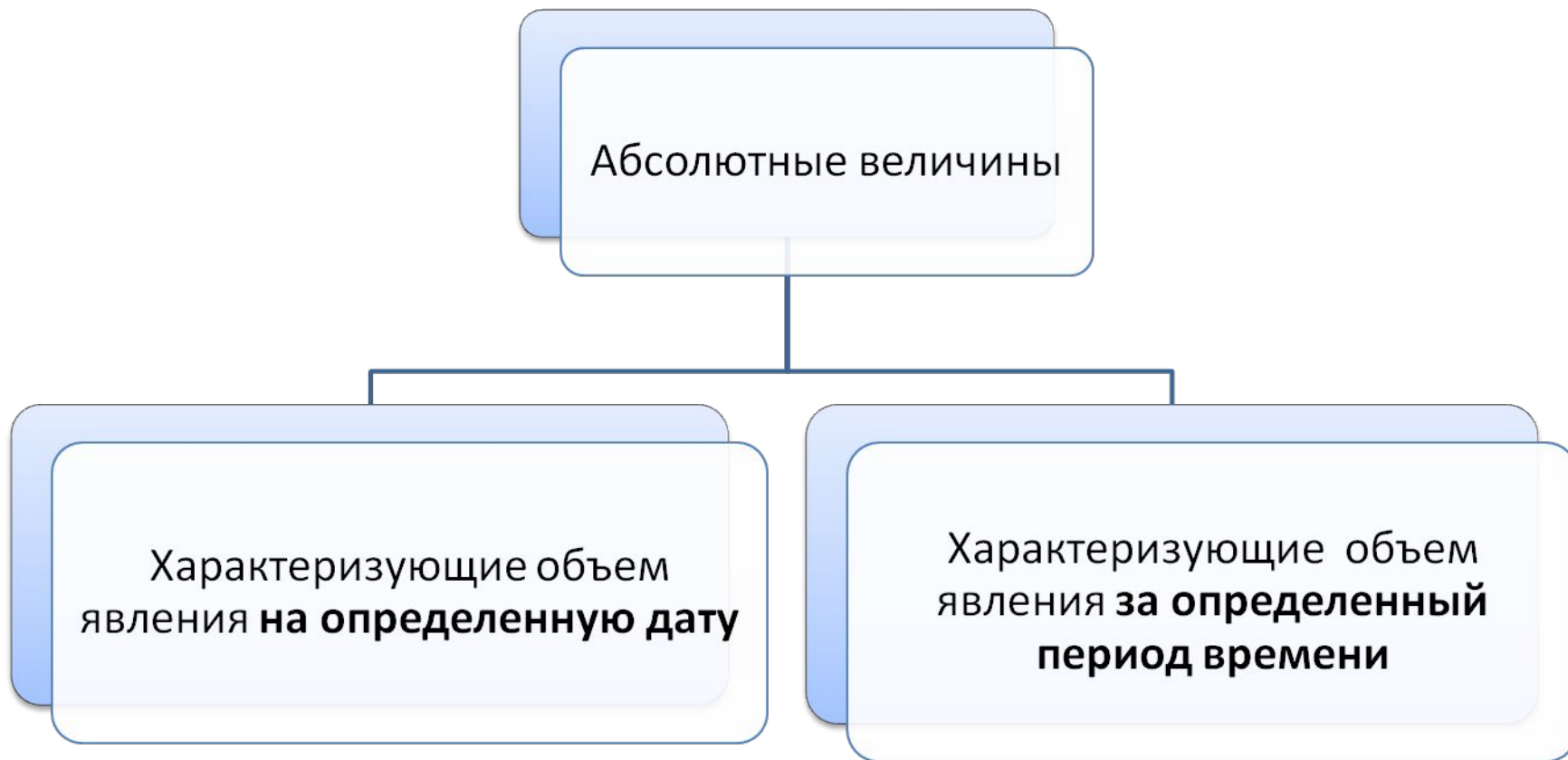


Абсолютные и относительные статистические величины

Для характеристики
массовых явлений статистика
использует **статистические**
величины (показатели):

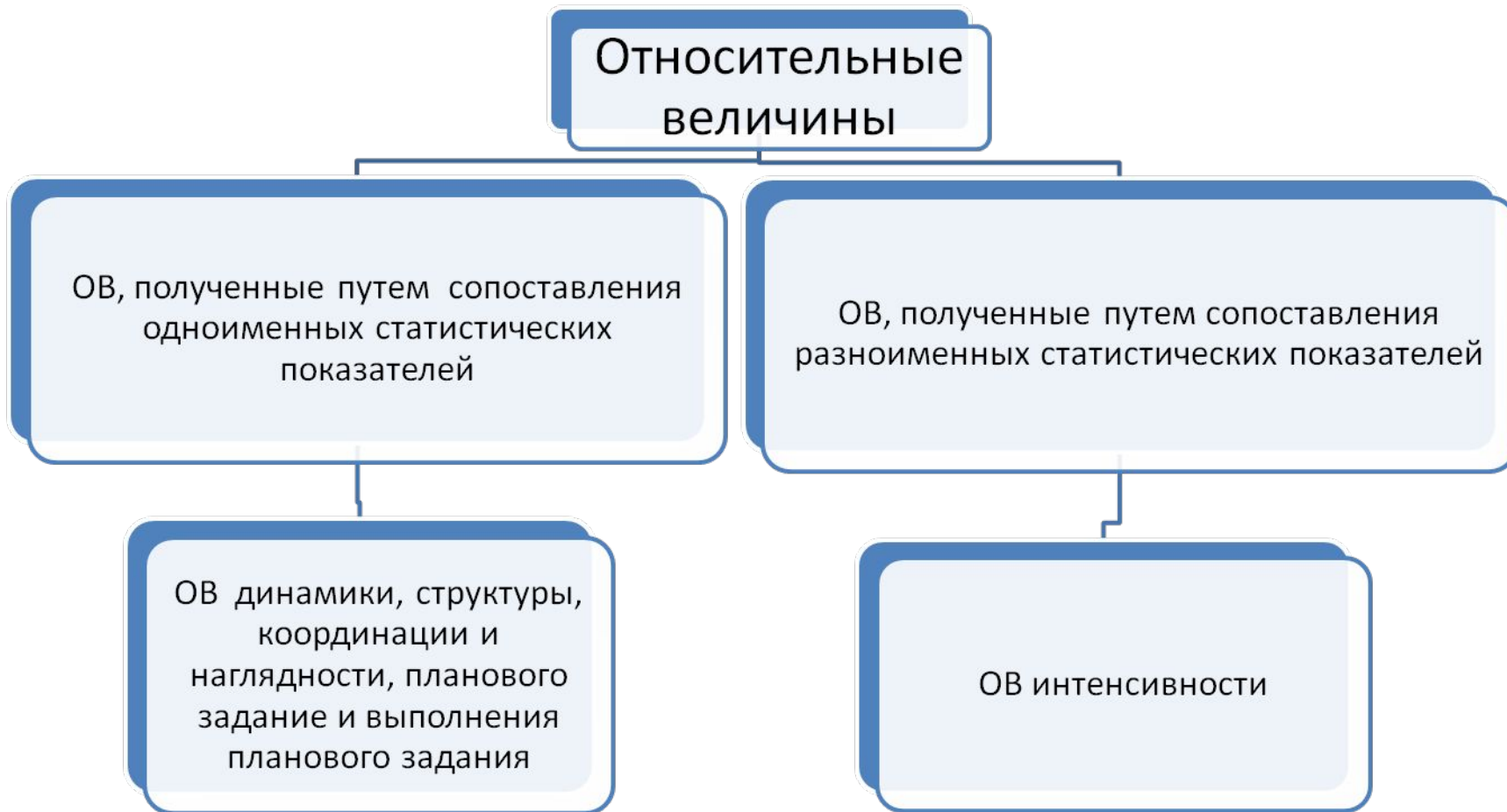
абсолютные,
относительные,
средние.

