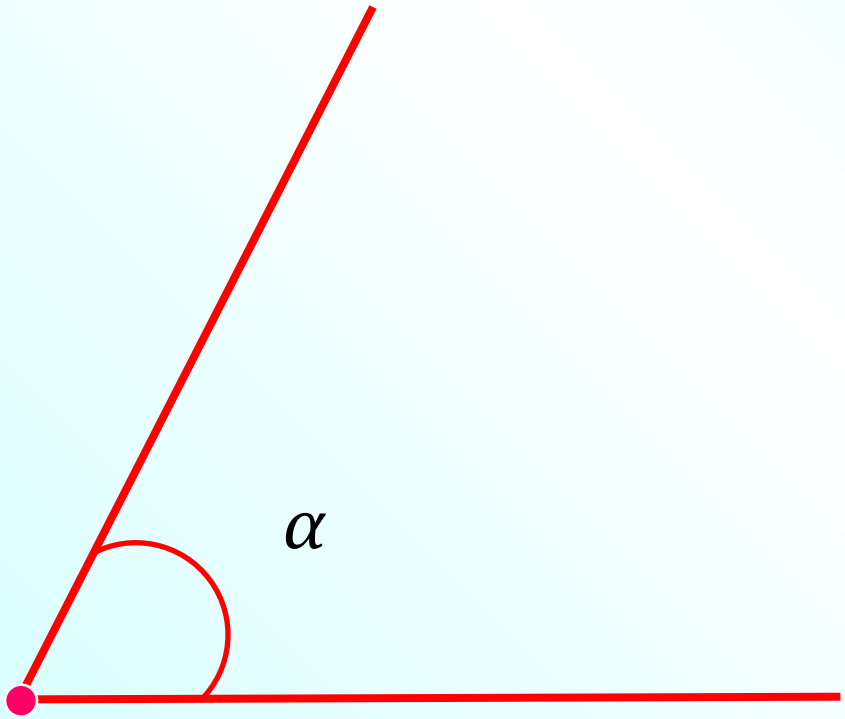
Радианная мера угла
Угол поворота

Шабанова Мария Павловна
учитель математики
МАОУ «Гимназия «Новоскул»
г. Великий Новгород

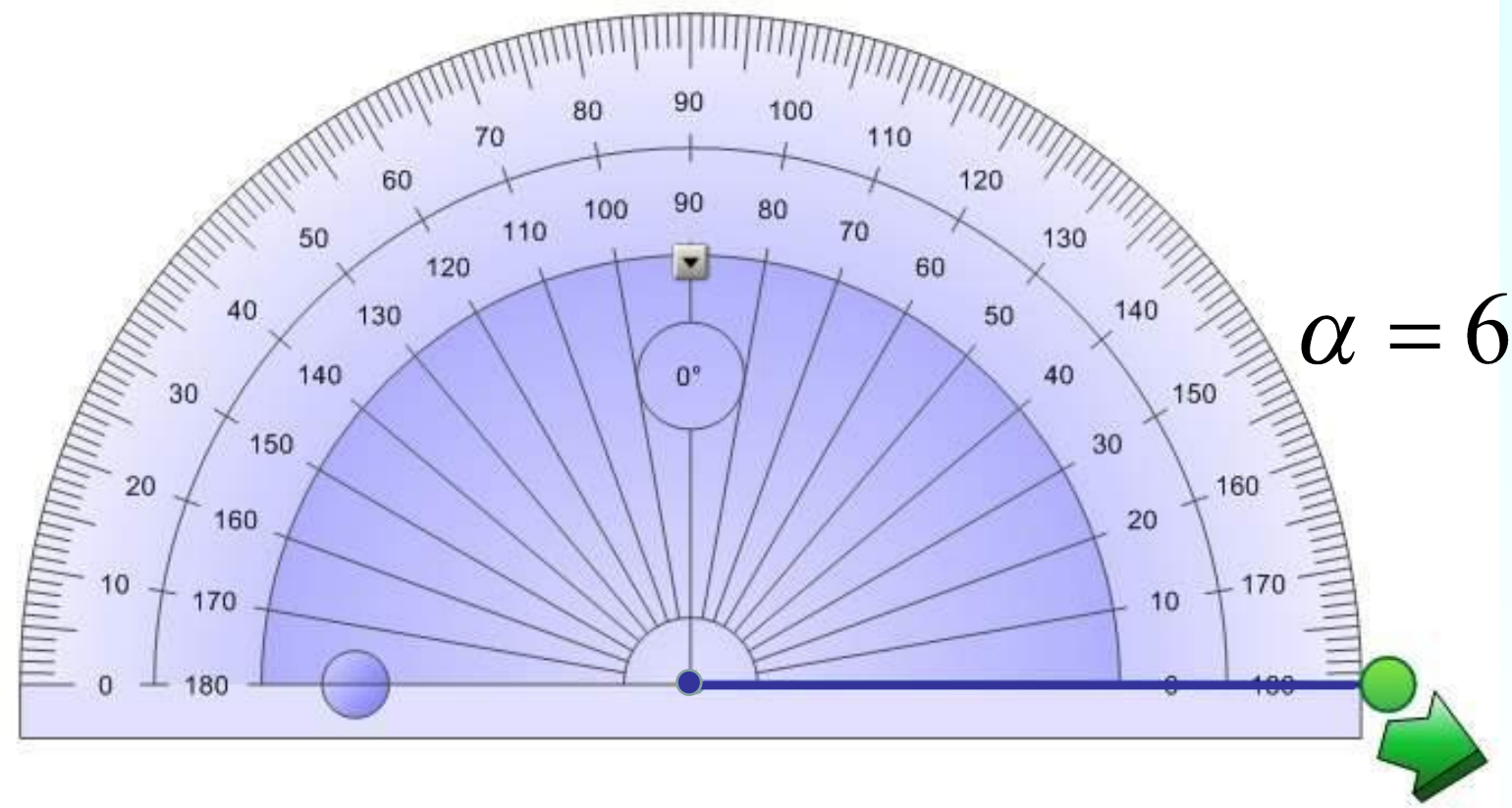
Угол – геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, выходящих из одной точки



