

Работа с одномерными и двумерными массивами.

Лекция 4

Массив

- последовательность логически связанных элементов одного типа, которым присвоено одно имя.
- *Размерность массива* – это количество индексов у каждого элемента массива.

TYPE <имя типа> = ARRAY [индекс] OF <тип эл-тов >;

Buffer1: ARRAY [1..10] of Integer;

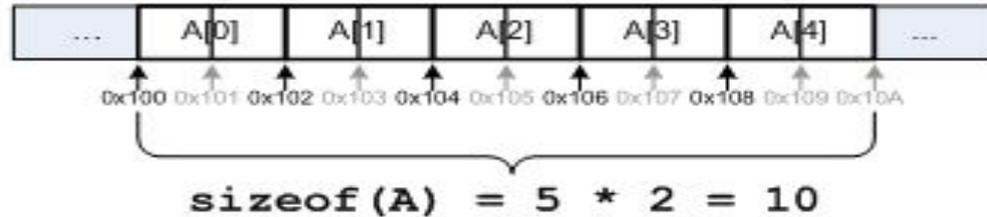
Buffer2: ARRAY [1..10, 1..10] of Integer;

Массивы могут быть

- Одномерные (вектор)
- Многомерные (матрицы)
- Открытые

Размер массива

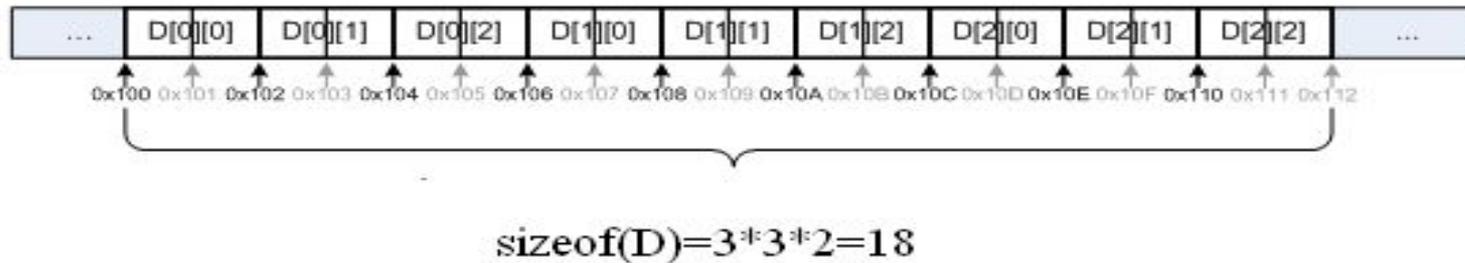
A=array [1..5] of integer;



C:array [1..5] of char;;

Addr(C[i]) = Addr(C) + i*sizeof(char);

D=array{0..2,0..2} of integer;



D:array [Rows,Cols] of integer;;

Addr(D[j,i]) = Addr(D) + (j*Cols+i)*sizeof(int);

где (j*Cols+i) – порядковый номер элемента в памяти при обходе массива.

Массив можно создать несколькими способами:

```
const n = 20;  
      m=10;
```

```
type
```

```
  months = (jan, feb, mar, apr, may, jun, jul, aug, sep, oct, nov,  
  dec);
```

```
  years = 1900..2100;
```

```
  people = array[years] of longint;
```

```
  arr = array[1..4, 1..3] of integer;
```

```
const cords: arr = ((1,-1,3), (0,0,0), (1,4,0), (4,-1,-1));
```

```
var
```

```
  growth: array[months] of real;
```

```
  hum: people;
```

```
  notes: array[1..n] of string;
```

```
  Narod:array [1..m] people;
```

```
  matrix = array [1..n, 1..m] of integer;
```

Инициализация массива

- Если значения элементов массива определены до начала работы программы →
- Если исходные данные необходимо внести с клавиатуры в процессе выполнения программы →
- Прямое присвоение в теле программы значений элементам массива →



Инициализация массива

CONST

A: ARRAY [1..10] OF REAL =

(0.1, -15.3, 7, 0, -11.89, 4, -78, 11.2, 1, 0.01);

{ A[1]=0.1, A[2]=-15.3 ... A[10]=0.01 }

M: ARRAY [1..5, 1..2] OF REAL =

((0.1, -15.3), (7, 0), (-11.89, 4), (-78, 11.2), (1, 0.01));

{ M[1,1] = 0.1, M[1,2] = -15.3,

M[2, 1] = 7, M[2, 2] = 0,

...

M[5,1]=1, M[5,2]= - 0.01 }



Инициализация массива

CONST

M = 3;

N = 4;

VAR

A: ARRAY[1.. M, 1.. N] OF REAL;

begin

...

FOR I := 1 TO M DO

FOR J:= 1 TO N DO

READ(A[I,J]);

...

end.