Абсолютные величины всегда имеют свою единицу измерения (размерность), присущую изучаемому явлению.



Каждая абсолютная величин имеют единицу изменения (**натуральную, условно-натуральную, стоимостную, трудовую**).

Относительная величина – результат сопоставления двух статистических показателей. В числителе дроби стоит величина, которую сравнивают, а в знаменатели – величина, с которой сравнивают (база или основание сравнения).



Относительный показатель

1	- коэффициент;
10	- процент (%);
100	- промилле (0/00);
1000	- продецимилле (0/000).

Цепной относительный показатель –
если база сравнения переменная

Базисный относительный показатель –
если база сравнения постоянная

Относительный показатель

обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин и определяется как результат деления одной абсолютной величины на другую

$$\frac{\text{Показатель } _1 \text{ – текущий (сравниваемый)}}{\text{Показатель } _2 \text{ – база } _ \text{ сравнения}}$$

Относительный показатель динамики – темп роста

Характеризует изменение уровня развития
какого-либо явления во времени

$$ОПД = \frac{\text{Текущий _ уровень}}{\text{Предшествующий(базисный) _ уровень}}$$

Пример

- Реализация хлопчатобумажных тканей секцией универмага составила в январе 3956 тыс. руб., в феврале – 4200 тыс. руб., в марте – 4700 тыс. руб.

Темпы роста:

- Базисные (база - уровень реализации в январе)

$$\text{ОВД}_{\text{ф/я}} = \frac{4200}{3950} * 100\% = 106,3\%$$

$$\text{ОВД}_{\text{м/я}} = \frac{4700}{3950} * 100\% = 118,9\%$$

- Цепные

$$\text{ОВД}_{\text{ф/я}} = \frac{4200}{3950} * 100\% = 106,3\%$$

$$\text{ОВД}_{\text{м/ф}} = \frac{4700}{4200} * 100\% = 111,9\%$$

- Задание

Валовый внутренний продукт в России составил:

- 2005 г. - 21,6 трлн. руб.,
- 2006 – 26,9 трлн. руб.,
- 2007 - 33,2 трлн. руб.,
- 2008 - 41,3 трлн. руб.,
- 2009 – 38,8 трлн. руб.,
- 2010 – 44,9 трлн. руб.

Определите показатели динамики ВВП России в сравнении с предыдущим годом (и переменной базой) и в % к 2005 году (с постоянной базой).

Методы расчета показателей динамики

Показатель	Метод расчета		Характеристика показателя
	С переменной базой	С постоянной базой	
Коэффициент роста (K_p), %	$K_p = S_i / S_{i-1}$	$K_p' = S_i / S_k$	Показывает во сколько раз показатель текущего года больше (меньше) предшествующего (базисного).
Темпы роста (T_p), %	$T_p = K_p * 100$	$T_p' = K_p' * 100$	Показывает, сколько процентов уровень текущего года составляет по отношению к уровню предшествующего (базисного) периода.
Темпы прироста ($T_{пр}$)	$T_{пр} = T_p - 100$	$T_{пр}' = T_p' - 100$	Показывает, на сколько процентов уровень текущего периода больше (или меньше) уровня предшествующего (базисного) периода.

Относительный показатель выполнения плана и планового задания

относительные
показатели
плана
;

$$ОПП = \frac{\text{Уровень, планируемый на период } (i+1)}{\text{Уровень, достигнутый в периоде } (i)}$$

относительные
показатели
реализации
плана

$$ОПРП = \frac{\text{Уровень, достигнутый в период } (i+1)}{\text{Уровень, запланированный на период } (i+1)}$$

Взаимосвязь
показателей

$$ОПП * ОПРП = ОПД$$

**Оборот торговой фирмы в 2002 г. составил 2,0 млн. руб.
На 2003 год запланировано достичь оборота 2,8 млн. руб.
Фактически в 2003 г оборот составил 2,6 млн. руб.**

относительные
показатели
плана
;

$$\text{ОПП} = 2,8 / 2,0 * 100 \% = 140 \%$$

относительные
показатели
реализации
плана

$$\text{ОПРП} = 2,6 / 2,8 * 100 \% = 92,9 \%$$

$$\text{ОПД} = 1,40 * 0,929 = 2,6 / 2,0 = 1,3 (130 \%)$$

Относительные величины структуры

Характеризуют доли, удельные веса
составных элементов в общем итоге

$$d = (Y / \sum Y) \cdot 100$$

или $d = \frac{\text{Уровень части совокупности}}{\text{Суммарный уровень совокупности}} \cdot 100$

	Объем	
	млрд.руб.	% к итогу
ВВП - всего	9041	100,0
В том числе:		
производство товаров	3490	
производство услуг	4452	
чистые налоги на продукты	1099	

	Объем	
	млрд.руб.	% к итогу
ВВП - всего	9041	100,0
В том числе:		
производство товаров	3490	$3490/9041*100= 38,6$
производство услуг	4452	$4452/9041*100= 49,2$
чистые налоги на продукты	1099	$1099/9041*100= 12,2$

Относительный показатель координации

Характеризует отношение частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения

$$ОПК = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-тую часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий базисную часть совокупности}}$$

	Объем		
	млрд. руб.	% к итогу	ОПК
ВВП - всего	9041	100,0	
В том числе:			
производство товаров	3490	38,6	
производство услуг	4452	49,2	
чистые налоги на продукты	1099	12,2	

	Объем		
	млрд. руб.	% к итогу	ОПК
ВВП - всего	9041	100,0	
В том числе:			
производство товаров	3490	38,6	Базис
производство услуг	4452	49,2	$4452/3490=$ 127,6
чистые налоги на продукты	1099	12,2	$1099/3490=$ 31,5

Относительный показатель сравнения

Характеризует сравнительные размеры одноименных абсолютных величин, относящихся к одному и тому же периоду либо моменту времени, но к различным объектам или территориям

$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий _ объект _ А}}{\text{Показатель, характеризующий _ объект _ Б}}$$

Среднегодовая численность населения
(2000 год) - млн. чел.

Россия	145	Базис
США	275	
Индия	1002	
Китай	1275	

Среднегодовая численность населения
(2000 год) - млн. чел.

