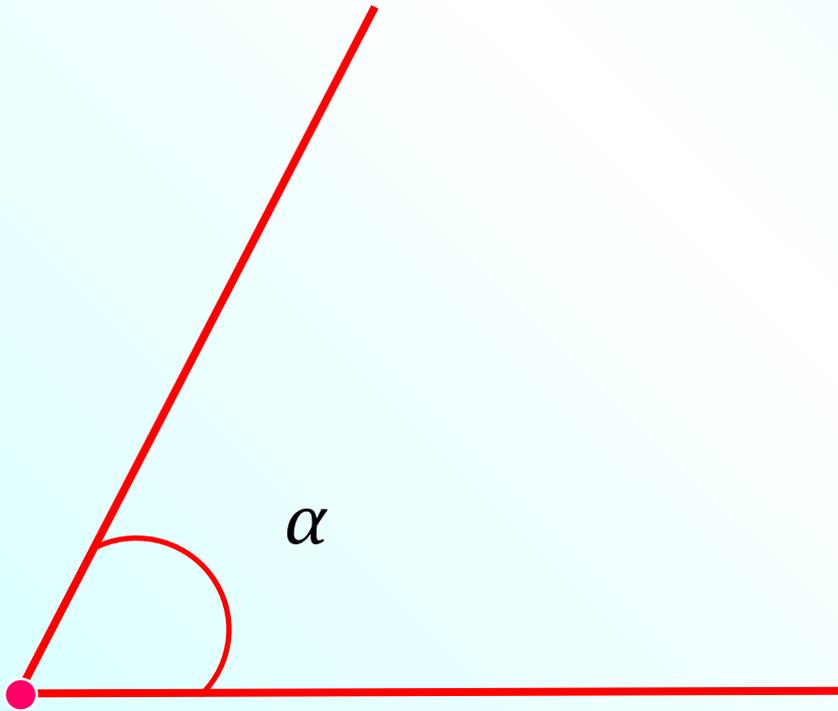


Радианная мера угла

Угол поворота

Шабанова Мария Павловна
учитель математики
МАОУ «Гимназия «Новоскул»
г. Великий Новгород

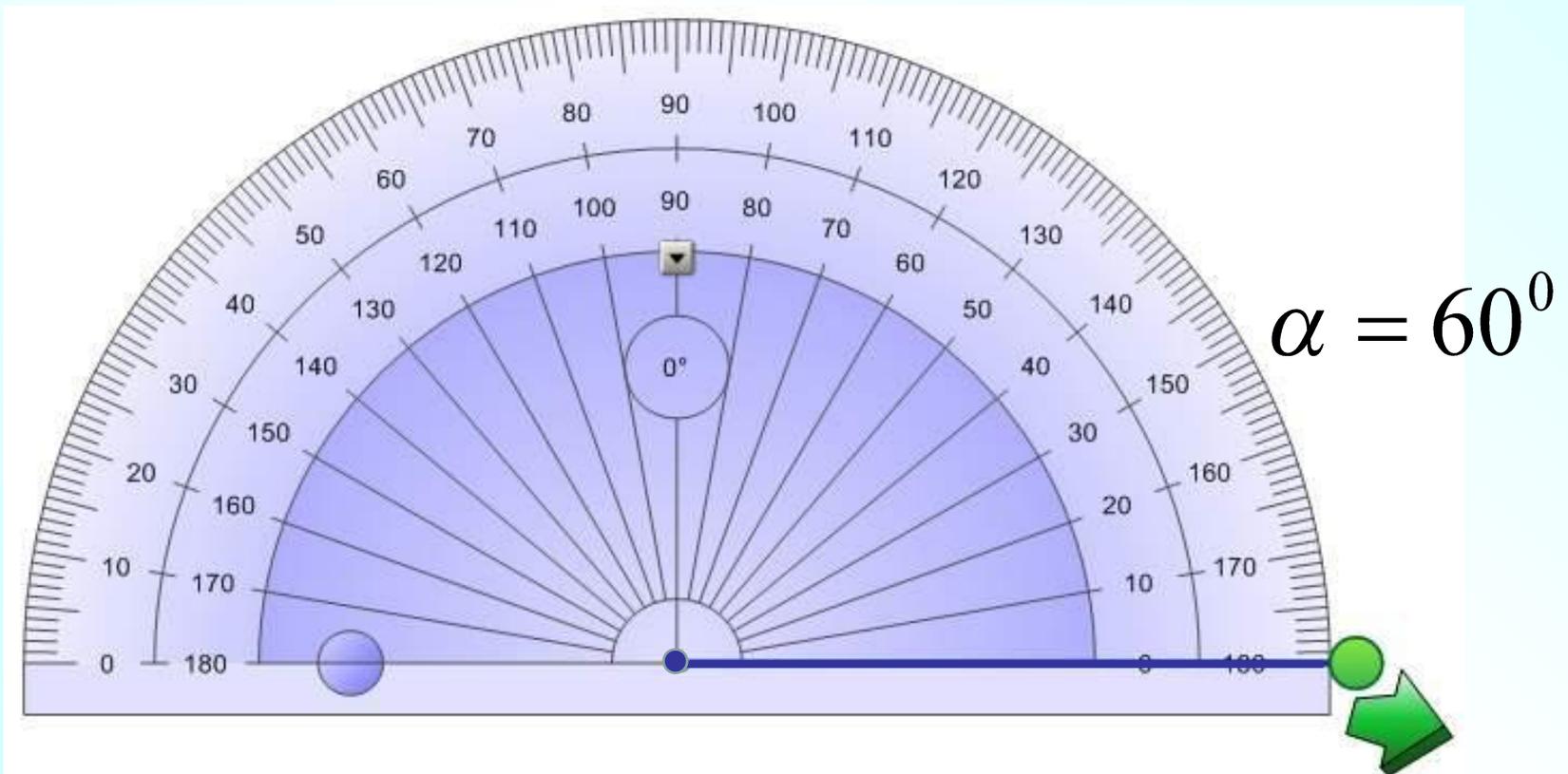
Угол – геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, выходящих из одной точки