Инициализация массива

- `FillChar(var V; Count: Word; B: Byte);`

Для обнуления массива `A[1..10] of Real` можно записать:

`FillChar(A, 40, 0);` или `FillChar(A, SizeOf(A), 0);`

```
FOR   I := 1 TO M DO
      FOR J:=1 TO N
        DO A[I,J]:=0;
```



Обращение к элементам массива

```
var  
  ch: array [1..11] of char;  
  i: integer;  
begin  
  for i := 1 to 11 do  
    read (ch[i]);  
  for i := 1 to 11 do  
    write (ch[i]:3);  
readln  
end.
```

```
const n=3; m=5;  
var  matrix: array[1..3,1..5] of integer;  
      i, j: integer;  
begin  
  writeln ('Введите 15 чисел: ');  
  for i := 1 to n do  
    for j := 1 to m do  
      read (matrix[i,j]);  
  for i := 1 to n do  
    begin  
      for j := 1 to m do  
        write (matrix[i][j]:5);  
        writeln ;  
    end;  
  readln  
end.
```



Открыв

```

переменная b занимает      4 байт
число элементов : 8
последний индекс      7
размер элемента 2 байт
Массив занимает в памяти 16 байт   переменная b 4 байт
массив занимает в памяти после nil 0 байт b 4 байт

```

varb: **array of integer**;i, n: **integer**;sum: **integer**;**begin**

writeln('Переменная b занимает ', sizeof(b), ' байт памяти.');

write('число элементов : ');

readln(n);

setlength(b,n);writeln('последний индекс ', high(b));

writeln('размер элемента', high(b[1]));

sum := 0;

for i:=0 **to** high(b) **do****begin** sum := sum + sizeof(b[i]) **end**;

writeln('Массив b занимает в памяти ', sum, ' байт переменная b ', sizeof(b));

b := nil;

sum := 0;

for i:=0 **to** high(b) **do** sum := sum + sizeof(b[i]);

writeln('массив занимает в памяти после nil ', sum, ' байт b ', sizeof(b), ' байт ');

readln

end.

Вычисление индекса массива

- Пример программы с ошибкой массива Паскаля

```
● Program primer _ error ;  
Type  
vector=array [1..80] of word;  
var  
    n: integer;  
    a: vector;  
begin  
    n:=45;  
    a[n*2]:=25;  
end .
```

Заполнение матрицы «по спирали»

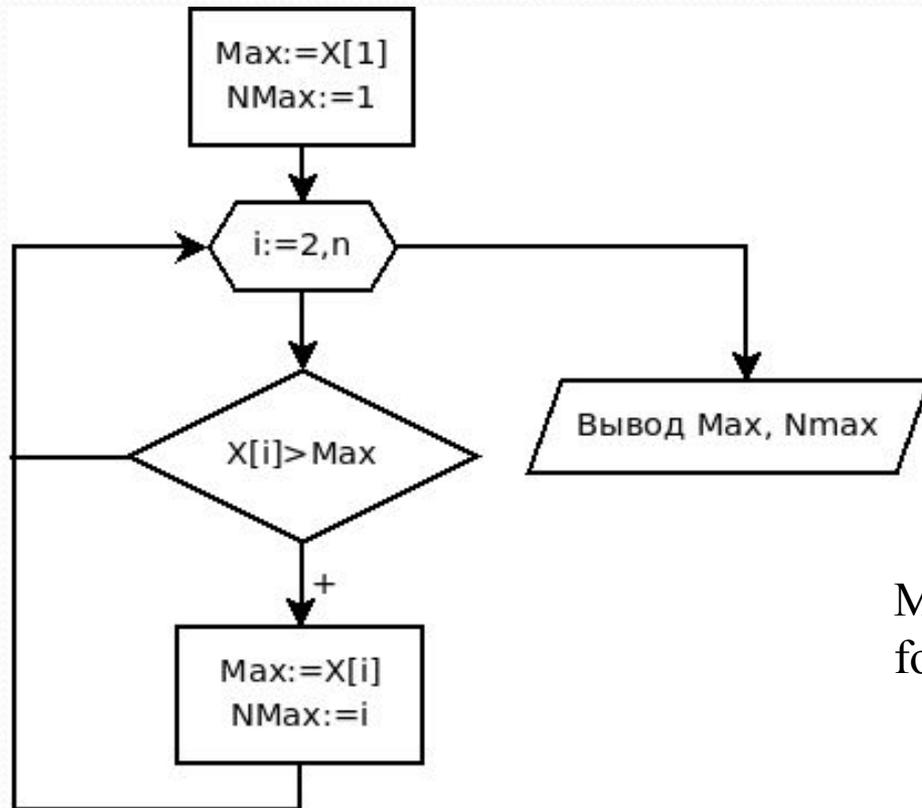
1	2	3	4	5
16	17	18	19	6
15	24	25	20	7
14	23	22	21	8
13	12	11	10	9

```
var  
  a:array[1..100,1..100]of integer;  
  i,imax,imin,  
    j,jmax,jmin,k,m,n:integer;  
begin  
  write('Vvedite 4islo strok: ');  
  readln(m);  
  write('Vvedite 4islo stolbcov: ');  
  readln(n);  
  jmin:=1;  
  jmax:=n;  
  imin:=2;  
  imax:=m;  
  k:=0;
```

```
repeat  
  for j:=jmin to jmax  
do  
  begin  
    inc(k);  
    a[jmin,j]:=k;  
  end;  
  for i:=imin to imax  
do  
  begin  
    inc(k);  
    a[i,jmax]:=k;  
  end;  
  dec(jmax);  
  for j:=jmax downto  
  jmin do  
  begin  
    inc(k);  
    a[imax,j]:=k;  
  end;  
  dec(imax);
```

