Тема 22

Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Плоские электромагнитные волны в вакууме, скорость их распространения

ОГЛАВЛЕНИЕ

22.1. Вихревое электрическое поле. Ток смещения
22.2. Уравнения Максвелла в интегральной форме
22.3. Плоские электромагнитные волны в вакууме, скорость их распространения

22.1. Вихревое электрическое поле. Ток смещения

Рассмотрим процессы, протекающие в цепи переменного тока, при включении в нее конденсатора (рис.22.1).

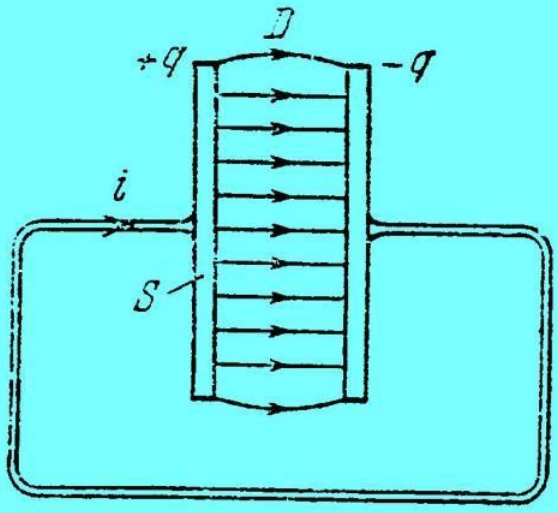

Рис. 22.1.

Для установления связи между изменяющимися электрическим и порождаемым им магнитным полями Максвелл ввел понятие тока смещения. Поскольку движение свободных носителей заряда, создающих ток проводимости, существует вдоль всей цепи, кроме зазора между обкладками конденсатора, линии тока проводимости терпят на границах обкладок разрыв. Однако вследствие наличия переменного электрического поля в пространстве между обкладками, характеризующегося вектором электростатической индукции D, можно предположить, что линии тока проводимости непрерывно переходят на границе обкладок в линии тока смещения, плотность которого определяется соотношением

$$j_{см} = \frac{\partial B}{\partial t}$$

На основании этого Максвелл сделал вывод о том, что суммарный (полный) ток складывается из двух компонентов: тока проводимости и тока смещения.

$$j = j_{пр} + j_{см} \qquad (22.1)$$

$j_{пр} = \gamma E$, где γ - удельная проводимость,

$j_{см} = \dfrac{\partial D}{\partial t}$, т. е.

плотность тока смещения равна первой производной вектора электрического смещения по времени. Тогда

$$j = j_{пр} + j_{см} = \gamma E + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Т. к. $i = \int_S i dS$,

то получим закон полного тока: $$i = \int_S j dS = \int_S \left(\gamma E + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS \qquad (22.2)$$

Если происходят низкочастотные процессы, то преобладает $j_{пр}$

Если происходят высокочастотные процессы, то преобладает $j_{см}$

К оглавлению

22.2 Уравнения Максвелла в интегральной форме.

1. Это уравнение представляет собой запись теоремы Остроградского – Гаусса в интегральной форме.

$$\oint E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV \Rightarrow \oint D_n dS = \int_V \rho dV \qquad (22.3)$$

Если же источников электрических зарядов нет, то объемная плотность зарядов равна нулю и электрическое поле отсутствует, т.е.

$$\oint E_n dS = 0$$

2. Запишем аналогичное выражение для потока вектора магнитной индукции (теорема Гаусса)

$$\Phi = \oint B_n dS = 0 \qquad (22.4)$$

Магнитное поле является вихревым (источников магнитных зарядов нет)

3. По закону электромагнитной индукции Фарадея

$$\mathrm{E}_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_S B_n dS\right) = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS \qquad (22.5)$$

С другой стороны $\mathrm{E}_{инд} = \oint E_l dl.$

Тогда получим $$\oint E_l dl = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS \qquad (22.6)$$

4. Наличие магнитного поля связано либо с наличием тока проводимости, либо тока смещения. Тогда, с учетом закона полного тока

$$\oint_l H_l dl = \int_S \left(\gamma E + \frac{\partial D}{\partial t}\right) dS \qquad (22.7)$$

К оглавлению

22.3. Плоские электромагнитные волны в вакууме, скорость их распространения

Из уравнений Максвелла после ряда подстановок можно получить следующие выражения

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \dfrac{1}{\upsilon^2}\dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2} \\ \dfrac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \dfrac{1}{\upsilon^2}\dfrac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{cases} \qquad (22.8)$$

$$\begin{cases} E = E_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right) \\ H = H_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}\right) \end{cases} \qquad (22.9)$$

$\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda} \cdot \dfrac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$, где $\vec{k}$ – волновой вектор

Уравнения типа (22.9) называются волновыми. Их решение имеет вид (22.10).

Если волна плоская, то выражение для E и H принимают вид

$$\begin{cases} E_x = E_{0x}\cos(\omega t - kx) \\ H_x = H_{0x}\cos(\omega t - kx) \end{cases} \qquad (22.10)$$

Вектора $\vec{E}$ и $\vec{H}$ являются взаимно перпендикулярными.

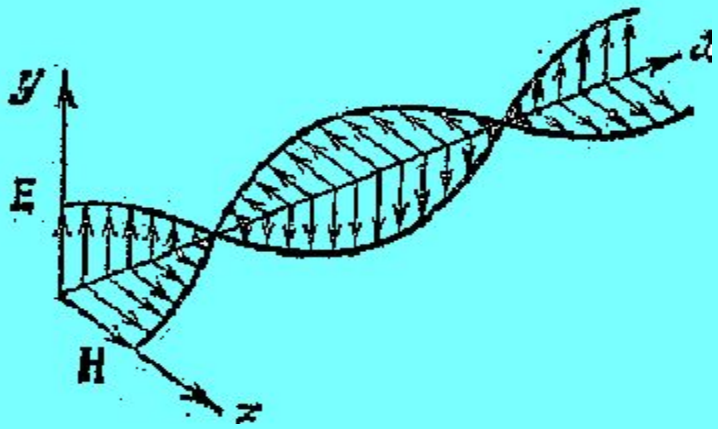

Рис. 22.2.

Таким образом, вихревые электрические и магнитные поля распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн, скорость которых v с учетом материальных уравнений

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$ и $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ выражается формулой $v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}}$

Для вакуума $\varepsilon = \mu = 1$, а $v = c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8\ м/с.$

Тогда скорость электромагнитных волн в любой среде

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

К оглавлению