{d^2 U_{вих}}{dt^2} + T_2 \frac{dU_{вих}}{dt} + U_{вих} = k(T_3 \frac{dU_{вх}}{dt} + U_{вх})$$

$$(T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)U_{вих}(p) = k(T_3 p + 1)U_{вх}(p)$$

- **Передаточна функція  $W(p)$**  – відношення зображення вихідної величини ланки до зображення вхідної

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$$

- Якщо замінити  $p$  на  $j\omega$ , то отримаємо **частотну передаточну функцію**

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)}$$

**Амплітудо-частотна характеристика** – залежність відношення амплітуди  $A_{вих}(\omega_i)$  коливань гармонічної дії на виході до амплітуди  $A_{вх}(\omega_i)$  коливань на вході від частоти коливань  $\omega_i$

$$K = f(\omega_i) \qquad K(\omega_i) = \frac{A_{вих}(\omega_i)}{A_{вх}(\omega_i)}$$

**Фазо-частотна характеристика** – залежність кута зсуву фаз від частоти

$$\varphi = f(\omega_i)$$

**Амплітудо-фазо-частотна характеристика** – залежність передаточної функції від частоти

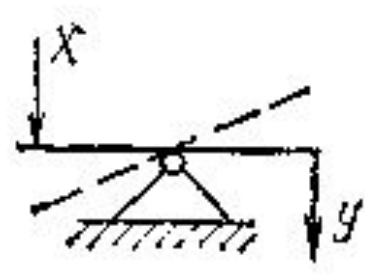
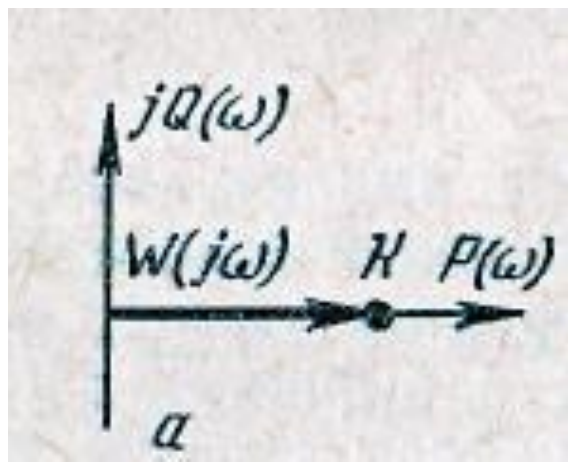
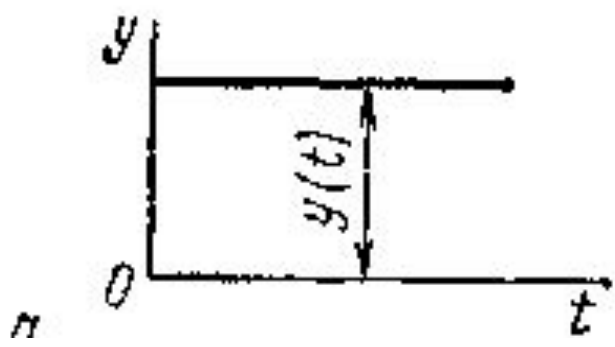
# **Безінерційна (підсилювальна)**

- $y = kx$  (к – передаточний коефіцієнт)