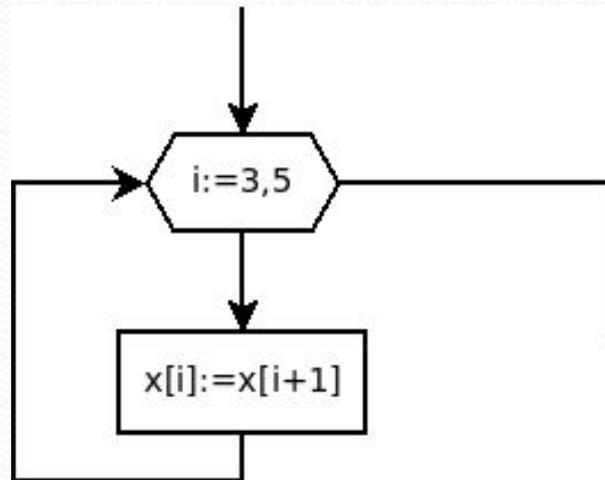
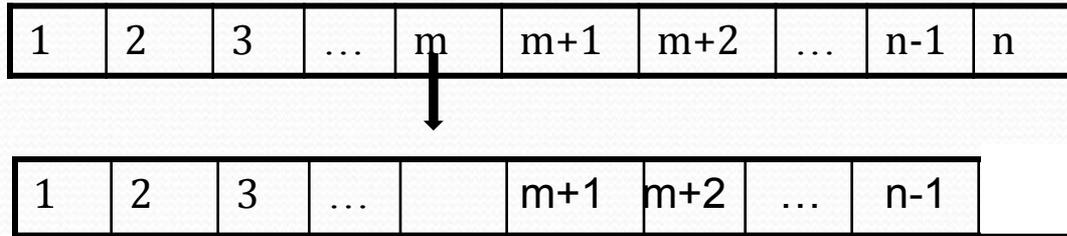
```
for i:=imax downto imin  
  do  
  begin  
    inc(k);  
    a[i,jmin]:=k;  
  end;  
  inc(imin);  
  inc(jmin);  
  until k>=m*n;  
  for i:=1 to m do  
  begin  
    writeln;  
    for j:=1 to n do  
      write(a[i,j]:3);  
    end;  
  readln;  
end.
```

Поиска максимального элемента (Max) и его номера (Nmax) в массиве X, состоящем из n элементов



```
Max:=X[1]; Nmax:=1;  
for i:=2 to n do  
  if X[i]>Max then  
    begin  
      Max:=X[i];  
      Nmax:=i;  
    end;  
write(' Max=',Max:1:3,' Nmax=',Nmax);
```

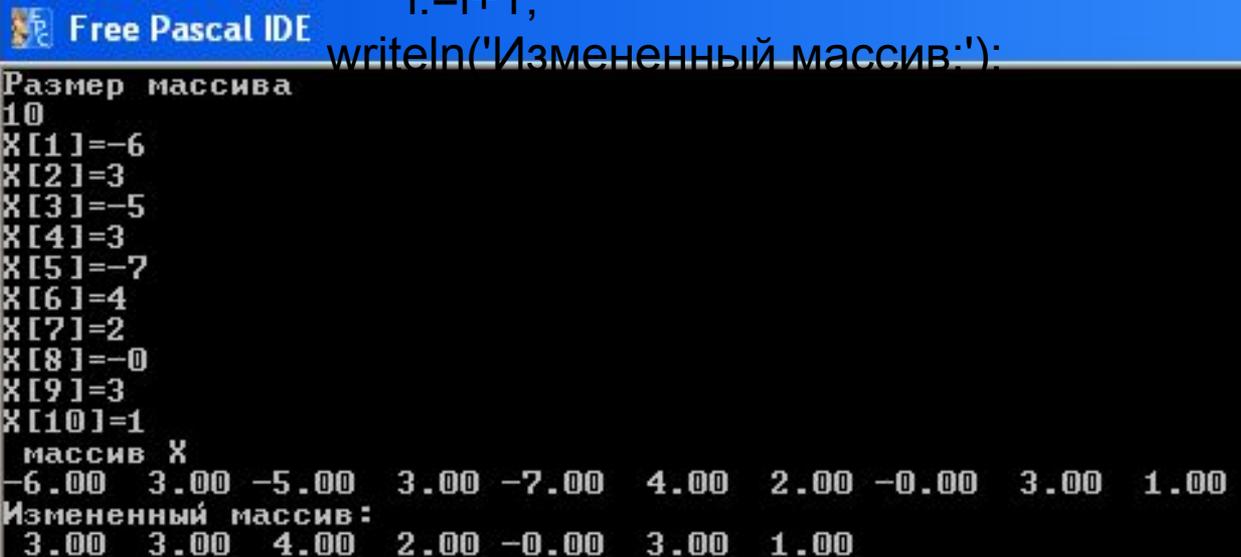
Удаление элемента из массива



Пример: Удалить из массива X(n) отрицательные элементы.

