

Презентация
по теме:
«Автокорреляция»

Линейная модель множественной регрессии с автокорреляцией остатков

Применение к модели с автокорреляцией остатков обыкновенного МНК приведет к следующим последствиям:

1. Выборочные дисперсии полученных оценок коэффициентов будут больше по сравнению с дисперсиями по альтернативным методам оценивания, т.е. оценки коэффициентов будут неэффективны.

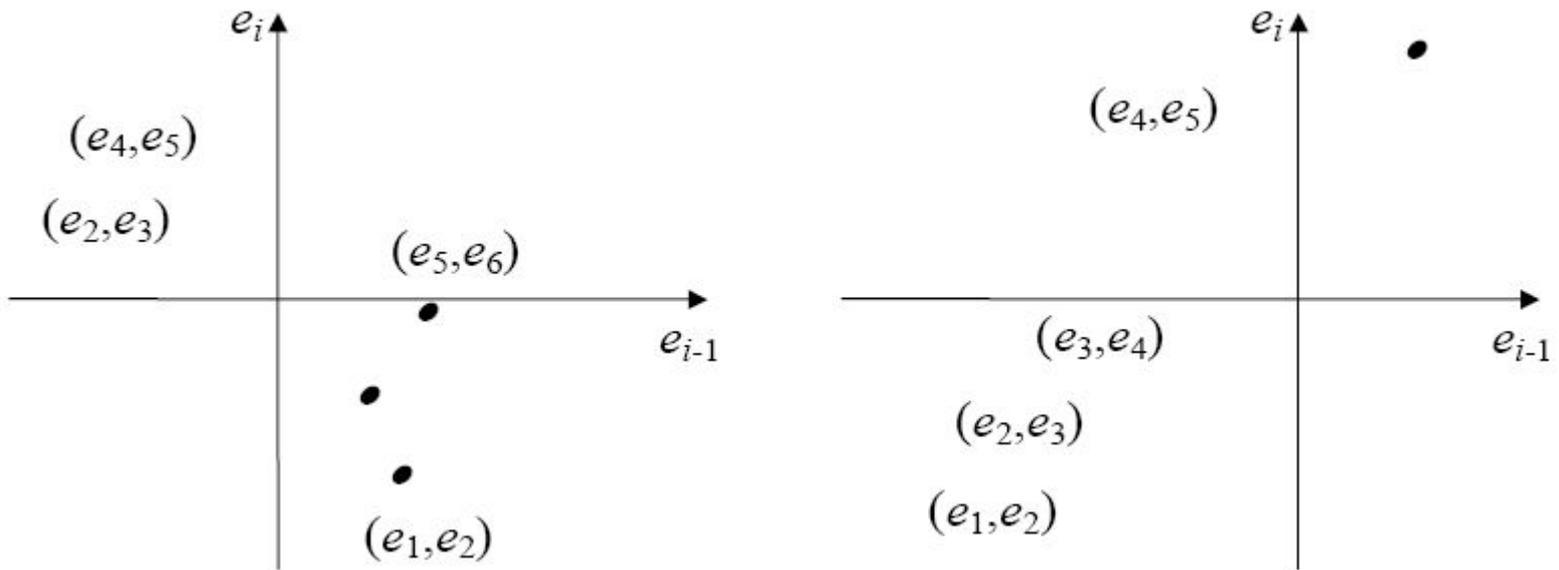
2. Стандартные ошибки коэффициентов будут оценены неправильно, чаще всего занижены, иногда настолько, что нет возможности воспользоваться для проверки гипотез соответствующими точными критериями – мы будем чаще отвергать гипотезу о незначимости регрессии, чем это следовало бы делать в действительности.

3. Прогнозы по модели получаются неэффективными.

На практике исследователь в этом случае поставлен перед проблемой тестирования наличия в модели автокорреляции, а также выявления причины автокорреляции при ее обнаружении: или в модели опущена существенная переменная, или структура ошибок зависит от времени. То есть, исследование остатков позволяет судить о правильности модели и ее пригодности для прогнозирования.

Простейшим способом проверки наличия автокорреляции является графическое изображение остатков e_i . Возможно построение:

- графика временной последовательности, если остатки получены в разные моменты времени;
- графика зависимости остатков от значений \hat{Y}_i , полученных по регрессии;
- графиков зависимости остатков от объясняющих переменных.



