

# Тема 4

**Вывод формулы для расчета работы сил поля при перемещении зарядов. Понятие потенциала, потенциальный характер электростатического поля. Связь между напряженностью и потенциалом. Потенциал поля плоского конденсатора, заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

4.1. Вывод формулы для расчета работы сил поля при перемещении зарядов.

4.2. Понятие потенциала, потенциальный характер электростатического поля.

4.3. Связь между напряженностью и потенциалом.

4.4. Потенциал поля плоского конденсатора, заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

## 4.1. Вывод формулы для расчета работы сил поля при перемещении зарядов.

Пусть имеется точечный положительный заряд. Рассчитаем работу по перемещению из точки 1 в точку 2.

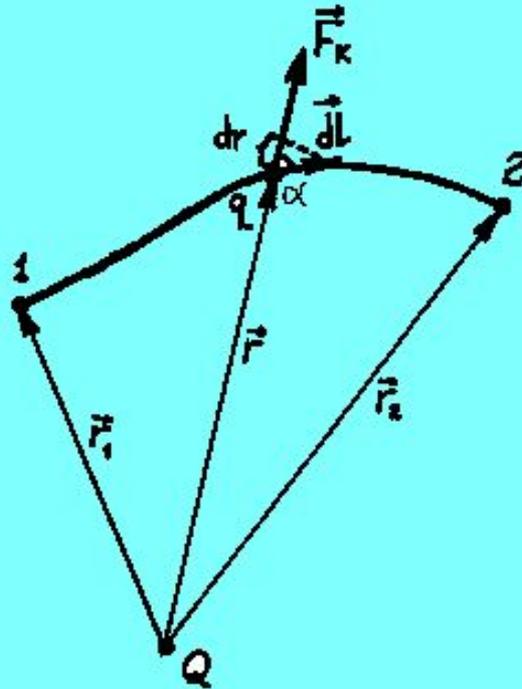


Рис. 4.1. Перемещение точечного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

$$dA = \vec{F}_{\text{эл}} \cdot d\vec{l} = F_{\text{эл}} \cdot dl \cdot \cos\alpha \quad (4.1)$$

$$F_{\text{эл}} = q_{\text{пр}} \cdot E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{пр}} Q}{r^2}$$

$$dl \cdot \cos\alpha = dr$$

$$dA = \frac{q_{\text{пр}} Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{q_{\text{пр}} Q}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{q_{\text{пр}} Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_1^2 = \frac{q_{\text{пр}} Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) =$$

$$= q_{\text{пр}} \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right) = q_{\text{пр}} (\varphi_1 - \varphi_2)$$

**Вывод:** работа по перемещению заряда из одной точки поля в другую равна произведению величины этого заряда на разность потенциалов начальной и конечной точек траектории.

## 4.2. Понятие потенциала, потенциальный характер электростатического поля.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \text{const} \quad - \text{ может служить характеристикой поля.} \quad (4.2)$$

Т. к. при  $r \rightarrow \infty$  функциональная часть выражения (4.2)  $\rightarrow 0$ , то примем  $\text{const} = 0$ . Получим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} \quad (4.3)$$

Эта величина получила название потенциал поля точечного заряда.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4.4)$$

Пусть  $r_2 = \infty$ , тогда  $\varphi_2 = 0$  и  $\varphi_1 = \varphi$

$$A_{1\infty} = q\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{A_{1\infty}}{q} \quad (4.5)$$

Потенциалом поля в данной точке называется физическая величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Работа сил электростатического поля равна убыли потенциальной энергии, т. е.

$$A_{12} = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2} \quad (4.6)$$

Тогда, сравнив (4.4) и (4.6), получим

$$W_{\Pi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r} \quad (4.7)$$

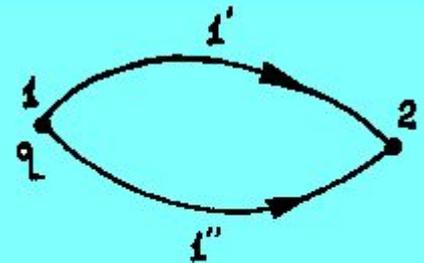
Т. к. при  $r \rightarrow \infty$   $W_{\Pi} = 0$ , то  $W_{\Pi\infty} = q\phi \Rightarrow \phi = \frac{W_{\Pi\infty}}{q}$  (4.8)

Потенциалом поля в данной точке называется физическая величина, численно равная потенциальной энергии, которая приобретается единичным положительным зарядом при переносе из бесконечности в данную точку поля.

