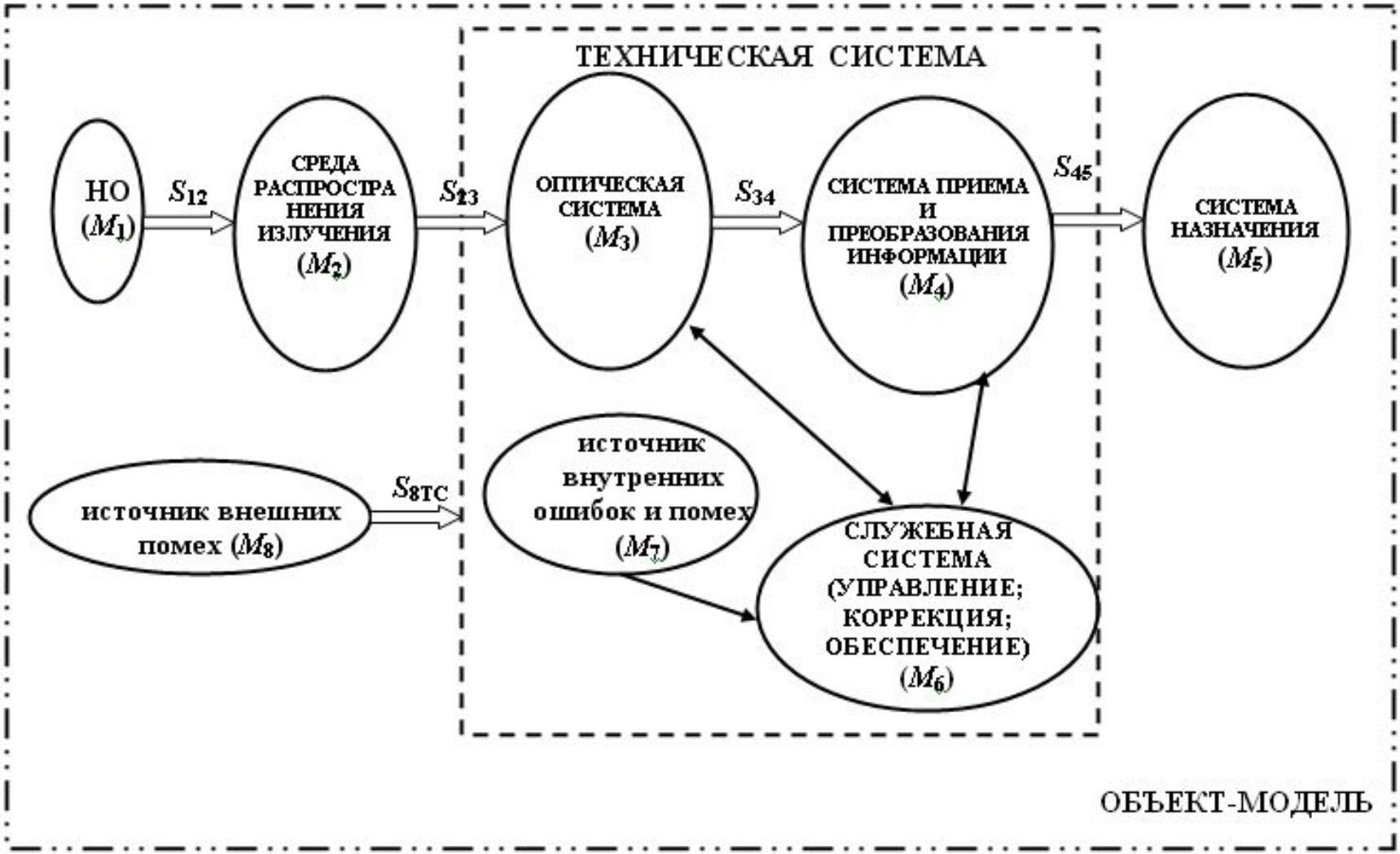
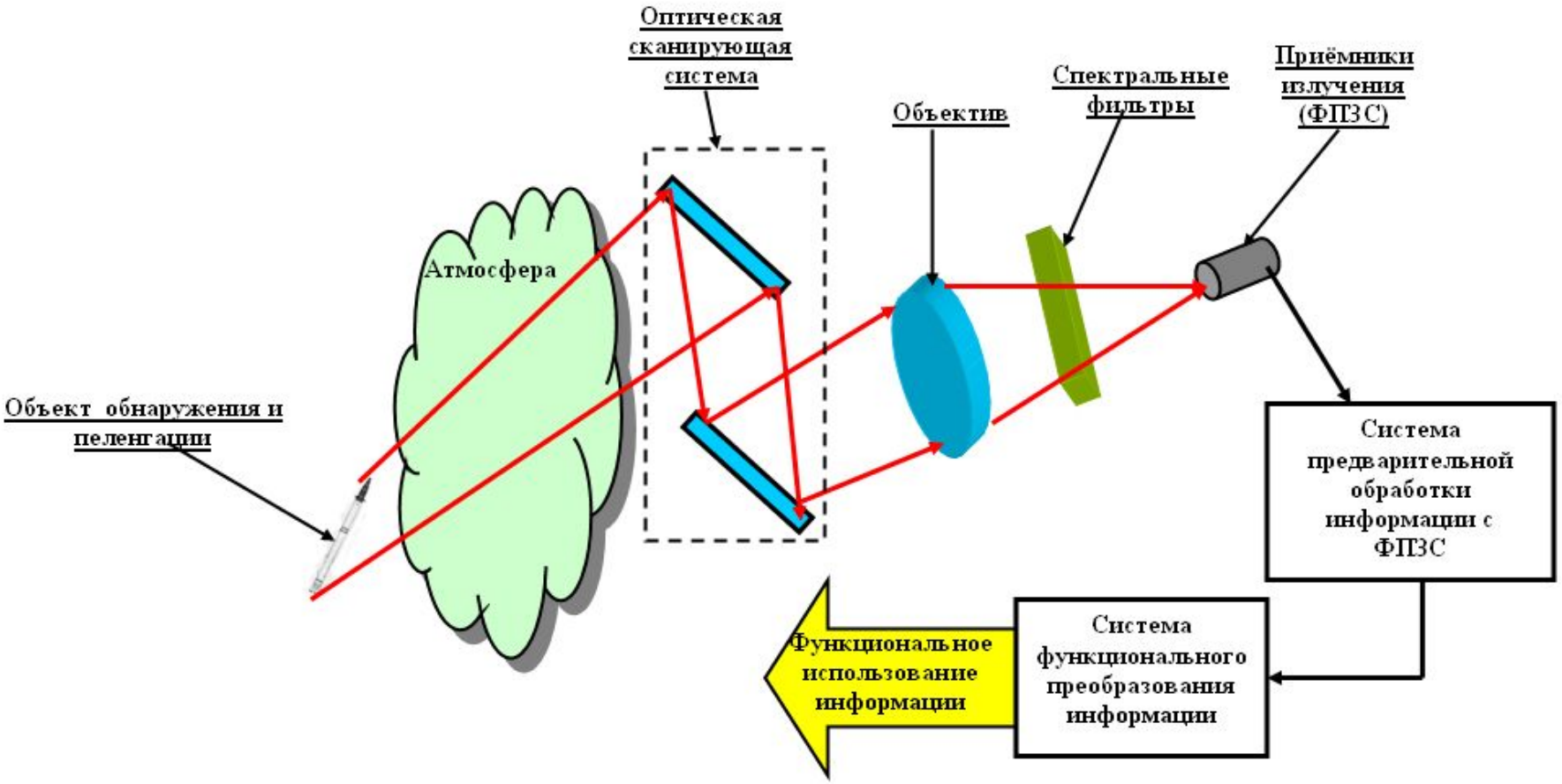
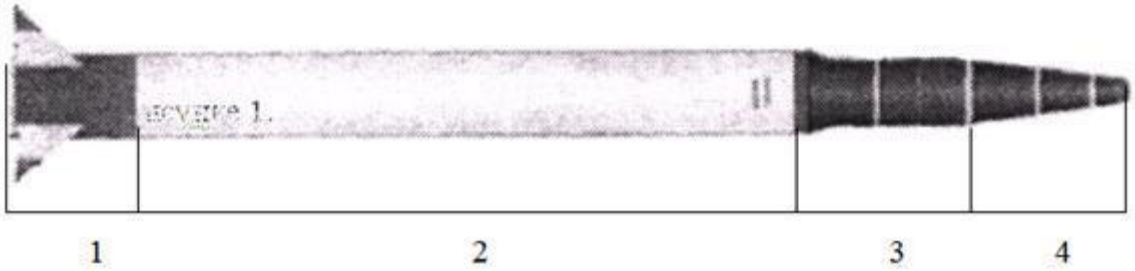
Лекция №2

