Исследование насыщения рынка автомобилей

- **<u>Используемый математический аппарат</u>:** математическое описание насыщения рынка автомобилей осуществляется с помощью обыкновенного дифференциального уравнения с начальными условиями.
- **<u>Объектом исследования</u>** является рынок автомобилей в стране. Допустим, что к моменту начала исследований в стране было **N** легковых автомобилей. В течение ближайших лет предполагается производить по **P** легковых автомобилей в год. Средний срок службы автомобиля **K** лет.

- **Цель исследования:** изучение динамики роста автомобилей в стране.
- Для этого будем рассматривать процесс пополнения рынка (выпуск автомобилей) и процесс уменьшения количества автомобилей на рынке (ограничение срока службы автомобиля) в течение года. Для упрощения модели другие процессы, влияющие на динамику рынка, рассматривать не будем.
- Состояние рынка характеризуется количеством автомобилей, действующих в определенный момент времени **t**. Пусть количество автомобилей на рынке является функцией от времени и составляет **y(t)** автомобилей.

- По условию задачи срок службы автомобиля равен **K** годам, следовательно, в среднем, выходит из строя в год доля, равная **1/K**. Значит, интенсивность процесса выхода автомобиля из строя равна **j(t)=1/K**.
- Количество автомобилей за промежуток времени **Δt** увеличится на количество автомобилей, произведенных за этот период времени. Таких автомобилей будет **P × Δt**.
- Количество автомобилей на рынке страны за промежуток времени **Δt** уменьшится на число автомобилей, вышедших из строя.
  - **j(t) × y(t) × Δt**.

- Запишем уравнение баланса численности автомобилей на рынке за промежуток времени **Δt**
  - **$\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t) = P \times \Delta t - j(t) \times y(t) \times \Delta t$**
- Разделим обе части уравнения на **Δt**
  - **$\Delta y/\Delta t = P - j(t) \times y(t).$**
- Переходя к пределу при **$\Delta t \to 0$**, получим в левой части уравнения производную, которую обозначим как **$y'(t) = P - j(t) \times y(t).$**
- Определив начальные значения и параметры уравнения, можем решить дифференциальную задачу Коши.

- Положим, что T = 100, т.е. станем изучать динамику рынка в течение 100 лет, а начальным значением для **t** будет 1, то есть

t_0 = 1. Начальным значением для **y(t)** является **N** число автомобилей в стране к моменту исследований, т.е y(1) = N. Пусть N = 2×10^6

Предположим, ежегодный выпуск автомобилей составляет 10^6, а срок службы автомобиля – 10 лет. Таким образом, P = 10^6, а K = 10.

,

- Согласно алгоритму явной схемы Эйлера необходимо:
- 1) Построить расчетную сетку, для которой сначала подсчитаем количество и зададим нумерацию узлов сетки
  - $\tau = t_{i+1} - t_i$, $n = T - t_0 / \tau$, $i = 0, \ldots, n$;

$$t_{i\ =}\ t_0 + i \times \tau\ ;$$

2) Записать конечно-разностное уравнение явного метода Эйлера для решения дифференциального уравнения

$$y_{i+1} = y_i + \tau \times f(y_i, t_i),$$

где $f(y, t) = P - j(t) \times y(t)$.

Решением уравнения будет функция y(t), показывающая динамику насыщения рынка автомобилей в течение 100 лет.

Анализ результатов расчета

- В течение 40 лет наблюдается значительный рост количества автомобилей на рынке страны. В следующие 40 лет прирост автомобилей резко замедляется и к 80-му году наблюдается стабилизация рынка.