Измерение углов

Измерение углов аналогично измерению отрезков – оно основано на сравнении их с углом, принятым за единицу измерения.

Градус – угол, равный $\frac{1}{180}$ части развернутого угла.



Единицы измерения угла:

1 минута (1') - $\frac{1}{60}$ часть градуса

1 секунда (1'') - $\frac{1}{60}$ часть минуты



Вавилоняне считали, что за каждые сутки солнце делало один «шаг», поэтому разделили окружность на 360 равных частей, каждую из которых называют градусом (от лат. gradus — шаг, ступень).

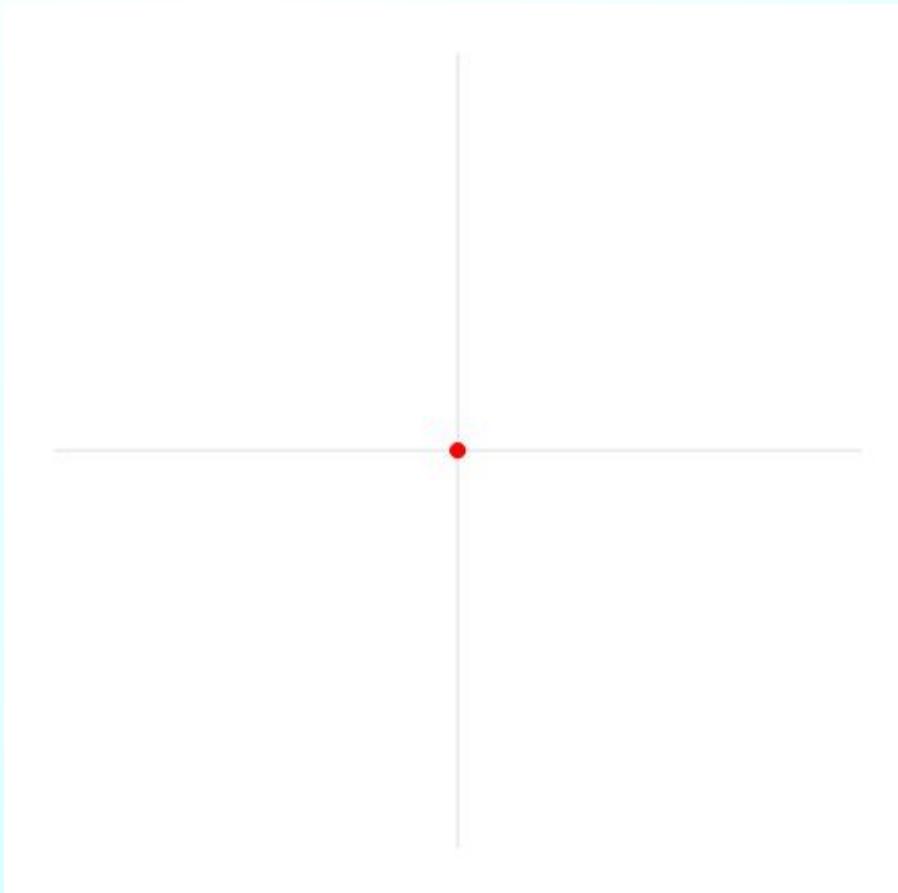


Развитие тригонометрии
вызвало необходимость в 19
веке введения новой меры
измерения углов- **радианной**.



Измерение углов

1 радиан (от латинского *radius* - спица колеса) - центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности



$\pi = 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211707791826528751194292882173613563145519086947781856649993365986914668542150909077492225861664269877661516164692652661472126544677812641706904687051056983868797763914683261627460854013722280138642468169642867716071913114739993228211213609938221261871145469502101213$

Число Пи – математическая константа, которая выражает отношение длины окружности к её диаметру



Радианы

180°

=

Единицы измерения углов

π радиан

Градусы

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад.}$$

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$n^\circ = \frac{n}{180} \cdot \pi \text{ рад.}$$
A thick red curved arrow pointing from the degree symbol in the numerator to the radian symbol in the denominator, indicating the conversion of the angle measure.

Примеры:

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$30^\circ = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$$

$$72^\circ = \frac{\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

$$120^\circ = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$



Примеры:

$$1. 60^\circ = \frac{\pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{3} \text{ рад.}$$

$$2. 90^\circ = \frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{2} \text{ рад.}$$

$$3. 135^\circ = \frac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{3\pi}{4} \text{ рад.}$$

Переведите в радианную меру углы:

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\pi$$

$$\frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{18}$$

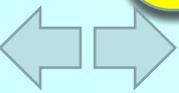
$$\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{5}$$

$$2\pi$$

$$\frac{11\pi}{6}$$



Перевод из радианной меры в градусную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$a = m \cdot \pi 180^\circ$$

Примеры:

$$1. \quad \frac{\pi}{10} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$$

$$2. \quad \frac{\pi}{9} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$3. \quad \frac{4\pi}{3} \text{ рад.} = \frac{4 \cdot 180^\circ}{3} = 240^\circ$$

Переведите в градусную меру углы:

1°

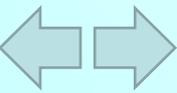
45°

36°

600°

$37,5^\circ$

135°



Переведите в градусную меру углы:

990°

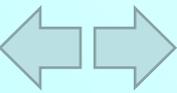
495°

110°

180°

450°

510°



Перевод из градусной меры в радианную:

$$n = \frac{\pi \cdot n}{180} \text{ рад.}$$

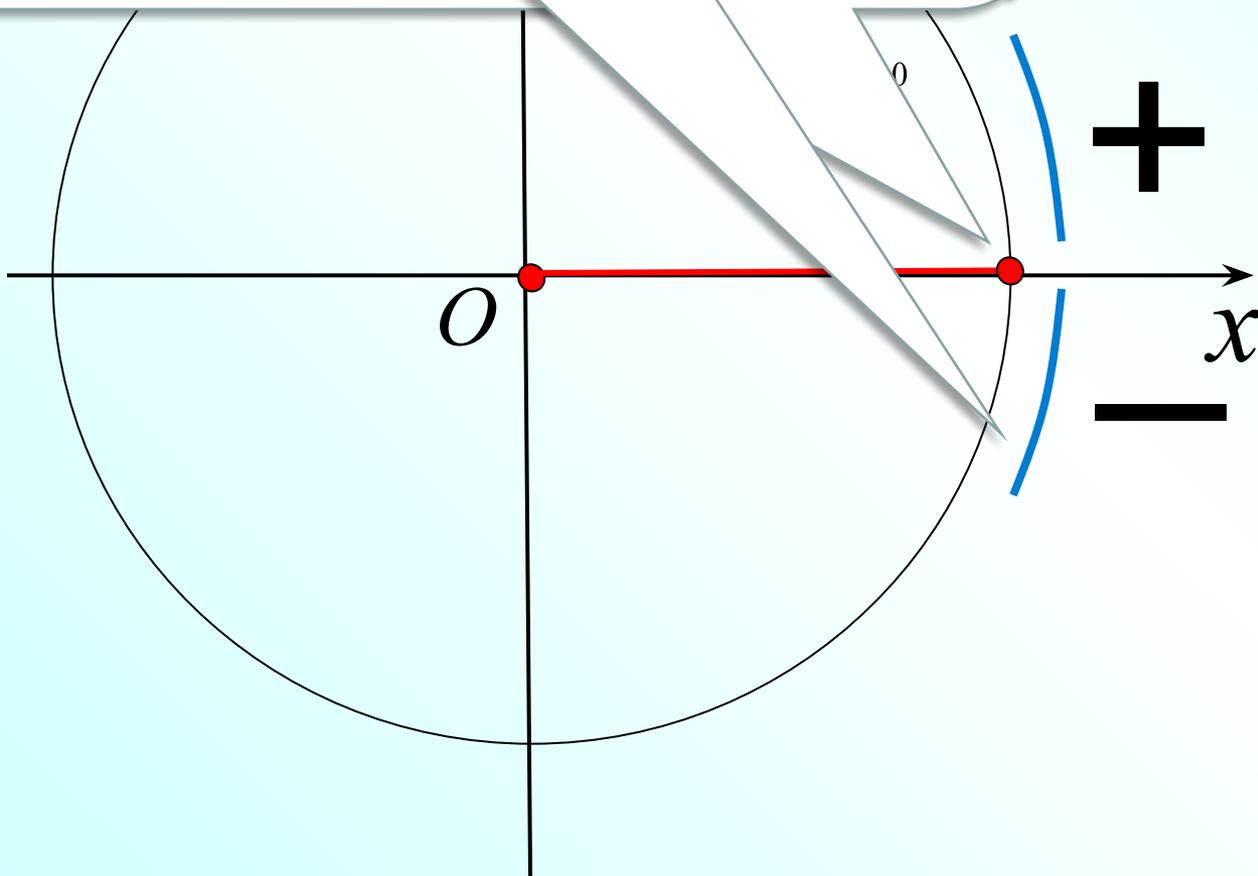
Перевод из радианной меры в градусную:

$$m \cdot \pi_{\text{рад.}} = m \cdot 180$$

Едини́чная о́кружность

Отрицательное
направление поворота:
по часовой стрелке.

Положительное
направление поворота:
против часовой стрелки.



Определите где на единичной окружности расположены

углы:

30° 0° 45° 150° 90°

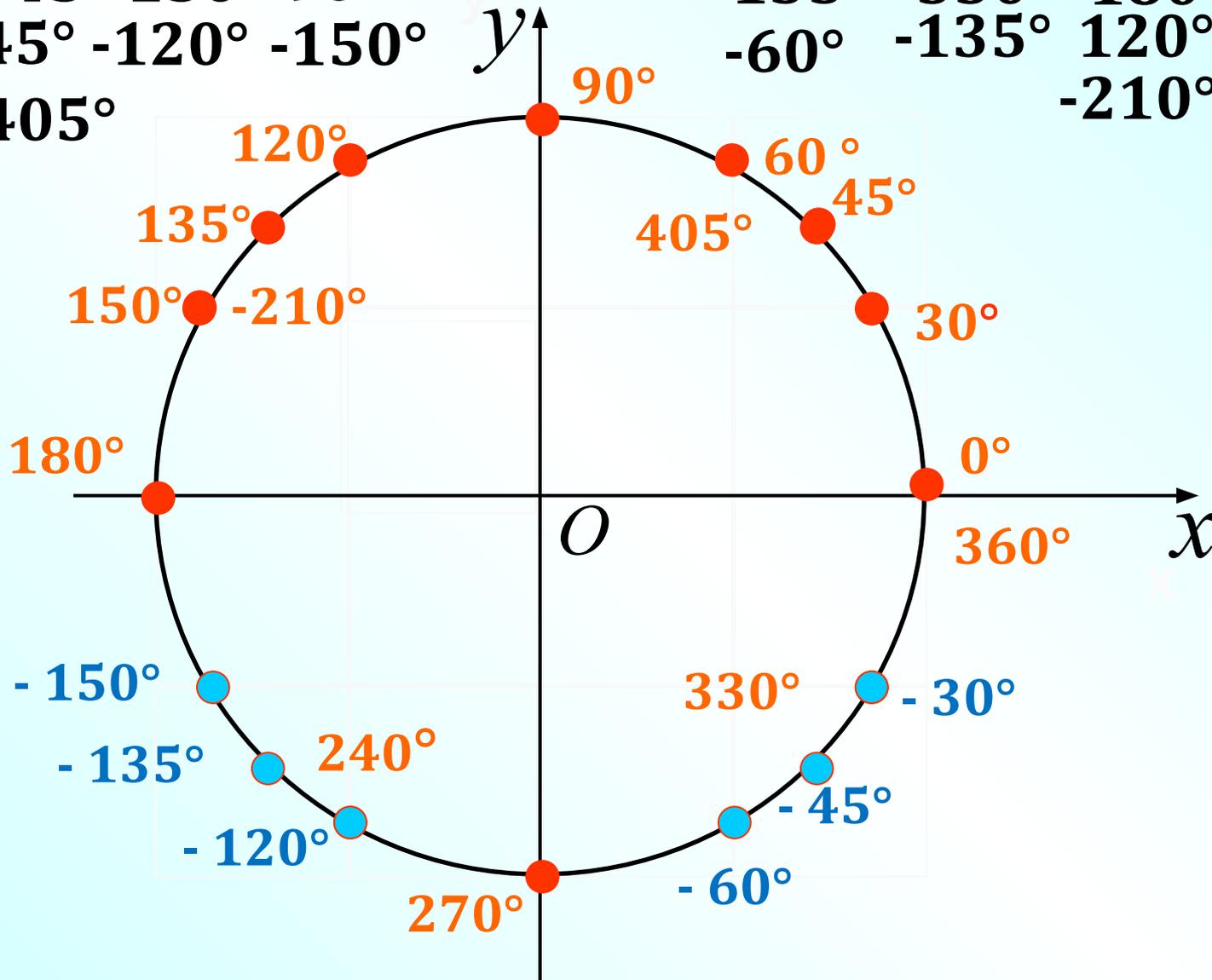
-30° -45° -120° -150°

135° 330° 180° 270°

-60° -135° 120° 360°

