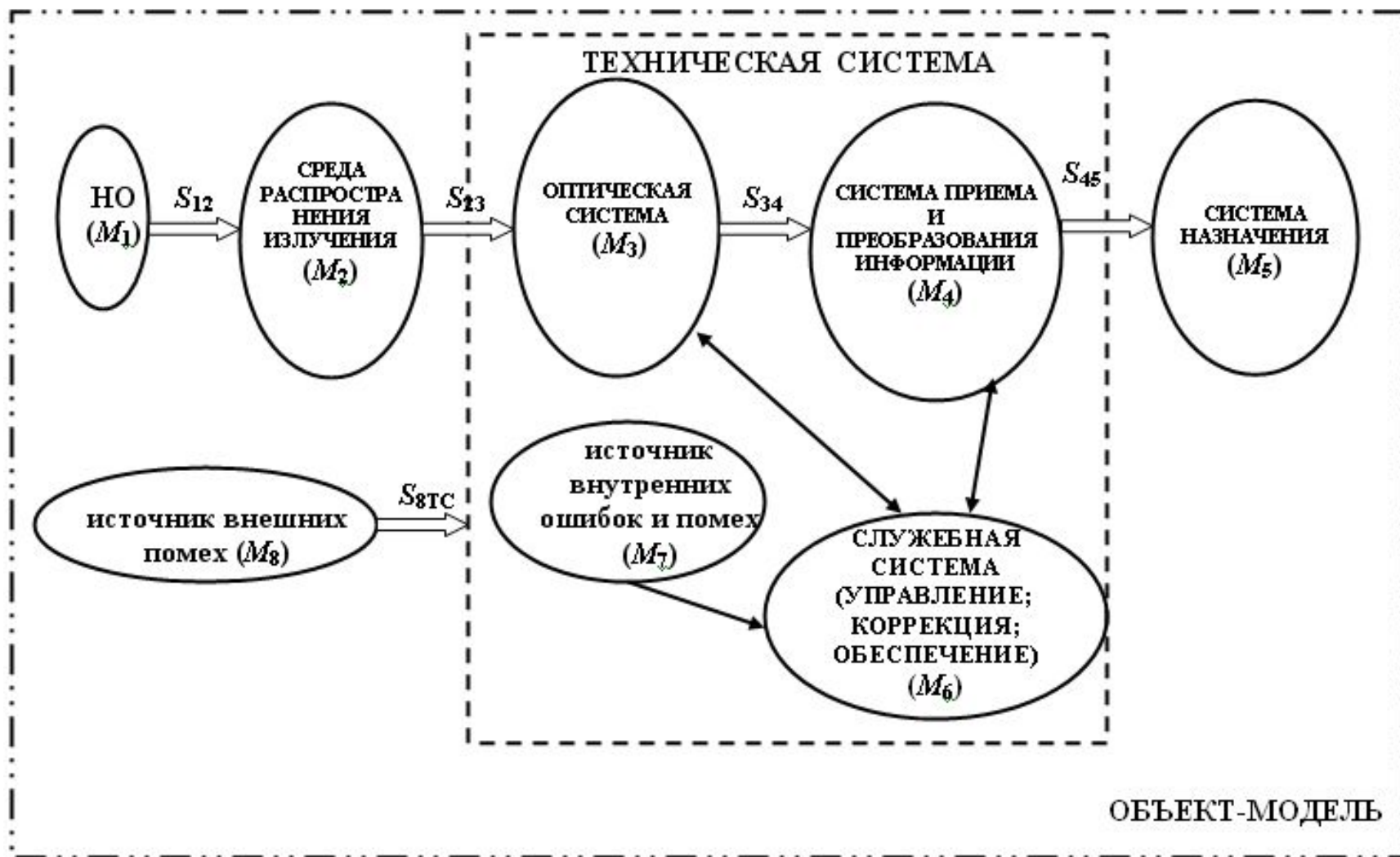
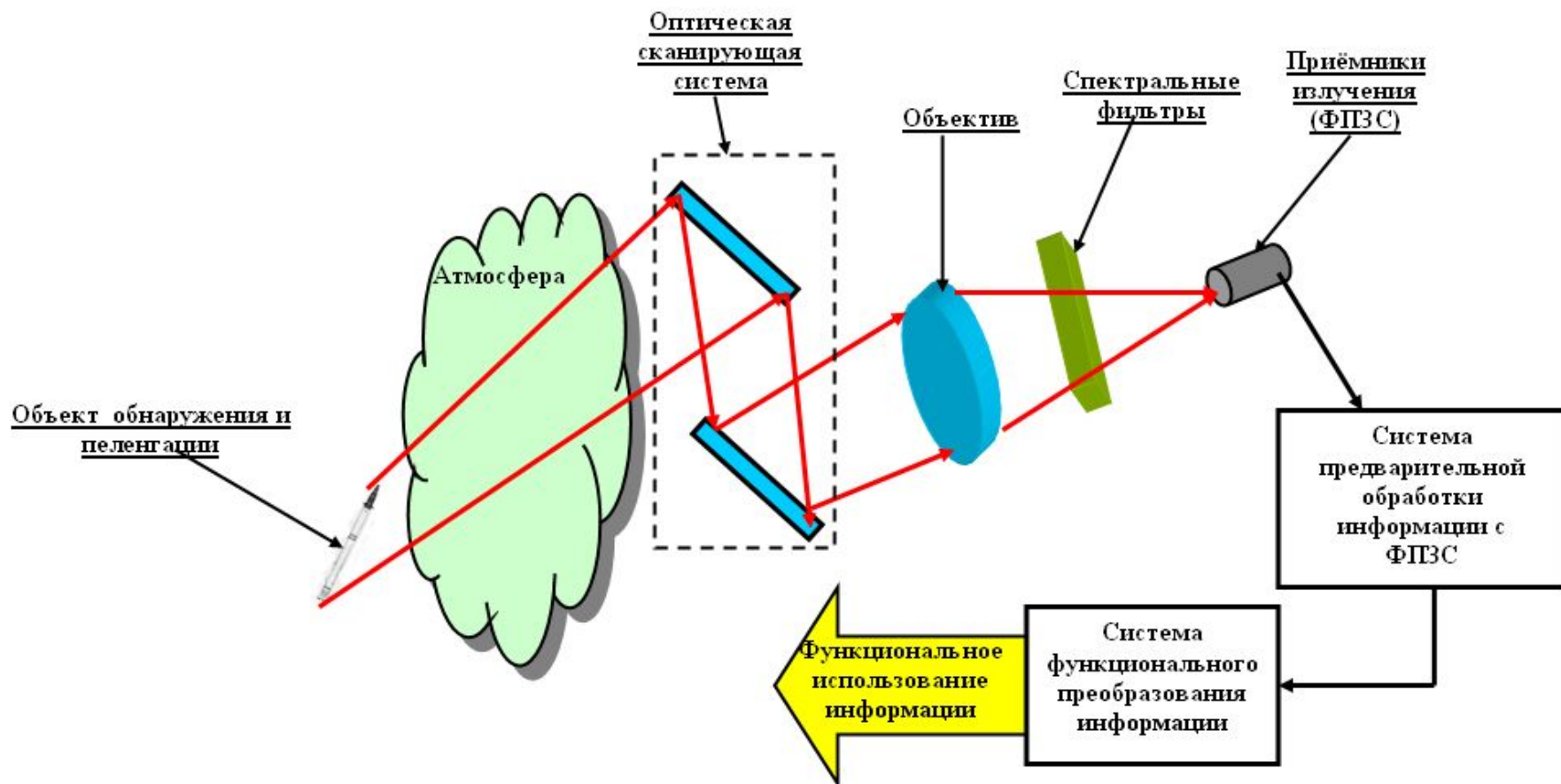