Объект наблюдения, пеленгации и сопровождения

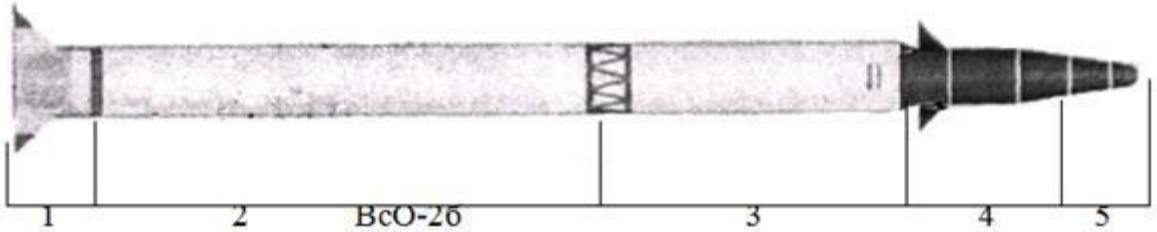

ТЕХНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
НО
(M_1)
S_{12}
СРЕДА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ
(M_2)
S_{23}
ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
(M_3)
S_{34}
СИСТЕМА ПРИЕМА И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ
(M_4)
S_{45}
СИСТЕМА НАЗНАЧЕНИЯ
(M_5)
источник внешних помех (M_8)
$S_{8ТС}$
источник внутренних ошибок и помех
(M_7)
СЛУЖЕБНАЯ СИСТЕМА (УПРАВЛЕНИЕ; КОРРЕКЦИЯ; ОБЕСПЕЧЕНИЕ)
(M_6)
ОБЪЕКТ-МОДЕЛЬ


Оптическая сканирующая система
Объектив
Спектральные фильтры
Приёмники излучения (ФПЗС)
Атмосфера
Объект обнаружения и пеленгации
Система предварительной обработки информации с ФПЗС
Система функционального преобразования информации
Функциональное использование информации

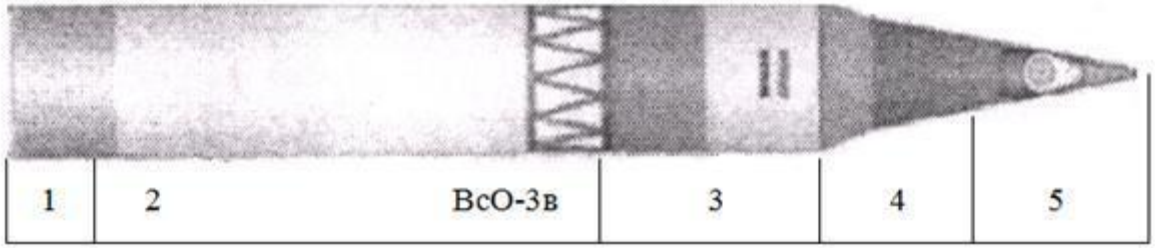
Летательные аппараты



ВсО-1а



ВсО-2б



ВсО-3в

Гиперзвуковая управляемая ракета SED-WR:

а- без стартового ускорителя; б - со стартовым ускорителем

Максимальная дальность стрельбы при полете на высоте 27 км

со скоростью 8700 км/ч (число М=8) - 1400 км

$$\rho(R,Z)\,C_{\rho}(R,Z,T)\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left[R\lambda_{RR}(R,Z,T)\frac{\partial T}{\partial R}\right]+\frac{\partial}{\partial Z}\left[\lambda_{ZZ}(R,Z,T)\frac{\partial T}{\partial Z}\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial Z}\left[\lambda_{ZR}(R,Z,T)\frac{\partial T}{\partial R}\right]+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left[R\lambda_{RZ}(R,Z,T)\frac{\partial T}{\partial Z}\right]$$

R, Z – цилиндрические координаты поверхности ВсО; $\rho(R, Z)$ – удельная плотность материала точки ВсО с координатами R, Z; $C_{\rho}(R, Z, T)$ – удельная теплоемкость материала точки ВсО с координатами R, Z при температуре T; $\lambda_{RR}(R, Z, T)$, $\lambda_{RZ}(R, Z, T)$, $\lambda_{ZR}(R, Z, T)$, $\lambda_{ZZ}(R, Z, T)$ – компоненты тензора теплопроводности точки ВсО с координатами R, Z при температуре T; T – температура точки ВсО; t – текущее время. Начальным условием является: $T(R, Z, T) = T_0$.