Россия	145	Базис
США	275	$275/145=1,9$
Индия	1002	$1002/145=6,9$
Китай	1275	$1275/145=8,8$

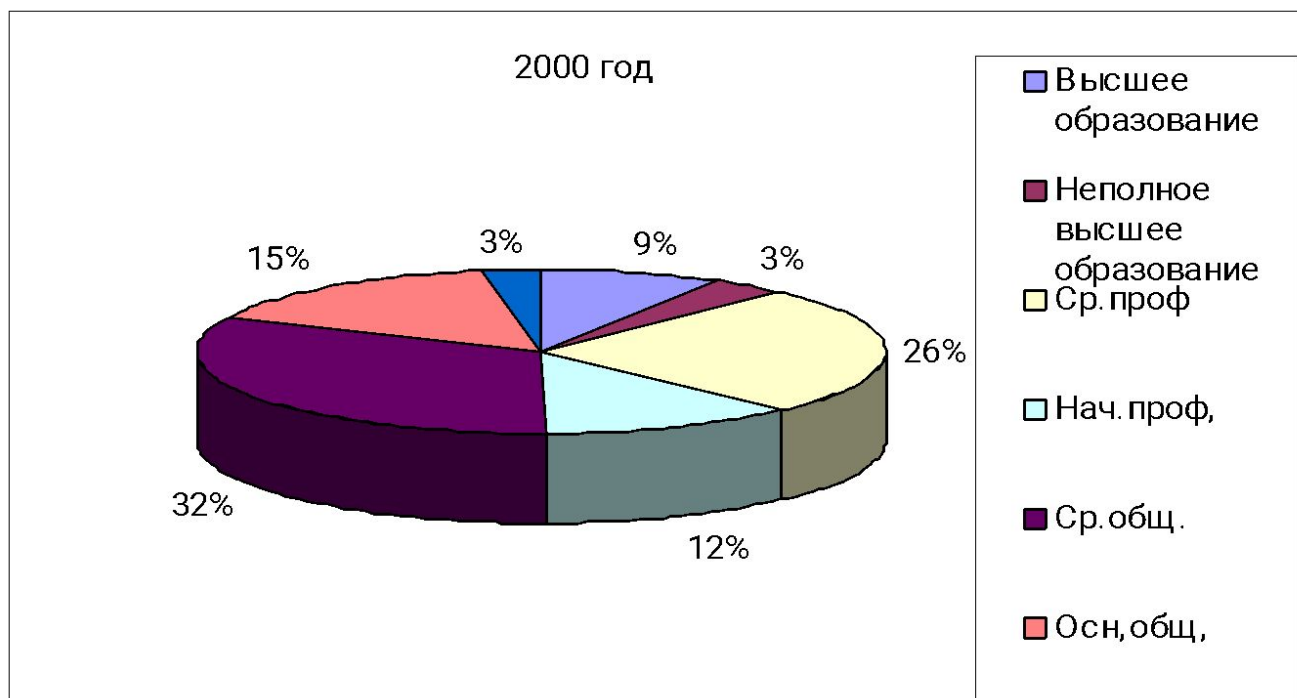
Относительный показатель интенсивности

Характеризует степень распределения или развития данного явления в той или иной среде

$$ОПИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий _ объект _ A}}{\text{Факторный _ показатель _ анализируемого _ признака}}$$

На конец 2000 года численность безработных составила 8798,25 тыс.чел.

В/о	Неполное в/о	Среднее проф.	Нач. проф.	Среднее общее	Осн. общее	Нач. общее
763,43	276,58	2279,49	1046,63	2850,92	1348,31	232,89



Средний показатель

обобщающий показатель, характеризующий
типический уровень явления

$$ИСС = \frac{\text{Суммарное значение или объем осредняемого признака}}{\text{Число единиц или объем совокупности}}$$

Средние

Структурные

Мода

Медиана

Степенные

Геометрическая

Квадратическая

Гармоническая

Арифметическая

Степенные средние

Простая средняя

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m}{n}}$$

где X_i - варианта (значение) осредняемого признака;

m - показатель степени средней;

n - число вариантов.

Взвешенная средняя

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m f_i}{\sum f_i}}$$

где X_i - варианта (значение) осредняемого признака или срединное значение интервала, в котором измеряется варианта;

m - показатель степени средней;

f_i - частота, показывающая, сколько раз встречается i -е значение осредняемого признака.

Виды степенных средних

Вид	Показатель степени (m)	Формула расчета	
		Простая	Взвешенная
Гармоническая	-1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$ $m = xf$
Геометрическая	0	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x^f} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}$
Арифметическая	1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

$$\bar{X}_{\text{гарм.}} \leq \bar{X}_{\text{геом.}} \leq \bar{X}_{\text{арифм.}} \leq \bar{X}_{\text{квадр.}} \leq \bar{X}_{\text{куб.}}$$

Пример

<i>№ п/п</i>	<i>Возраст (лет)</i>	<i>№ п/п</i>	<i>Возраст (лет)</i>
<i>1</i>	<i>18</i>	<i>11</i>	<i>22</i>
<i>2</i>	<i>18</i>	<i>12</i>	<i>19</i>
<i>3</i>	<i>19</i>	<i>13</i>	<i>19</i>
<i>4</i>	<i>20</i>	<i>14</i>	<i>20</i>
<i>5</i>	<i>19</i>	<i>15</i>	<i>20</i>
<i>6</i>	<i>20</i>	<i>16</i>	<i>21</i>
<i>7</i>	<i>19</i>	<i>17</i>	<i>19</i>
<i>8</i>	<i>49</i>	<i>18</i>	<i>19</i>
<i>9</i>	<i>19</i>	<i>19</i>	<i>19</i>
<i>10</i>	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>19</i>

Средний возраст

Возраст	18	19	20	21	22
Частота	2	11	5	1	1

Простая
средняя

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{18+18+19+20+19+\dots+20+21+22}{20} = \\ &= \frac{388}{20} = 19,4 \text{ года}\end{aligned}$$

Взвешенная
средняя

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{18 \cdot 2 + 19 \cdot 11 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 1 + 22 \cdot 1}{2 + 11 + 5 + 1 + 1} = \\ &= \frac{36 + 209 + 100 + 21 + 22}{20} = \\ &= \frac{388}{20} = 19,4 \text{ года}\end{aligned}$$

Структурные средние

Мода

наиболее часто повторяющееся значения признака

$$M_o = X_{M_o} + h \frac{m_{M_o} - m_{M_o-1}}{(m_{M_o} - m_{M_o-1}) + (m_{M_o} - m_{M_o+1})}$$

где X_{M_o} - нижнее значение модального интервала;

m_{M_o} - число наблюдений или объем взвешивающего признака в модальном интервале (в абсолютном либо относительном выражении);

m_{M_o-1} - то же для интервала, предшествующего модальному;

m_{M_o+1} - то же для интервала, следующего за модальным;

h - величина интервала изменения признака в группах

Структурные средние

Медиана

величина признака, которая делит упорядоченную последовательность его значений на две равные по численности части

$$N = \frac{n+1}{2}; \quad Me = X_{Me} + h_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum m}{2} - S_{Me-1}}{m_{Me}}$$

где X_{Me} - нижняя граница медианного интервала;

h_{Me} - его величина;

$\sum m/2$ - половина от общего числа наблюдений или половина объема того показателя, который используется в качестве взвешивающего в формулах расчета средней величины (в абсолютном или относительном выражении);

S_{Me-1} - сумма наблюдений (или объема взвешивающего признака), накопленная до начала медианного интервала;

m_{Me} - число наблюдений или объем взвешивающего признака в медианном интервале (также в абсолютном либо относительном выражении).

Показатели вариации:

- частотные показатели;
- показатели распределения – структурные средние;
- показатели степени вариации;
- показатели формы распределения.

Частотные показатели вариации

- абсолютная численность i -той группы – частота f_i

$$\sum_1^m f_i = n$$

- относительная частота – частость d_i

$$\sum_1^m d_i = 1 \qquad d_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

- кумулятивная (накопленная) частота S_i (частость S_d) характеризует объем совокупности со значениями вариантов, не превышающих X_i .

$$S_1=f_1, S_2=f_1+f_2, S_3=f_1+f_2+f_3;$$

- плотность частоты (частости) представляет собой частоту, приходящуюся на единицу интервала,

$$q_i=f_i/h_i \text{ или } q_i=d_i/h_i$$

где h_i – величина i -того интервала.