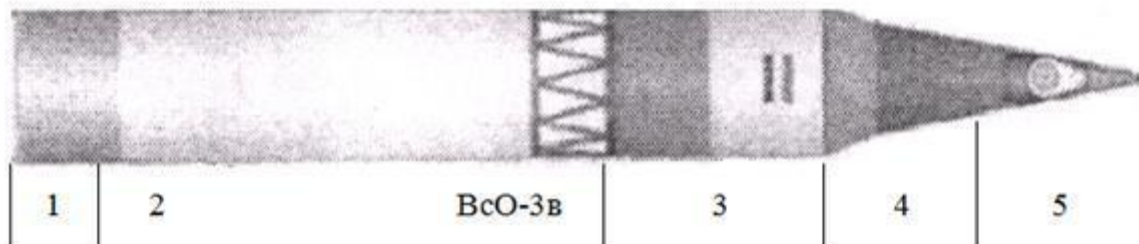
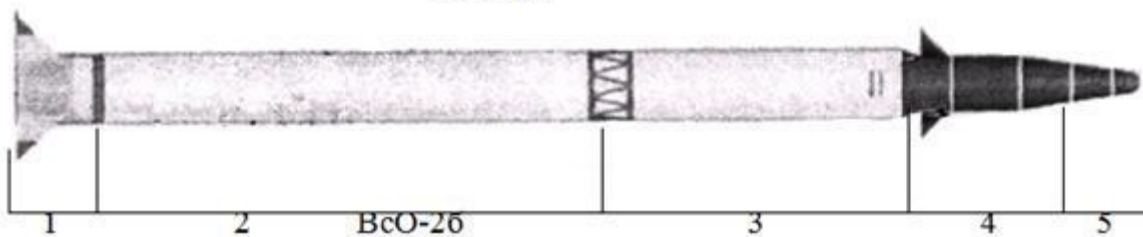
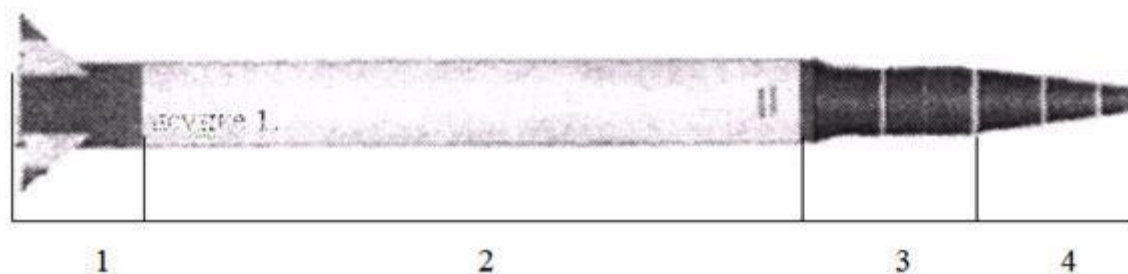
Лекция №2

**Объект
наблюдения,
пеленгации и
сопровождения**





Летательные аппараты





Гиперзвуковая управляемая ракета SED-WR:

а- без стартового ускорителя; б - со стартовым ускорителем

Максимальная дальность стрельбы при полете на высоте 27 км
со скоростью 8700 км/ч (число $M=8$) - 1400 км

$$\rho(R, Z) C_p(R, Z, T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \lambda_{RR}(R, Z, T) \frac{\partial T}{\partial R} \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\lambda_{ZZ}(R, Z, T) \frac{\partial T}{\partial Z} \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial Z} \left[\lambda_{ZR}(R, Z, T) \frac{\partial T}{\partial R} \right] + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \lambda_{RZ}(R, Z, T) \frac{\partial T}{\partial Z} \right]$$

R, Z – цилиндрические координаты поверхности ВсО; $\rho(R, Z)$ – удельная плотность материала точки ВсО с координатами R, Z ; $C_p(R, Z, T)$ – удельная теплоемкость материала точки ВсО с координатами R, Z при температуре T ; $\lambda_{RR}(R, Z, T), \lambda_{RZ}(R, Z, T), \lambda_{ZR}(R, Z, T), \lambda_{ZZ}(R, Z, T)$ – компоненты тензора теплопроводности точки ВсО с координатами R, Z при температуре T ; T – температура точки ВсО; t – текущее время. Начальным условием является: $T(R, Z, T) = T_0$.

