

# Тема 21

**Электрический колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томсона. Затухающие колебания. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс. Электрические автоколебания. Автогенератор на вакуумном триоде и биполярном транзисторе**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

- 21.1. Электрический колебательный контур.  
Собственные колебания. Формула Томсона.
- 21.2. Затухающие колебания. Вынужденные  
колебания в контуре. Резонанс.
- 21.3. Электрические автоколебания.  
Автогенератор на вакуумном триоде и  
биполярном транзисторе.

## 21.1. Электрический колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томсона

Рассмотрим колебания груза массой  $m$  на пружине.

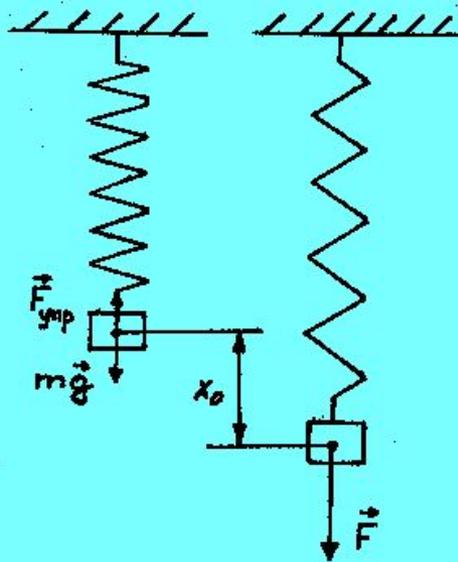


Рис. 21.1.

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

$$m\vec{a} = -k\vec{x}, \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$x = x_0 \sin \omega_0 t \quad (21.1)$$

$\omega_0$  — частота собственных колебаний .

## Процесс гармонического колебания

$t$	$0$	$1/4T$	$1/2T$	$3/4T$	$T$
$x$	$x_0$	$0$	$-x_0$	$0$	$x_0$
$v$	$0$	$v_0$	$0$	$-v_0$	$0$
$a$	$-\alpha_0$	$0$	$\alpha_0$	$0$	$-\alpha_0$
$\omega$	$Kx_0^2/2$	$mv_0^2/2$	$kx_0^2/2$	$mv_0^2/2$	$kx_0^2/2$

Рассмотрим колебания в колебательном контуре. Колебательным контуром называется цепь, составленная из катушки индуктивности и конденсатора.

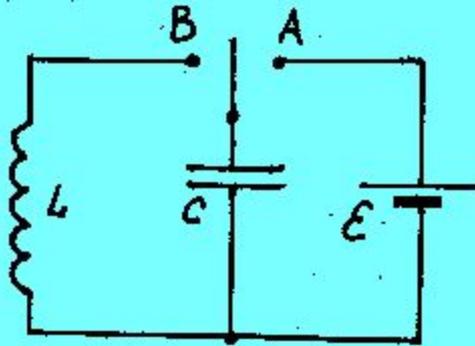


Рис. 21.2.

Для вывода системы из состояния равновесия надо сообщить ей энергию. Если ключ перевести в положение А, то конденсатор будет заряжаться.

$$W_{\text{эл.п}} = \frac{CU_{\text{с0}}^2}{2} \quad (21.2)$$

Если после этого ключ перевести в положение В, то в контуре возникнут гармонические колебания.

$$U_C + U_L = 0$$
$$\frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} = 0$$
$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0$$

Коэффициент  $1/LC$  можно обозначить как  $\omega^2$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \omega_0^2 i = 0$$

где  $\omega_0$  – частота собственных колебаний контура.  $i = i_0 \sin \omega_0 t$  (21.3)

Между током и напряжением будет сдвиг фаз на угол  $180^\circ$ .

Таким образом, в электрической цепи возникают незатухающие колебания, которые характеризуются периодическими изменениями во времени величины тока, заряда и напряжения на обкладках конденсатора, а также взаимными превращениями энергии электрического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки индуктивности.

