Тема 4

Вывод формулы для расчета работы сил поля при перемещении зарядов. Понятие потенциала, потенциальный характер электростатического поля. Связь между напряженностью и потенциалом. Потенциал поля плоского конденсатора, заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

4.1. Вывод формулы для расчета работы сил поля при перемещении зарядов.

Пусть имеется точечный положительный заряд. Рассчитаем работу по перемещению из точки 1 в точку 2.

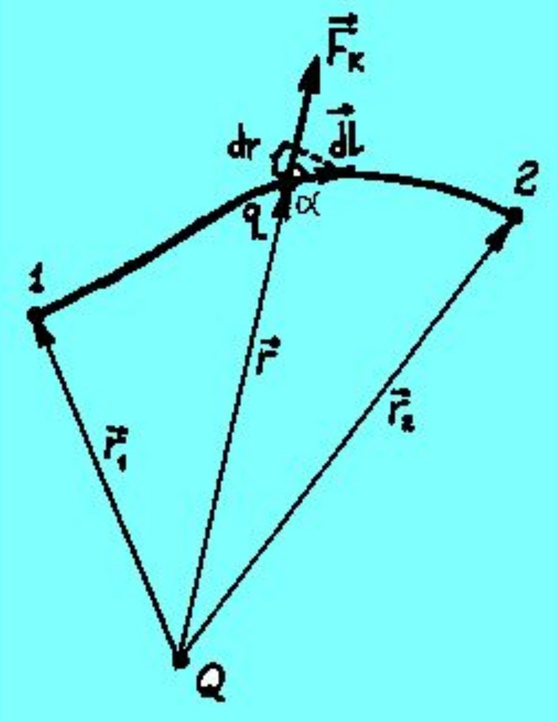


Рис. 4.1.Перемещение точечного положительного заряди из точки 1 в точку 2.

$$dA = \vec{F}_{эл} \cdot d\vec{l} = F_{эл} \cdot dl \cdot \cos\alpha \qquad (4.1)$$

$$F_{эл} = q_{пр} \cdot E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_{пр}Q}{r^2}$$

$$dl \cdot \cos\alpha = dr$$

$$dA = \frac{q_{пр}Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{q_{пр}Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{q_{пр}Q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_1^2 = \frac{q_{пр}Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= q_{пр} \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \right) = q_{пр} \left(\varphi_1 - \varphi_2 \right)$$

Вывод: *работа по перемещению заряда из одной точки поля в другую равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек траектории.*

К оглавлению

4.2. Понятие потенциала, потенциальный характер электростатического поля.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} + const$$ – может служить характеристикой поля. (4.2)

Т. к. при $r \to \infty$ функциональная часть выражения (4.2) $\to 0$, то примем const = 0. Получим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} \qquad (4.3)$$

Эта величина получила название потенциал поля точечного заряда.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (4.4)$$

Пусть $r_2 = \infty$, тогда $\varphi_2 = 0$ *и* $\varphi_1 = \varphi$

$$A_{1\infty} = q\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{A_{1\infty}}{q} \qquad (4.5)$$

Потенциалом поля в данной точке называется физическая величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Работа сил электростатического поля равна убыли потенциальной энергии, т. е.

$$A_{12} = W_{П1} - W_{П2} \tag{4.6}$$

Тогда, сравнив (4.4) и (4.6), получим

$$W_П = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r} \tag{4.7}$$

Т. к. при $r \to \infty$ $W_П = 0$, то $W_{П\infty} = q\varphi \Rightarrow \varphi = \dfrac{W_{П\infty}}{q}$ (4.8)

Потенциалом поля в данной точке называется физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которая приобретается единичным положительным зарядом при переносе из бесконечности в данную точку поля.

Выясним свойства потенциального электростатического поля.

$$\begin{cases} A_{11'2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \\ A_{11''2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \end{cases}$$

$$A_{11'2} = A_{11''2} \tag{4.9}$$

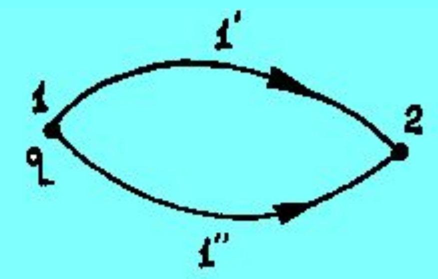


Рис. 4.2.