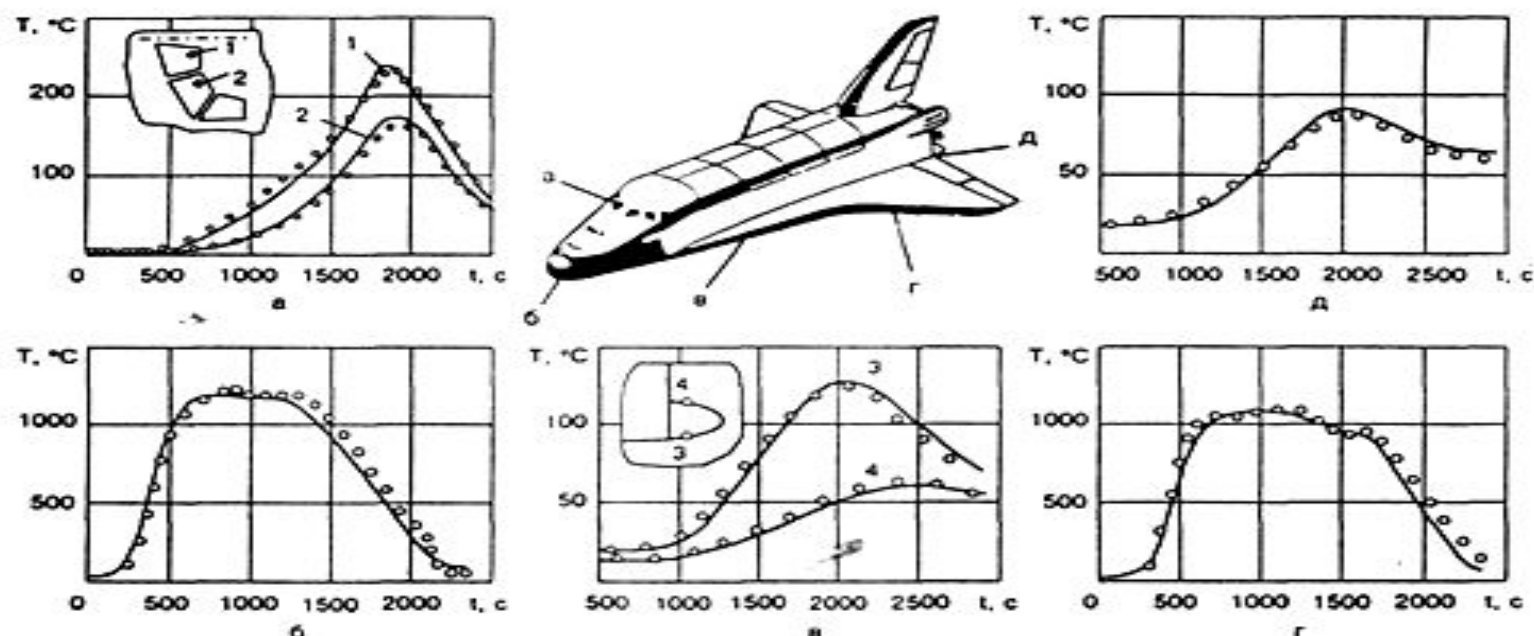


Рисунок 1.11

а - внутренние поверхности наружных стекол лобового (1) и среднего (2) иллюминаторов;

б - носовой обтекатель в зоне максимального аэродинамического нагрева;

в - обшивка нижней (3) и верхней (4) поверхностей наплыва крыла в зоне шпангоута 10;

г - секция 9 передней кромки крыла в зоне максимального аэродинамического нагрева;

д - обшивка нижней поверхности фюзеляжа в зоне шпангоута 17.

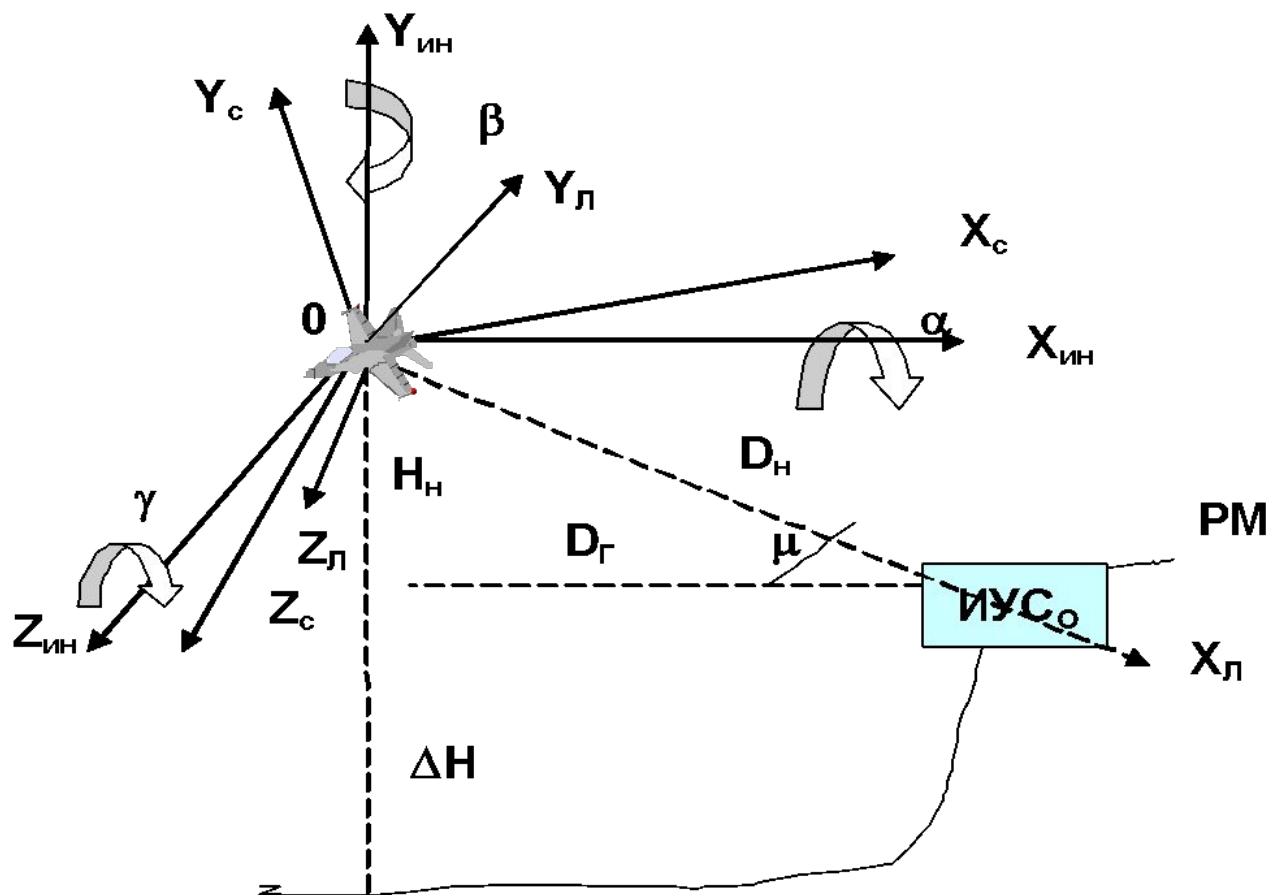
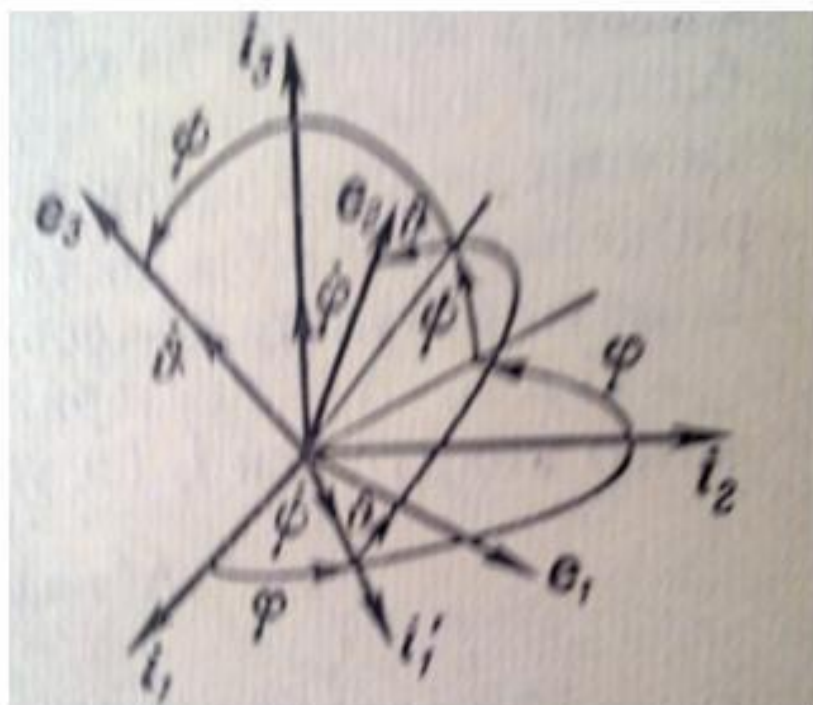