Измерение углов

- Измерение углов аналогично измерению отрезков – оно основано на сравнении их с углом, принятым за единицу измерения.

Градус – угол, равный $\frac{1}{180}$ части развернутого угла.



Единицы измерения угла:

1 минута (1’) - $\frac{1}{60}$ часть градуса

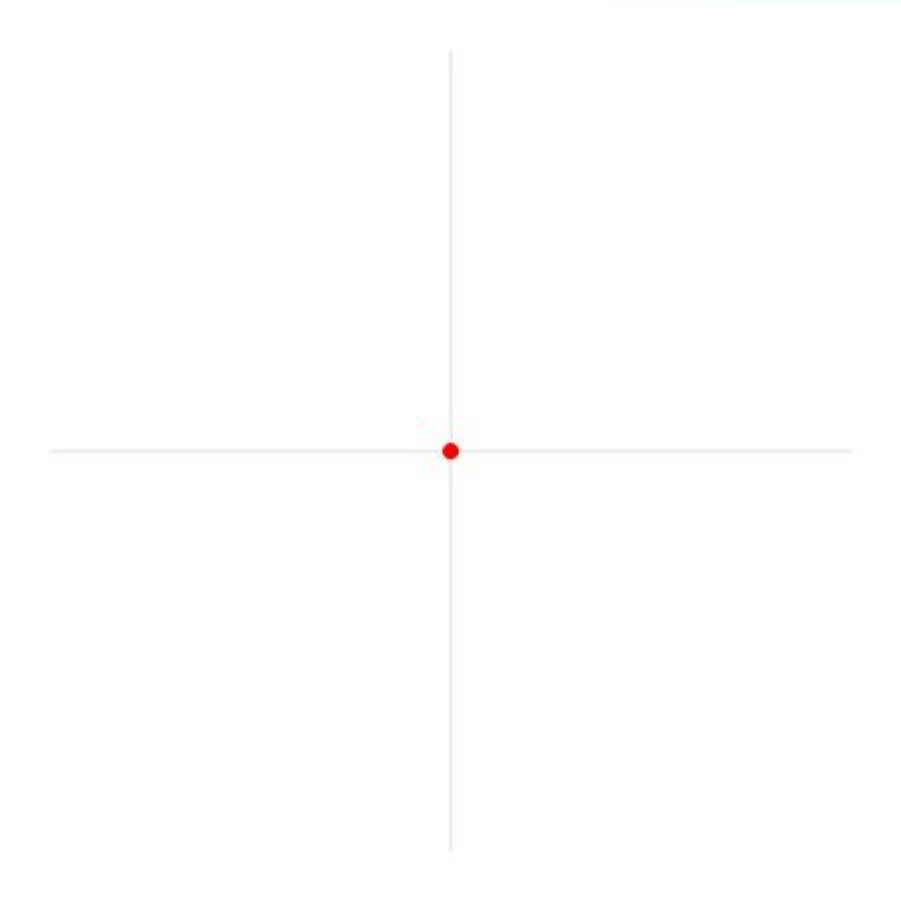
1 секунда (1’’) - $\frac{1}{60}$ часть минуты