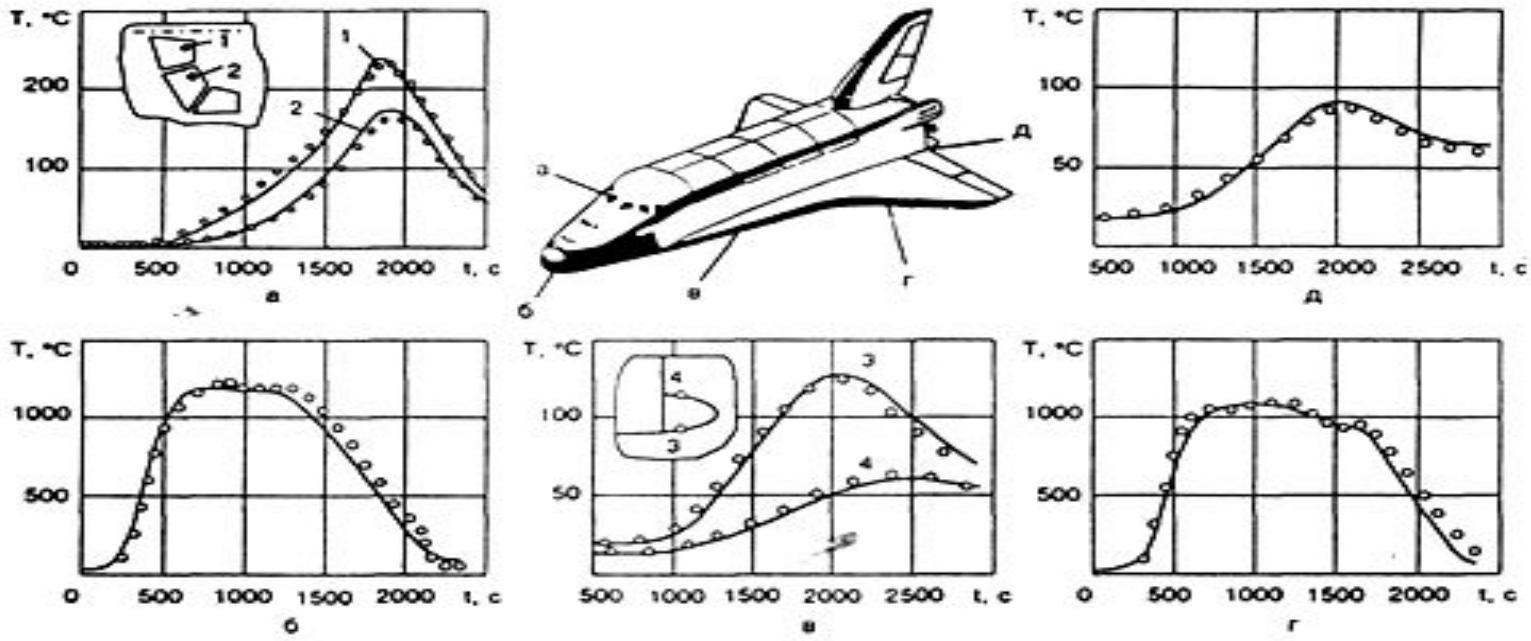


Рисунок 1.11

а - внутренние поверхности наружных стекол лобового (1) и среднего (2) иллюминаторов;

б - носовой обтекатель в зоне максимального аэродинамического нагрева;

в - обшивка нижней (3) и верхней (4) поверхностей наплыва крыла в зоне шпангоута 10;

г - секция 9 передней кромки крыла в зоне максимального аэродинамического нагрева;

д - обшивка нижней поверхности фюзеляжа в зоне шпангоута 17.