$$y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = k$$





# ***Аперіодична ланка I порядку***

$$T \frac{dy}{dx} + y = kx$$

$$(1 + Tp)y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{1 + Tp}$$

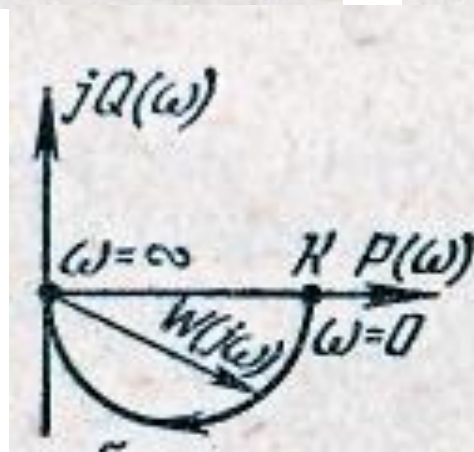
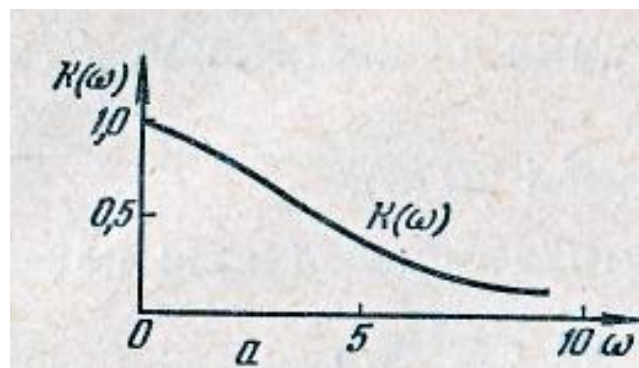
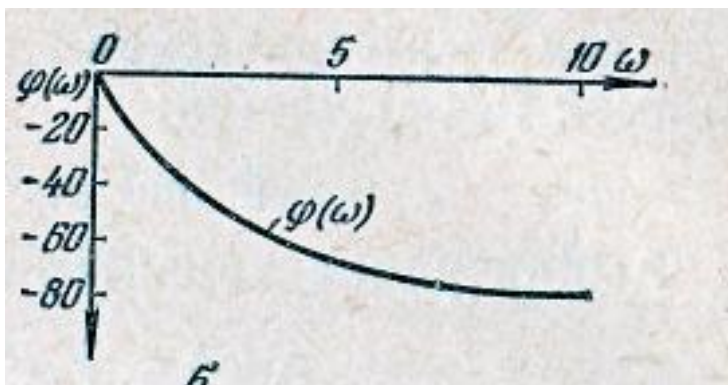
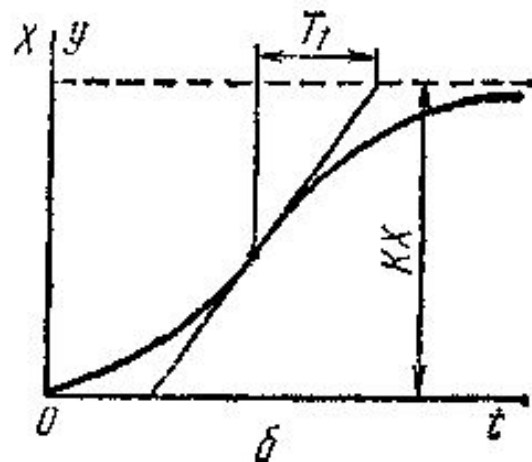
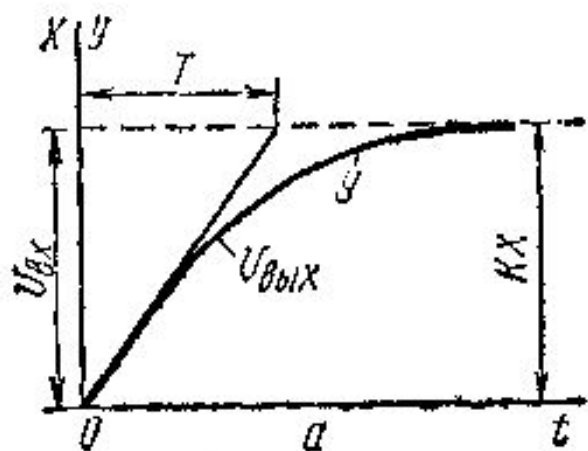
# ***Аперіодична ланка II порядку***

(послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок першого порядку за умови  $T_1 \geq 2T_2$ )