Показатели вариации:

Размах вариации	$R = X_{\max} - X_{\min}$	
Среднее линейное отклонение	$L = \frac{\sum X - \bar{X} }{n}$	$L = \frac{\sum X - \bar{X} f}{\sum f}$
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i}$

Показатели вариации:

Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Средняя ошибка выборки	$\mu = \sqrt{\sigma^2(X)} = \sqrt{\sigma^2 / n}$
Дисперсия среднего значения	$\sigma^2(\bar{X}) = \sigma^2 / n$

Дисперсия:

1. Дисперсия постоянной величины равна 0.
2. Если все значения вариантов признака X уменьшить на постоянную величину A , то дисперсия не изменится.
3. Если все значения вариантов X уменьшить в K раз, то дисперсия уменьшится в K^2 раз.
4. На практике часто используют более простую формулу для расчета дисперсии: \bar{X}^2

5. При малом числе наблюдений (< 30):

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \text{или} \quad \sigma^2 = \frac{n}{n-1} \left(\overline{X^2} - (\bar{X})^2 \right)$$

Показатели относительного рассеивания :

Коэффициент осцилляции	$K_0 = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$
Линейный коэффициент вариации	$K_L = \frac{\bar{L}}{\bar{x}} \cdot 100\%$
Коэффициент вариации	$\mathcal{V} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5						
3	13						
4	16						
5	10						
6	6						
	50						

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5					
3	13	18					
4	16	34					
5	10	44					
6	6	50					
	50						

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	X*f	$ X - \bar{X} $	5*2	5*5	7*2
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10				
3	13	18	39				
4	16	34	64				
5	10	44	50				
6	6	50	36				
	50		199				

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10	1,98			
3	13	18	39	0,98			
4	16	34	64	0,02			
5	10	44	50	1,02			
6	6	50	36	2,02			
	50		199				

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10	1,98	9,9		
3	13	18	39	0,98	12,74		
4	16	34	64	0,02	0,32		
5	10	44	50	1,02	10,2		
6	6	50	36	2,02	12,12		
	50		199		45,28		

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10	1,98	9,9	3,92	
3	13	18	39	0,98	12,74	0,96	
4	16	34	64	0,02	0,32	0,00	
5	10	44	50	1,02	10,2	1,04	
6	6	50	36	2,02	12,12	4,08	
	50		199		45,28	10,00	

Пример 1

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10	1,98	9,9	3,92	19,60
3	13	18	39	0,98	12,74	0,96	12,49
4	16	34	64	0,02	0,32	0,00	0,01
5	10	44	50	1,02	10,2	1,04	10,40
6	6	50	36	2,02	12,12	4,08	24,48
	50		199		45,28	10,00	66,98

Показатели вариации (пример 1)

max	6
min	2
n	50
среднее	3,98
средневзвешенное	3,98
Мода	4
Номер медианы	25,5
Медиана	4
Размах вариации	4
Среднее линейное отклонение	0,91
Дисперсия	1,34
Среднее квадратическое отклонение	1,16
Коэффициент осциляции	101%
Линейная вариация	23%
Показатель колеблемости	29%
Средняя ошибка выборки	0,16

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср.}}$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9							
7-9	16							
9-11	11							
11-13	8							
13-15	6							
	50							

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср}}!$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9						
7-9	16	25						
9-11	11	36						
11-13	8	44						
13-15	6	50						
	50							

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср}}!$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6					
7-9	16	25	8					
9-11	11	36	10					
11-13	8	44	12					
13-15	6	50	14					
	50							

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср}}!$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54				
7-9	16	25	8	128				
9-11	11	36	10	110				
11-13	8	44	12	96				
13-15	6	50	14	84				
	50			472				

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср.}}$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54	3,44			
7-9	16	25	8	128	1,44			
9-11	11	36	10	110	0,56			
11-13	8	44	12	96	2,56			
13-15	6	50	14	84	4,56			
	50			472				

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4*f$	$!X-X_{cp}!$	$6*2$	$6*6$	$8*2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54	3,44	30,96		
7-9	16	25	8	128	1,44	23,04		
9-11	11	36	10	110	0,56	6,16		
11-13	8	44	12	96	2,56	20,48		
13-15	6	50	14	84	4,56	27,36		
	50			472		108		

Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср}}!$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54	3,44	30,96	11,83	
7-9	16	25	8	128	1,44	23,04	2,07	
9-11	11	36	10	110	0,56	6,16	0,31	
11-13	8	44	12	96	2,56	20,48	6,55	
13-15	6	50	14	84	4,56	27,36	20,79	
	50			472		108	41,57	

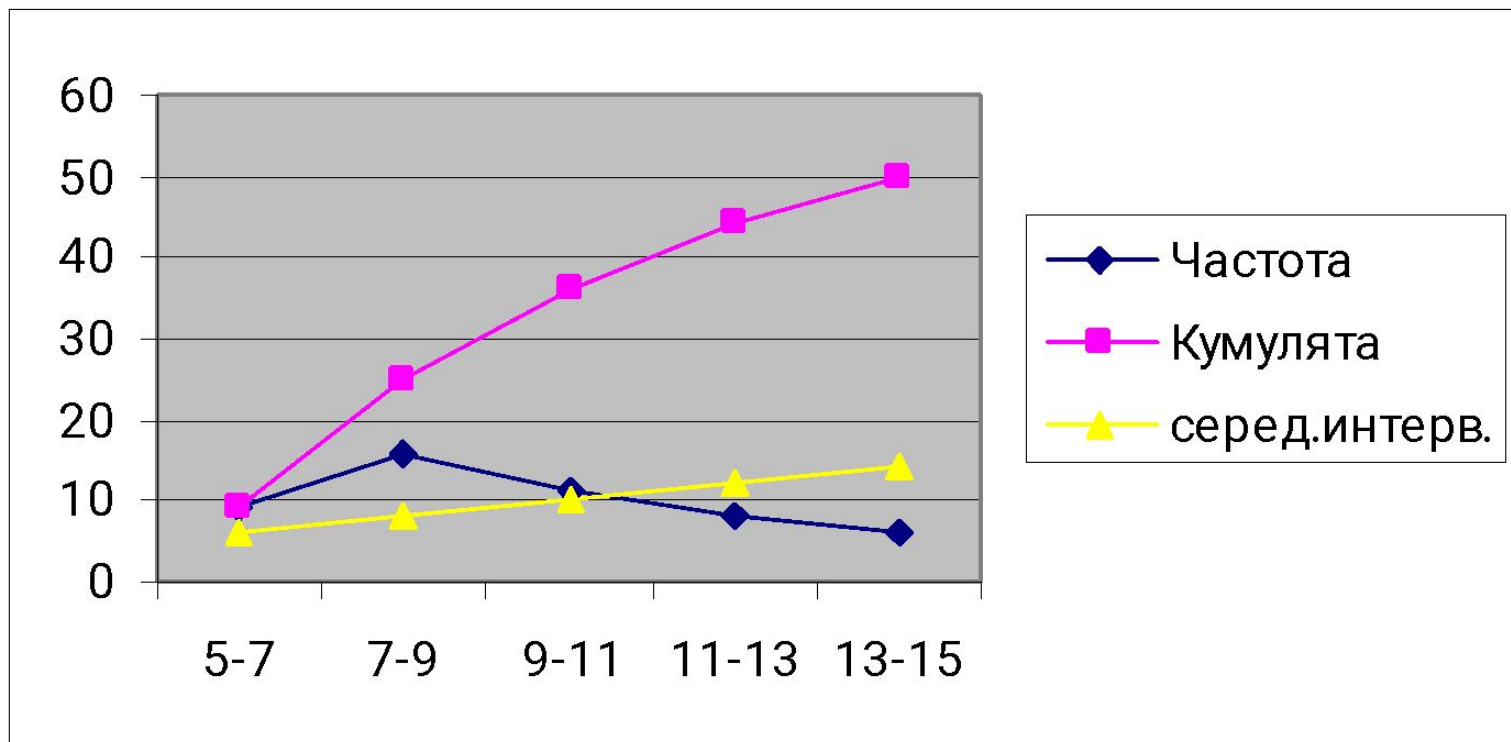
Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4*f$	$!X-X_{cp}!$	$6*2$	$6*6$	$8*2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54	3,44	30,96	11,83	106,50
7-9	16	25	8	128	1,44	23,04	2,07	33,18
9-11	11	36	10	110	0,56	6,16	0,31	3,45
11-13	8	44	12	96	2,56	20,48	6,55	52,43
13-15	6	50	14	84	4,56	27,36	20,79	124,76
	50			472		108	41,57	320,32

