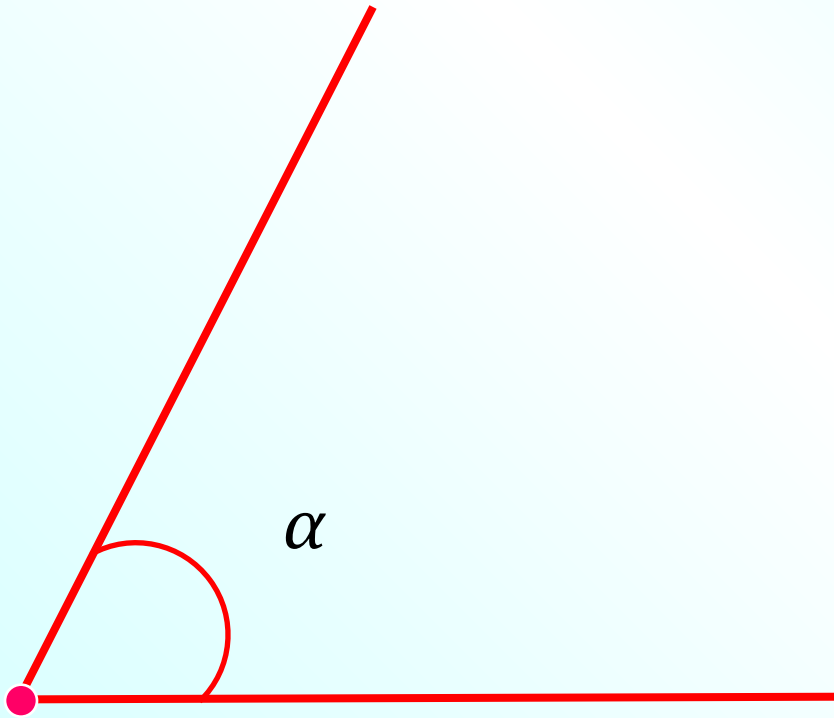


# Радианная мера угла

## Угол поворота

Шабанова Мария Павловна  
учитель математики  
МАОУ «Гимназия «Новоскул»  
г. Великий Новгород

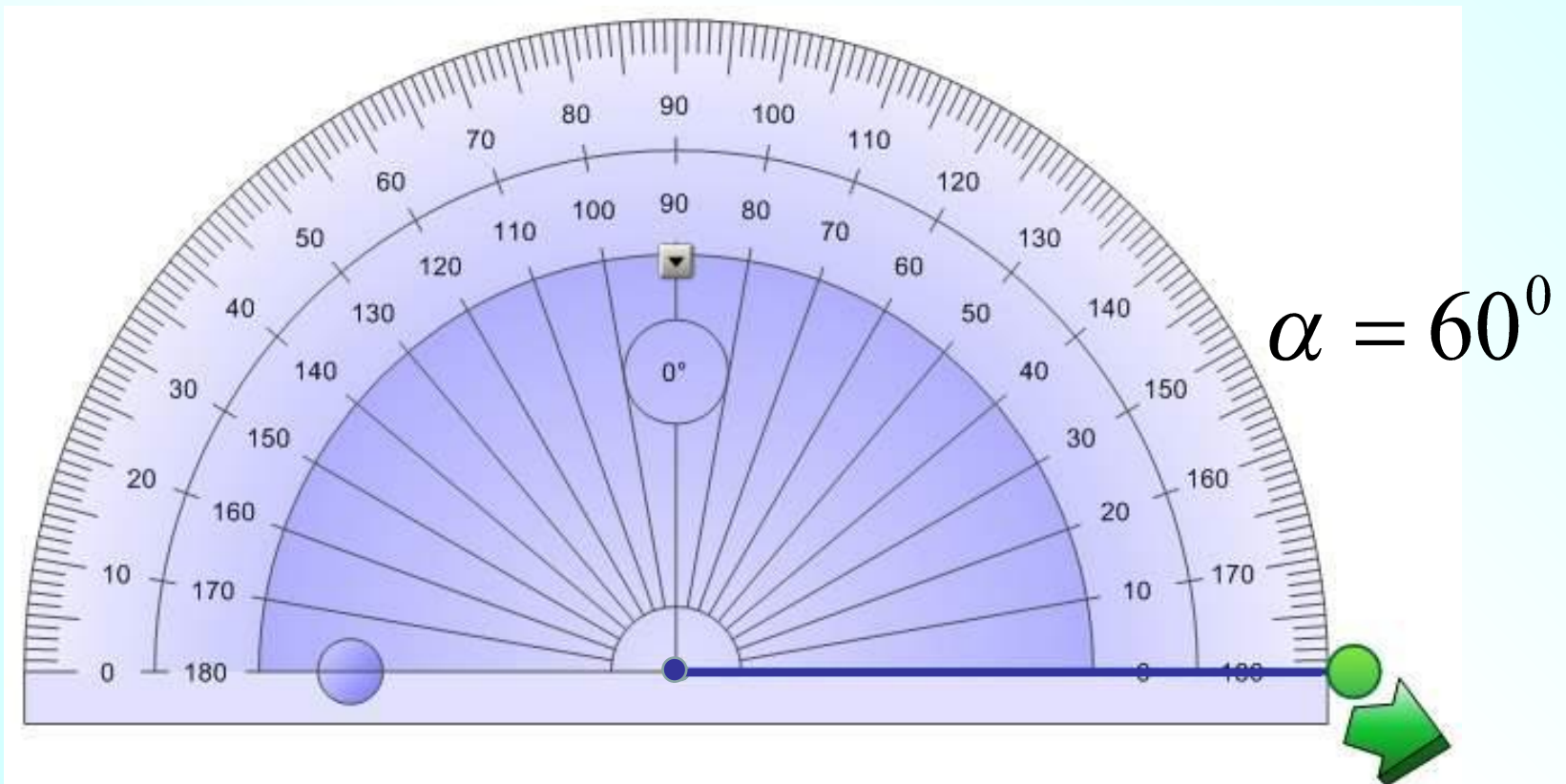
**Угол – геометрическая фигура, состоящая из двух лучей, выходящих из одной точки**