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$



# Диференціююча

Ідеальна

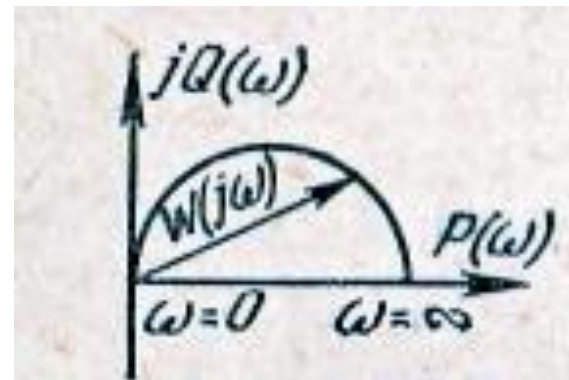
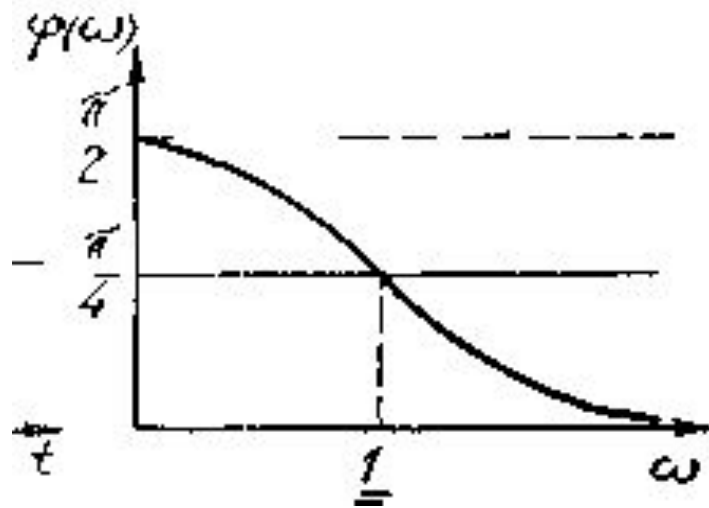
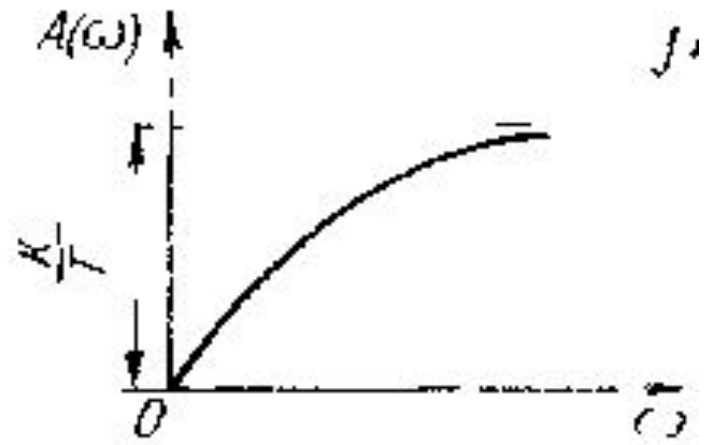
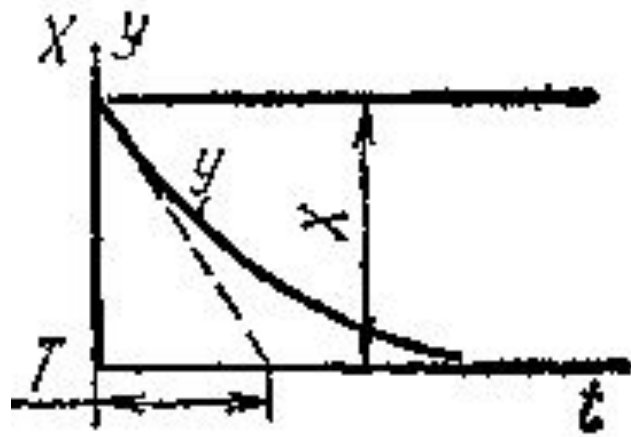
$$y = k \frac{dx}{dt} \qquad \frac{y(p)}{x(p)} = kp$$

$$W(p) = y(p) = kpx(p)$$

Реальна

$$T \frac{dy}{dx} + y = kT \frac{dx}{dt} \qquad (1 + Tp)y(p) = kTpx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{kTp}{1 + Tp}$$