Показатели вариации (пример 2)

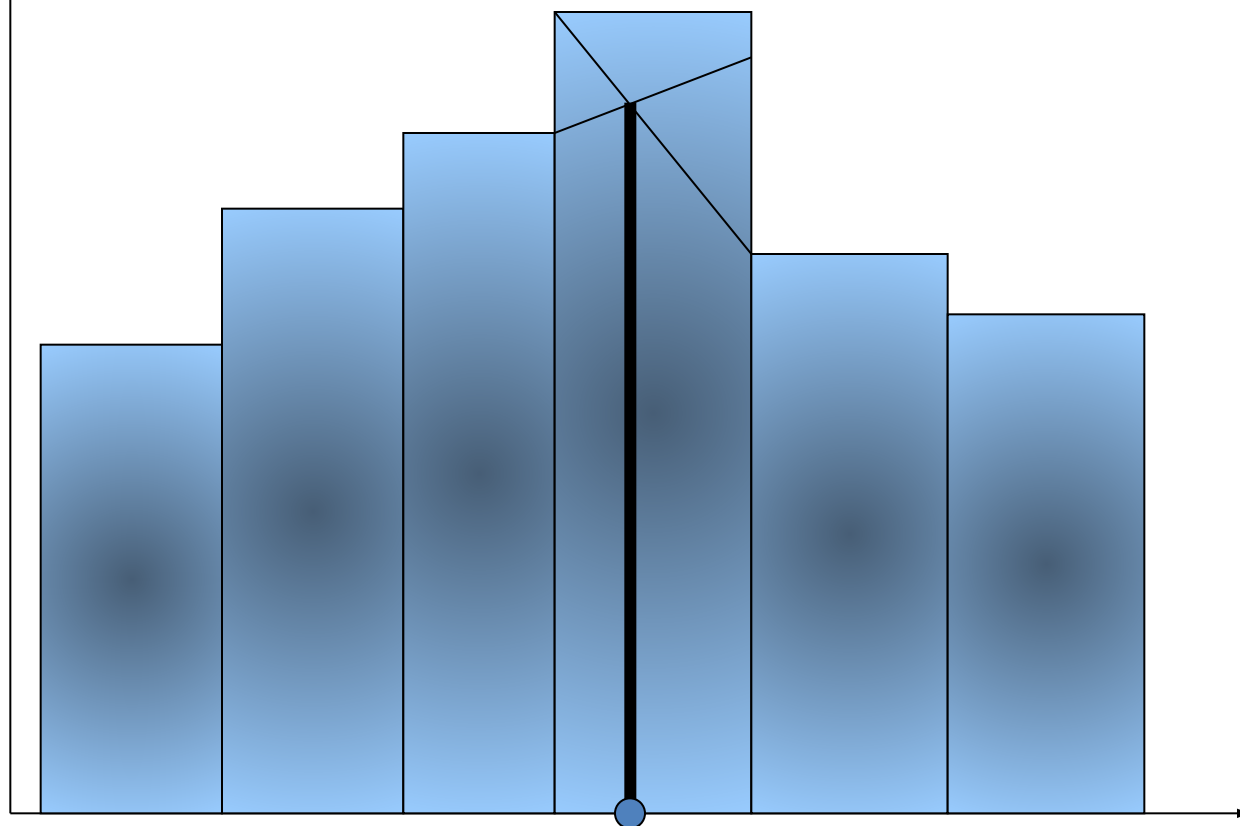
max	15
min	5
n	50
среднее	9,44
средневзвешенное	9,44
Мода	8,17
Номер медианы	25,50
Медиана	9,00
Размах вариации	9,90
Среднее линейное отклонение	2,16
Дисперсия	6,41
Среднее квадратическое отклонение	2,53
Коэффициент осциляции	1,05
Линейная вариация	0,23
Показатель колеблемости	0,27
Средняя ошибка выборки	0,36

Графики



Графическое определение моды

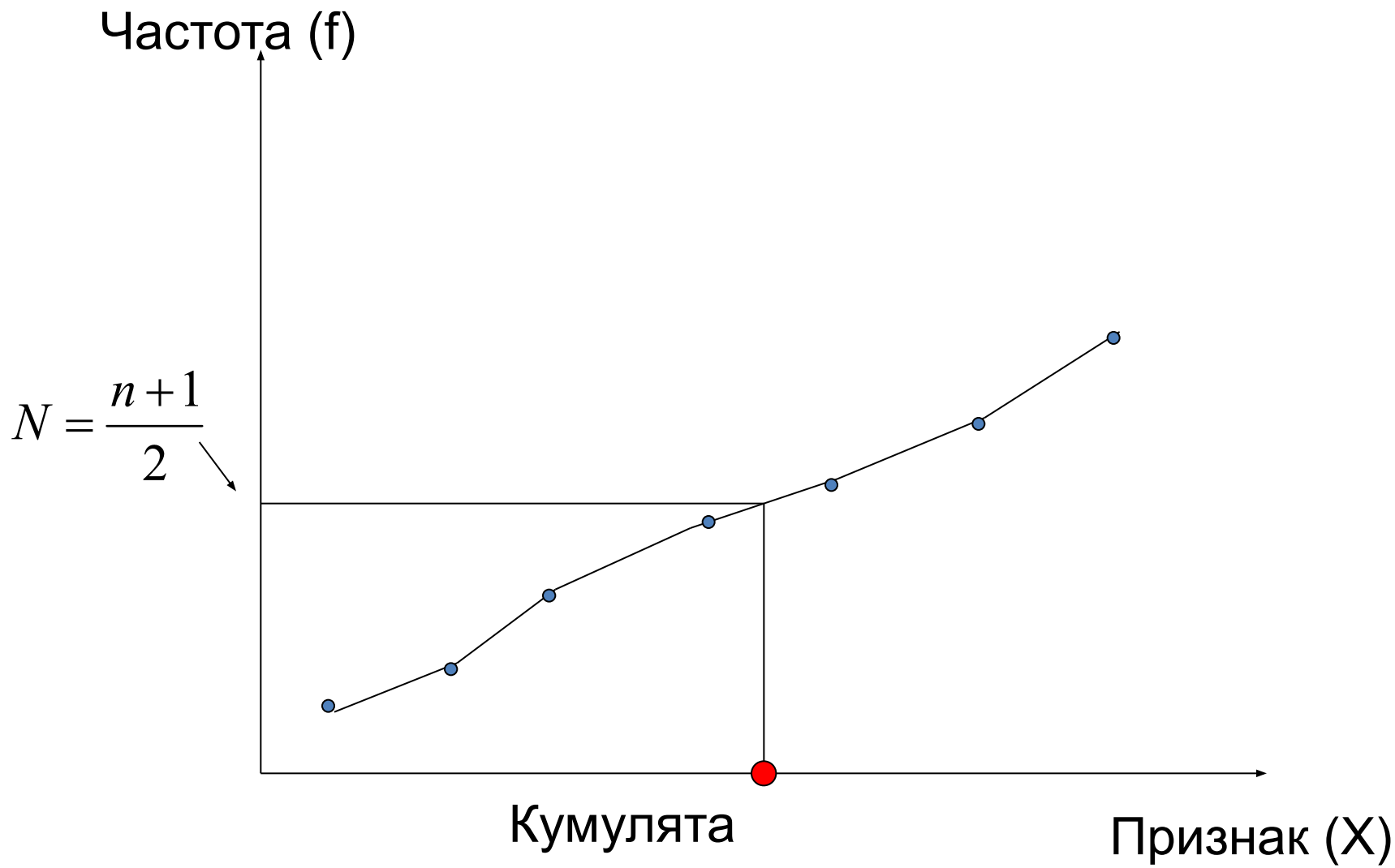
Частота (f)



