

## Лекция 7

Элементы теории реляционных  
баз данных:  
функциональные зависимости  
и декомпозиция без потерь

### Функциональные зависимости

Пусть задана переменная отношения  $R$ , и  $X$  и  $Y$  являются произвольными подмножествами заголовка  $R$  («составными» атрибутами).

В значении переменной отношения  $R$  *атрибут  $Y$  функционально зависит от атрибута  $X$*  в том и только в том случае, если каждому значению  $X$  соответствует в точности одно значение  $Y$ . В этом случае говорят также, что атрибут  $X$  *функционально определяет* атрибут  $Y$  ( $X$  является детерминантом (*определителем*) для  $Y$ , а  $Y$  является зависимым от  $X$ ).

Будем обозначать это как  $R.X \rightarrow R.Y$ .

### Функциональные зависимости

Для примера будем использовать отношение СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ {СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ, СЛУ\_ЗАРП, ПРО\_НОМ, ПРОЕКТ\_РУК}. Очевидно, что если СЛУ\_НОМ является первичным ключом отношения СЛУЖАЩИЕ, то для этого отношения справедлива функциональная зависимость (Functional Dependency – FD) СЛУ\_НОМ→СЛУ\_ИМЯ.

СЛУ_НОМ	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
2934	Иванов	22400.00	1	Иванов
2935	Петров	29600.00	1	Иванов
2936	Сидоров	18000.00	1	Иванов
2937	Федоров	20000.00	1	Иванов
2938	Иванова	22000.00	1	Иванов
2939	Сидоренко	18400.00	2	Иваненко
2940	Федоренко	20400.00	2	Иваненко
2941	Иваненко	22600.00	2	Иваненко

## Функциональные зависимости

Для тела отношения СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ выполняются следующие FD:

$СЛУ\_НОМ \rightarrow СЛУ\_ИМЯ$

$СЛУ\_НОМ \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$

$СЛУ\_НОМ \rightarrow ПРО\_НОМ$

$СЛУ\_НОМ \rightarrow ПРОЕКТ\_РУК$

$\{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ\} \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$

$\{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ\} \rightarrow ПРО\_НОМ$

$\{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ\} \rightarrow \{СЛУ\_ЗАРП, ПРО\_НОМ\}$

$ПРО\_НОМ \rightarrow ПРОЕКТ\_РУК$

и т. д.

Эти FD должны быть верны для любого допустимого значения переменной отношения СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ и могут рассматриваться как *инварианты*, или *ограничения целостности* этой переменной отношения.

## Функциональные зависимости

Поскольку имена всех служащих различны, то выполняются и такие FD :

$СЛУ\_ИМЯ \rightarrow СЛУ\_НОМ$

$СЛУ\_ИМЯ \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$

$СЛУ\_ИМЯ \rightarrow ПРО\_НОМ$

и т. д.

Т. к. никакие двое служащих, участвующие в разных проектах, не получают одинаковую зарплату, выполняется FD:

$СЛУ\_ЗАРП \rightarrow ПРО\_НОМ$

Если атрибут  $A$  отношения  $R$  является возможным ключом, то для любого атрибута  $B$  этого отношения всегда выполняется FD  $A \rightarrow B$ .

## Функциональные зависимости

FD  $A \rightarrow B$  называется *тривиальной*, если  $A \supseteq B$  (т. е. множество атрибутов  $A$  включает множество  $B$  или совпадает с множеством  $B$ ).

Любая тривиальная FD всегда выполняется. Например, в отношении

СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ всегда выполняется FD

$\{\text{СЛУ\_ЗАРП}, \text{ПРО\_НОМ}\} \rightarrow \text{СЛУ\_ЗАРП}$

Тривиальные FD нельзя трактовать как ограничения целостности.

## Замыкание множества функциональных зависимостей

**Замыканием множества  $FD$   $S$**  является множество  $FD$   $S^+$ , включающее все  $FD$ , логически выводимые из  $FD$  множества  $S$ .

Два примера  $FD$ , из которых следуют (или *выводятся*) другие  $FD$ :

Для отношения СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ выполняется, например,  $FD$   $СЛУ\_НОМ \rightarrow \{СЛУ\_ЗАРП, ОТД\_НОМ\}$ . Из этой  $FD$  выводятся  $FD$   $СЛУ\_НОМ \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$  и  $СЛУ\_НОМ \rightarrow ОТД\_НОМ$ .

Имеется также пара  $FD$   $СЛУ\_НОМ \rightarrow ОТД\_НОМ$  и  $ОТД\_НОМ \rightarrow ПРОЕКТ\_РУК$ . Из них выводится  $FD$   $СЛУ\_НОМ \rightarrow ПРОЕКТ\_РУК$ .

$FD$  вида  $СЛУ\_НОМ \rightarrow ПРОЕКТ\_РУК$  называются транзитивными, поскольку  $ПРОЕКТ\_РУК$  зависит от  $СЛУ\_НОМ$  «транзитивно», через  $ПРО\_НОМ$ .

$FD$   $A \rightarrow C$  называется *транзитивной*, если существует такой атрибут  $B$ , что имеются функциональные зависимости  $A \rightarrow B$  и  $B \rightarrow C$  и отсутствует функциональная зависимость  $C \rightarrow A$ .

## Аксиомы Армстронга

Пусть  $A$ ,  $B$  и  $C$  являются (в общем случае, составными) атрибутами отношения  $R$ . Множества  $A$ ,  $B$  и  $C$  могут иметь непустое пересечение. Для краткости будем обозначать через  $AB$   $A \cup B$ . Тогда:

- если  $B \subseteq A$ , то  $A \rightarrow B$  (рефлексивность);
- если  $A \rightarrow B$ , то  $AC \rightarrow BC$  (пополнение);
- если  $A \rightarrow B$  и  $B \rightarrow C$ , то  $A \rightarrow C$  (транзитивность).