# Измерение углов

Измерение углов аналогично измерению отрезков – оно основано на сравнении их с углом, принятым за единицу измерения.

Градус – угол, равный  $\frac{1}{180}$  части развернутого угла.



Единицы измерения угла:

1 минута ( 1' ) -  $\frac{1}{60}$  часть градуса

1 секунда ( 1'' ) -  $\frac{1}{60}$  часть минуты



Вавилоняне считали, что за каждые сутки солнце делало один «шаг», поэтому разделили окружность на 360 равных частей, каждую из которых называют градусом (от лат. gradus — шаг, ступень).

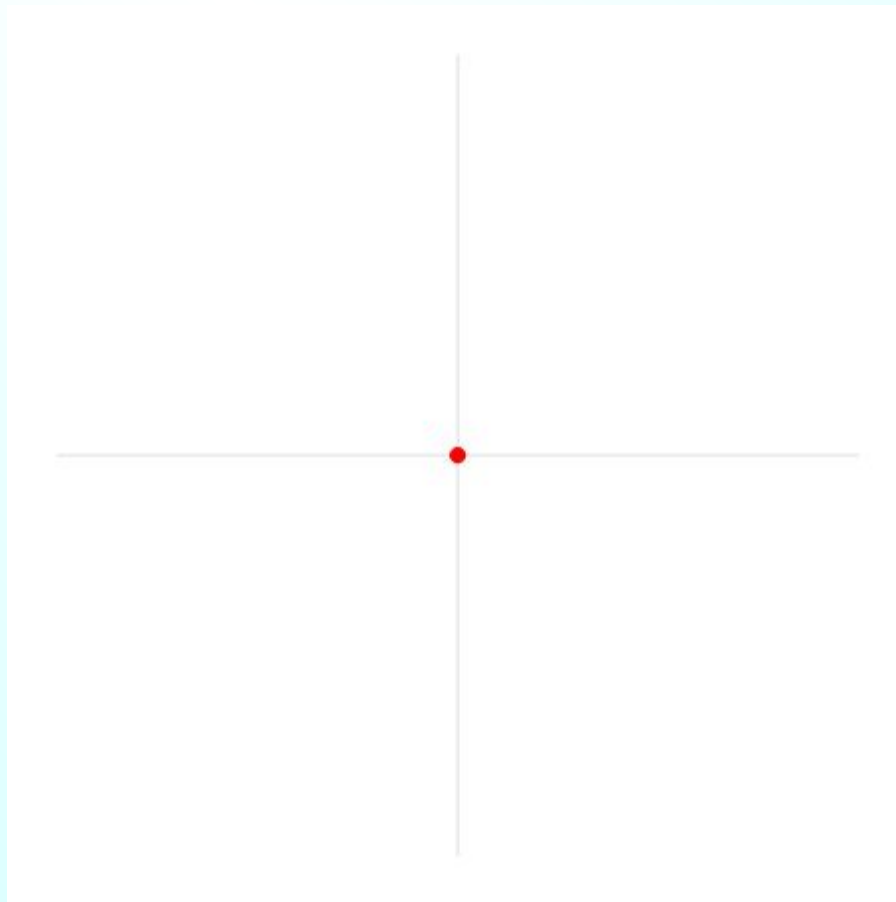


Развитие тригонометрии  
вызвало необходимость в 19  
веке введения новой меры  
измерения углов- **радианной**.