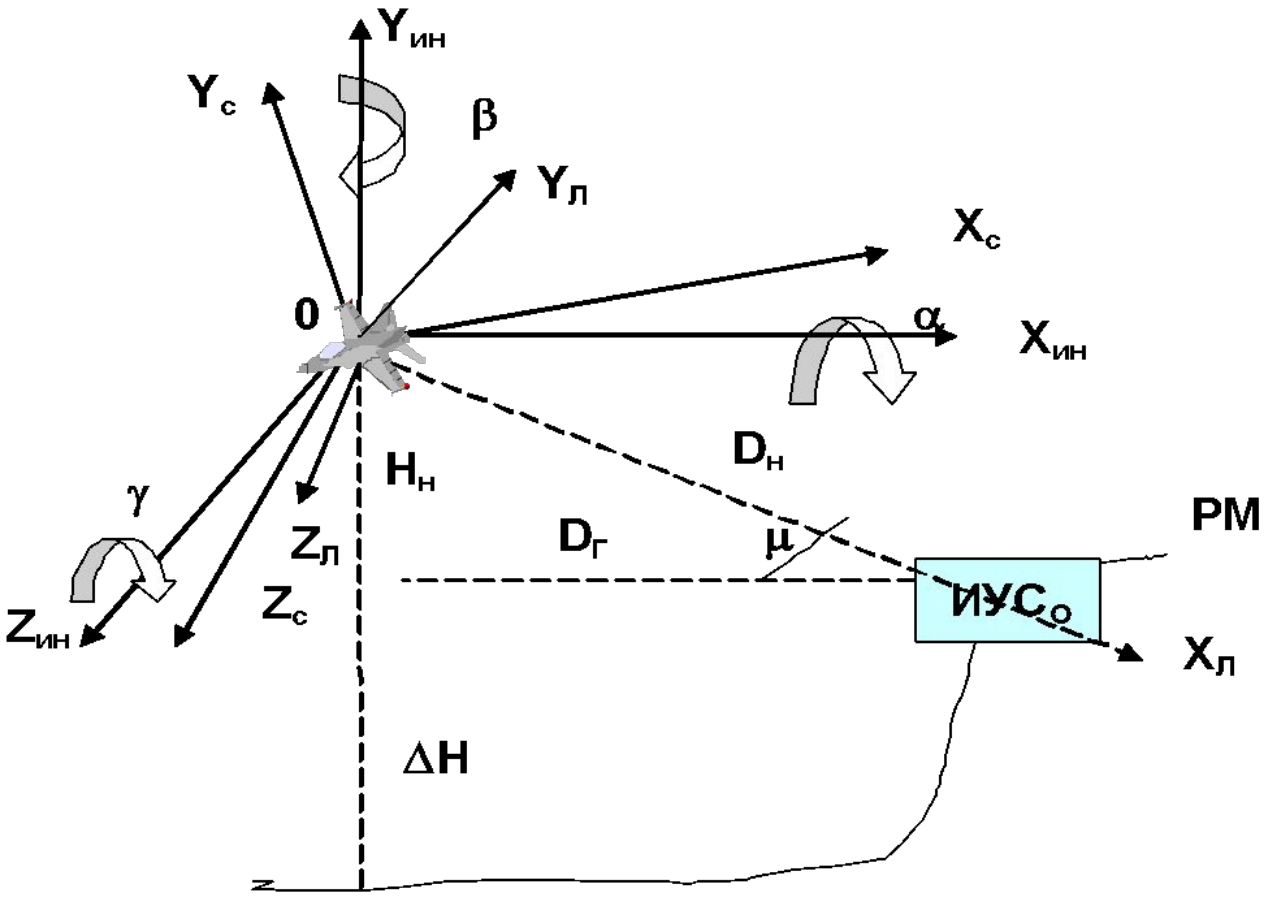
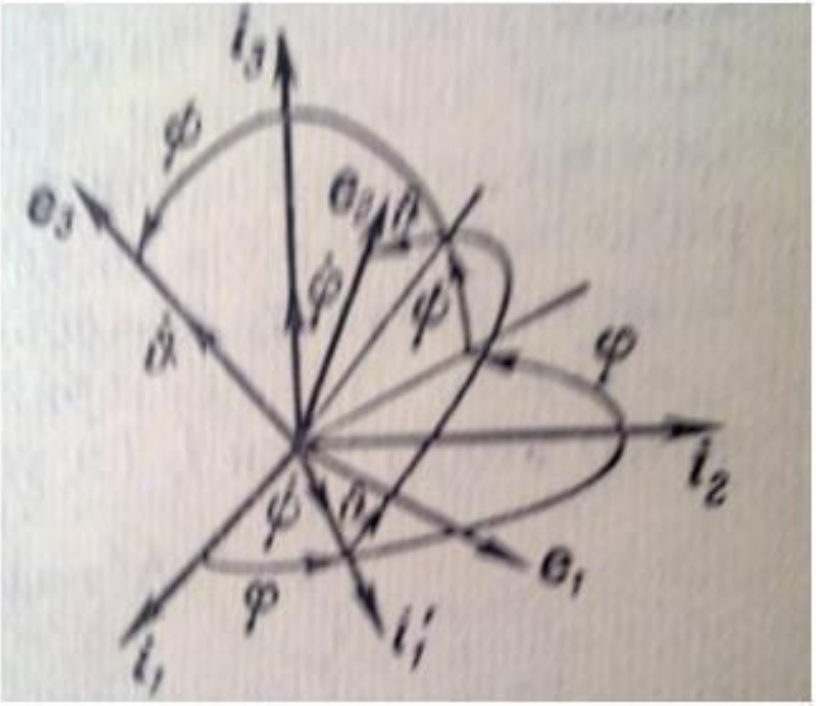


Рис.2.2.3. Положение самолета относительно ИУС$_О$

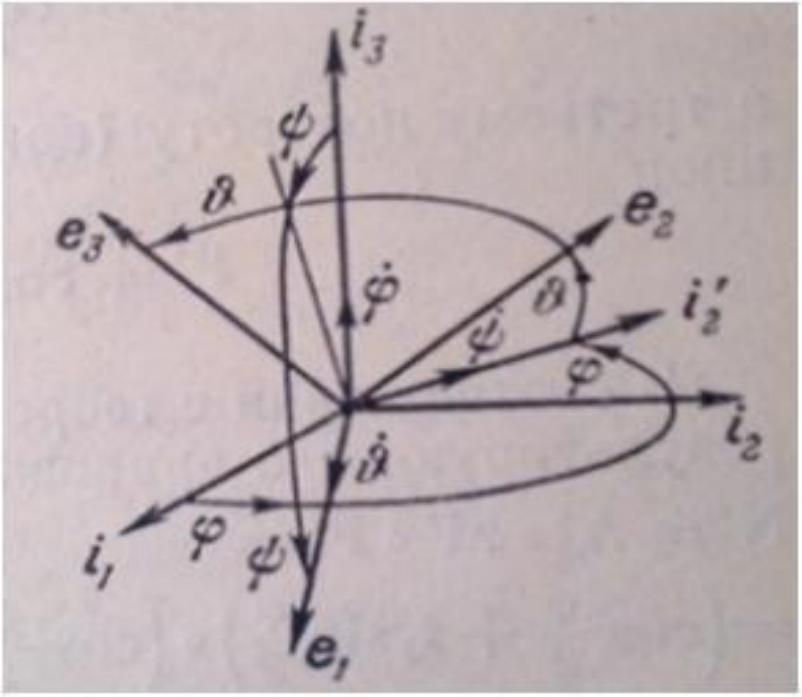


Последовательность поворота на углы Эйлера

Поворот вокруг оси $\boldsymbol{i}_3$ на угол прецессии $\boldsymbol{\varphi}$ (аналог – курс; азимут; рыскание) $\Rightarrow$ поворот вокруг оси $\boldsymbol{i}_1^{/}$ на угол нутации $\boldsymbol{\psi}$ (аналог – тангаж; угол места) $\Rightarrow$ поворот вокруг оси $\boldsymbol{e}_3$ на угол вращения $\boldsymbol{\vartheta}$ (аналог - крен).

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ \hline -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -\sin\psi & \cos\psi \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|}\hline \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ \hline -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \cos\vartheta\cos\varphi - \sin\vartheta\sin\varphi\cos\psi & \cos\vartheta\sin\varphi + \sin\vartheta\cos\psi\cos\varphi & \sin\vartheta\sin\psi \\ \hline -\sin\vartheta\cos\varphi - \cos\vartheta\cos\psi\sin\varphi & -\sin\varphi\sin\vartheta + \cos\vartheta\cos\varphi\cos\psi & \cos\vartheta\sin\psi \\ \hline \sin\varphi\sin\psi & -\sin\psi\cos\varphi & \cos\psi \\ \hline \end{array}$$



Последовательность поворота на углы Крылова

Поворот вокруг оси i_3 на угол курса φ (рыскание) $\Rightarrow$ поворот вокруг оси i_2' на угол крена ψ $\Rightarrow$ поворот вокруг оси e_1 на угол тангажа ϑ .