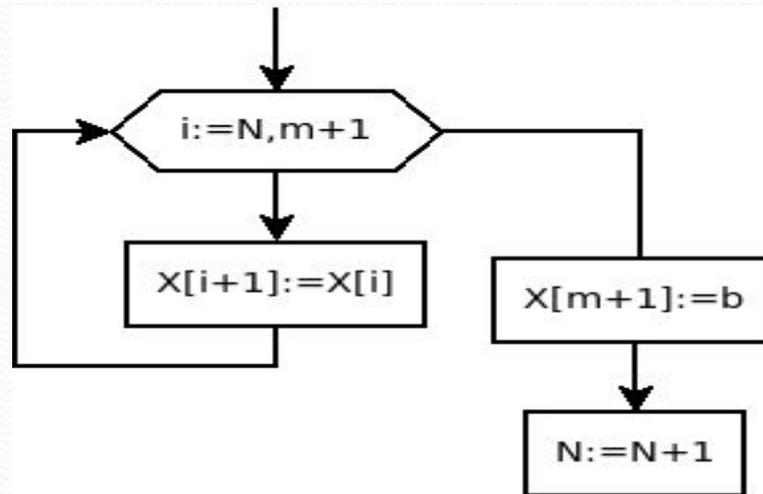
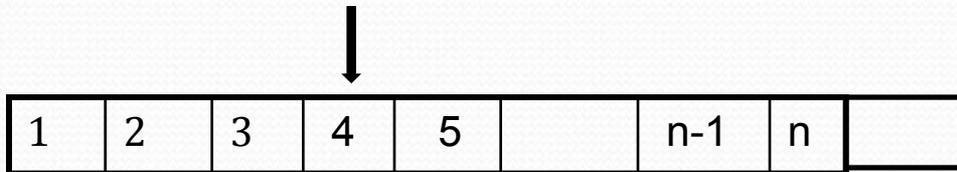
```
program upor_massiv;
var
i,n,j:byte;
X: array [1..100] of real;
begin
writeln ('введите размер массива ');
readln (n);
for i:=1 to n do
begin
write('X[' ,i, '=');
readln (X[i]);
end;
writeln;
i:=1;
```

```
while(i<=n)do
if x[i]<0 then
begin
for j:=i to n-1 do
x[j]:=x[j+1];
n:=n-1;
end
Else
i:=i+1;
writeln('Измененный массив:');
```



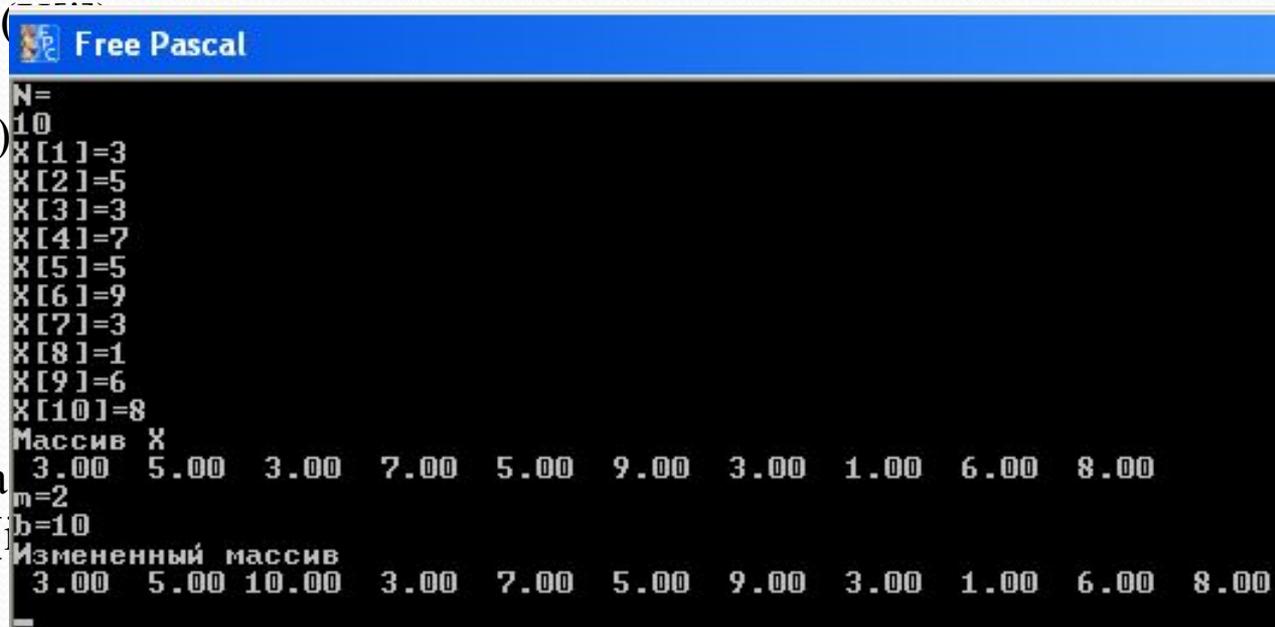
```
Free Pascal IDE
Размер массива
10
X[1]=-6
X[2]=3
X[3]=-5
X[4]=3
X[5]=-7
X[6]=4
X[7]=2
X[8]=-0
X[9]=3
X[10]=1
массив X
-6.00  3.00 -5.00  3.00 -7.00  4.00  2.00 -0.00  3.00  1.00
Измененный массив:
3.00  3.00  4.00  2.00 -0.00  3.00  1.00
```