Гистограмма

Признак (X)

Графическое определение моды



Графическое изображение величин

Относительные величины динамики

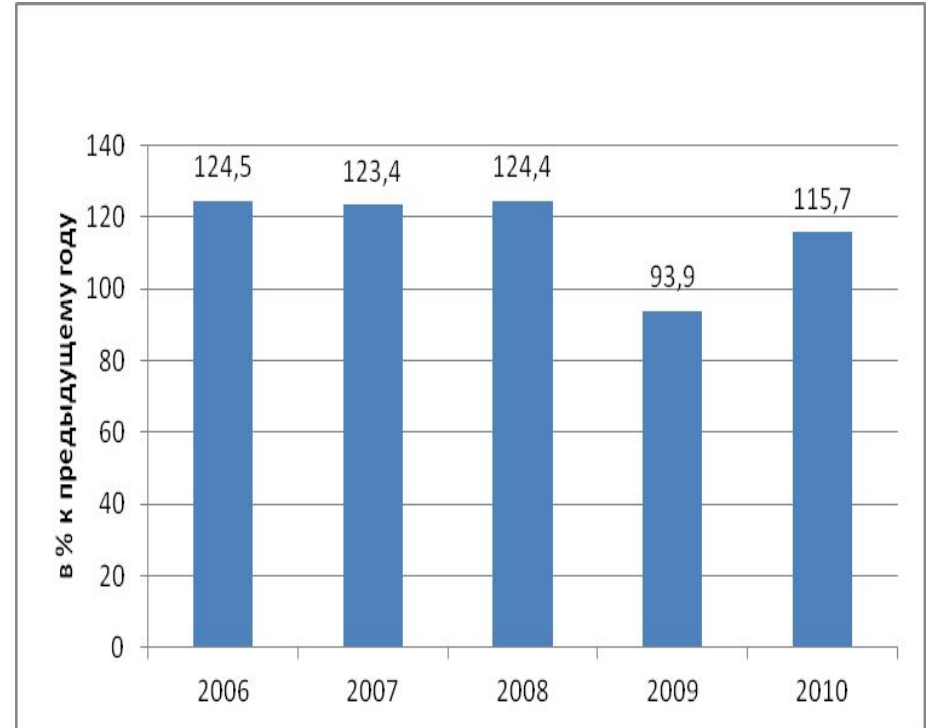
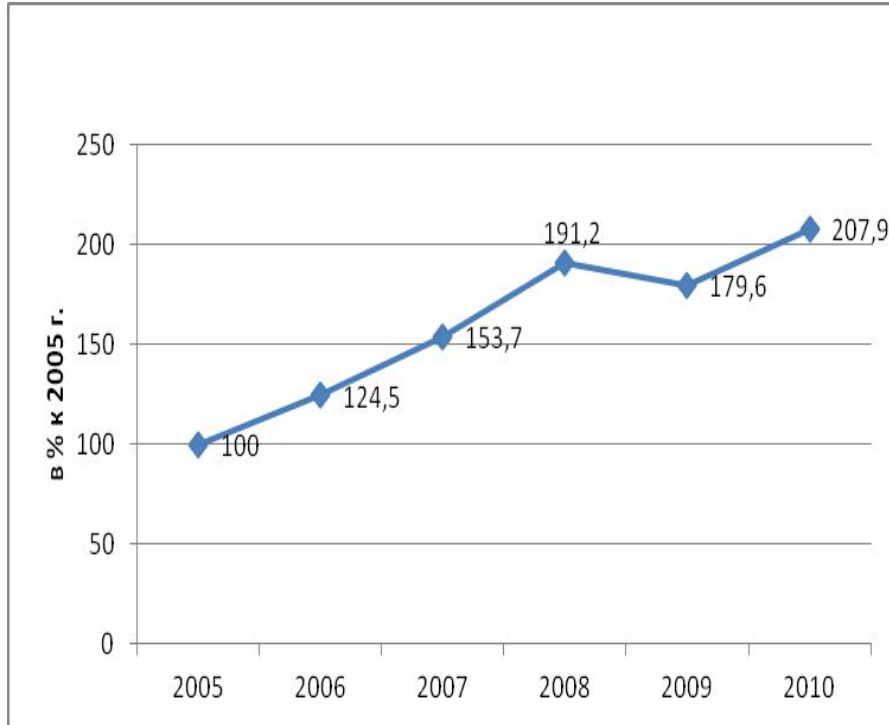


Рисунок 1 – Динамика ВВП в России, в % к 2005 году

С постоянной базой

Рисунок 2 – Динамика ВВП в России, в % к предыдущему году

С переменной базой

Относительные величины структуры

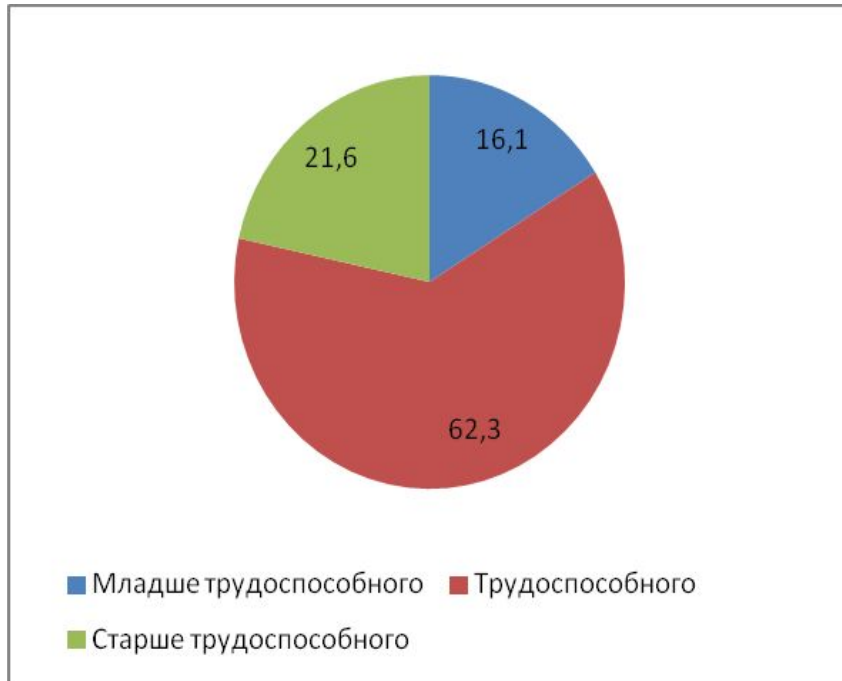


Рисунок 3 - Возрастная структура населения России, 2010 г.