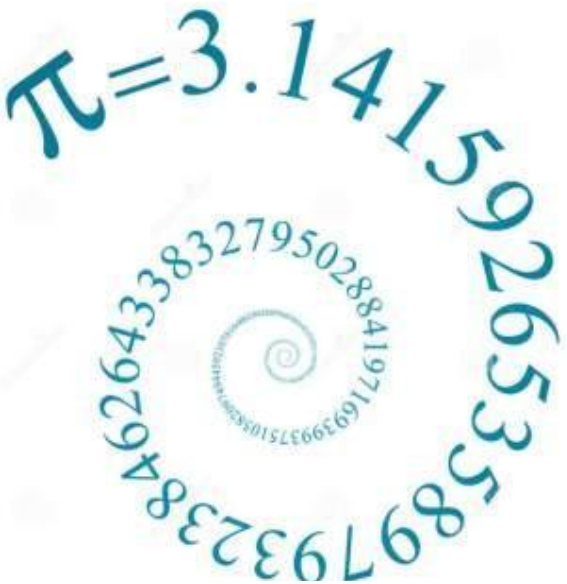
Вавилоняне считали, что за каждые сутки солнце делало один «шаг», поэтому разделили окружность на 360 равных частей, каждую из которых называют градусом (от лат. gradus — шаг, ступень).

Развитие тригонометрии вызвало необходимость в 19 веке введения новой меры измерения углов- **радианной.**

Измерение углов

1 радиан (от латинского radius - спица колеса) - центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности





Число Пи – математическая константа, которая выражает отношение длины окружности к её диаметру

Радианы

180°

=

Единицы измерения углов

π *радиан*

Градусы

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад.}$$

Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$n^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot n \text{ рад.}$$

Примеры:

π *радиан* $= 180^\circ$

$$30^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$$

$$72^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot = \frac{\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

$$120^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$

Примеры:

1. $60^\circ = \dfrac{\pi \cdot 60^\circ}{180^\circ}\ рад. = \dfrac{\pi}{3}\ рад.$

2. $90^\circ = \dfrac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ}\ рад. = \dfrac{\pi}{2}\ рад.$

3. $135^\circ = \dfrac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ}\ рад. = \dfrac{3\pi}{4}\ рад.$

Переведите в радианную меру углы:

$\frac{\pi}{4}$

π

$\frac{4\pi}{3}$

$\frac{\pi}{18}$

$\frac{3\pi}{2}$

$\frac{5\pi}{6}$

$\frac{\pi}{5}$

2π

$\frac{11\pi}{6}$

Перевод из радианной меры в градусную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$a = m \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

Примеры:

1. $\frac{\pi}{10}\,рад. = \frac{180^{\circ}}{10} = 18^{\circ}$

2. $\frac{\pi}{9}\,рад. = \frac{180^{\circ}}{9} = 20^{\circ}$

3. $\frac{4\pi}{3}\,рад. = \frac{4\cdot 180^{\circ}}{3} = 240^{\circ}$

Переведите в градусную меру углы:

1°

45°

36°

600°

37,5°

135°

Переведите в градусную меру углы:

990°

180°

495°

450°

110°

510°

Перевод из градусной меры в радианную:

$$n = \frac{\pi \cdot n^{\circ}}{180^{\circ}} рад.$$

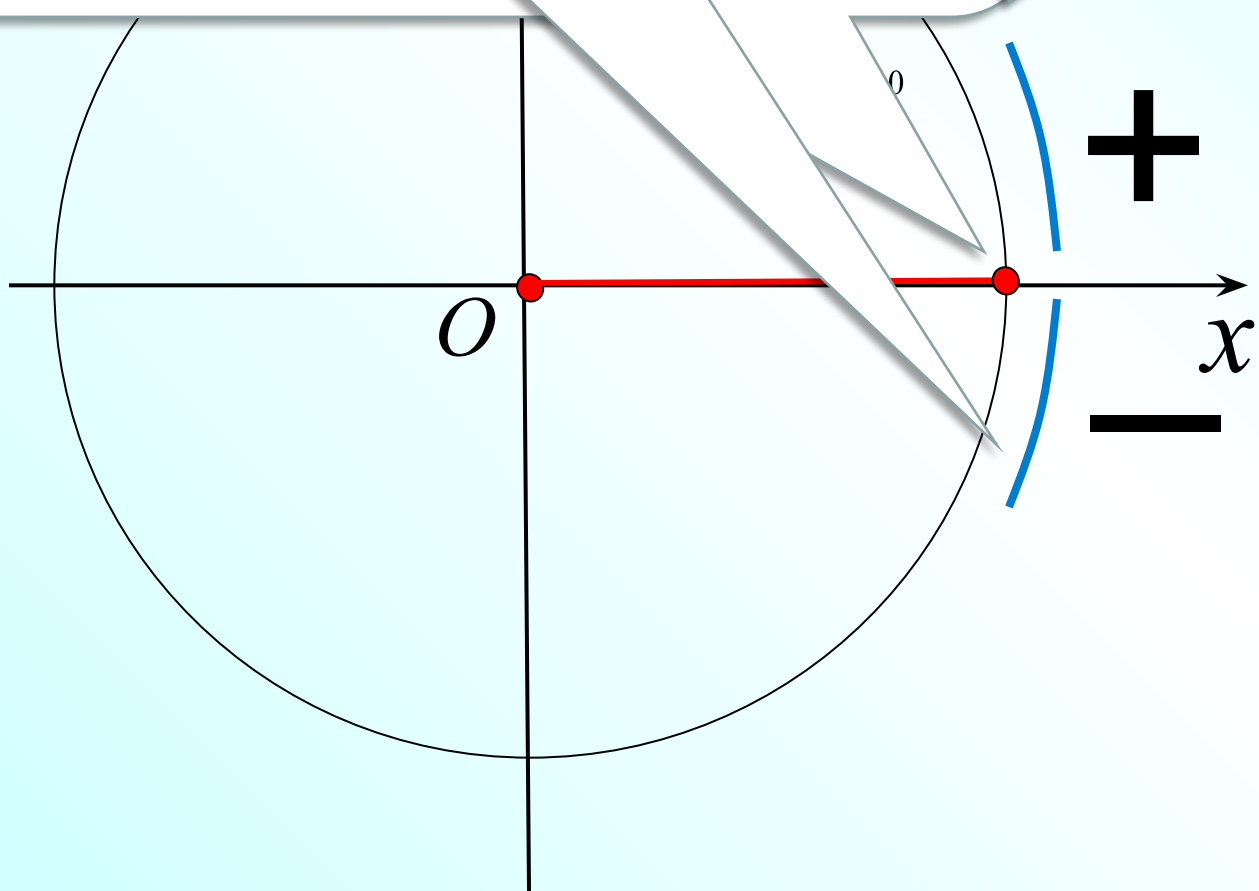
Перевод из радианной меры в градусную:

$$m \cdot \pi_{рад.} = m \cdot 180^{\circ}$$

Единичная окружность

Отрицательное направление поворота: по часовой стрелке.