# Измерение углов

**1 радиан** (от латинского *radius* - спица колеса) - центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности







*Радианы*

$180^\circ$

=

**Единицы измерения углов**

$\pi$  радиан

*Градусы*

# Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$




$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ рад.}$$

# Перевод из градусной меры в радианную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$n^\circ = \frac{n}{180} \cdot \pi \text{ рад.}$$
A thick red curved arrow with a black outline, pointing from the degree symbol in the numerator of the fraction to the 'рад.' unit at the end of the equation.

# Примеры:

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$

$$30^\circ = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$$

$$72^\circ = \frac{\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

$$120^\circ = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}$$



## *Примеры:*

$$1. 60^\circ = \frac{\pi \cdot 60^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{3} \text{ рад.}$$

$$2. 90^\circ = \frac{\pi \cdot 90^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{\pi}{2} \text{ рад.}$$

$$3. 135^\circ = \frac{\pi \cdot 135^\circ}{180^\circ} \text{ рад.} = \frac{3\pi}{4} \text{ рад.}$$

# Переведите в радианную меру углы:

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\pi$$

$$\frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{18}$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{5}$$

$$2\pi$$

$$\frac{11\pi}{6}$$



# Перевод из радианной меры в градусную

$$\pi \text{ радиан} = 180^\circ$$



$$a = m \cdot \pi 180^\circ$$

## *Примеры:*

$$1. \quad \frac{\pi}{10} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ$$

$$2. \quad \frac{\pi}{9} \text{ рад.} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$3. \quad \frac{4\pi}{3} \text{ рад.} = \frac{4 \cdot 180^\circ}{3} = 240^\circ$$