Вставка элемента



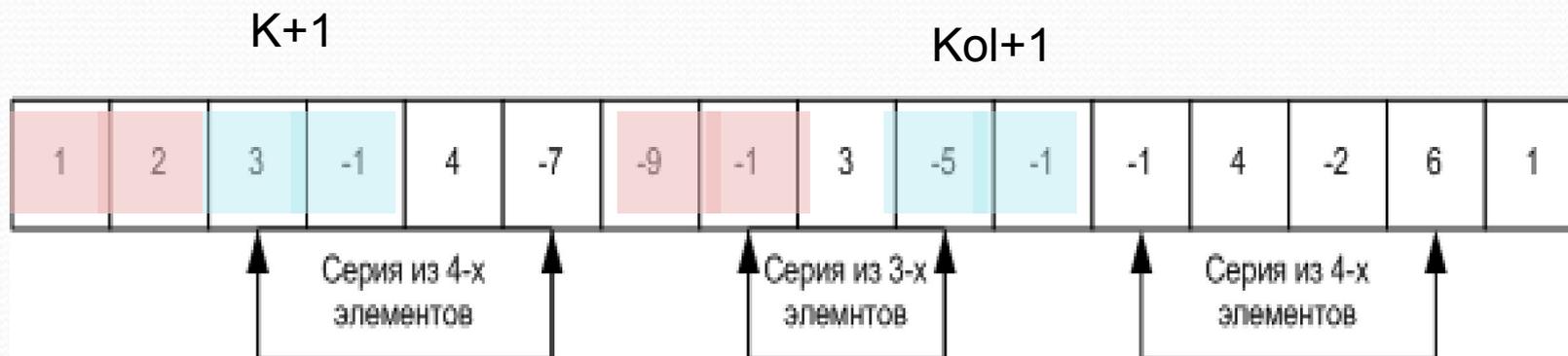
Вставка элемента

```
var i,n,m:byte; X: array [1..100] of real;
b:real;
begin
write ('N='); readln (n);
for i:=1 to n do
begin
write('X[', i ,']='); readln (
end;
writeln ('m='); readln (m)
writeln ('b='); readln(b);
for i:=n downto m+1 do
x[i+1]:=x[i];
x[m+1]:=b;
n:=n+1;
writeln('Измененный массив')
for i:=1 to n do write (X[i]
writeln;
end.
```



```
Free Pascal
N=
10
X[1]=3
X[2]=5
X[3]=3
X[4]=7
X[5]=5
X[6]=9
X[7]=3
X[8]=1
X[9]=6
X[10]=8
Массив X
3.00 5.00 3.00 7.00 5.00 9.00 3.00 1.00 6.00 8.00
m=2
b=10
Измененный массив
3.00 5.00 10.00 3.00 7.00 5.00 9.00 3.00 1.00 6.00 8.00
```

Определить, есть ли в заданном массиве серии элементов, состоящих из знакопередающихся чисел. Если есть, то вывести на экран количество таких серий.



```
var
x:array[1..50] of real;
n,i,k,kol:integer;
begin
  write('n=');
  readln(n);
  for i:=1 to n do
    read(x[i]);
  k:=1;
  kol:=0;
  for i:=1 to n-1 do
    if x[i]*x[i+1]<0 then
      k:=k+1
    else
      begin
        if k>1 then
          kol:=kol+1;
        k:=1;
      end;
```

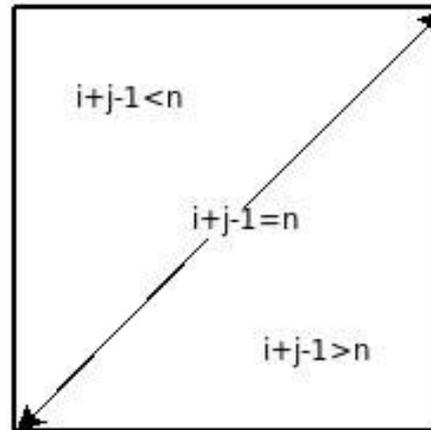
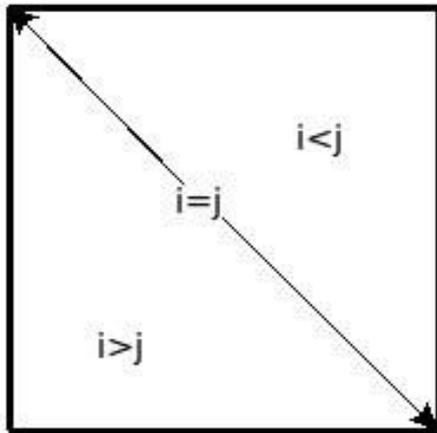
```
  If k>1 then
    kol:=kol+1;
  If kol>0 then
    write('Количество знакопередающих серий=',kol)
  else
    write('Знакопередающих серий нет')
  end.
```

Определить является ли данный массив возрастающим

```
PROGRAM z_array;  
USES crt;  
Var A: array[1..100] of real;  
    N,i:byte;  
    Flag: boolean;  
begin  
clrscr;  
writeln(' Количество элементов массива');  
readln(N);  
for I := 1 to N do  
begin  
write('[', I ,']= ');  
readln(A[I]);  
end;
```

```
Flag := false;  
for I := 1 to N - 1 do  
if A[I] >= A[I + 1] then  
begin Flag := true;  
break;  
end;  
if Flag = false then  
writeln('Массив является  
возрастающим')  
else  
writeln('Массив не является  
возрастающим ');  
readln;  
end.
```