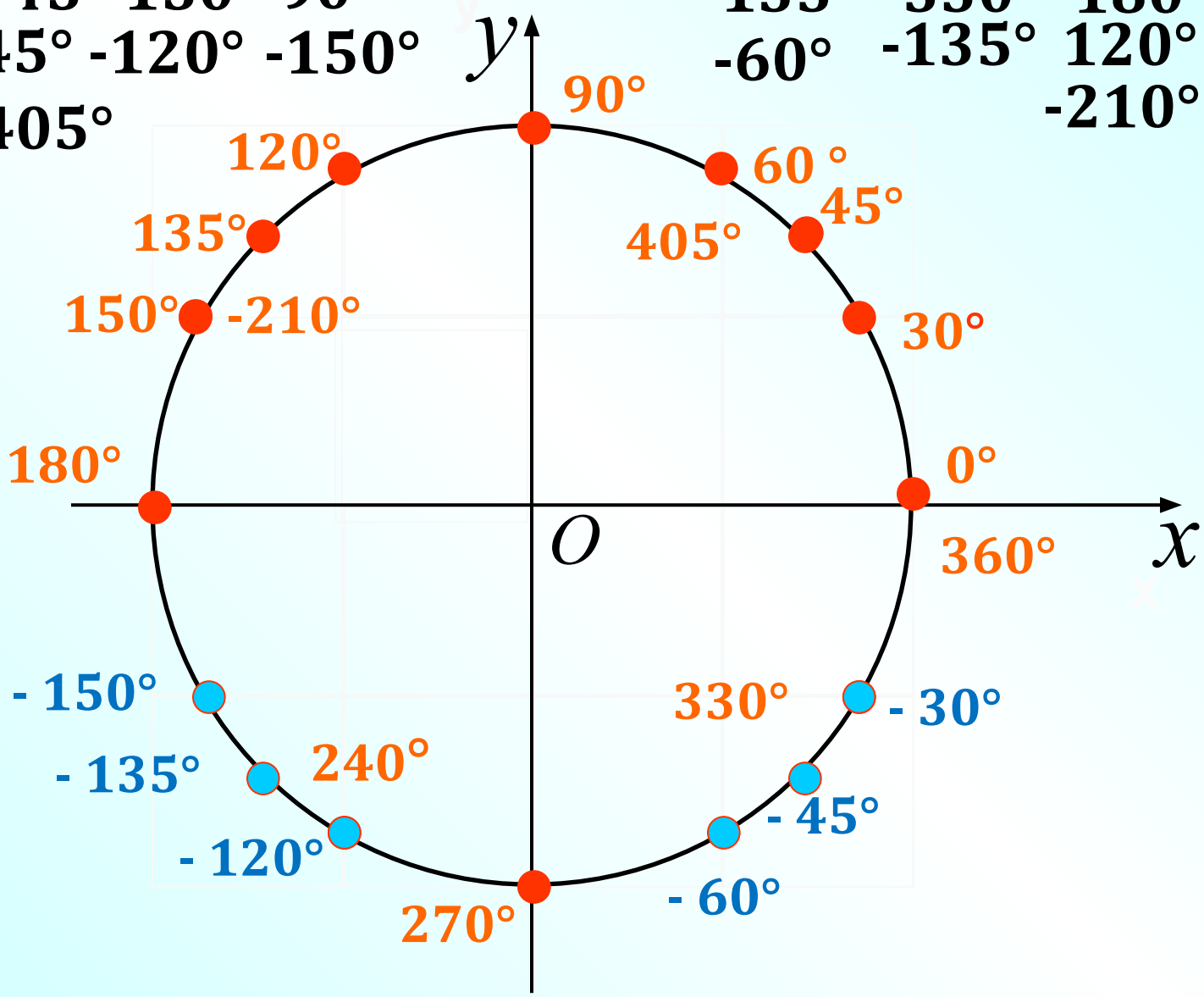
Положительное направление поворота: против часовой стрелки.



Определите где на единичной окружности расположены углы:

30° 0° 45° 150° 90°
-30° -45° -120° -150°
240° 405°

135° 330° 180° 270°
-60° -135° 120° 360°
-210° 60°



Расположите на единичной окружности углы:

$\frac{\pi}{3}$ $\frac{3\pi}{4}$

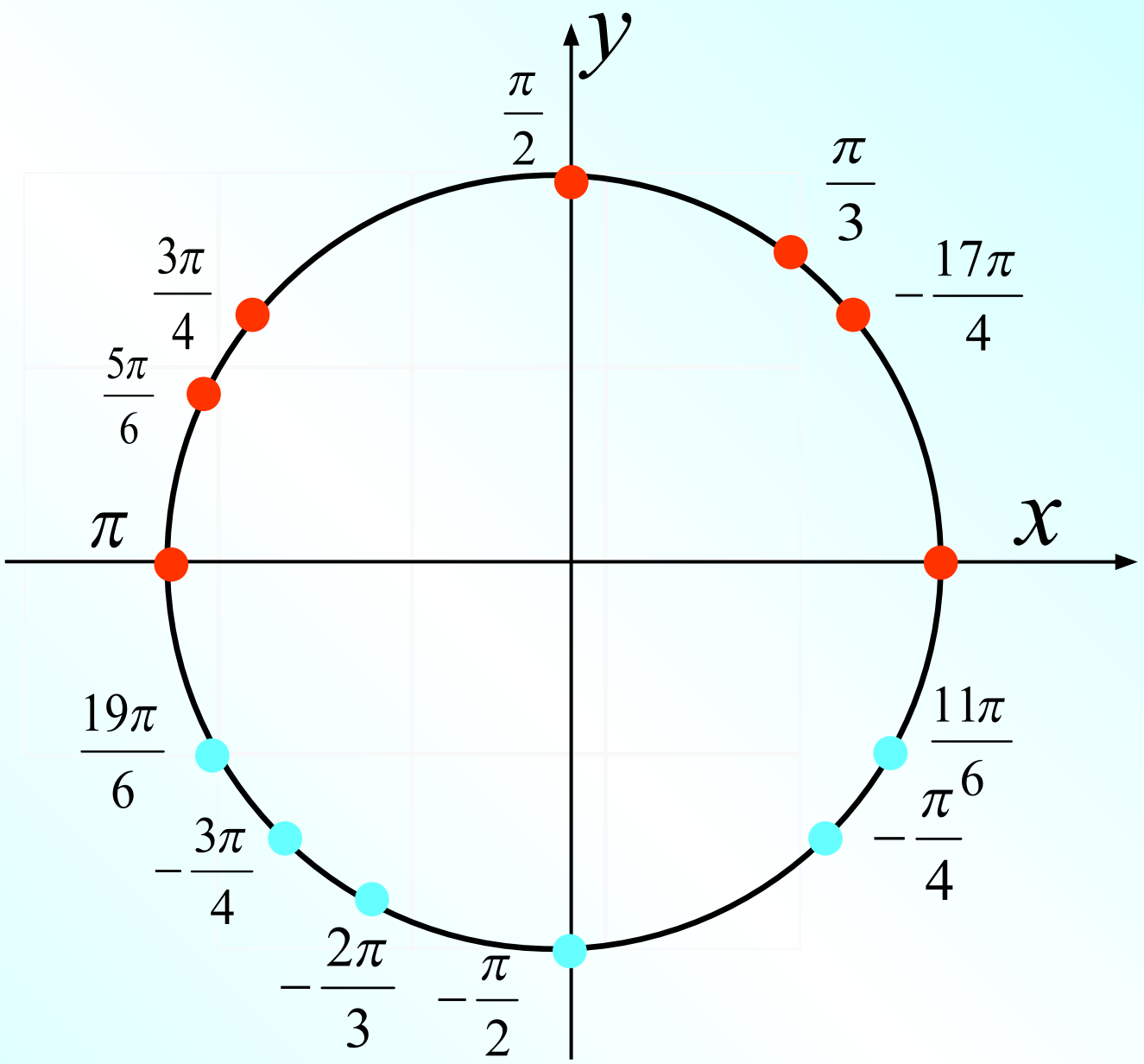
$-\frac{\pi}{4}$ $\frac{19\pi}{6}$

$-\frac{\pi}{2}$ $-\frac{3\pi}{4}$

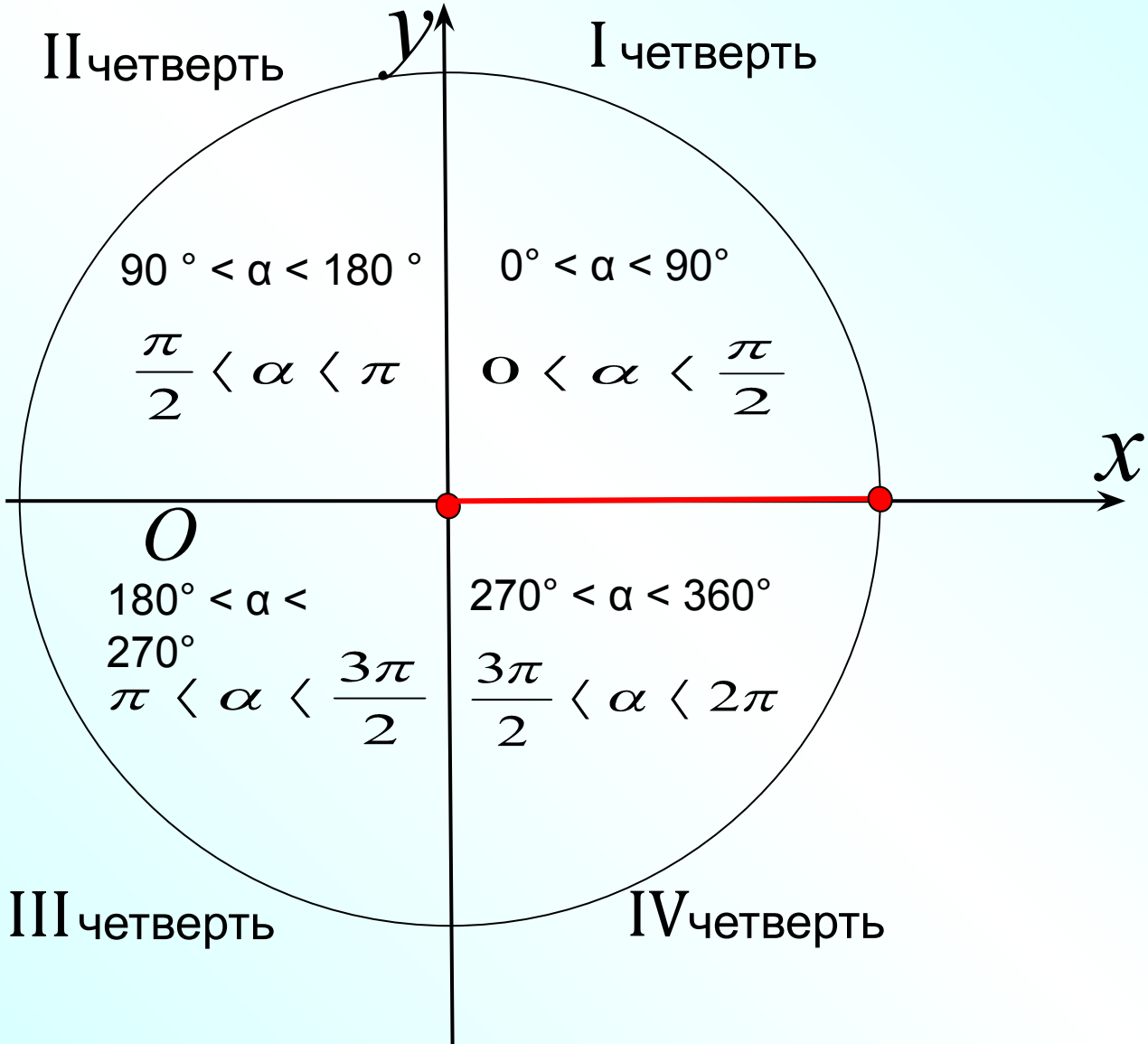
$-\frac{17\pi}{4}$ $\frac{11\pi}{6}$

$\frac{\pi}{2}$ $-\frac{2\pi}{3}$

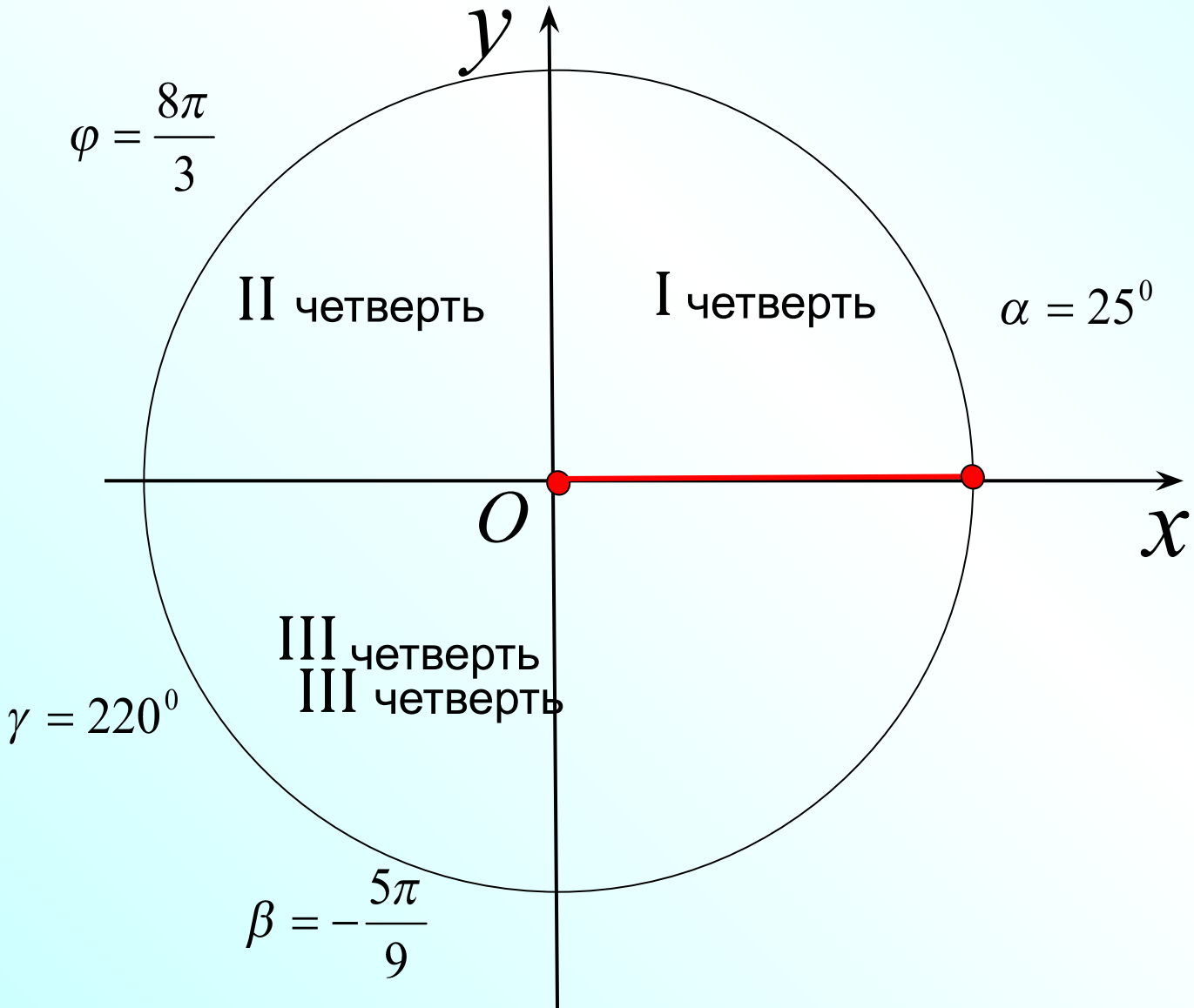
π $\frac{5\pi}{6}$



Единичная окружность



Определите, в какой четверти расположены углы:



$\alpha = 25°$

$\beta = -\frac{5\pi}{9}$

$\gamma = 220°$

$\phi = \frac{8\pi}{3}$

Самостоятельная работа

I вариант

1. Переведите в радианную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) 60°

2) 145°

3) 240°

2. Переведите в градусную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) $\frac{2\pi}{5}$ *рад.*

2) $\frac{8\pi}{3}$ *рад.*

II вариант

1. Переведите в радианную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) 320°

2) 105°

3) 40°