Рис.2.2.3. Положение самолета относительно ИУСО

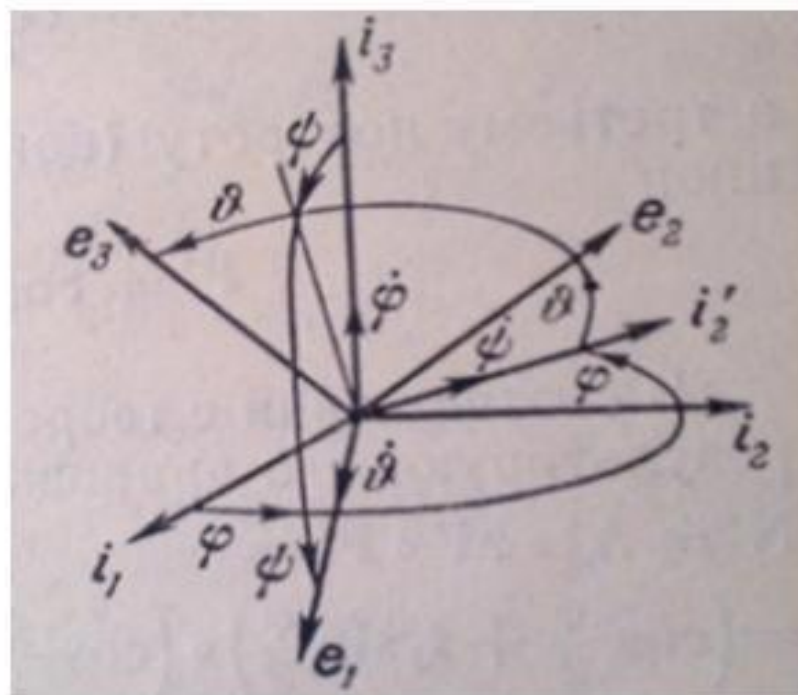


Последовательность поворота на углы Эйлера

Поворот вокруг оси i_3 на угол прецессии ϑ (аналог – курс; азимут; рыскание) $\Rightarrow$ поворот вокруг оси i_1' на угол нутации ψ (аналог – тангаж; угол места) $\Rightarrow$ поворот вокруг оси e_3 на угол вращения ϑ (аналог – крен).

$\cos \vartheta$	$\sin \vartheta$	0	×	0	$-\sin \psi$	$\cos \psi$	×	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	0
$-\sin \vartheta$	$\cos \vartheta$	0		1	0	0		$-\sin \varphi$	$\cos \varphi$	0
0	0	1		0	$\cos \psi$	$\sin \psi$		0	0	1

$\cos \vartheta \cos \varphi - \sin \vartheta \sin \varphi \cos \psi$	$\cos \vartheta \sin \varphi + \sin \vartheta \cos \varphi \cos \psi$	$\sin \vartheta \sin \psi$
$-\sin \vartheta \cos \varphi - \cos \vartheta \cos \psi \sin \varphi$	$-\sin \vartheta \sin \varphi + \cos \vartheta \cos \varphi \cos \psi$	$\cos \vartheta \sin \psi$
$\sin \varphi \sin \psi$	$-\sin \psi \cos \varphi$	$\cos \psi$



Последовательность поворота на углы Крылова

Поворот вокруг оси i_3 на
угол курса φ (рыскание)
 $\Rightarrow$ поворот вокруг оси i_2'
на угол крена $\psi \Rightarrow$
поворот вокруг оси e_1 на
угол тангажа ϑ .