1. Работа по переносу из одной точки электрического поля в другую не зависит от формы траектории.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A_{21} = q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = -A_{12}$$

$$A_{12} = -A_{21}, \quad A_{12} + A_{21} = 0 \qquad (4.10)$$

2. Работа по переносу заряда вдоль замкнутого пути равна нулю. 1 и 2 отражают потенциальный характер поля.

$$A = \int_1^2 \vec{F}_э \cdot d\vec{l} = \int_1^2 qEdl\cos\alpha = q\int_1^2 E_i dl$$

$$A_0 = q\oint E_l dl = 0 \qquad \oint E_l dl = 0$$

3. В электрическом поле циркуляция вектора напряженности вдоль замкнутого контура равна нулю.

Эквипотенциальные поверхности.

Приставка экви- означает равный. *Эквипотенциальная поверхность — это поверхность, состоящая из точек, имеющих одинаковый потенциал.*

$$\varphi(x, y, z) = const.$$

Для геометрического описания электрического поля наряду с силовыми линиями используют и эквипотенциальные поверхности.

1. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

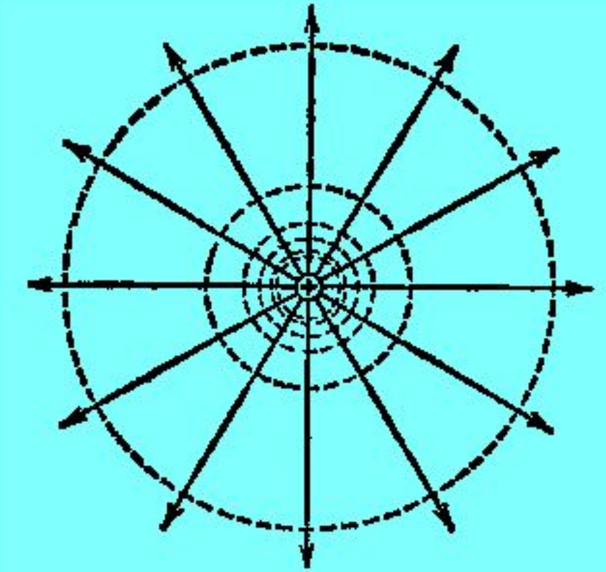


Рис. 4.3. Эквипотенциальные поверхности

2. Работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю.

Опыт 4.1. **Демонстрация эквипотенциальных поверхностей.**

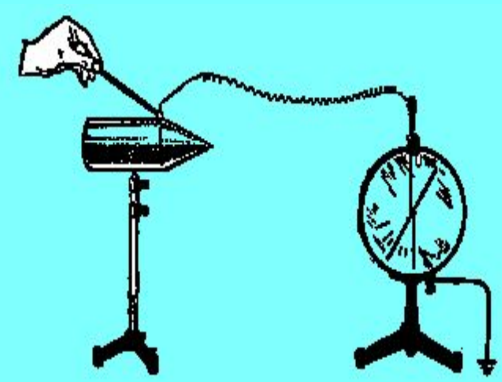


Рис. 4.4.Установка

Цель:

Демонстрация эквипотенциальных поверхностей.

Оборудование:

1. Электрометр демонстрационный.
2. Конусообразный кондуктор на изолирующем штативе.
3. Эбонитовая палочка.
4. Шерсть.
5. Шарик пробный на изолирующей ручке.
6. Два проводника: один – длиной 1,5 - 2 м гибкий, другой – для заземления электрометра.

Ход работы:

Пробный шарик с длинным проводником соединён со стержнем электроскопа, корпус заземлён. Заряжаем кондуктор и шарик перемещаем по всей поверхности (наружной и внутренней) кондуктора. Показания электрометра не меняются.

Выводы: поверхность заряженного проводника всюду имеет одинаковый потенциал.

К оглавлению

4.3. Связь между напряженностью и потенциалом.