# Переведите в градусную меру углы:

$1^\circ$

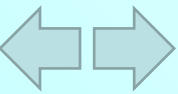
$45^\circ$

$36^\circ$

$600^\circ$

$37,5^\circ$

$135^\circ$



# Переведите в градусную меру углы:

$990^\circ$

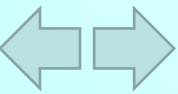
$495^\circ$

$110^\circ$

$180^\circ$

$450^\circ$

$510^\circ$



*Перевод из градусной меры в радианную:*

$$n = \frac{\pi \cdot n}{180} \text{ рад.}$$

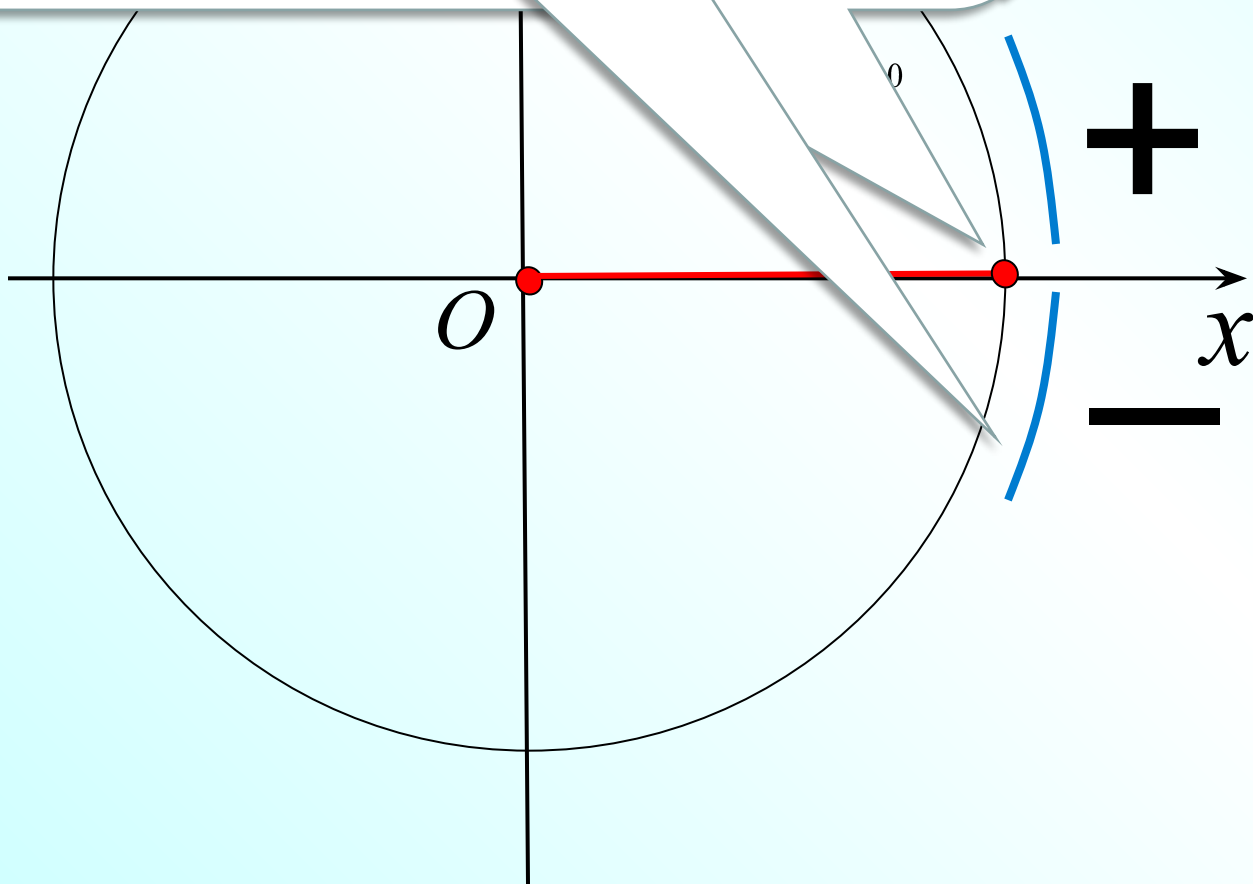