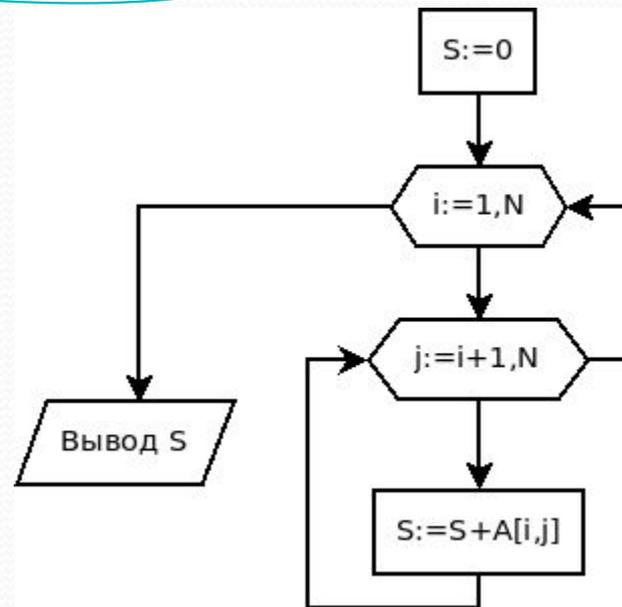
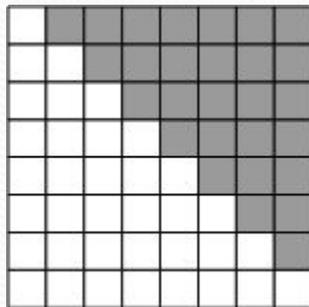
Свойства элементов матрицы



- если номер строки элемента совпадает с номером столбца ($i=j$) - элемент лежит на главной диагонали матрицы;
- если номер строки превышает номер столбца ($i>j$), то элемент находится ниже главной диагонали;
- если номер столбца больше номера строки ($i<j$), то элемент находится выше главной диагонали;
- элемент лежит на побочной диагонали, если его индексы удовлетворяют равенству $i+j-1=n$;
- неравенство $i+j-1 < n$ характерно для элемента, находящегося выше побочной диагонали;
- соответственно, элементу, лежащему ниже побочной диагонали, соответствует выражение $i+j-1 > n$.

Найти сумму элементов матрицы, лежащих выше главной диагонали

```
var
a:array [1..15,1..10] of real;
i,j,n,m: integer;
s: real;
Begin
  write(' количество строк: ');
  readln (n);
  write('количество столбцов: ');
  readln (m);
  writeln('Матрица A:');
  for i:=1 to n do
    for j:=1 to m do
      Read(a[i,j]);
```



```
s:=0;
for i:=1 to n do
  for j:=i+1 to m do
    s:=s+a[i,j];{ накапливаем сумму. }
writeln('сумма элементов матрицы', s:8:3);
end.
```

Найти седловой элемент(ы) и его координаты, либо сообщить, что таковой нет

```
Program z_array;  
uses crt;  
var A: array [1..100,1..100] of real;  
    N, M, I, J, K, L:byte;  
Flag1,Flag2:boolean;  
begin  
  write('число строк ');  
  readln(N);  
  write(' число столбцов ');  
  readln(M);  
  L:=0;  
  for I := 1 to N do  
    for J := 1 to M do  
      begin  
        write('[', I,',', J,']= ');  
        readln(A[I, J]);  
      end;
```

```
  for I := 1 to N do  
    for J := 1 to M do  
      begin  
        Flag1:=true; Flag2:=true;  
        K:=1;  
        while (Flag1)and(K <= N)do  
          if A[K, J] > A[I, J] then Flag1:=false  
            else inc(K);  
          If Flag1 Then  
            while (Flag2)and(K <= M)do  
              if A[i, K] > A[I, J] then Flag2:=false  
                else inc(K);  
            if Flag1 and Flag2 then  
              begin  
                writeln('Седловой элемент  Строка: ',I,' Столбец: ',J);  
                inc(L);  
              end;  
            end;  
          if L = 0 then  
            writeln('Седловых элементов нет');  
            readln;  
          end.
```

7	5	4	7
6	5	2	5
3	7	1	9
4	2	3	8

Транспонирование матрицы

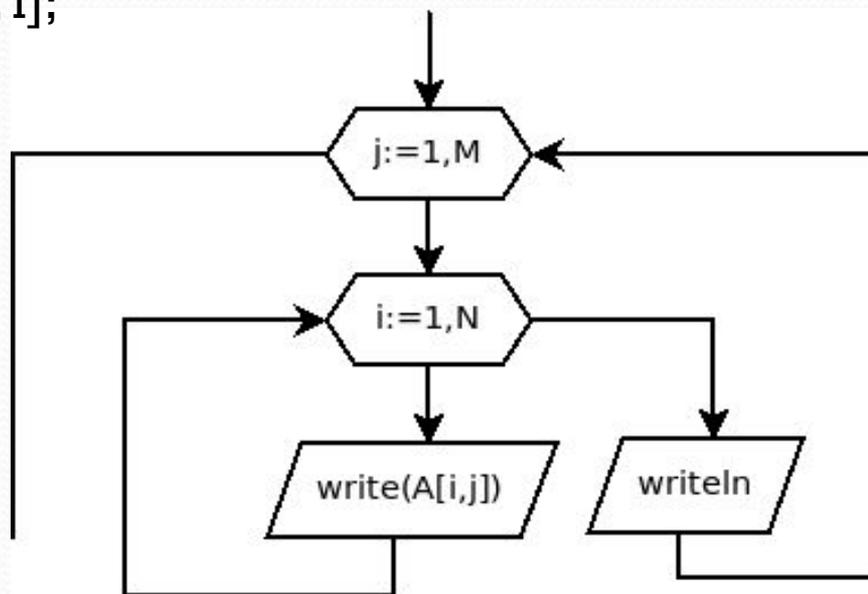
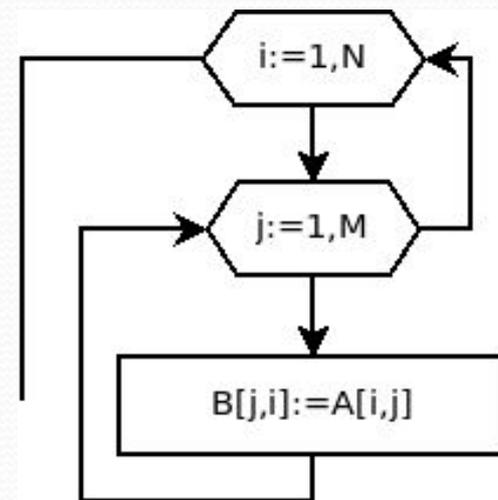
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16