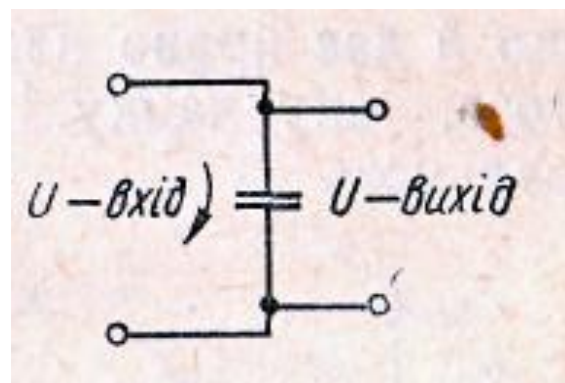
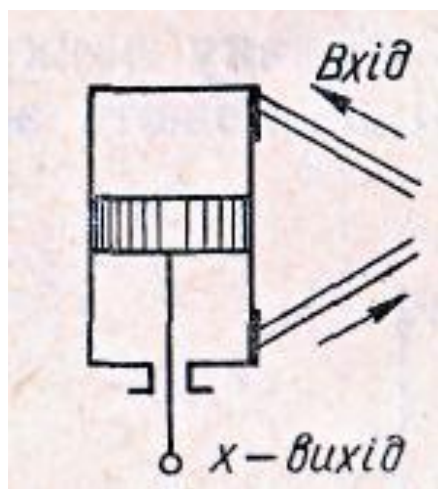
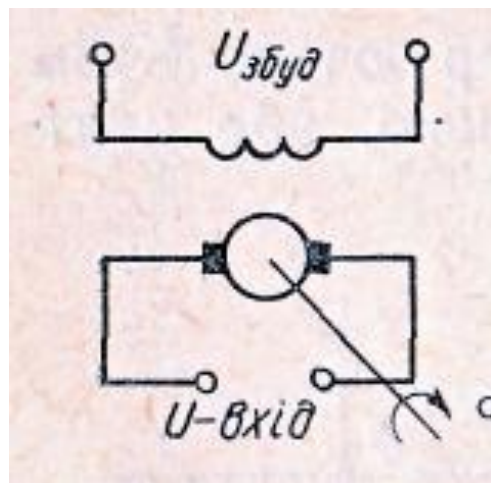
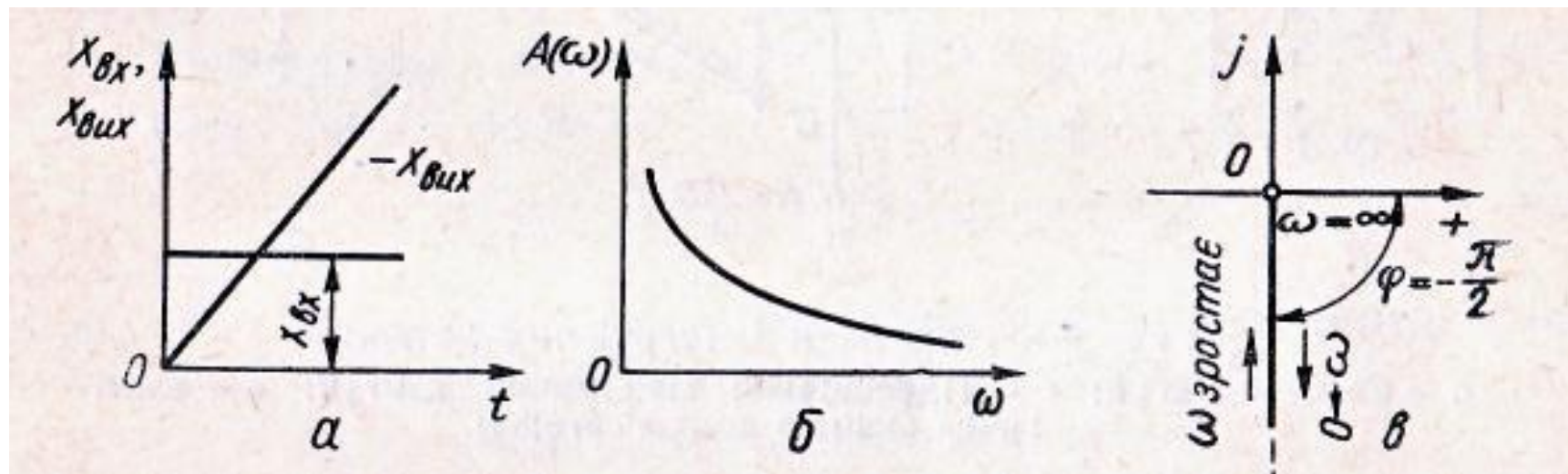
## **Інтегруюча**