2. Переведите в градусную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1) $\frac{9\pi}{4}$ *рад.*

2) $\frac{5\pi}{6}$ *рад.*

Ответы

I вариант

1.

1) $\frac{\pi}{3}$ *рад. I ч.*

2) $\frac{29\pi}{36}$ *рад. II ч.*

3) $\frac{4\pi}{3}$ *рад. III ч.*

2.

1) 72° *I ч.*

2) 480° *II ч.*

II вариант

1.

1) $\frac{16\pi}{9}$ *рад. IV ч.*

2) $\frac{7\pi}{12}$ *рад. II ч.*

3) $\frac{2\pi}{9}$ *рад. I ч.*

2.

1) 405° *I ч.*

2) 150° *II ч.*

Использованные источники

1. Бескин Н. М. Задачник-практикум по тригонометрии - 3-е издание. - М: Просвещение, 1966. – 176 с.

2. Гельфанд И.М., Львовский С.М., Тоом А.Л. Тригонометрия. М.: 2003. – 200 с.

3. Карпушина Н. По следам вавилонян. http://www.nkj.ru/archive/articles/22597/

4. Фасмер М. Этимологический словарь русского языка: В 4-х т.: Пер. с нем. :Russisches etymologisches Wörterbuch / Перевод и дополнения О. Н. Трубачёва. – 4-е изд., стереотип. – М.: Астрель – АСТ, 2004. – Т. 1. – 588 с.

5. Изображение житель древнего Вавилона
http://www.nkj.ru/upload/iblock/0f5/0f5ff636d7eaf9c51689370f5a52a437.jpg

6. Изображение солнечные часы
http://new.lenagold.ru/wp-content/uploads/solnchas013.jpg

7. Изображение транспортир
http://onlinehelp.smarttech.com/da/windows/help/notebook/10_0_0/Images/Protractor2.png

8. Изображение фон математика
https://avatanplus.com/files/resources/original/5735cb59b8df9154aa22569d.jpg

9. Изображение угол в один радиан
https://4.bp.blogspot.com/-c3RcbMWyMYY/VmLTo3uGJNI/AAAAAAAAA3k/dCa37oZIq5Q/s200/circle_radians.gif

Использованные источники

10. Изображение число π
http://cdn.fishki.net/upload/post/201502/04/1414683/e05496d9291dd79f0248ebb90c671a6e.gif

11. Изображение число π
https://thumbs.dreamstime.com/x/pi-6987894.jpg

12. Изображение школьная доска.
http://img-fotki.yandex.ru/get/6605/47407354.6e4/0_e9849_2279e745_orig.png