1	5	9	13
2	6	10	14
3	7	11	15
4	8	12	16

```
For i := 1 To M Do
  Begin
    For j := 1 To N Do
      Write (A [i, j] : 5);
    WriteLn;
  End;
  WriteLn('Полученная матрица:');
  For i := 1 To N Do
    Begin
      For j := 1 To M Do
        Write (B [i, j] : 5);
      WriteLn;
    End;
```

```
For i := 1 To N Do
  For j := 1 To M Do
    B [i, j] := A [j, i];
```



Понятие задачи и подзадачи

- Исходные данные называют параметрами задачи.
 - для решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, определяются три параметра - a , b и c .
 - для нахождения среднего арифметического параметры - количество чисел и их значения.



Понятие задачи и подзадачи

ПОДЗАДАЧА

—

та же задача,

**с меньшим
числом
параметров**

**с тем же числом
параметров, но хотя бы
один имеет меньшее
значение**

Найти самую тяжелую монету из 10 монет.

"Самая тяжелая монета" из 1 монеты,

"Самая тяжелая монета" из 2 первых монет,

"Самая тяжелая монета" из 3 первых монет,

...

"Самая тяжелая монета" из 9 первых монет.

все они основываются на одной подзадаче: *найти самую тяжелую из 2 монет.*

Рекуррентное соотношение

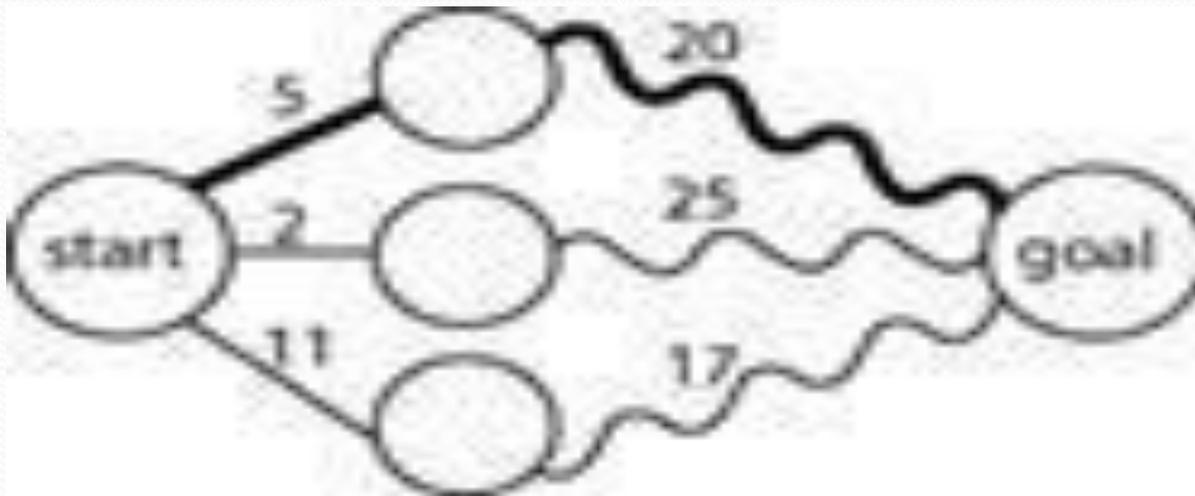
- соотношение, связывающее одни и те же функции, но с различными аргументами.

Правильное рекуррентное соотношение - соотношение, у которых количество или значения аргументов у функций в правой части меньше количества или значений аргументов функции в левой части соотношения. Если аргументов несколько, то достаточно уменьшения одного из аргументов.

Метод динамического программирования

□ метод оптимизации, приспособленный к операциям, в которых процесс принятия решения может быть разбит на этапы (шаги):

1. Разбиение задачи на подзадачи меньшего размера.
2. Построение таблицы решений.
3. Решение задачи с помощью построенной таблицы



Динамическое программирование (ДП)

- метод решения задач путем составления последовательности из подзадач таким образом, что:
 - первый элемент последовательности (возможно несколько элементов) имеет тривиальное решение
 - последний элемент этой последовательности - это исходная задача
 - каждая задача этой последовательности может быть решена с использованием решения подзадач с меньшими номерами

Для T составляется $\{T_1, T_2, T_3, \dots, T_i, \dots, T_n\}$,
причем $T = T_n$ и $T_i = F(T_{i-1})$

Два подхода ДП

- *Нисходящее ДП* - задача разбивается на подзадачи меньшего размера, они решаются и затем комбинируются для решения исходной задачи.
- *Восходящее ДП* - подзадачи, которые впоследствии понадобятся для решения исходной задачи просчитываются заранее и затем используются для построения решения исходной задачи.