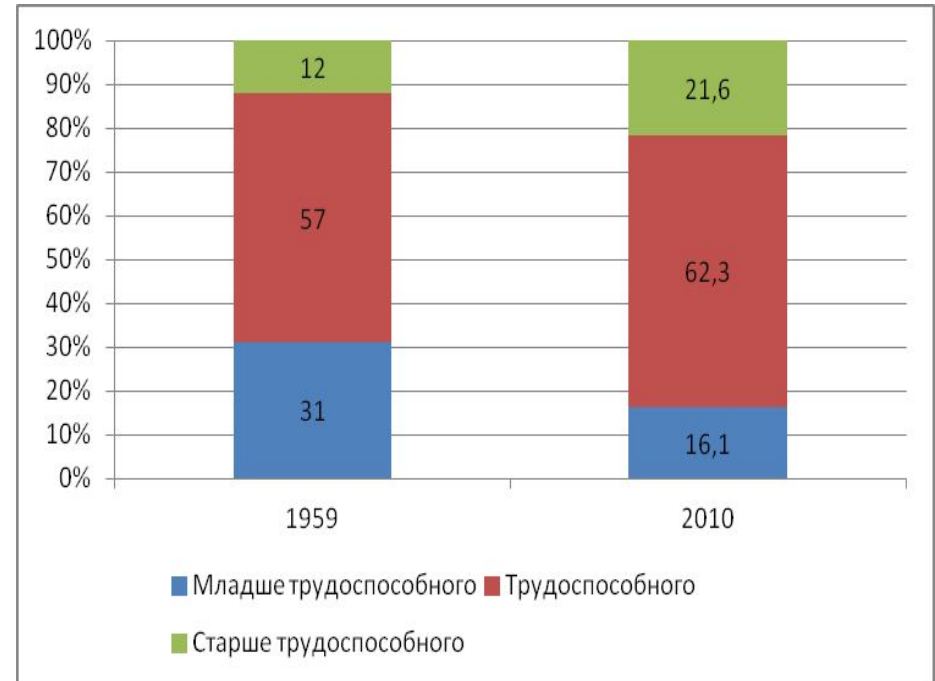


Рисунок 4 – Возрастная структура населения России, 1959, 2010 гг.

Относительные величины интенсивности

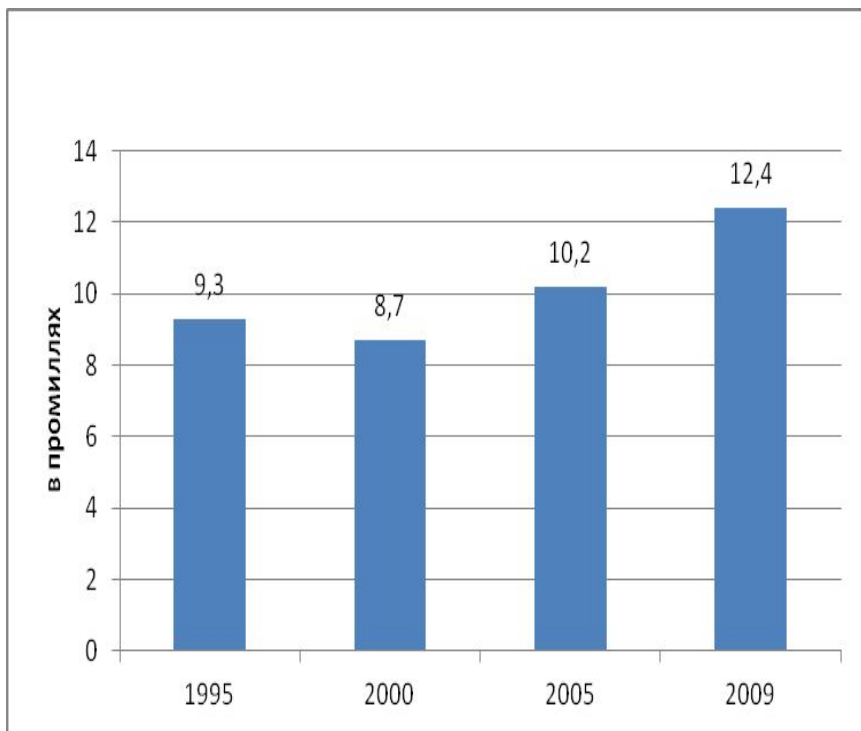


Рисунок 5 - Общий коэффициент рождаемости в России, 1995 – 2009 гг.

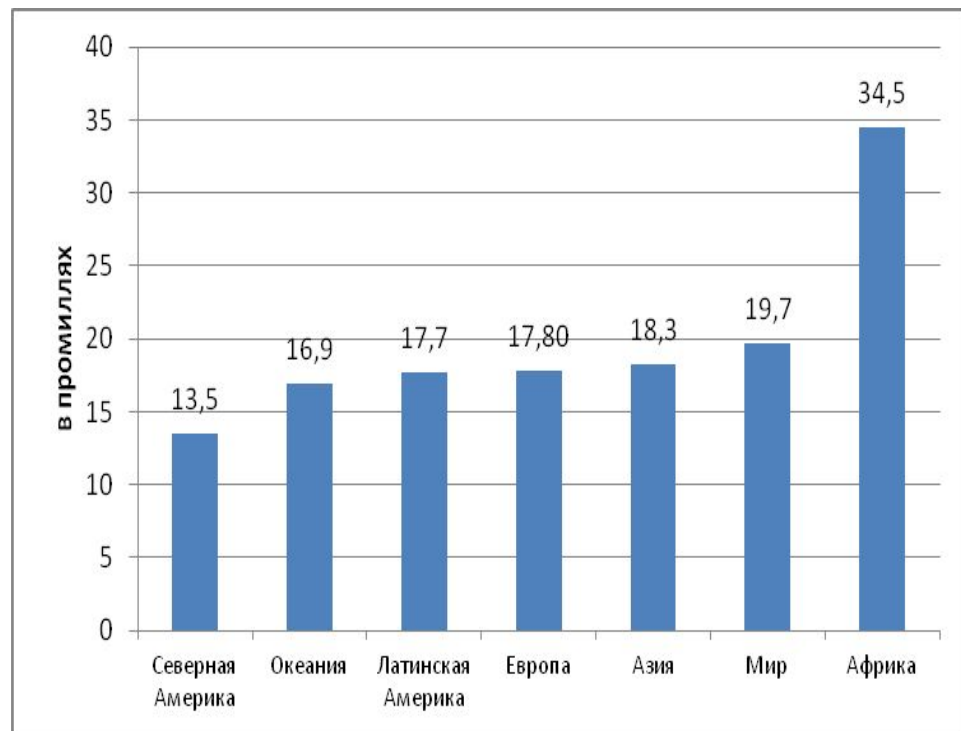
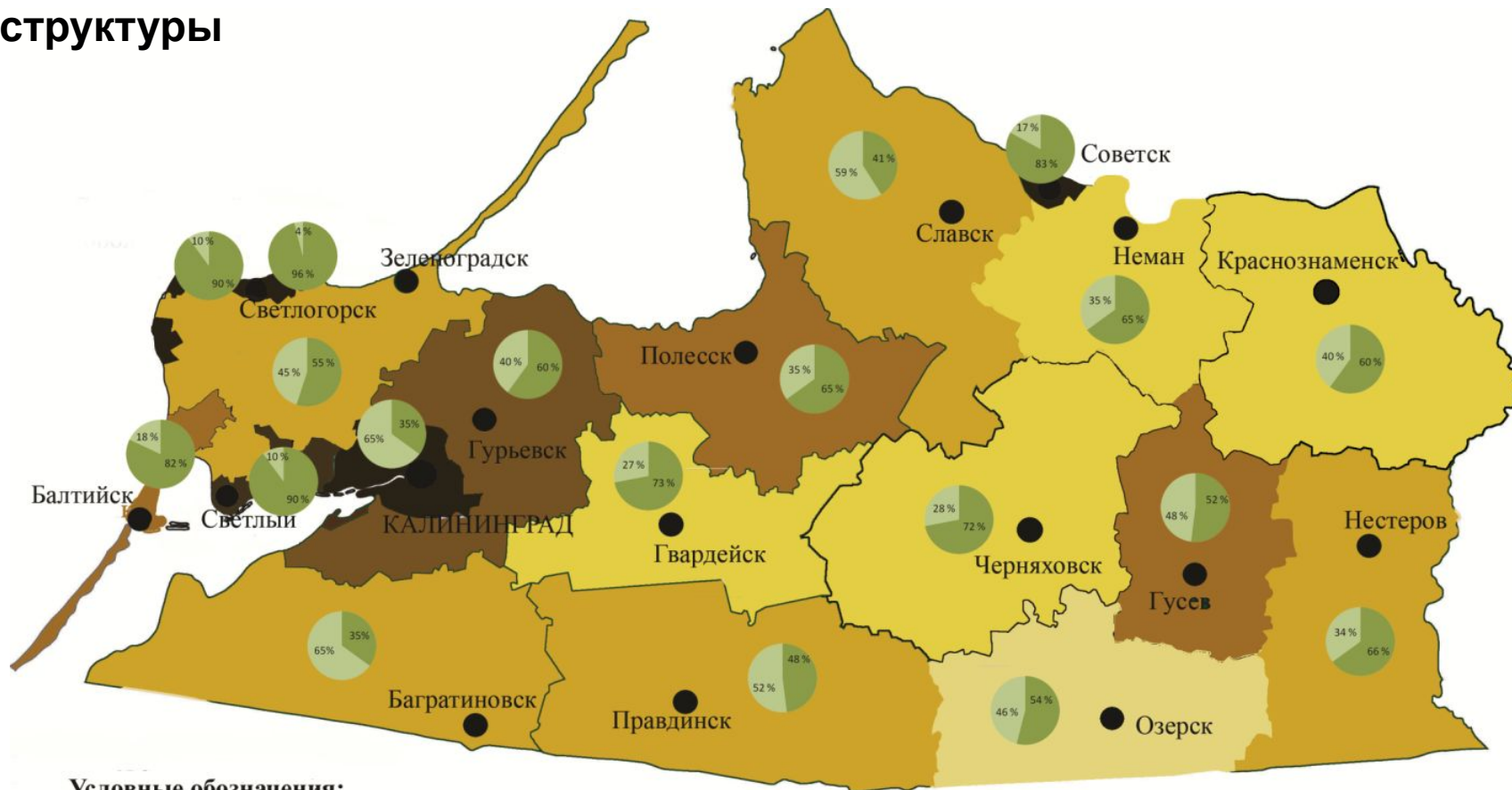