$$y(t) = k \int_0^t x(t) \cdot dt$$

$$T \frac{dy}{dt} = kx(t)$$

$$Tpy(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{Tp}$$





# ***Коливальна***

## ***Стійка***

$$T \frac{dy}{dx} + y = kx \quad (1 + Tp)y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{1 + Tp}$$

## ***Нестійка***

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx \quad (T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)y(p) = kx(p)$$

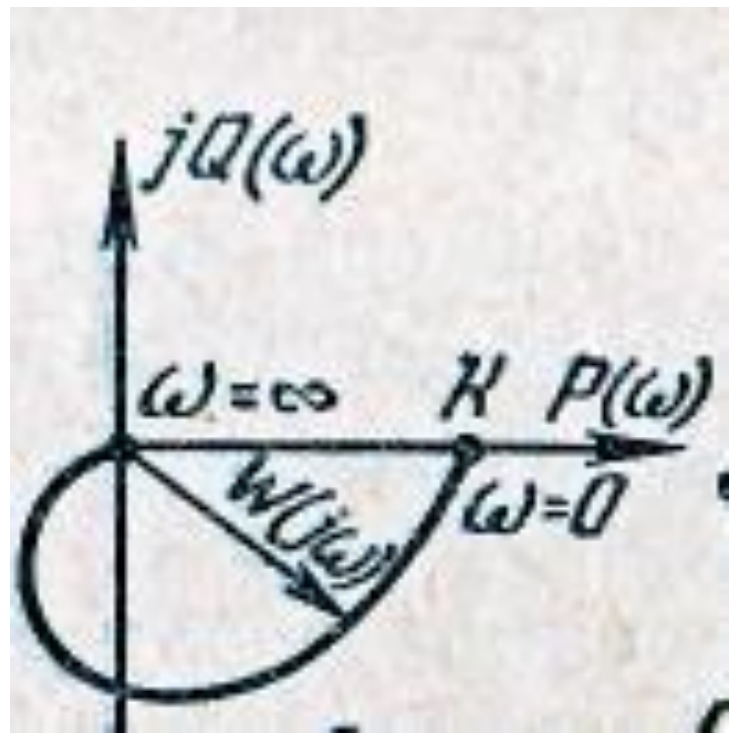