*Перевод из радианной меры в градусную:*

$$m \cdot \pi_{\text{рад.}} = m \cdot 180$$

# Единичная окружность

Отрицательное  
направление поворота:  
по часовой стрелке.

Положительное  
направление поворота:  
против часовой стрелки.



# Определите где на единичной окружности расположены

углы:

$30^\circ$   $0^\circ$   $45^\circ$   $150^\circ$   $90^\circ$

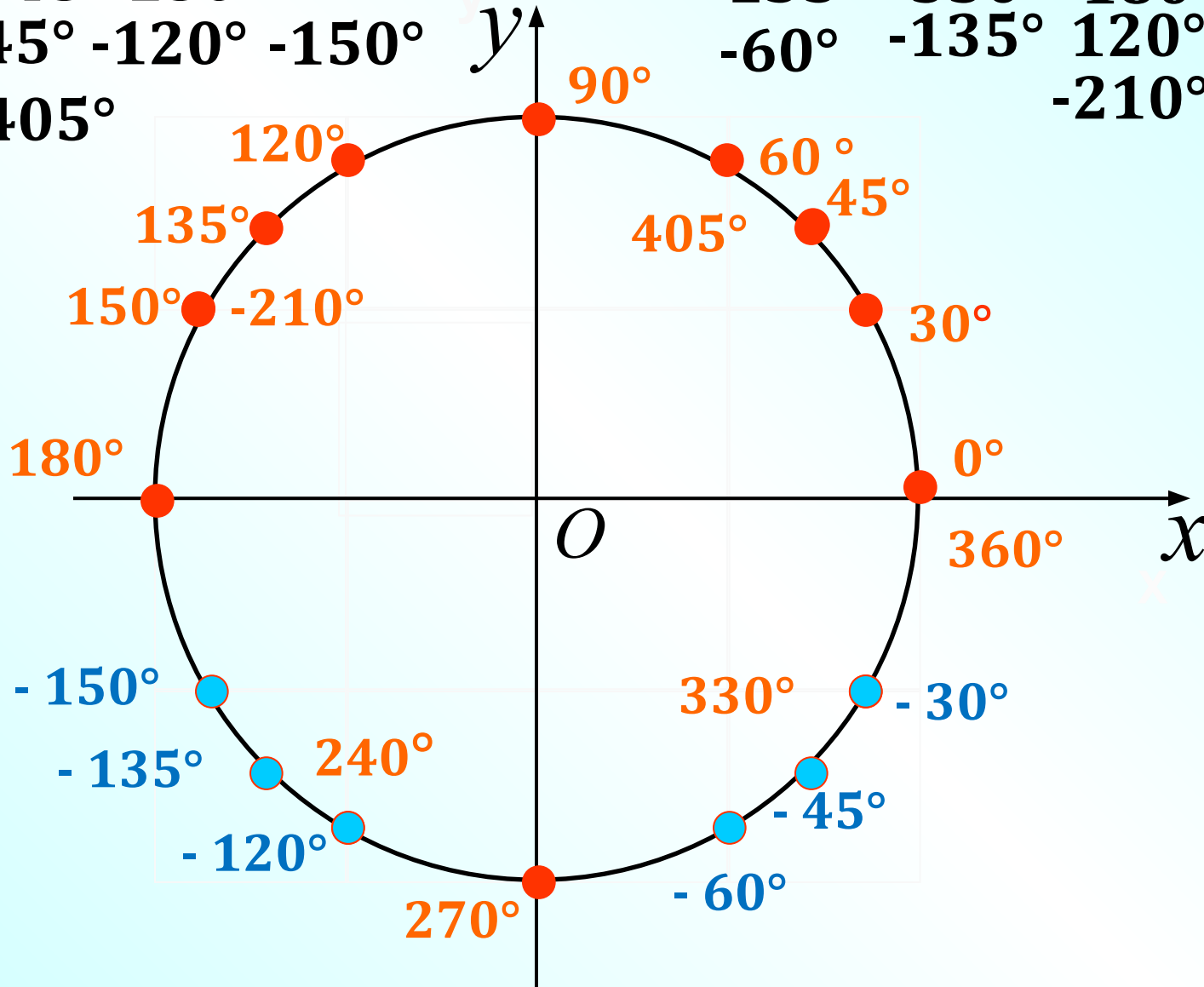
$-30^\circ$   $-45^\circ$   $-120^\circ$   $-150^\circ$