1	0	0	×	$\cos\psi$	0	$-\sin\psi$	×	$\cos\varphi$	$\sin\varphi$	0
0	$\cos\vartheta$	$\sin\vartheta$		0	1	0		$-\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0
0	$-\sin\vartheta$	$\cos\vartheta$		$\sin\psi$	0	$\cos\psi$		0	0	1

$$\begin{aligned} & \cos\varphi \cos\psi \\ & \sin\vartheta \sin\psi \cos\varphi - \cos\vartheta \sin\varphi \\ & \cos\vartheta \sin\psi \cos\varphi + \sin\vartheta \sin\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cos\psi \sin\varphi \\ & \sin\vartheta \sin\psi \sin\varphi + \cos\vartheta \cos\varphi \\ & \cos\vartheta \sin\psi \sin\varphi - \sin\vartheta \cos\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\sin\psi \\ & \sin\vartheta \cos\psi \\ & \cos\vartheta \cos\psi \end{aligned}$$

Определение проекций путевой (земной) скорости V_{IN} (IN инерциальная система координат) через проекции воздушной скорости V_{XL} (L-лучевая система координат), а также скорости ветра - W_{IN} через углы Эйлера, может быть осуществлена с использованием выражения 2.2.14, где β_{WV} - азимутальная составляющая скорости ветра; W_{BZ} - скорость ветра вдоль оси Z. Преобразования $L \Rightarrow C \Rightarrow IN$ (лучевая $\Rightarrow$ самолетная $\Rightarrow$ инерциальная системы координат).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} D_{CX} \\ D_{CY} \\ D_{CZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_{CL} & 0 & \sin \beta_{CL} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_{CL} & 0 & \cos \beta_{CL} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \gamma_{CL} & -\sin \gamma_{CL} & 0 \\ \sin \gamma_{CL} & \cos \gamma_{CL} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{XL} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \\ \begin{pmatrix} D_{CNX} \\ D_{CNY} \\ D_{CNZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_{CN} & 0 & \sin \beta_{CN} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_{CN} & 0 & \cos \beta_{CN} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \gamma_{CN} & -\sin \gamma_{CN} & 0 \\ \sin \gamma_{CN} & \cos \gamma_{CN} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} D_{CX} \\ D_{CY} \\ D_{CZ} \end{pmatrix} \\ D_r = \sqrt{D_{CNX}^2 + D_{CNZ}^2} \end{array} \right.$$

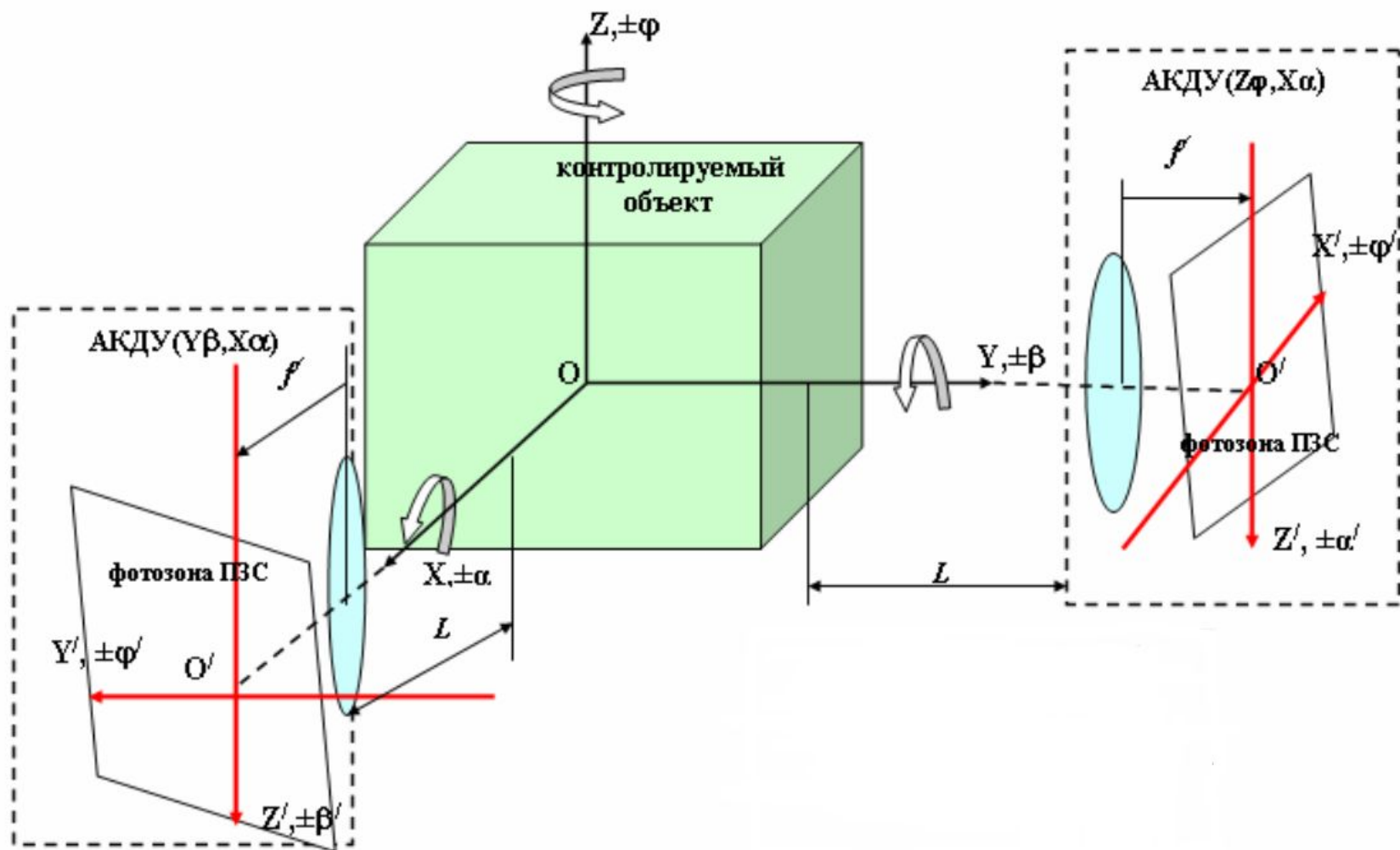
$$\left\{ \begin{aligned} & \begin{pmatrix} V_{XIN} \\ V_{YIN} \\ V_{ZIN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{CIN} & -\sin \alpha_{CIN} \\ 0 & \sin \alpha_{CIN} & \cos \alpha_{CIN} \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} \cos \beta_{CIN} & 0 & \sin \beta_{CIN} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_{CIN} & 0 & \cos \beta_{CIN} \end{pmatrix} \times \\ & \times \begin{pmatrix} \cos \gamma_{CIN} & -\sin \gamma_{CIN} & 0 \\ \sin \gamma_{CIN} & \cos \gamma_{CIN} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{XL} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} W_{XIN} \\ W_{YIN} \\ W_{ZIN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta_W & 0 & \sin \beta_W \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_W & 0 & \cos \beta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ W_{BZ} \end{pmatrix} \end{aligned} \right.$$