Определить, сколькими различными способами можно подняться на 10-ю ступеньку лестницы, если за один шаг можно подниматься на следующую ступеньку или через одну.

Пусть $K(10)$ - количество способов подъема на 10 ступеньку, $K(i)$ количество способов подъема на i -ю ступеньку.

$$K(i) = K(i - 2) + K(i - 1), \text{ при } i \geq 3$$

$$K(1) = 1, K(2) = 2.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	$K(i)$
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	--------



```
K[1] := 1;  
K[2] := 2;  
for i := 3 to 10 do  
    K[i] := K[i - 1] + K[i - 2];
```

В заданной числовой последовательности $A[1..N]$ определить максимальную длину последовательности подряд идущих одинаковых элементов

$L(i)$ - максимальная длину последовательности до номера i

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A[i]$	1	4	4	3	2	2	2	2	1
$L[i]$	1	1	2	1	1	2	3	4	1

$L(i) =$

$L(i-1)+1$, если числа одинаковые
1, если числа различны

```
L[1] := 1;
For i:=2 to N do
  if A[i-1] = A[i] then
    L[i] := L[i-1] + 1
  else
    L[i] := 1;
IndL := 1;
For i:=2 to N do
  if L[i] > L[IndL] then
    IndL := i;
```

Для заданной числовой последовательности $A[1..N]$ найти максимальную длину строго возрастающей подпоследовательности элементов (не обязательно подряд идущих, но обязательно в порядке увеличения индексов) последовательности A .

$L(i)$ - максимальная длина последовательности до номера i

$L(i+1) = \max(L(j)) + 1$ при $1 \leq j \leq i$,

$A[i+1] > A[j]$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A[i]$	0	5	2	4	1	3	6	6	9
$L[i]$	1	2	2	3	2	3	4	4	5

```
L[1] := 1;
For i:=2 to N do
  If A[i]=A[i-1] then L[i]:=L[i-1]
  Else
    For j:=1 to i-1 do
      if A[j]<A[i], then
        L[i]:=L[j]+1;
  IndL:=1;
For i:=2 to N do
  if L[i] > L[IndL] then IndL:=i;
//результат L(IndL)
```

Составить программу подсчета для натурального числа n количества всех его делителей.

- Пусть $dn(n)$ и $dnx(n,x)$ - функции для решения исходной и обобщенной задач.
 $dn(n)=dnx(n,n)$.

$$Dnx(n,x) = \begin{cases} 1, \text{ при } x=1 \\ Dnx(n,x-1) + \begin{cases} 1, \text{ если } (n \bmod x)=0 \\ 0, \text{ иначе} \end{cases} \end{cases}$$

Пусть $n=20$

x	1	2	3	4	5	6
dbx	1	2	2	3	4	4

```
readln(n,x);
del[1]:=1
for I:=2 to x do
  if n mod x=0 then
    del[i]:=1+del[i-1]
  else del[i]:=del[i-1];
end;
writeln(del[x]);
```

В таблице размера $m \times n$, с элементами 0 и 1 найти квадратный блок максимального размера, состоящий из одних единиц.

```
1 1 0 1 0 1
1 1 1 1 1 0
1 0 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 0 1 1 0 1
```



```
1 1 0 1 0 1
1 2 1 1 1 0
1 0 1 2 2 1
1 1 1 2 3 2
1 0 1 2 0 1
```

Пусть $T[i,j]$ - функция, значение которой равно размеру максимального квадратного блока из единиц, правый нижний угол которого расположен в позиции (i,j) .

$T[1,j] = a[1,j], T[i,1] = a[i,1]$.

$T[i,j] = 0$, если $A[i,j] = 0$,

$T[i,j] = \min(T[i-1,j], T[i,j-1], T[i-1,j-1]) + 1$, при $A[i,j] = 1$.

```
const m=5;n=6;
```

```
var
```

```
a:array[1..M,1..N] of integer
```

```
T:array[1..n,1..N] of integer;
```

```
J,I,MAX,AMAX,BMAX:INTEGER;
```

```
begin
```

```
FOR I:=1 TO M DO
```

```
  FOR J:=1 TO N DO
```

```
    BEGIN T[1,J]:=A[1,J]; T[I,1]:=A[I,1]; END;
```

```
  FOR I:=2 TO M DO
```

```
    FOR J:=2 TO N DO
```

```
      IF A[I,J]=0 THEN T[I,J]:=0
```

```
      ELSE
```

```
Begin
```

```
T[I,J]:= T[i-1,j];
```

```
IF T[I,J] > T[i,j-1] THEN T[I,J]:= T[i,j-1] ;
```

```
IF T[I,J]>T[i-1,j-1] THEN T[I,J]:= T[i-1,j-1] ;
```

```
T[I,J]:= T[I,J] +1;
```

```
end;
```

```
MAX:=1; AMAX:=1; BMAX:=1;
```

```
FOR I:=2 TO M DO
```

```
  FOR J:=2 TO N DO
```

```
    IF T[I,J]>MAX THEN
```

```
      BEGIN MAX:=T[I,J]; AMAX:=I; BMAX:=J;END;
```

```
WRITELN('RASMER_BLOKA:',MAX,'KOORDINAT;', AMAX:5, BMAX:5);
```

```
readln;
```

```
end.
```