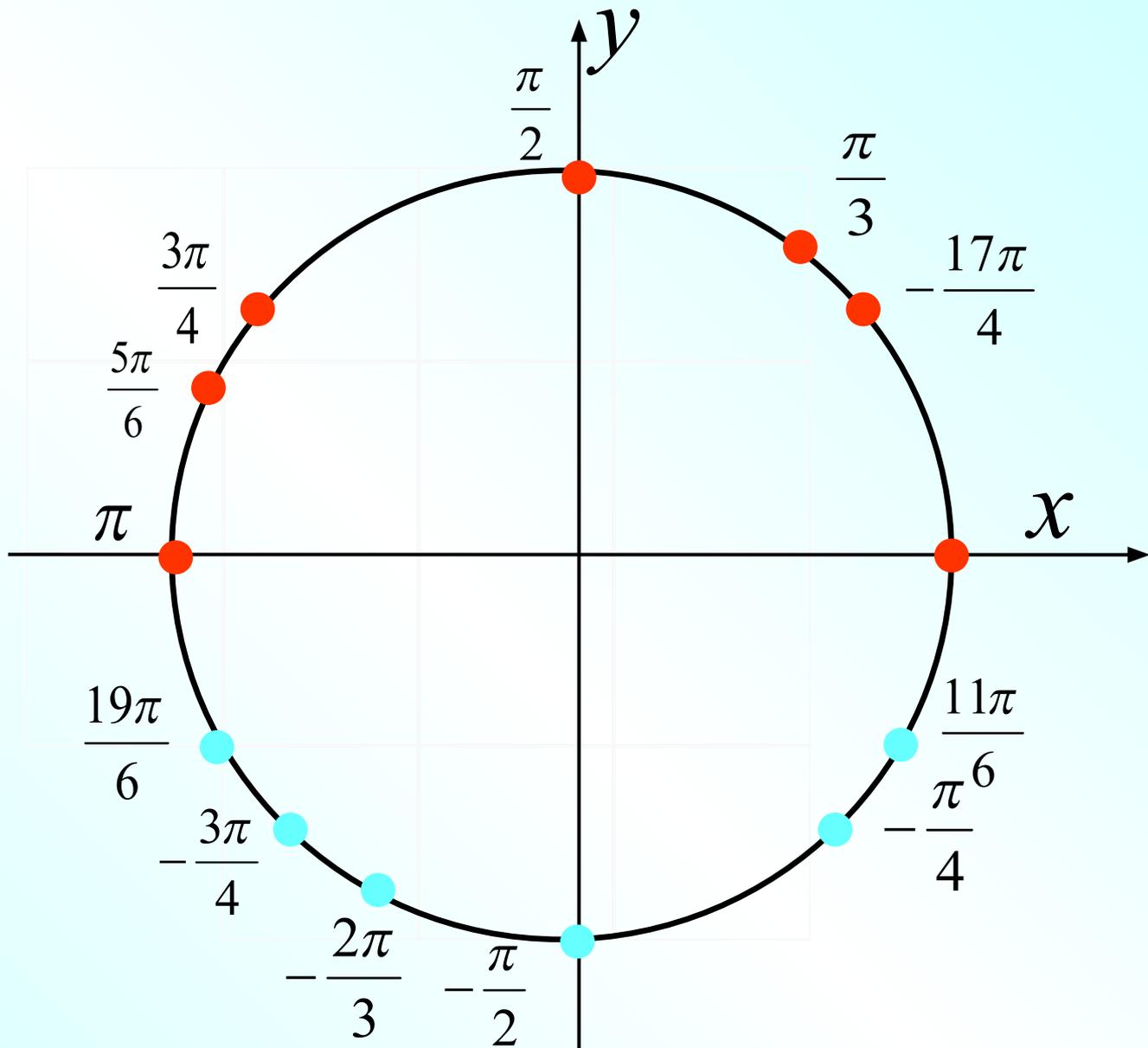
240° 405°

-210° 60°

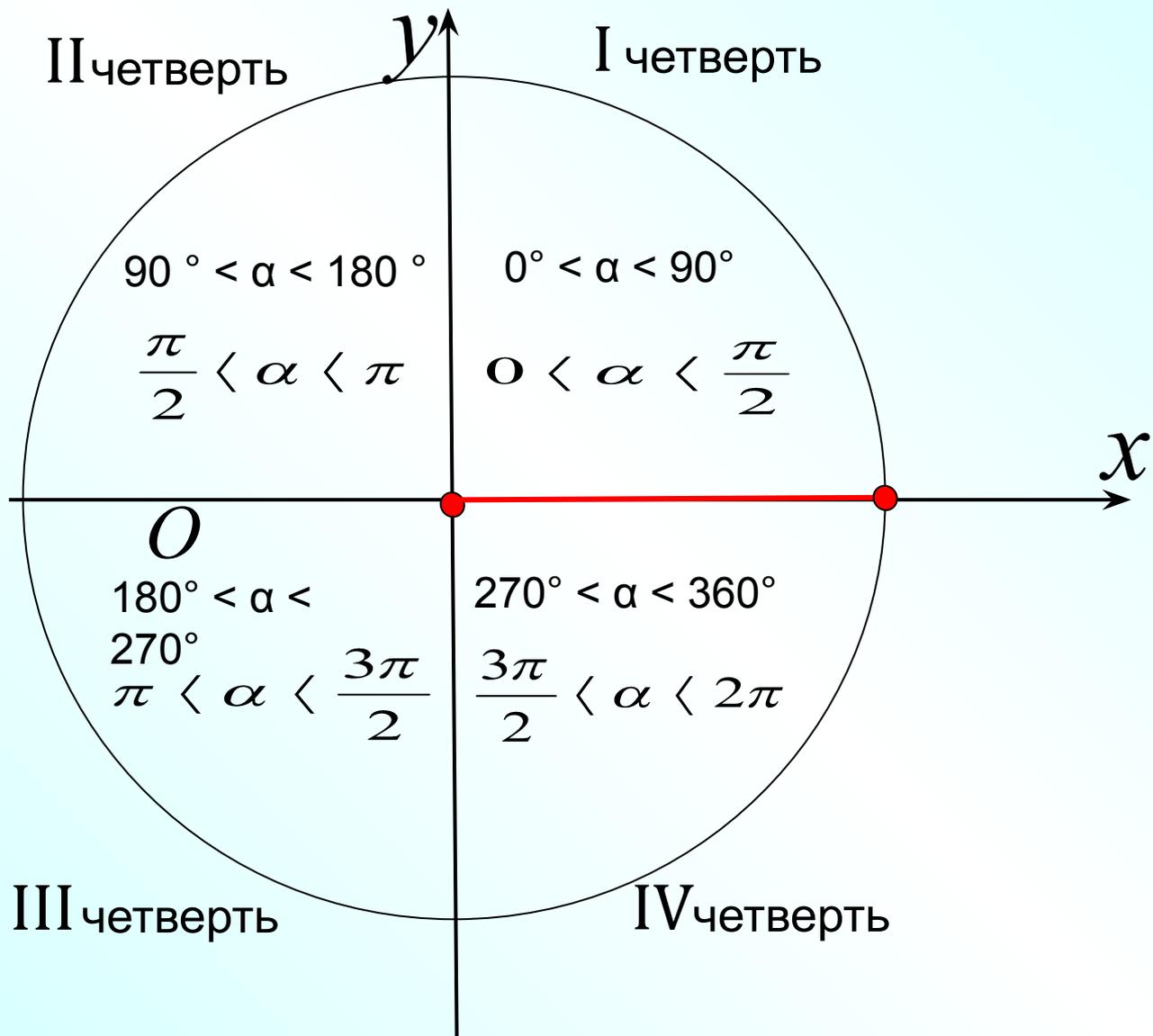


Расположите на единичной окружности углы:

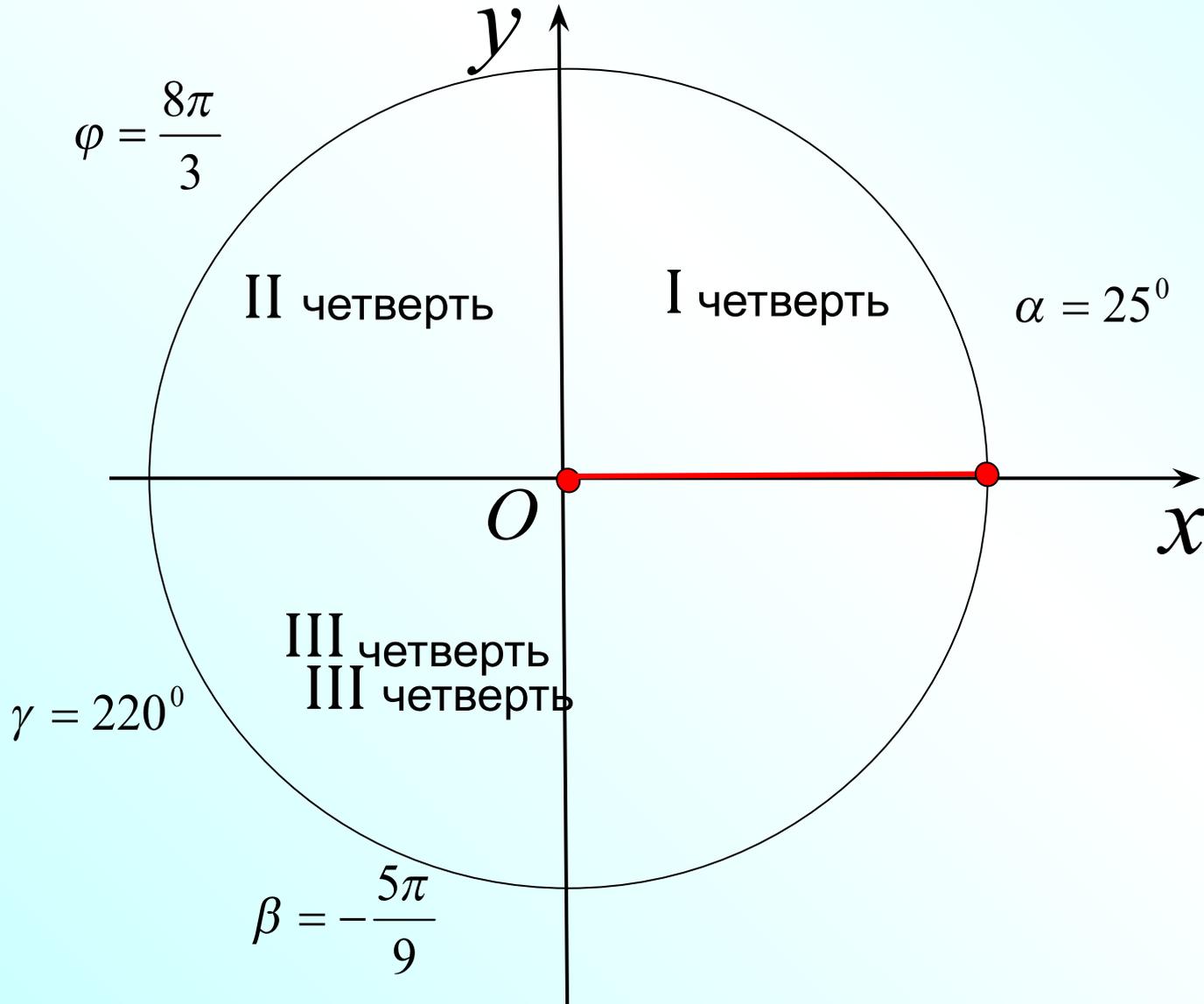
- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ |
| $-\frac{\pi}{4}$ | $\frac{19\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| $\frac{17\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| π | $\frac{5\pi}{6}$ |