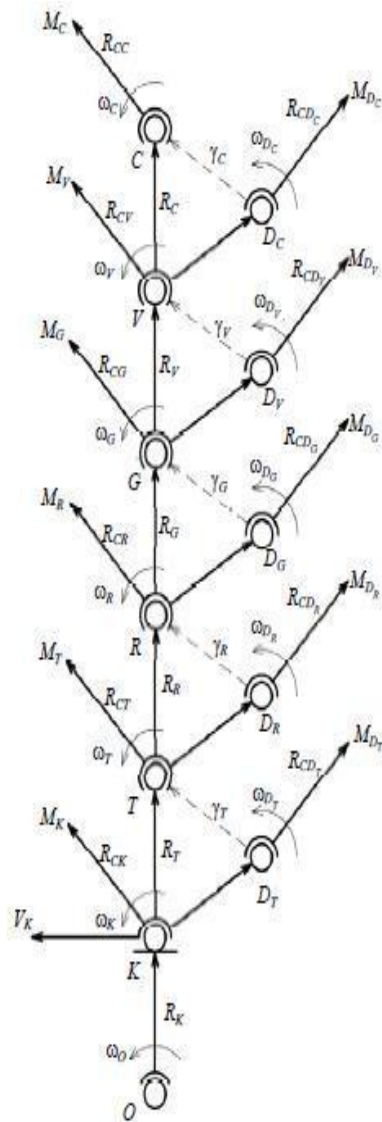
$$M_{YZX} = \begin{pmatrix} \cos \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \cos \alpha + \cos \beta \sin \gamma \sin \alpha + \\ & + \sin \beta \sin \alpha & + \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \gamma \cos \alpha & -\cos \gamma \sin \alpha \\ -\sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma \cos \alpha + & -\sin \beta \sin \gamma \sin \alpha + \\ & + \cos \beta \sin \alpha & + \cos \beta \cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{H^2 + P^2 + (V_{y2}t)^2} \\ \dot{R} = \frac{V_{y2}^2 t}{R}; \ddot{R} = \frac{\dot{R}}{t} - \frac{\left(\dot{R}\right)^2}{R} \\ R_{np} = 3,57(\sqrt{h} + \sqrt{H}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_y = \beta_0 + \arctg \frac{V_{y2} \cdot t}{p} \\ \beta_y^{\boxtimes} = \frac{\frac{V_{y2}}{p}}{1 + \left(\frac{V_{y2}}{P} \right)^2 \cdot t^2}; \max \{ \beta_y^{\boxtimes} \}_{t=0} = \frac{V_{y2}}{P} \\ (\beta_y)'' = 2 \left(\beta_y^{\boxtimes} \right)^2 \cdot \frac{V_{y2}}{p} t; \max \{ \beta_y^{\boxtimes\boxtimes} \}_{t=0} = \pm \frac{3\sqrt{3}}{8} \left(\frac{V_{y2}}{p} \right)^2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\varepsilon_{\mathcal{U}} = \varepsilon_0 + \arctg \frac{H}{\sqrt{p^2 + \left(V_{\mathcal{U}^2} t\right)^2}}; \varepsilon_{\mathcal{U}}|_{P=0} = \arctg \frac{H}{V_{\mathcal{U}^2} \cdot t} \\
\\
\mathfrak{E}_{\mathcal{U}} = - \frac{\left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t}{\left[1 + \left(p / H\right)^2 + \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t^2\right] \cdot \sqrt{\left(p / H\right)^2 + \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t^2}} \\
\\
\mathfrak{E}_{\mathcal{U}} = \mathfrak{E}_{\mathcal{U}} \left[\frac{1}{t} - \frac{2 \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t}{1 + \left(p / H\right)^2 + \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t^2} - \frac{2 \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t}{\left(p / H\right)^2 + \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t^2} \right] \\
\\
\mathfrak{E}_{\mathcal{U}}|_{P=0} = -2 \left(\mathfrak{E}_{\mathcal{U}}\right)^2 \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right) t, \\
\\
\mathfrak{E}_{\mathcal{U}}|_{P=0} = - \frac{V_{\mathcal{U}^2} / H}{1 + \left(V_{\mathcal{U}^2} / H\right)^2 t^2}; \min \left\{ \mathfrak{E}_{\mathcal{U}} \right\} |_{S=0} = - \frac{V_{\mathcal{U}^2}^2 \cdot H}{P \left(H^2 + p^2\right)};
\end{array} \right.$$





В качестве исходных соотношений используем известные уравнения движения свободного тела в векторной форме:

$$\begin{cases} m_0 [\mathbf{W}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{r}_0)] = \mathbf{F}_0; \\ J_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (J_0 \boldsymbol{\omega}_0) + m_0 \mathbf{r}_0 \times \mathbf{W}_0 = \mathbf{M}_0; \\ \mathbf{W}_0 = \dot{\mathbf{V}}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{V}_0, \end{cases}$$

где m_0 и J_0 – масса и тензор инерции тела, приведенные к началу связанной с телом системы координат $X_0Y_0Z_0$; $\mathbf{F}_0$ и $\mathbf{M}_0$ – главные векторы внешних сил и моментов внешних сил, приложенных к телу, относительно системы координат $X_0Y_0Z_0$; $\boldsymbol{\omega}_0$ и $\mathbf{V}_0$ – векторы угловой и линейной скоростей начала $X_0Y_0Z_0$; $\mathbf{r}_0$ – радиус-вектор центра масс тела.

Первое уравнение выражает теорему количества движения (уравнение движения центра масс). Второе уравнение выражает теорему количества движения относительно начала $X_0Y_0Z_0$ (уравнение «вращения»).