Выясним свойства потенциального электростатического поля.

$$\begin{cases} A_{11'2} = q(\phi_1 - \phi_2) \\ A_{11''2} = q(\phi_1 - \phi_2) \end{cases}$$

$$A_{11'2} = A_{11''2}$$



(4.9) Рис. 4.2.

1. Работа по переносу из одной точки электрического поля в другую не зависит от формы траектории.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$A_{21} = q(\varphi_2 - \varphi_1) = -q(\varphi_1 - \varphi_2) = -A_{12}$$

$$A_{12} = -A_{21}, \quad A_{12} + A_{21} = 0 \quad (4.10)$$

2. Работа по переносу заряда вдоль замкнутого пути равна нулю. 1 и 2 отражают потенциальный характер поля.

$$A = \int_1^2 \vec{F}_{э} \cdot d\vec{l} = \int_1^2 qE dl \cos \alpha = q \int_1^2 E_i dl$$

$$A_0 = q \oint E_i dl = 0 \quad \oint E_i dl = 0$$

3. В электрическом поле циркуляция вектора напряженности вдоль замкнутого контура равна нулю.

## Эквипотенциальные поверхности.

Приставка *экви-* означает *равный*. *Эквипотенциальная поверхность* — это поверхность, состоящая из точек, имеющих одинаковый потенциал.

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

Для геометрического описания электрического поля наряду с силовыми линиями используют и эквипотенциальные поверхности.

1. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

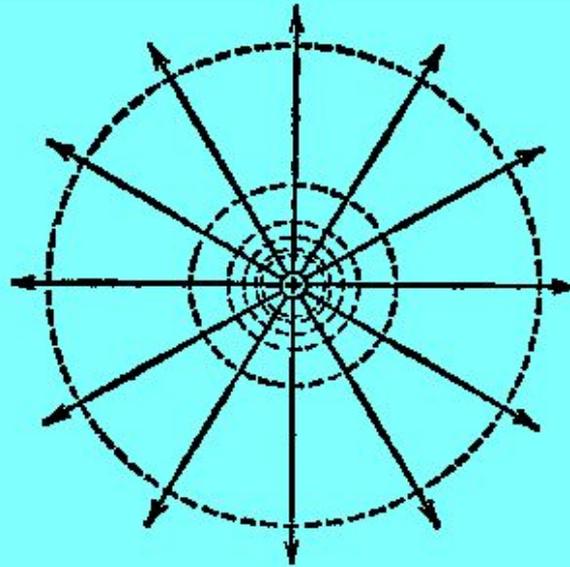


Рис. 4.3. Эквипотенциальные поверхности

2. Работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности равна нулю.

## Опыт 4.1. Демонстрация эквипотенциальных поверхностей.

### Цель:

Демонстрация эквипотенциальных поверхностей.

### Оборудование:

1. Электрометр демонстрационный.
2. Конусообразный кондуктор на изолирующем штативе.
3. Эбонитовая палочка.
4. Шерсть.
5. Шарик пробный на изолирующей ручке.
6. Два проводника: один – длиной 1,5 - 2 м гибкий, другой – для заземления электрометра.

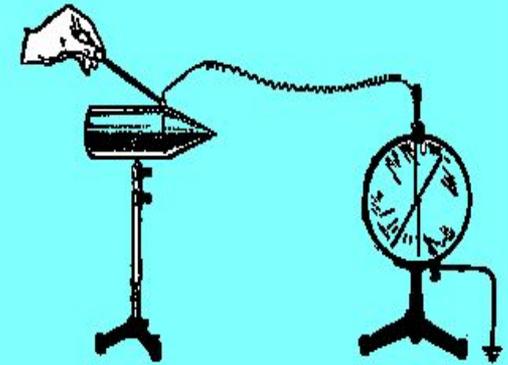


Рис. 4.4. Установка

### Ход работы:

Пробный шарик с длинным проводником соединён со стержнем электроскопа, корпус заземлён. Заряжаем кондуктор и шарик перемещаем по всей поверхности (наружной и внутренней) кондуктора. Показания электрометра не меняются.