Составим таблицу, аналогичную таблице для механических колебаний

$t$	$0$	$1/4T$	$1/2T$	$3/4T$	$T$
$U_c$	$U_{c0}$	$0$	$-U_{c0}$	$0$	$U_{c0}$
$i$	$0$	$i_0$	$0$	$-i_0$	$0$
$q$	$-q_0$	$0$	$q_0$	$0$	$-q_0$
$W$	$CU^2_{c0}/2$	$Li_0^2/2$	$CU^2_{c0}/2$	$Li_0^2/2$	$CU^2_{c0}/2$

$t = \frac{1}{4}T$ : в цепи пойдет ток за счет запасенной энергии. Запас энергии будет уменьшаться, и ток будет слабеть.

$t = \frac{1}{2}T$ : заряд на обкладках сменится на противоположный.

$t = \frac{3}{4}T$ : по отношению к первоначальному току ток будет иметь противоположное направление.

$t = T$ : через период восстановится исходная картина.

## 21.2. Затухающие колебания. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс

Рассмотренная ранее система является идеальной, т.к. в ней не учитывается процесс потери энергии колебаний, связанный с тем, что катушка индуктивности, кроме реактивного, обладает еще и активным сопротивлением, вследствие чего часть энергии расходуется на нагревание проводников.

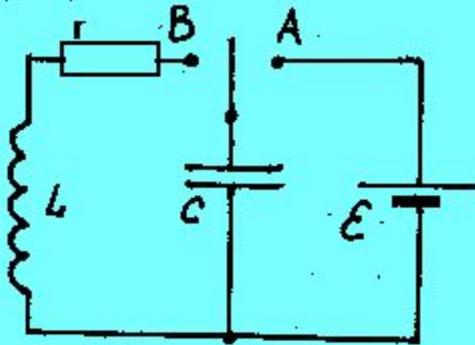


Рис. 21.3.

Тогда для реального колебательного контура из второго правила Кирхгофа

$$U_c + U_L + U_r = 0 \quad (21.4)$$

$$\frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} + ir = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0.$$

или после подстановок  $\frac{r}{2L} = \beta$  и  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$

$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 = 0$  — дифференциальное уравнение затухающих колебаний, где  $\beta$  — коэффициент затухания.

Его решение имеет вид  $i = i_0 e^{-\beta t} \sin \omega_0 t$ .

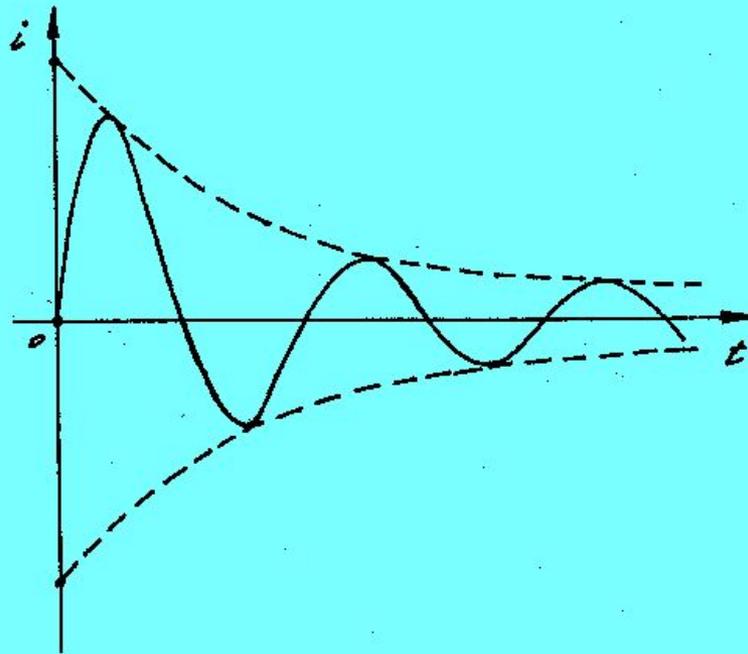


Рис.21.4.

Для поддержания незатухающих колебаний необходимо в колебательный контур включить внешний источник энергии, который будет осуществлять периодическую подачу энергии в колебательную систему.