1	0	0	×	cosψ	0	-sinψ	×	cosφ	sinφ	0
0	cosϑ	sinϑ		0	1	0		-sinφ	cosφ	0
0	-sinϑ	cosϑ		sinψ	0	cosψ		0	0	1

cosφ cosψ	cosψ sinφ	- sinψ
sinϑ sinψ cosφ- cosϑ sinφ	sinϑ sinψ sinφ+ cosϑ cosφ	sinϑ cosψ
cosϑ sinψ cosφ+ sinϑ sinφ	cosϑ sinψ sinφ- sinϑ cosφ	cosϑcosψ

Определение проекций путевой (земной) скорости V_{IN}(IN инерциальная система координат) через проекции воздушной скорости V_{XL} (L-лучевая система координат), а также скорости ветра - W_{IN} через углы Эйлера, может быть осуществлена с использованием выражения 2.2.14, где β_W - азимутальная составляющая скорости ветра; W_{BZ} - скорость ветра вдоль оси Z. Преобразования L ⇒C⇒ IN (лучевая ⇒ самолетная ⇒ инерциальная системы координат).

$$
\begin{cases}
\begin{pmatrix} D_{CX} \\ D_{CY} \\ D_{CZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta_{CL} & 0 & \sin\beta_{CL} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_{CL} & 0 & \cos\beta_{CL} \end{pmatrix} \times \\
\times \begin{pmatrix} \cos\gamma_{CL} & -\sin\gamma_{CL} & 0 \\ \sin\gamma_{CL} & \cos\gamma_{CL} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{XL} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \\
\begin{pmatrix} D_{CINX} \\ D_{CINY} \\ D_{CINZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta_{CIN} & 0 & \sin\beta_{CIN} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_{CIN} & 0 & \cos\beta_{CIN} \end{pmatrix} \times \\
\times \begin{pmatrix} \cos\gamma_{CIN} & -\sin\gamma_{CIN} & 0 \\ \sin\gamma_{CIN} & \cos\gamma_{CIN} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} D_{CX} \\ D_{CY} \\ D_{CZ} \end{pmatrix} \\
D_{\text{г}} = \sqrt{D_{CINX}^2 + D_{CINZ}^2}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
\begin{pmatrix} V_{XIN} \\ V_{YIN} \\ V_{ZIN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha_{CIN} & -\sin\alpha_{CIN} \\ 0 & \sin\alpha_{CIN} & \cos\alpha_{CIN} \end{pmatrix} \times \\
\times \begin{pmatrix} \cos\beta_{CIN} & 0 & \sin\beta_{CIN} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_{CIN} & 0 & \cos\beta_{CIN} \end{pmatrix} \times \\
\times \begin{pmatrix} \cos\gamma_{CIN} & -\sin\gamma_{CIN} & 0 \\ \sin\gamma_{CIN} & \cos\gamma_{CIN} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{XL} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} W_{XIN} \\ W_{YIN} \\ W_{ZIN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta_W & 0 & \sin\beta_W \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta_W & 0 & \cos\beta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ W_{BZ} \end{pmatrix}
\end{cases}
$$

$$M_{YZX} = \begin{pmatrix} \cos\beta\sin\gamma & \begin{matrix} -\cos\beta\sin\gamma\cos\alpha + \\ +\sin\beta\sin\alpha \end{matrix} & \begin{matrix} \cos\beta\sin\gamma\sin\alpha + \\ +\sin\beta\cos\alpha \end{matrix} \\ \sin\beta & \cos\gamma\cos\alpha & -\cos\gamma\sin\alpha \\ -\sin\beta\cos\gamma & \begin{matrix} \sin\beta\sin\gamma\cos\alpha + \\ +\cos\beta\sin\alpha \end{matrix} & \begin{matrix} -\sin\beta\sin\gamma\sin\alpha + \\ +\cos\beta\cos\alpha \end{matrix} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} R = \sqrt{H^2 + P^2 + \left(V_{цг} t\right)^2} \\ \dot{R} = \dfrac{V_{цг}^2 t}{R}; \ddot{R} = \dfrac{\dot{R}}{t} - \dfrac{\left(\dot{R}\right)^2}{R} \\ R_{пр} = 3{,}57\left(\sqrt{h} + \sqrt{H}\right) \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
\beta_ц = \beta_0 + arctg\dfrac{V_{цг}\cdot t}{p} \\[2ex]
\dot{\beta}_ц = \dfrac{V_{цг}/p}{1+\left(V_{цг}/P\right)^2\cdot t^2};\ \max\left\{\dot{\beta}_ц\right\}_{t=0} = \dfrac{V_{цг}}{P} \\[2ex]
(\beta_ц)^{//} = 2\left(\dot{\beta}_ц\right)^2\cdot\dfrac{V_{цг}}{p}t;\ \max\left\{\ddot{\beta}_ц\right\}_{t=0} = \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{8}\left(\dfrac{V_{цг}}{p}\right)^2
\end{cases}
$$