## Аксиомы Армстронга

Дейт по практическим соображениям предложил расширить базовый набор правил вывода еще пятью правилами:

- $A \rightarrow A$  (самодетерминированность);
- если  $A \rightarrow BC$ , то  $A \rightarrow B$  и  $A \rightarrow C$  (декомпозиция);
- если  $A \rightarrow B$  и  $A \rightarrow C$ , то  $A \rightarrow BC$  (объединение);
- если  $A \rightarrow B$  и  $C \rightarrow D$ , то  $AC \rightarrow BD$  (композиция);
- если  $A \rightarrow BC$  и  $B \rightarrow D$ , то  $A \rightarrow BCD$  (накопление) .

## Замыкание множества атрибутов

Пусть заданы отношение  $R$ , множество  $Z$  атрибутов этого отношения (подмножество заголовка  $R$ , или составной атрибут  $R$ ) и некоторое множество  $FD S$ , выполняемых для  $R$ . Тогда **замыканием  $Z$  над  $S$**  называется наибольшее множество  $Z^+$  таких атрибутов  $Y$  отношения  $R$ , что  $FD Z \rightarrow Y$  входит в  $S^+$ .

**Суперключом отношения  $R$**  называется любое подмножество  $K$  заголовка  $R$ , включающее, по меньшей мере, хотя бы один возможный ключ  $R$ .

Одно из следствий этого определения состоит в том, что подмножество  $K$  заголовка отношения  $R$  является суперключом тогда и только тогда, когда для любого атрибута  $A$  (возможно, составного) заголовка отношения  $R$  выполняется  $FD K \rightarrow A$ . В терминах замыкания множества атрибутов  $K$  является суперключом тогда и только тогда, когда  $K^+$  совпадает с заголовком  $R$ .

## Минимальное покрытие множества FD

Множество FD  $S_2$  называется **покрытием множества FD**  $S_1$ , если любая FD, выводимая из  $S_1$ , выводится также из  $S_2$ .

$S_2$  является покрытием  $S_1$  тогда и только тогда, когда  $S_1^+ \subseteq S_2^+$ . Два множества FD  $S_1$  и  $S_2$  называются **эквивалентными**, если каждое из них является покрытием другого, т. е.  $S_1^+ = S_2^+$ .

**Множество FD  $S$  называется минимальным** в том и только в том случае, когда удовлетворяет следующим свойствам:

- правая часть любой FD из  $S$  является множеством из одного атрибута (простым атрибутом);
- детерминант каждой FD из  $S$  обладает свойством **минимальности**; это означает, что удаление любого атрибута из детерминанта приводит к изменению замыкания  $S^+$ , т. е. порождению множества FD, не эквивалентного  $S$ ;
- удаление любой FD из  $S$  приводит к изменению  $S^+$ , т. е. порождению множества FD, не эквивалентного  $S$ .

## Декомпозиция без потерь и FD

Считаются правильными такие декомпозиции отношения, которые обратимы, т. е. имеется возможность собрать исходное отношение из декомпозированных отношений без потери информации.

Такие декомпозиции называются ***декомпозициями без потерь***.

## Корректные и некорректные декомпозиции отношений

СЛУЖАЩИЕ_ПРОЕКТЫ				
СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
2934	Иванов	22000.00	1	Иванов
2941	Иваненко	22000.00	2	Иваненко

Декомпозиция (1). Отношения СЛУЖ и СЛУ\_ПРО

СЛУ_НОМ	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
2934	Иванов	22000.00
2941	Иваненко	22000.00

СЛУ_НОМ	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
2934	1	Иванов
2941	2	Иваненко

Декомпозиция (2). Отношения СЛУЖ и ЗАРП\_ПРО

СЛУ_НОМ	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
2934	Иванов	22000.00
2941	Иваненко	22000.00

СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК
22000.00	1	Иванов
22000.00	2	Иваненко

## Теорема Хита

Пусть задано отношение  $r$   $\{A, B, C\}$  ( $A, B$  и  $C$ , в общем случае, являются составными атрибутами) и выполняется  $FD A \rightarrow B$ .

Тогда  $r = (r \text{ ПРОЕКТ}\{A, B\}) \text{ NATURAL JOIN } (r \text{ ПРОЕКТ}\{A, C\})$ .

СЛУЖАЩИЕ_ОТДЕЛЫ_ПРОЕКТЫ		
СЛУ_НОМ	СЛУ_ОТД	ПРО_НОМ
2934	630	1
2941	631	1
2934	630	2
2941	631	2

Декомпозиция.  
Отношения СЛУЖ\_ОТДЕЛЫ и СЛУЖ\_ПРОЕКТЫ

СЛУ_НОМ	СЛУ_ОТД
2934	630
2941	631

СЛУ_НОМ	ПРО_НОМ
2934	1
2941	1
2934	2
2941	2

## Минимальные FD

*Атрибут В минимально зависит от атрибута А*, если выполняется минимальная слева FD  $A \rightarrow B$ .

*Минимальной слева* называется FD с минимальным детерминантом.

Например, в отношении СЛУЖАЩИЕ\_ПРОЕКТЫ выполняются FD  $СЛУ\_НОМ \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$  и  $\{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ\} \rightarrow СЛУ\_ЗАРП$ . Первая FD является минимальной слева, а вторая — нет.

Поэтому  $СЛУ\_ЗАРП$  минимально зависит от  $СЛУ\_НОМ$ , а для  $\{СЛУ\_НОМ, СЛУ\_ИМЯ\}$  свойство минимальной зависимости не выполняется.

## Диаграммы функциональных зависимостей