Автокорреляция остатков

Более достоверным способом проверки существования автокорреляции является применение статистических критериев. Хорошо известны два – критерий знаков (относится к непараметрическим критериям) и критерий Дарбина-Уотсона.

Пример. Получены остатки 0,6; 1,9; -1,8; -2,7; -2,9; 1,4; 3,3; 0,3; 0,8; 2,3; -1,4; -1,1, которые обнаруживают следующую последовательность знаков ++ -- +++ + --. Имеем $n_u=4$, $n_1=7$, $n_2=5$. По таблице находим критические значения для n_u : 3 и 11. Так как $3 < n_u < 11$, то нулевая гипотеза принимается, то есть остатки независимы и автокорреляция отсутствует. ∇

Критерий знаков достаточно прост и не использует информацию о величине e_i , и поэтому недостаточно эффективен.

Для проверки гипотезы о существовании линейной автокорреляции первого порядка, которая чаще всего имеет место на практике, предпочтителен критерий Дарбина-Уотсона, основанный на статистике:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

Области статистических решений для критерия Дарбина-Уотсона

$d < d_L$	$d_L < d < d_U$	$d_U < d < 2; 2 < d < (4 - d_U)$	$(4 - d_U) < d < (4 - d_L)$	$d > (4 - d_L)$
Отвергаем H_0 в пользу гипотезы о положительной автокорреляции	H_0 не принимается и не отвергается	Принимается H_0	H_0 не принимается и не отвергается	Отвергаем H_0 в пользу гипотезы об отрицательной автокорреляции

Пример. Для примера 1 из п. 3.2 $n=20$, $k=2$ имеем табл. 4.4.

Далее по формуле (4.9) $d=4397,66/2050,37=2,14$.

Значения d_L и d_U при уровне значимости 5% получим из справочника при $n=20$ и $k=2$: $d_L=1,10$, $d_U=1,54$.

Так как $d>2$, то вычисляем $4-d_U=2,46$ и $4-d_L=2,90$ и $2<d<4-d_U$.

Согласно табл. 4.3 гипотеза о равенстве нулю автокорреляции принимается. ∇

Вычисление значения статистики d

Ошибка e_i	e_i^2	e_{i-1}	$(e_i - e_{i-1})^2$	Ошибка e_i	e_i^2	e_{i-1}	$(e_i - e_{i-1})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
-2,49	6,20			-0,68	0,46	-8,72	64,64
-1,86	3,46	-2,49	0,40	5,27	27,72	-0,68	35,40
31,93	1019,21	-1,86	1141,76	-5,29	27,93	5,27	111,51
-3,18	10,11	31,93	1232,71	-16,74	280,23	-5,29	131,10
-2,17	4,71	-3,18	1,02	8,94	79,87	-16,74	659,46
-18,38	337,64	-2,17	262,76	-3,57	12,74	8,94	156,50
-3,45	11,90	-18,38	222,90	5,18	26,79	-3,57	76,56
5,58	31,14	-3,45	81,54	7,72	59,60	5,18	6,45
-3,11	9,67	5,58	75,52	-0,85	0,72	7,72	73,44
-8,72	76,04	-3,11	31,47	4,85	23,47	-0,85	32,49
Сумма					2050,37		4397,66

Метод 5. Дарбиным была предложена простая схема, дающая эффективные оценки коэффициентов:

а). Подставляя (4.10) в модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$, получим с учетом $u_{i-1} = Y_{i-1} - \beta_0 - \beta_1 X_{i-1}$:

$$Y_i = \beta_0(1 - \rho) + \rho Y_{i-1} + \beta_1(X_i - \rho X_{i-1}) + \varepsilon_i,$$

где ошибка ε_i удовлетворяет (4.11). Применяя обыкновенный МНК к последней модели, получаем оценку ρ как коэффициента при Y_{i-1} .

б). Вычисляем значения преобразованных переменных $\tilde{Y}_i = Y_i - \rho Y_{i-1}$, $\tilde{\beta}_0 = \beta_0(1 - \rho)$, $\tilde{X}_i = X_i - \rho X_{i-1}$ и применяем к ним обыкновенный МНК. Получаем искомые оценки коэффициентов регрессии.

Спасибо за внимание!