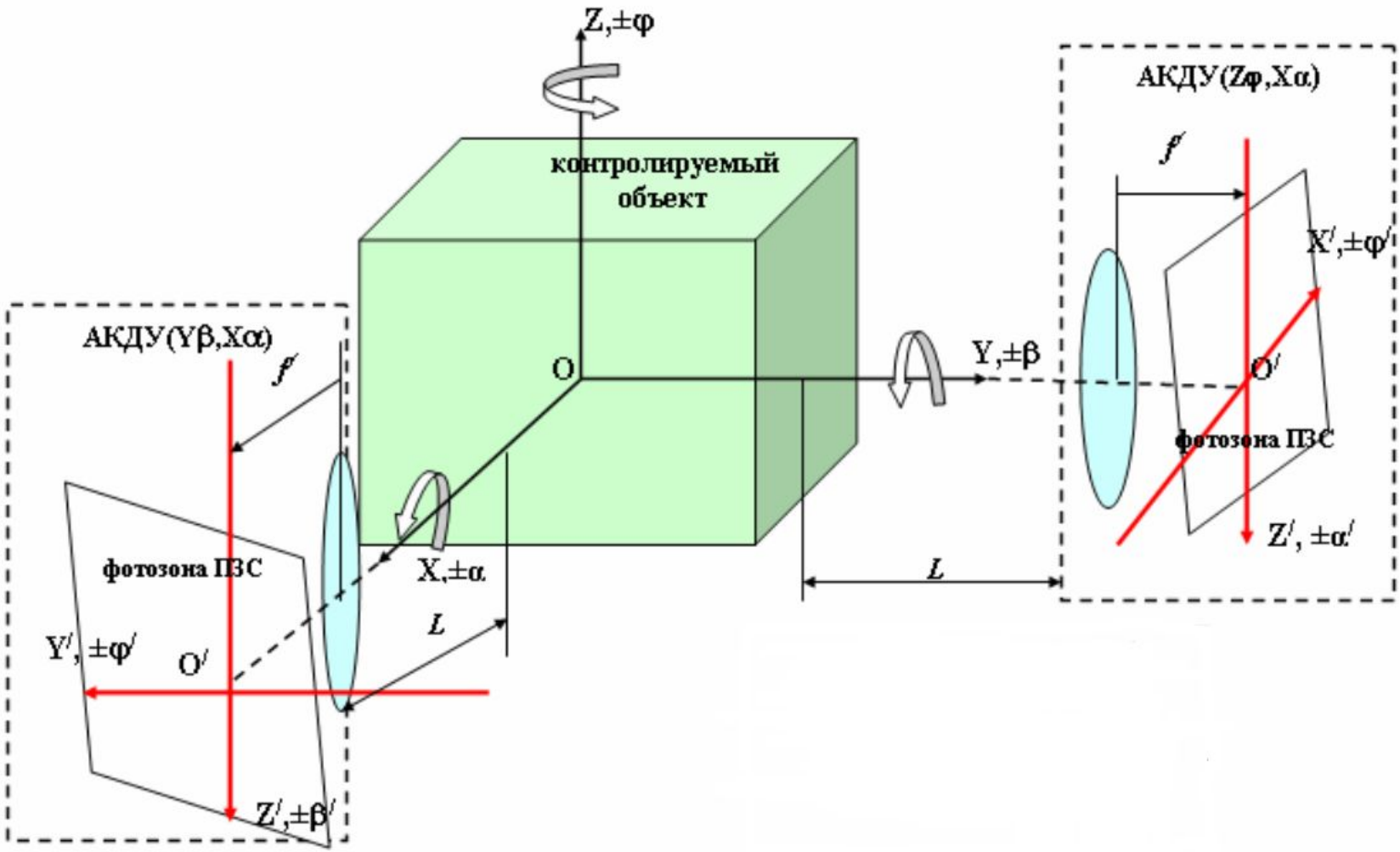
$$\varepsilon_{ц} = \varepsilon_0 + arctg\frac{H}{\sqrt{p^2 + \left(V_{цг}t\right)^2}}; \varepsilon_{ц}\big|_{P=0} = arctg\frac{H}{V_{цг}\cdot t}$$

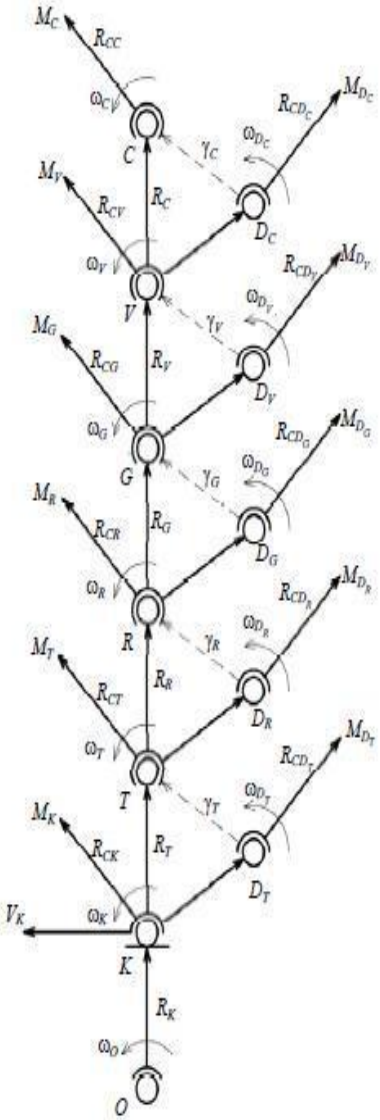
$$\dot{\varepsilon}_{ц} = -\frac{\left(V_{цг}/H\right)^2 t}{\left[1+\left(p/H\right)^2+\left(V_{цг}/H\right)^2 t^2\right]\cdot\sqrt{\left(P/H\right)^2+\left(V_{цг}/H\right)^2 t^2}}$$

$$\ddot{\varepsilon}_{ц} = \dot{\varepsilon}_{ц}\left[\frac{1}{t} - \frac{2\left(V_{цг}/H\right)^2 t}{1+\left(p/H\right)^2+\left(V_{цг}/H\right)^2 t^2} - \frac{2\left(V_{цг}/H\right)^2 t}{\left(P/H\right)^2+\left(V_{цг}/H\right)^2 t^2}\right]$$

$$\ddot{\varepsilon}_{ц}\big|_{p=0} = -2\left(\dot{\varepsilon}_{ц}\right)^2\left(V_{цг}/H\right)t;$$

$$\dot{\varepsilon}_{ц}\big|_{P=0} = -\frac{V_{цг}/H}{1+\left(V_{цг}/H\right)^2 t^2}; \min\left\{\ddot{\varepsilon}_{ц}\right\}\big|_{S=0} = -\frac{V_{цг}^2\cdot H}{P\left(H^2+p^2\right)};$$


Z,±φ
контролируемый объект
АКДУ(Zφ,Xα)
f'
X',±φ'
O'
фотозона ПЗС
Z', ±α'
Y,±β
L
АКДУ(Yβ,Xα)
f'
O
фотозона ПЗС
X,±α
L
Y', ±φ'
O'
Z',±β'


M_C
R_{CC}
ω_C
C
R_{CD_C}
M_{D_C}
ω_{D_C}
γ_C
M_V
R_{CV}
R_C
D_C
ω_V
V
R_{CD_V}
M_{D_V}
ω_{D_V}
γ_V
M_G
R_{CG}
R_V
D_V
ω_G
G
R_{CD_G}
M_{D_G}
ω_{D_G}
γ_G
M_R
R_{CR}
R_G
D_G
ω_R
R
R_{CD_R}
M_{D_R}
ω_{D_R}
γ_R
M_T
R_{CT}
R_R
D_R
ω_T
T
R_{CD_T}
M_{D_T}
ω_{D_T}
γ_T
M_K
R_{CK}
R_T
D_T
V_K
ω_K
K
R_K
ω_O
O