$135^\circ$   $330^\circ$   $180^\circ$   $270^\circ$

$-60^\circ$   $-135^\circ$   $120^\circ$   $360^\circ$

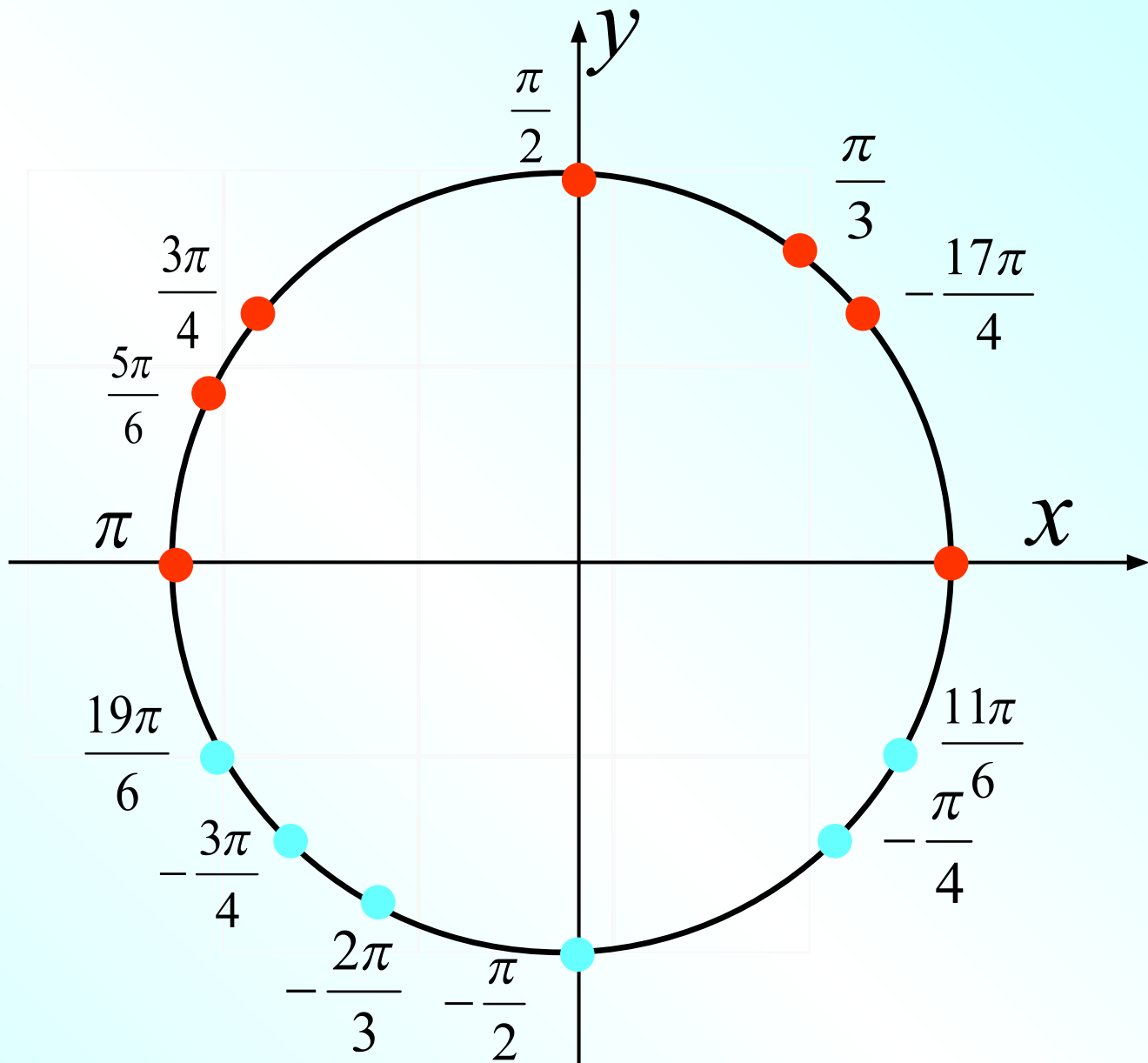
$240^\circ$   $405^\circ$

$-210^\circ$   $60^\circ$

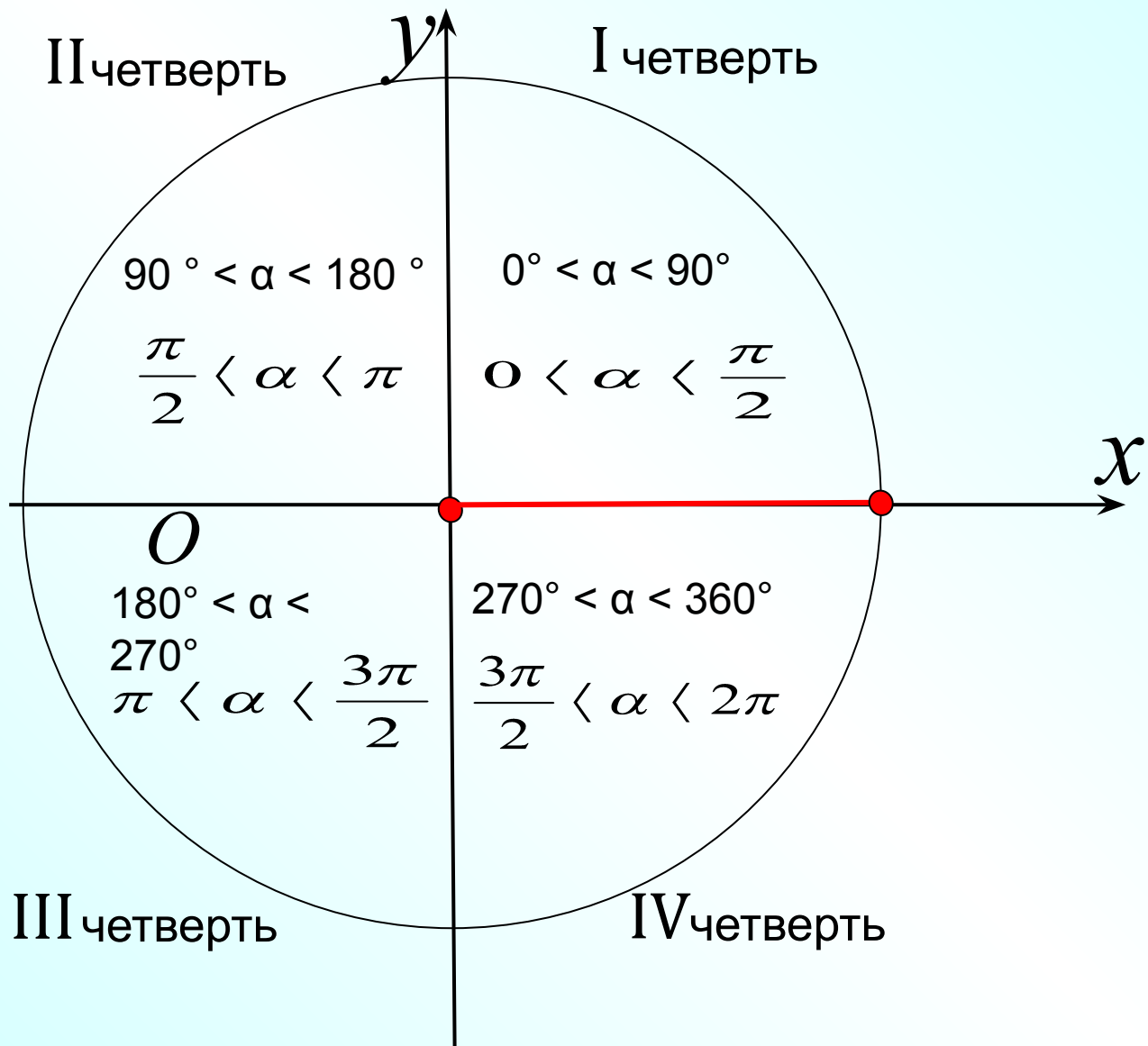


# Расположите на единичной окружности углы:

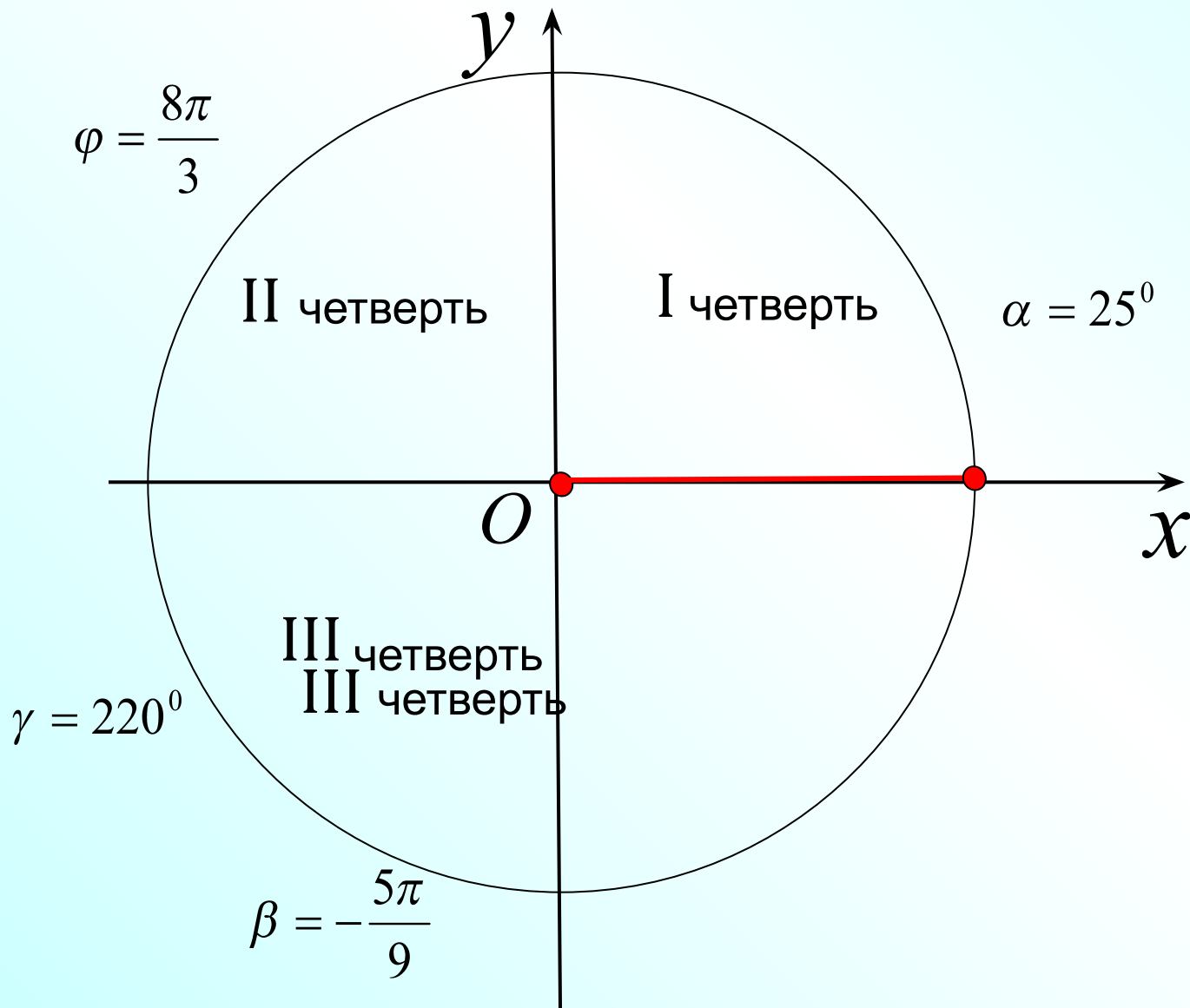
- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{\pi}{3}$   | $\frac{3\pi}{4}$  |
| $-\frac{\pi}{4}$  | $\frac{19\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$   | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| $\frac{17\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ |
| $\frac{\pi}{2}$   | $-\frac{3\pi}{4}$ |
| $\pi$             | $\frac{5\pi}{6}$  |