Тогда, применяя для этого случая второе правило Кирхгофа, получим

$$U_C + U_L + U_r = U_{\Omega},$$

$$U_{\Omega} = U_0 \sin \Omega t.$$

Отсюда, после подстановок

$$\frac{1}{C} \int i dt + L \frac{di}{dt} + ir = U_0 \sin \Omega t$$

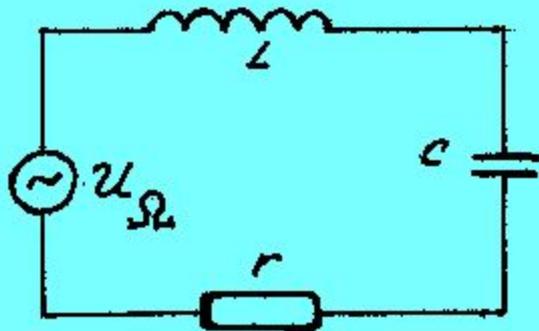


Рис. 21.5.

Приходим к дифференциальному уравнению незатухающих вышеуказанных колебаний

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = U_0 \sin \Omega t.$$

Его решение имеет вид

$$i = i_1 + i_2 \tag{21.5}$$

Где  $i_1$  и  $i_2$

$$\begin{cases} i_1 = i_{01} e^{-\beta t} \sin \omega_0 t, \\ i_2 = i_{02} \sin \Omega t \end{cases} \tag{21.6}$$

Отсюда следует, что через некоторое время колебательные процессы в контуре будут полностью определяться вторым слагаемым в (21.5). В контуре возникнут незатухающие вынужденные колебания с частотой  $\Omega$ .

При приближении частоты вынужденных колебаний  $\Omega$  к частоте собственных колебаний контура  $\omega_0$  наблюдается резкое увеличение амплитуды колебаний, т. е. явление резонанса (рис. 21.6).

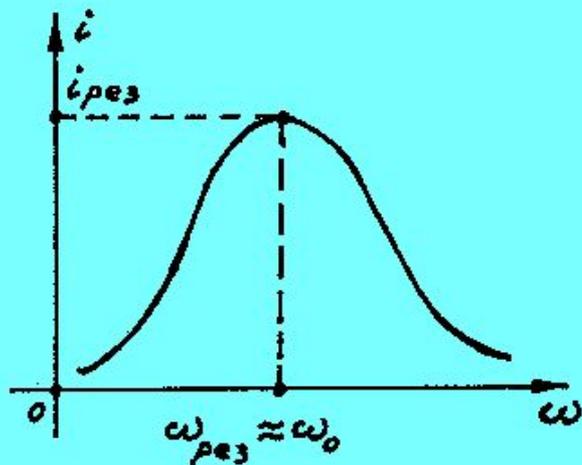


Рис. 21.6.

Другой способ получения резонанса состоит в подборе таких параметров контура  $L$  или  $C$ , при которых выполняется условие резонанса  $\omega_0 \approx \Omega$ . Такой резонанс называется параметрическим.

### 21.3. Электрические автоколебания. Автогенератор на вакуумном триоде и биполярном транзисторе

Для того, чтобы возникли незатухающие колебания, необходимо выполнение следующих условий:

1. баланс фаз;
2. баланс амплитуд;

Другими словами, энергия должна подаваться в колебательный контур в фазе с существующими там колебаниями, и количество энергии, подаваемое в колебательный контур от источника, должно быть не меньше, чем потери энергии за это же время.

Для реализации этого процесса в любом генераторе существует положительная обратная связь, которая реализуется с помощью цепочки обратной связи  $\beta$  (рис. 21.7).

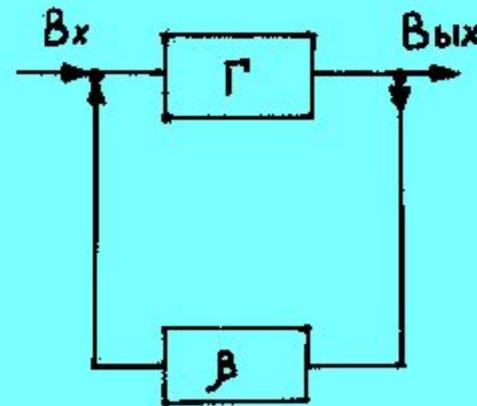


Рис. 21.7.

Как это осуществляется мы рассмотрим на примере схем LC-генератора на вакуумном триоде и биполярном транзисторе (рис. 21.8, 21.9).