**Выводы:** поверхность заряженного проводника всюду имеет одинаковый потенциал.

### 4.3. Связь между напряженностью и потенциалом.

Пусть имеется векторное поле  $\vec{A} = \vec{A}(x, y, z)$  и некоторое скалярное

поле  $\varphi = \varphi(x, y, z)$

$$\varphi: \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$A_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, A_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, A_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

$$\vec{A} = A(x, y, z) \Rightarrow \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{A} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} = \text{grad} \varphi$$

$$\vec{A} = \text{grad} \varphi = \nabla \varphi$$

(4.11)

Известно, что между напряженностью и потенциалом электростатического поля существует связь:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi = -\nabla \varphi$$

(4.12)

#### 4.4. Потенциал поля плоского конденсатора, заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

##### Однородный плоский конденсатор.

$$E_x = E; E_y = 0; E_z = 0 \Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i}$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \Rightarrow \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\int_0^d E dx$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -Ed; \varphi_1 - \varphi_2 = U; E = \frac{U}{d} \quad (4.13)$$

где  $U$  - напряжение

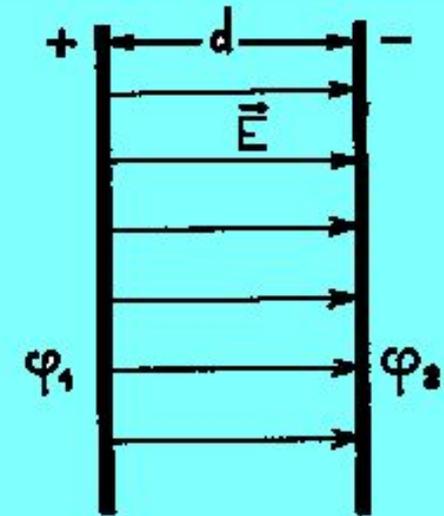


Рис. 4.4. Однородный плоский конденсатор

#### Задание для самостоятельной работы.

Используя материал лекций 3 и 4 вывести формулы, описывающие потенциал поля заряженной нити, цилиндрического и сферического конденсаторов.

Для цилиндрического конденсатора

$$\tau = \frac{q}{l} \quad \text{мы знаем} \quad E(r) = \frac{l}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{\tau}{r} \Rightarrow E(r) = \frac{l}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{lr}$$

что

найдем разность потенциалов между обкладками конденсатора путем интегрирования

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \int \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Если зазор между обкладками относительный, т.е. выполняется условие

$$d = R_2 - R_1 \ll R_1 \Rightarrow \ln \frac{R_2}{R_1} = \ln\left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1}\right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1} \Rightarrow$$

в этом случае

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon C} \cdot \frac{d}{R_1}$$

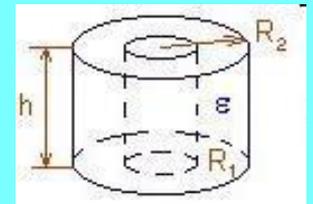


Рис.4.5

Для сферического конденсатора

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{d}{r^2} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{d}{R_1 R_2}$$

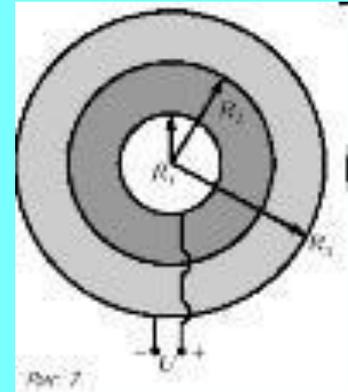


Рис.4.6

Для заряженной нити, где  $R$  – толщина нити

$$E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r \epsilon} \Rightarrow \varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_R^{\infty} \frac{dr}{\epsilon r^2} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$

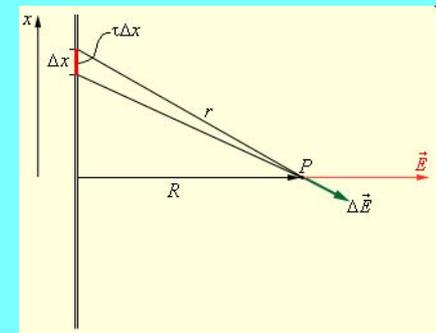


Рис.4.7