Пусть имеется векторное поле $\vec{A} = \vec{A}(x, y, z)$ и некоторое скалярное поле $\varphi = \varphi(x, y, z)$

$$\varphi : \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$A_X = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, A_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, A_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

$$\vec{A} = \vec{A}(x, y, z) \Rightarrow \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{A} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} = grad\varphi$$

$$\vec{A} = grad\varphi = \nabla \varphi \qquad (4.11)$$

Известно, что между напряженностью и потенциалом электростатического поля существует связь:

$$\vec{E} = -grad\,\varphi = -\nabla \varphi \qquad (4.12)$$

К оглавлению

4.4. Потенциал поля плоского конденсатора, заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

Однородный плоский конденсатор.

$$E_x = E; E_y = 0; E_z = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i}$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \int_{\varphi 1}^{\varphi 2} d\varphi = -\int_0^d E dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -Ed; \varphi_1 - \varphi_2 = U; \ E = \frac{U}{d} \qquad (4.13)$$

где U - напряжение

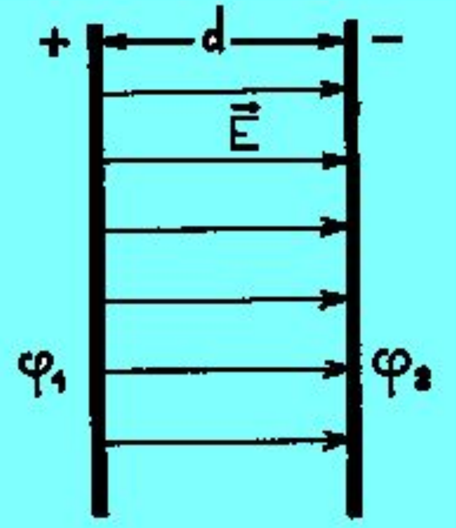


Рис. 4.4. Однородный плоский конденсатор

Задание для самостоятельной работы.

Используя материал лекций 3 и 4 вывести формулы, описывающие потенциал поля заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

К оглавлению

Для цилиндрического конденсатора

$$\tau = \frac{q}{l}$$

мы знаем что

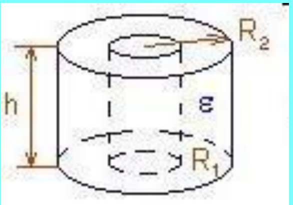
$$E(r) = \frac{l}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{\tau}{r} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{l}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{q}{lr}$$

найдем разность потенциалов между обкладками конденсатора путем интегрирования

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

Если зазор между обкладками относительный, т.е. выполняется условие

$$d = R_2 - R_1 << R_1 \Rightarrow \ln\frac{R_2}{R_1} = \ln(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1}) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1} \Rightarrow$$



в этом случае

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon C} \cdot \frac{d}{R_1}$$

Рис.4.5

Для сферического конденсатора

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{d}{r^2} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{R_2 - R_1}{R_1R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{d}{R_1R_2}$$

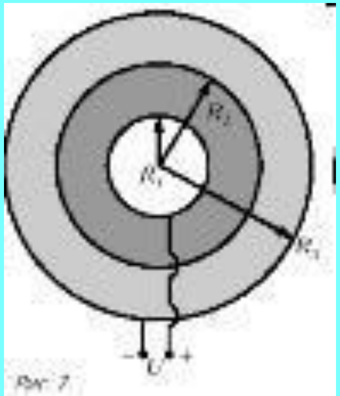


Рис.4.6

Для заряженной нити, где R – толщина нити

$$E(r) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r\varepsilon} \Rightarrow \varphi = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{dr}{\varepsilon r^2} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$$

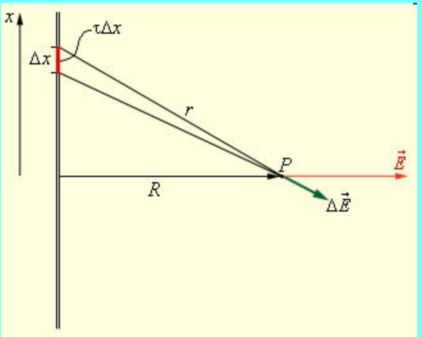


Рис.4.7