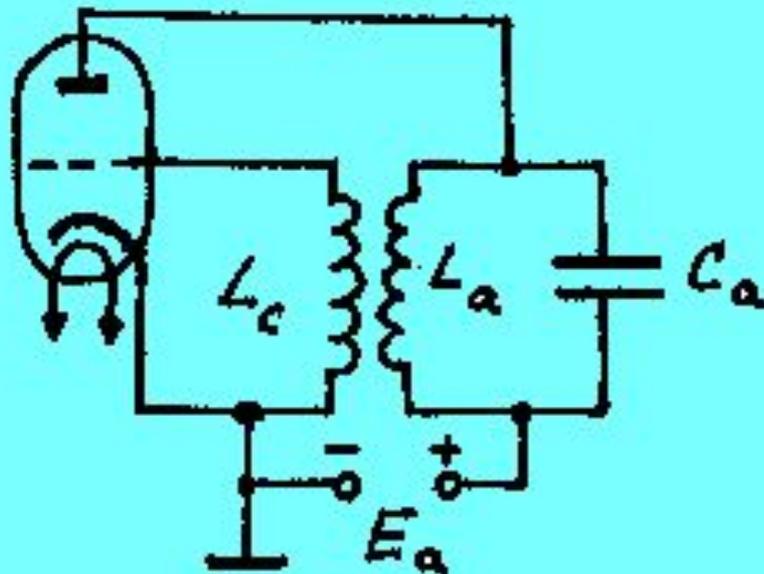


Рис. 21.8.

Вакуумный триод - электронная лампа, у которой в пространстве между анодом и катодом находится третий (управляющий) электрод – сетка. Назначение триодов – усиление и генерирование переменных напряжений и токов, а также усиление постоянного тока.

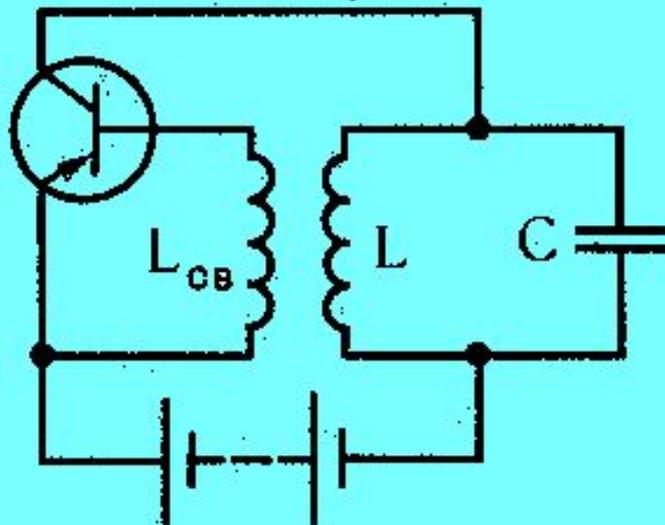


Рис. 21.9.

Биполярный транзистор — трёхэлектродный полупроводниковый прибор, один из типов транзистора. Электроды подключены к трём последовательно расположенным слоям полупроводника с чередующимся типом примесной проводимости. По этому способу чередования различают  $n-p-n$  и  $p-n-p$  транзисторы ( $n$  (negative) — электронный тип примесной проводимости,  $p$  (positive) — дырочный). В биполярном транзисторе, в отличие от других разновидностей, основными носителями являются и электроны, и дырки (от слова «би» — «два»).

В схему LC – генератора на биполярном транзисторе входят следующие основные элементы:

1. Источник энергии, за счет которого поддерживаются незатухающие колебания.
2. Колебательный контур.
3. Устройство, регулирующее поступление энергии от источника в колебательную систему (транзистор).
4. Цепочка обратной связи, с помощью которой колебательная система управляет “клапаном” (в данном случае за счет индуктивной связи катушки контура с катушкой в цепи эмиттер – база).

Известно, что в течение одного периода колебаний заряда на обкладках конденсатора уменьшается одновременно с уменьшением энергии колебаний. Для пополнения запаса энергии в колебательном контуре необходимо периодически подзаряжать конденсатор, причем делать это необходимо только в те моменты времени, когда положительно заряженная пластина конденсатора подсоединяется к положительному полюсу источника тока, а отрицательно заряженная пластина – соответственно к отрицательному полюсу источника тока. Роль быстродействующего ключа, присоединяющего источник энергии к колебательной системе, выполняет транзистор.