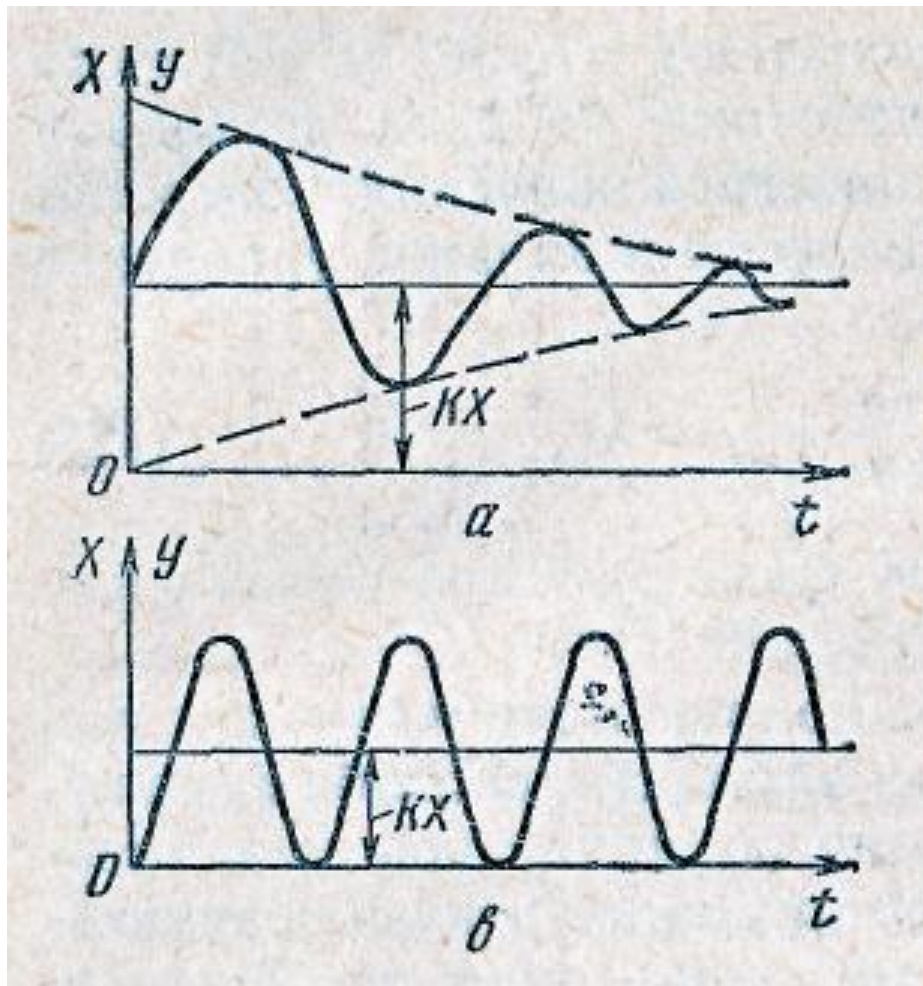
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

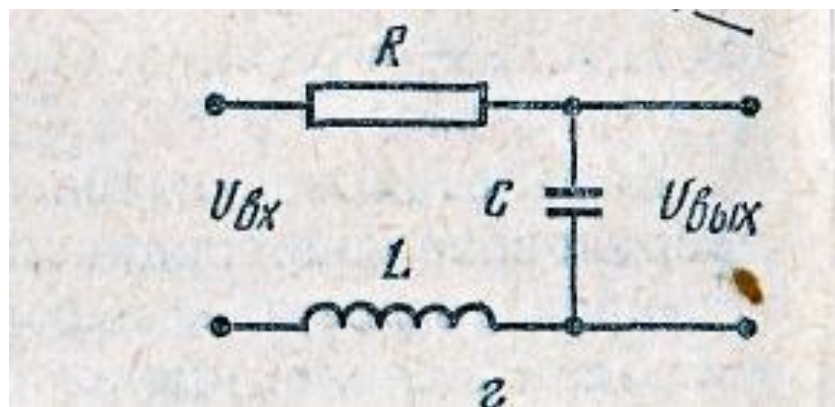
## *Консервативна*

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = kx$$

$$(T_2^2 p^2 + 1)y(p) = kx(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{k}{T_2^2 p^2 + 1}$$





# ***Запізнювальна***

$$y(t) = x(t - \tau)$$

$$y(p) = e^{-p\tau} x(p)$$

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = e^{-p\tau}$$