*

В качестве исходных соотношений используем известные уравнения движения свободного тела в векторной форме:

$$\begin{cases} m_0\left[\mathbf{W}_0+\boldsymbol{\omega}_0\times\mathbf{r}_0+\boldsymbol{\omega}_0\times\left(\boldsymbol{\omega}_0\times\mathbf{r}_0\right)\right]=\mathbf{F}_0; \\ J_0\boldsymbol{\omega}_0+\boldsymbol{\omega}_0\times\left(J_0\boldsymbol{\omega}_0\right)+m_0\mathbf{r}_0\times\mathbf{W}_0=\mathbf{M}_0; \\ \mathbf{W}_0=\dot{\mathbf{V}}_0+\boldsymbol{\omega}_0\times\mathbf{V}_0, \end{cases}$$

где m_0 и J_0 – масса и тензор инерции тела, приведенные к началу связанной с телом системы координат $X_0Y_0Z_0$; $\mathbf{F}_0$ и $\mathbf{M}_0$ – главные векторы внешних сил и моментов внешних сил, приложенных к телу, относительно системы координат $X_0Y_0Z_0$; $\boldsymbol{\omega}_0$ и $\mathbf{V}_0$ – векторы угловой и линейной скоростей начала $X_0Y_0Z_0$; $\mathbf{r}_0$ – радиус-вектор центра масс тела.

Первое уравнение выражает теорему количества движения (уравнение движения центра масс). Второе уравнение выражает теорему количества движения относительно начала $X_0Y_0Z_0$ (уравнение «вращения»).

Всякую механическую систему можно разложить на конечную совокупность твердых тел $S_i(i = n,\ldots,N;\ n = 0,1,\ldots)$. При этом положение каждого тела S_i будем определять относительно тела S_{i-1} данной совокупности, а положение и движение тела S_0 будем определять относительно инерциальной системы координат XYZ. Также предположим, что тело S_i может совершать движение относительно тела S_{i-1} только при воздействии вектора сил $\mathbf{F}_i^n$ от тела S_{i-1}. В этом случае при движении системы твердых тел положение центра инерции C_i не изменяется по отношению к полюсу O_i, связанному с телом S_i системы координат $X_iY_iZ_i$, но изменяется по отношению к полюсам систем координат с индексами, отличными от i. Положение центра инерции СО (системы отсчета) тела S_0 относительно инерциальной системы координат XYZ может быть определено радиус-вектором

$$\mathbf{R}_{00} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{CO},$$

где $\mathbf{R}_0$ – радиус-вектор начала $X_0Y_0Z_0$ относительно начала XYZ; $\mathbf{R}_{CO}$ – радиус-вектор центра масс тела S_0 в $X_0Y_0Z_0$.

*

$$\mathbf{R}_{01} = \mathbf{R}_{00} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{C1} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{CO} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{C1}.$$

Легко показать, что в общем случае

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{on} = \sum_{i=0}^{n} \left(\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci} \right); \\ \mathbf{R}_{cn} = \mathbf{R}_{on} - \left[\sum_{i=0}^{n-1} \left(\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci} \right) + \mathbf{R}_n \right]. \end{cases}$$

Для определения векторов скоростей центров инерции тела относительно соответствующих систем координат необходимо выполнить операцию дифференцирования по времени соответствующих проекций радиус-векторов на оси систем координат, т.е.

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{00} = \mathbf{R}_{00} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_{co}; \\ \mathbf{V}_{01} = \mathbf{R}_{01} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_1 + \left(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_1 \right) \mathbf{R}_{c1}; \\ \ldots \\ \mathbf{V}_{0n} = \mathbf{R}_{0n}, \end{cases}$$

Также легко показать, что в общем случае

$$\mathbf{V}_{ij} = \dot{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_{k=i}^{j} \left[\mathbf{V}_k + \left(\sum_{l=m}^{k} \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{R}_{ck} \right],$$

где $i = 0, 1, 2, \ldots, N$; $j = n, n+1, \ldots, N$; $\mathbf{V}_k = \mathbf{R}_k$ – вектор скорости полюса O_k, связанного с телом S_k системы координат $X_k Y_k Z_k$, по отношению к $X_{k-1} Y_{k-1} Z_{k-1}$, связанной с телом S_{k-1}.

*

Определение векторов ускорений центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат аналогично. Можно показать, что в общем случае

$$\mathbf{W}_{ij} = \dot{\mathbf{V}}_{ij} = \ddot{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_{k=i}^{j}\left\{\dot{\mathbf{V}}_k + 2\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k\right)\times\mathbf{V}_k + \left(\sum_{l=m}^{k}\dot{\boldsymbol{\omega}}_l - \dot{\boldsymbol{\omega}}_k\right)\times\mathbf{R}_k + \right.$$

$$+\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k\right)\times\left[\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k\right)\times\mathbf{R}_k\right] + \left[\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k\right)\times\boldsymbol{\omega}_k\right]\times\left(\sum_{l=m}^{k}\mathbf{R}_l - \mathbf{R}_k + \mathbf{R}_{ck}\right) +$$

$$+\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_k\right)\times\left[\left(\sum_{l=m}^{k}\boldsymbol{\omega}_k\right)\times\mathbf{R}_{cj}\right],$$

где $\dot{\mathbf{V}}_{ik}$ – вектор ускорения полюса O_j системы координат $X_jY_jZ_j$, связанной с телом S_j, по отношению к $X_{j-1}Y_{j-1}Z_{j-1}$, связанной с телом S_{j-1}, в проекциях на оси $X_jY_jZ_j$.

*

1. Определение количества движущихся частей и степеней свободы системы.
2. Составление векторной схемы системы.
3. Привязка подвижных частей системы к собственным системам координат, начало которых совпадает с вектором движения.
4. Определение положения нулевого звена относительно инерциальной системы координат.
5. Определение главных моментов и сил, действующих на систему со стороны внешней среды.
6. Составление векторных уравнений, определяющих положение центра инерции тел S_i относительно инерциальной системы координат.
7. Определение векторов скоростей центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования по времени векторных уравнений положения центров инерции этих тел.
8. Составление уравнений векторов ускорений центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования векторных уравнений скоростей движения этих тел.
9. Определение тензоров моментов инерции тел S_i и передач от двигателя к подвижному телу в соответствии с конструктивными данными.