Единичная окружность



Определите, в какой четверти
расположены углы:



$$\alpha = 25^\circ$$
$$\beta = -\frac{5\pi}{9}$$
$$\gamma = 220^\circ$$
$$\phi = \frac{8\pi}{3}$$

Самостоятельная работа

I вариант

1. Переведите в радианную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) 60°

2) 145°

3) 240°

2. Переведите в градусную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) $\frac{2\pi}{5}$ рад.

2) $\frac{8\pi}{3}$ рад.

II вариант

1) 320°

2) 105°

3) 40°

1) $\frac{9\pi}{4}$ рад.

2) $\frac{5\pi}{6}$ рад.

ОТВЕТЫ

I вариант

1) $\frac{\pi}{3}$ рад. I ч.

2) $\frac{29\pi}{36}$ рад. II ч.

3) $\frac{4\pi}{3}$ рад. III ч.

1.

1) 72° I ч.

2) 480° II ч.

II вариант

1) $\frac{16\pi}{9}$ рад. IV ч.

2) $\frac{7\pi}{12}$ рад. II ч.

3) $\frac{2\pi}{9}$ рад. I ч.

2.

1) 405° I ч.

2) 150° II ч.

Использованные источники

1. Бескин Н. М. Задачник-практикум по тригонометрии - 3-е издание. - М: Просвещение, 1966. – 176 с.
2. Гельфанд И.М., Львовский С.М., Тоом А.Л. Тригонометрия. М.: 2003. – 200 с.
3. Карпушина Н. По следам вавилонян. <http://www.nkj.ru/archive/articles/22597/>
4. Фасмер М. Этимологический словарь русского языка: В 4-х т.: Пер. с нем. :Russisches etymologisches Wörterbuch / Перевод и дополнения О. Н. Трубачёва. – 4-е изд., стереотип. – М.: Астрель – АСТ, 2004. – Т. 1. – 588 с.
5. Изображение житель древнего Вавилона
<http://www.nkj.ru/upload/iblock/0f5/0f5ff636d7eaf9c51689370f5a52a437.jpg>
6. Изображение солнечные часы
<http://new.lenagold.ru/wp-content/uploads/solnchas013.jpg>
7. Изображение транспортир
http://onlinehelp.smarttech.com/da/windows/help/notebook/10_0_0/Images/Protractor2.png
8. Изображение фон математика
<https://avatanplus.com/files/resources/original/5735cb59b8df9154aa22569d.jpg>
9. Изображение угол в один радиан
https://4.bp.blogspot.com/-c3RcbMWyMYy/VmLTo3uGJnI/AAAAAAAAA3k/dCa37oZlq5Q/s200/circle_radians.gif

Использованные источники

10. Изображение число π

<http://cdn.fishki.net/upload/post/201502/04/1414683/e05496d9291dd79f0248ebb90c671a6e.gif>

11. Изображение число π

<https://thumbs.dreamstime.com/x/pi-6987894.jpg>

12. Изображение школьная доска.

http://img-fotki.yandex.ru/get/6605/47407354.6e4/0_e9849_2279e745_orig.png