Рисунок 6—Общий коэффициент рождаемости в макрорегионах мира, 2009 г

Относительные величины интенсивности и относительные величины структуры



Условные обозначения:

Объем производства сельскохозяйственной продукции на 100 га сельхозугодий, 2009 г, млн руб.

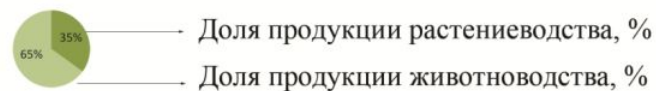


Рисунок 7 - Интенсивность и структура сельскохозяйственного производства, 2009 г.

Относительные величины интенсивности и абсолютные величины

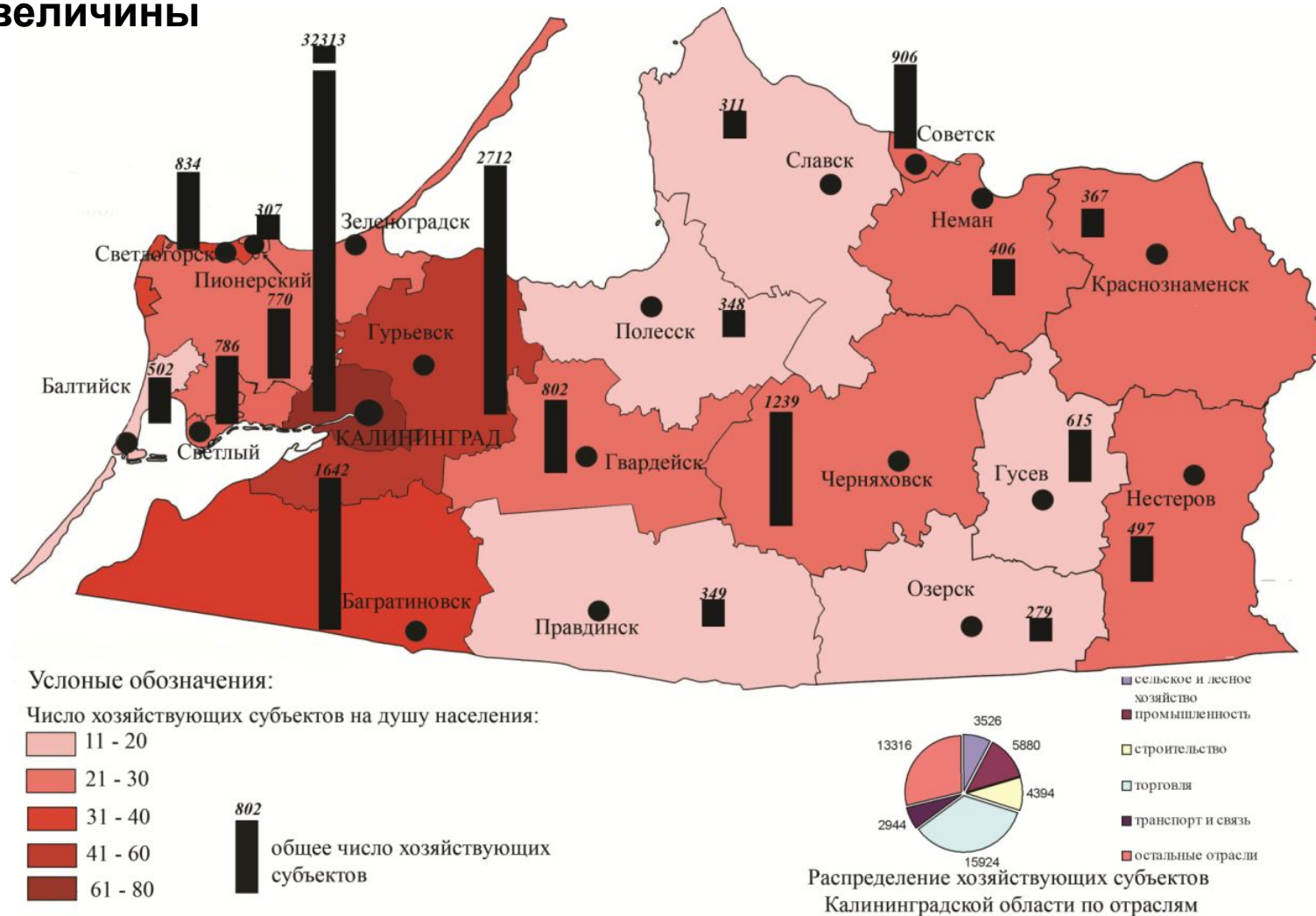


Рисунок 8 - Хозяйствующие субъекты в Калининградской области, 2009 г.