Всякую механическую систему можно разложить на конечную совокупность твердых тел $S_i (i = n, \dots, N; n = 0, 1, \dots)$. При этом положение каждого тела S_i будем определять относительно тела S_{i-1} данной совокупности, а положение и движение тела S_0 будем определять относительно инерциальной системы координат XYZ . Также предположим, что тело S_i может совершать движение относительно тела S_{i-1} только при воздействии вектора сил $\mathbf{F}_i^n$ от тела S_{i-1} . В этом случае при движении системы твердых тел положение центра инерции C_i не изменяется по отношению к полюсу O_i , связанному с телом S_i системы координат $X_iY_iZ_i$, но изменяется по отношению к полюсам систем координат с индексами, отличными от i . Положение центра инерции CO (системы отсчета) тела S_0 относительно инерциальной системы координат XYZ может быть определено радиус-вектором

$$\mathbf{R}_{00} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{CO},$$

где $\mathbf{R}_0$ – радиус-вектор начала $X_0Y_0Z_0$ относительно начала XYZ ; $\mathbf{R}_{CO}$ – радиус-вектор центра масс тела S_0 в $X_0Y_0Z_0$.

$$\mathbf{R}_{01} = \mathbf{R}_{00} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{c1} = \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_{c0} + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_{c1}.$$

Легко показать, что в общем случае

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{on} = \sum_{i=0}^n (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci}); \\ \mathbf{R}_{cn} = \mathbf{R}_{on} - \left[\sum_{i=0}^{n-1} (\mathbf{R}_i + \mathbf{R}_{ci}) + \mathbf{R}_n \right]. \end{cases}$$

Для определения векторов скоростей центров инерции тела относительно соответствующих систем координат необходимо выполнить операцию дифференцирования по времени соответствующих проекций радиус-векторов на оси систем координат, т.е.

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{00} = \dot{\mathbf{R}}_{00} = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_{c0}; \\ \mathbf{V}_{01} = \dot{\mathbf{R}}_{01} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{R}_1 + (\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_1) \mathbf{R}_{c1}; \\ \dots \\ \mathbf{V}_{0n} = \dot{\mathbf{R}}_{0n}, \end{cases}$$

Также легко показать, что в общем случае

$$\mathbf{V}_{ij} = \dot{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_{k=i}^j \left[\mathbf{V}_k + \left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_k + \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{R}_{ck} \right],$$

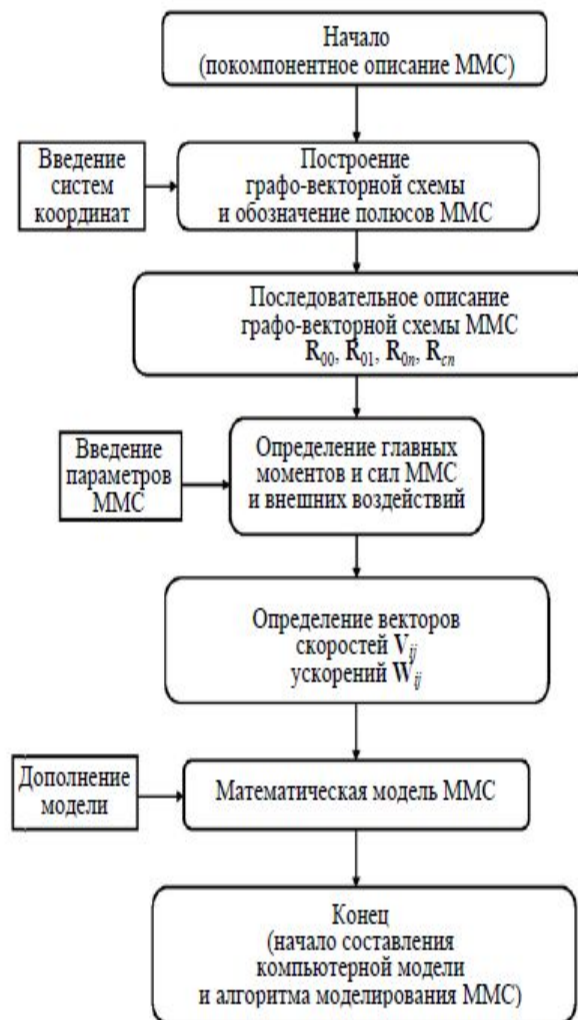
где $i = 0, 1, 2, \dots, N; j = n, n+1, \dots, N; \mathbf{V}_k = \dot{\mathbf{R}}_k$ – вектор скорости полюса O_k , связанного с телом S_k системы координат $X_k Y_k Z_k$, по отношению к $X_{k-1} Y_{k-1} Z_{k-1}$, связанной с телом S_{k-1} .

Определение векторов ускорений центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат аналогично. Можно показать, что в общем случае

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{ij} = \dot{\mathbf{V}}_{ij} = \ddot{\mathbf{R}}_{ij} = \sum_{k=i}^j \left\{ \dot{\mathbf{V}}_k + 2 \left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{V}_k + \left(\sum_{l=m}^k \dot{\boldsymbol{\omega}}_l - \dot{\boldsymbol{\omega}}_k \right) \times \mathbf{R}_k + \right. \\ \left. + \left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \left[\left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_k \right] + \left[\left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_l - \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \boldsymbol{\omega}_k \right] \times \left(\sum_{l=m}^k \mathbf{R}_l - \mathbf{R}_k + \mathbf{R}_{ck} \right) + \right. \\ \left. + \left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \left[\left(\sum_{l=m}^k \boldsymbol{\omega}_k \right) \times \mathbf{R}_{cj} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\dot{\mathbf{V}}_{ik}$ – вектор ускорения полюса O_j системы координат $X_j Y_j Z_j$, связанной с телом S_j , по отношению к $X_{j-1} Y_{j-1} Z_{j-1}$, связанной с телом S_{j-1} , в проекциях на оси $X_j Y_j Z_j$.

1. Определение количества движущихся частей и степеней свободы системы.
2. Составление векторной схемы системы.
3. Привязка подвижных частей системы к собственным системам координат, начало которых совпадает с вектором движения.
4. Определение положения нулевого звена относительно инерциальной системы координат.
5. Определение главных моментов и сил, действующих на систему со стороны внешней среды.
6. Составление векторных уравнений, определяющих положение центра инерции тел S_i относительно инерциальной системы координат.
7. Определение векторов скоростей центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования по времени векторных уравнений положения центров инерции этих тел.
8. Составление уравнений векторов ускорений центров инерции тел S_i относительно соответствующих систем координат методом дифференцирования векторных уравнений скоростей движения этих тел.
9. Определение тензоров моментов инерции тел S_i и передач от двигателя к подвижному телу в соответствии с конструктивными данными.