# Единица окружность



Определите, в какой четверти  
расположены углы:



$$\alpha = 25^\circ$$

$$\beta = -\frac{5\pi}{9}$$

$$\gamma = 220^\circ$$

$$\phi = \frac{8\pi}{3}$$



# Самостоятельная работа

## I вариант

1. Переведите в радианную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1)  $60^\circ$

2)  $145^\circ$

3)  $240^\circ$

2. Переведите в градусную меру углы, определите в какой четверти они расположены:

1)  $\frac{2\pi}{5}$  рад.

2)  $\frac{8\pi}{3}$  рад.

## II вариант

1)  $320^\circ$

2)  $105^\circ$

3)  $40^\circ$

1)  $\frac{9\pi}{4}$  рад.

2)  $\frac{5\pi}{6}$  рад.

# ОТВЕТЫ

## I вариант

1)  $\frac{\pi}{3}$  рад. I ч.

2)  $\frac{29\pi}{36}$  рад. II ч.

3)  $\frac{4\pi}{3}$  рад. III ч.

1.

1)  $72^\circ$  I ч.

2)  $480^\circ$  II ч.

## II вариант

1)  $\frac{16\pi}{9}$  рад. IV ч.

2)  $\frac{7\pi}{12}$  рад. II ч.

3)  $\frac{2\pi}{9}$  рад. I ч.

2.

1)  $405^\circ$  I ч.

2)  $150^\circ$  II ч.

# Использованные источники

1. Бескин Н. М. Задачник-практикум по тригонометрии - 3-е издание. - М: Просвещение, 1966. – 176 с.
2. Гельфанд И.М., Львовский С.М., Тоом А.Л. Тригонометрия. М.: 2003. – 200 с.
3. Карпушина Н. По следам вавилонян. <http://www.nkj.ru/archive/articles/22597/>
4. Фасмер М. Этимологический словарь русского языка: В 4-х т.: Пер. с нем. :Russisches etymologisches Wörterbuch / Перевод и дополнения О. Н. Трубачёва. – 4-е изд., стереотип. – М.: Астрель – АСТ, 2004. – Т. 1. – 588 с.
5. Изображение житель древнего Вавилона  
<http://www.nkj.ru/upload/iblock/0f5/0f5ff636d7eaf9c51689370f5a52a437.jpg>
6. Изображение солнечные часы  
<http://new.lenagold.ru/wp-content/uploads/solnchas013.jpg>
7. Изображение транспортир  
[http://onlinehelp.smarttech.com/da/windows/help/notebook/10\\_0\\_0/Images/Protractor2.png](http://onlinehelp.smarttech.com/da/windows/help/notebook/10_0_0/Images/Protractor2.png)
8. Изображение фон математика  
<https://avatanplus.com/files/resources/original/5735cb59b8df9154aa22569d.jpg>
9. Изображение угол в один радиан  
[https://4.bp.blogspot.com/-c3RcbMWyMYy/VmLTo3uGJNI/AAAAAAAAA3k/dCa37oZlq5Q/s200/circle\\_radians.gif](https://4.bp.blogspot.com/-c3RcbMWyMYy/VmLTo3uGJNI/AAAAAAAAA3k/dCa37oZlq5Q/s200/circle_radians.gif)

# Использованные источники

10. Изображение число  $\pi$

<http://cdn.fishki.net/upload/post/201502/04/1414683/e05496d9291dd79f0248ebb90c671a6e.gif>

11. Изображение число  $\pi$

<https://thumbs.dreamstime.com/x/pi-6987894.jpg>

12. Изображение школьная доска.

[http://img-fotki.yandex.ru/get/6605/47407354.6e4/0\\_e9849\\_2279e745\\_orig.png](http://img-fotki.yandex.ru/get/6605/47407354.6e4/0_e9849_2279e745_orig.png)