*

Начало
(покомпонентное описание ММС)
Введение систем координат
Построение графо-векторной схемы и обозначение полюсов ММС
Последовательное описание графо-векторной схемы ММС
R_{00}, R_{01}, R_{0n}, R_{cn}
Введение параметров ММС
Определение главных моментов и сил ММС и внешних воздействий
Определение векторов скоростей V_{ij} ускорений W_{ij}
Дополнение модели
Математическая модель ММС
Конец
(начало составления компьютерной модели и алгоритма моделирования ММС)

*

Задача наведения

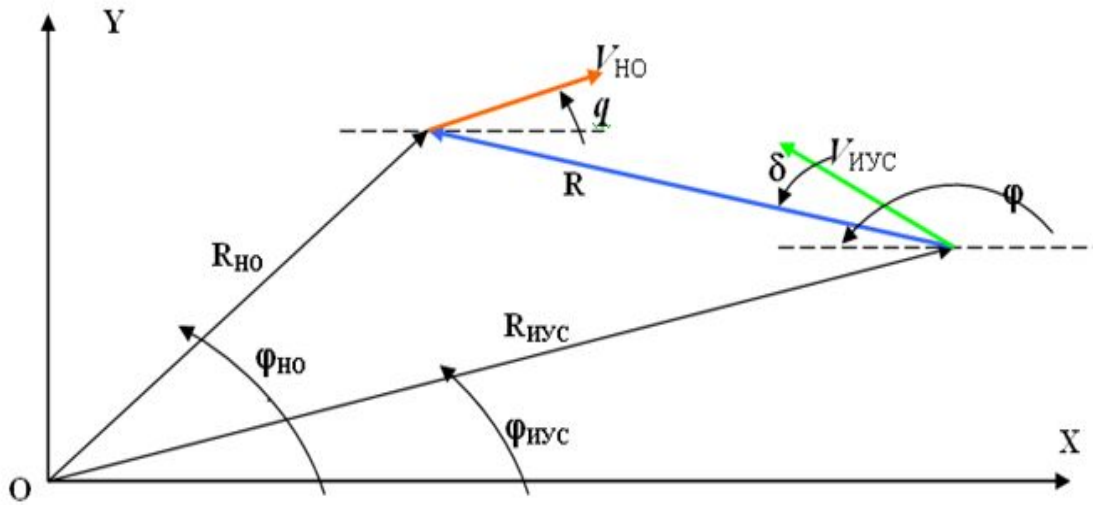


Схема наведения на объект в плоскости изображения (OX и $\boldsymbol{R}$; $\varphi_{ИУС}$ – угол между осью OX и направлением на движущегося «наблюдателя»; $\varphi_{ЛА}$ - угол между осью OX и направлением на НО; δ - угол проекции $V_{ИУС}$ на $\boldsymbol{R}$; $\boldsymbol{R}$ – радиус вектор линии «связи» ИУС-НО ; $\boldsymbol{R}_{НО}$ – радиус вектор НО; $\boldsymbol{R}_{ИУС}$ – радиус вектор движущегося «наблюдателя»; XOY – система координат)

$$\begin{cases} \dot{R} = -V_{ИУС}[\lambda\cos(\varphi - q) + (\pm 1)\cos\delta] \\ R\dot{\varphi} = V_{ИУС}[\lambda\sin(\varphi - q) + (\pm 1)\sin\delta] \\ \lambda = V_{НО}/V_{ИУС};\ \varphi_{t=0} = \varphi_0;\ R_{t=0} = R_0; \end{cases} \Rightarrow \frac{\dot{R}}{R\dot{\varphi}} = -\frac{\lambda\cos(\varphi - q) + (\pm 1)\cos\delta}{\lambda\sin(\varphi - q) + (\pm 1)\sin\delta}$$

*

Метод погони, при котором в каждый момент времени q=const; δ=0

$$R = R_0 \left\{ \frac{\sin(\varphi_0 - q)}{\sin(\varphi - q)} \right\}^{1+\frac{\pm 1}{\lambda}} \cdot \left\{ \frac{1+\cos(\varphi - q)}{1+\cos(\varphi_0 - q)} \right\}^{\pm 1/\lambda}$$

$$t_{кн} = \frac{R_0[\cos(\varphi - q) - (\pm 1/\lambda)]}{V_{ИУС}(\lambda - 1/\lambda)}$$

Метод параллельного сближения в течение всего времени движения $R\dot{\varphi} = 0$

$$\begin{cases} R = R_o - V_{ИУС} t\{\lambda \cos(\varphi_o - q) \pm \sqrt{1 - [\lambda \sin(\varphi_0 - q]^2}\} \\ t_{кн} = \dfrac{r_o}{V_{ИУС}\{\lambda \cos(\varphi_o - q) \pm \sqrt{1 - [\lambda \sin(\varphi_0 - q)]^2}\}} \end{cases}$$

*

Метод пропорционального наведения при котором в течение всего времени $\dot{\delta} = k\dot{q}$ (к=1,2….)

$$\begin{cases} R = R_o \exp\left\{ -\int\limits_{\varphi_o}^{\varphi} \dfrac{\lambda\cos(\varphi - q) \pm \cos(n-1)\varphi}{\lambda\sin(\varphi - q) \pm \sin(n-1)\varphi} \cdot d\varphi \right\} \\ t_{кн} = \dfrac{R_o[\lambda\cos(\varphi_o - q) - (\pm 1)\cos(n-1)\varphi_o}{V_н(\lambda^2 - \cos 2\phi)} \end{cases}$$

Метод трех точек - $\delta = 90^o$ - ϕ; $\phi = \varphi - q = const$

$$\begin{cases} R = R_0 \dfrac{\lambda\sin(\varphi_0 - q) - (\pm 1)\cos\phi}{\lambda\sin(\varphi - q) - (\pm 1)\cos\phi} \times \\ \times \left[\dfrac{\lambda - (\pm\cos\phi)tg[0{,}5(\varphi_0 - q)] - a}{\lambda - (\pm\cos\phi)tg[0{,}5(\varphi - q)] + a} \right]^{\pm l} \times \\ \times \left[\dfrac{\lambda - (\pm\cos\phi)tg[0{,}5(\varphi_0 - q)] + a}{\lambda - (\pm\cos\phi)tg[0{,}5(\varphi - q)] - a} \right]^{\pm l} \\ l = (a)^{-1}\sin\phi;\ a = \sqrt{\lambda^2 - \cos^2\phi} \\ t_{кн} = \dfrac{R_0\lambda[\cos(\varphi_0 - q) + (\pm 1)\lambda^{-1}\sin\phi}{V_{ИУС}(\lambda^2 - \cos 2\phi)} \end{cases}$$

*