Задачи наведения

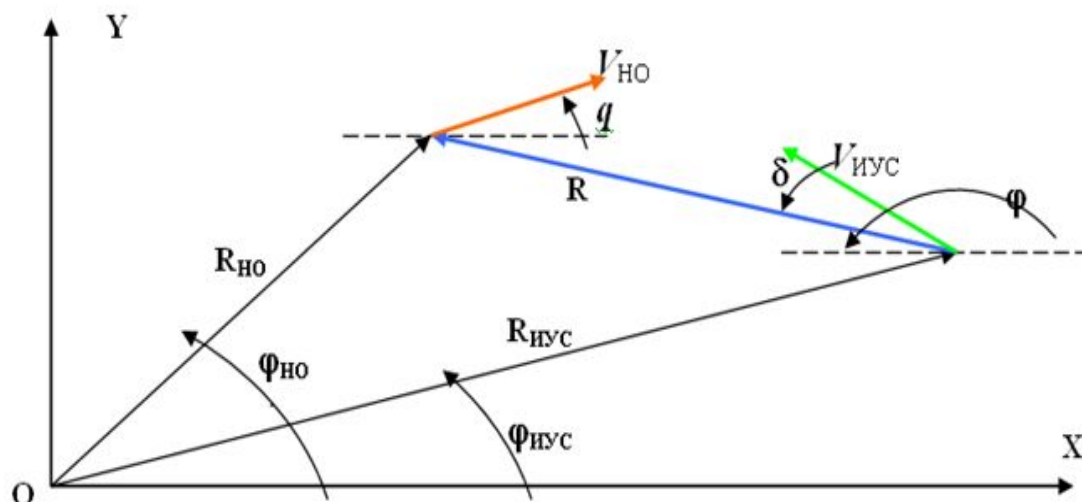


Схема наведения на объект в плоскости изображения (OX и R ; φ_{IYC} – угол между осью OX и направлением на движущегося «наблюдателя»; φ_{HO} – угол между осью OX и направлением на HO; δ - угол проекции V_{IYC} на R ; R – радиус вектор линии «связи» ИYC-HO; R_{HO} – радиус вектор HO; R_{IYC} – радиус вектор движущегося «наблюдателя»; XOY – система координат)

$$\begin{cases} \dot{R} = -V_{IYC}[\lambda \cos(\varphi - q) + (\pm 1) \cos \delta] \\ R\dot{\varphi} = V_{IYC}[\lambda \sin(\varphi - q) + (\pm 1) \sin \delta] \end{cases} \Rightarrow \frac{\dot{R}}{R\dot{\varphi}} = -\frac{\lambda \cos(\varphi - q) + (\pm 1) \cos \delta}{\lambda \sin(\varphi - q) + (\pm 1) \sin \delta}$$

$$\lambda = \frac{V_{HO}}{V_{IYC}}; \varphi_{t=0} = \varphi_0; R_{t=0} = R_0;$$

Метод погони, при котором в каждый момент времени $q=\text{const}$, $\delta=0$

$$R = R_0 \left\{ \frac{\sin(\varphi_0 - q)}{\sin(\varphi - q)} \right\}^{1 + \frac{\pm 1}{\lambda}} \cdot \left\{ \frac{1 + \cos(\varphi - q)}{1 + \cos(\varphi_0 - q)} \right\}^{\pm 1/\lambda}$$

$$t_{\text{ох}} = \frac{R_0 [\cos(\varphi - q) - (\pm 1/\lambda)]}{V_{\text{иус}} (\lambda - 1/\lambda)}$$

Метод параллельного сближения в течение всего времени движения $R\dot{\varphi} = 0$

$$\begin{cases} R = R_0 - V_{\text{иус}} t \{ \lambda \cos(\varphi_0 - q) \pm \sqrt{1 - [\lambda \sin(\varphi_0 - q)]^2} \} \\ t_{\text{ох}} = \frac{r_0}{V_{\text{иус}} \{ \lambda \cos(\varphi_0 - q) \pm \sqrt{1 - [\lambda \sin(\varphi_0 - q)]^2} \}} \end{cases}$$

Метод пропорционального наведения при котором в течение всего времени $\dot{\delta} = k\dot{q}$ ($k=1,2,\dots$)

$$\left\{ \begin{aligned} R &= R_0 \exp \left\{ - \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\lambda \cos(\varphi - q) \pm \cos(n-1)\varphi}{\lambda \sin(\varphi - q) \pm \sin(n-1)\varphi} \cdot d\varphi \right\} \\ t_{\text{нл}} &= \frac{R_0 [\lambda \cos(\varphi_0 - q) - (\pm 1) \cos(n-1)\varphi_0]}{V_n (\lambda^2 - \cos 2\phi)} \end{aligned} \right.$$

Метод трех точек - $\delta = 90^\circ - \phi$; $\phi = \varphi - q = \text{const}$

$$\left\{ \begin{aligned} R &= R_0 \frac{\lambda \sin(\varphi_0 - q) - (\pm 1) \cos \phi}{\lambda \sin(\varphi - q) - (\pm 1) \cos \phi} \times \\ &\times \left[\frac{\lambda - (\pm \cos \phi) \operatorname{tg}[0,5(\varphi_0 - q)] - a}{\lambda - (\pm \cos \phi) \operatorname{tg}[0,5(\varphi - q)] + a} \right]^{\pm l} \times \\ &\times \left[\frac{\lambda - (\pm \cos \phi) \operatorname{tg}[0,5(\varphi_0 - q)] + a}{\lambda - (\pm \cos \phi) \operatorname{tg}[0,5(\varphi - q)] - a} \right]^{\pm l} \\ l &= (a)^{-1} \sin \phi, a = \sqrt{\lambda^2 - \cos^2 \phi} \\ t_{\text{нл}} &= \frac{R_0 \lambda [\cos(\varphi_0 - q) + (\pm 1) \lambda^{-1} \sin \phi]}{V_{\text{нлс}} (\lambda^2 - \cos 2\phi)} \end{aligned} \right.$$