

Решение задач оптимизации в Excel

МОУ «Средняя общеобразовательная школа № 14 с
углубленным изучением отдельных предметов»
авт. Кудимова Н.В.

Для решения задач ОПТИМИЗАЦИИ необходимо:

- Задать целевую функцию
- Создать математическую модель задачи
- Решить задачу на компьютере

Математическая модель

- Математическая модель – это приближенное описание какого-либо класса явлений средствами математической символики.
- При составлении математической модели решения задачи оптимизации искомые величины принимаются за неизвестные и составляется система неравенств, наиболее полно характеризующих решение поставленной задачи.
- В любую математическую модель входят две составляющие:
- **Ограничения**, которые устанавливают зависимости между переменными.
- **Граничные условия** показывают, в каких пределах могут быть значения искомых переменных в оптимальном решении.

Задача

- Компания производит полки для ванных комнат двух типов - А и В. Агенты по продаже считают, что неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа А требуется 2 м^2 материала, для полки типа В - 3 м^2 материала. Компания может получить до 1200 м^2 материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 час. в неделю. Если прибыль от продажи полок типа А составляет 3 долл., а от полок типа В - 4 долл., то сколько полок надо выпускать в неделю, чтобы получить максимальную прибыль?

Целевая функция

- Очевидно, что в качестве критерия оптимизации в данном случае выступает функция прибыли. Оптимальным будет считаться тот из вариантов решения, в котором значение прибыли будет максимальным. Учитывая, что «...прибыль от продажи полок типа А составляет 3 долл., а от полок типа В - 4 долл....» целевая функция будет выглядеть следующим образом:
- $3x_1 + 4x_2 \Rightarrow \max$, где
 x_1 – объем производства полок типа А
 x_2 – объем производства полок типа В

Ограничение на объем производства:

- «...Агенты по продаже считают, что неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок...» Очевидно, что совокупный объем производства полок не должен превышать 550 единиц, или, в математическом виде:
- $x_1 + x_2 \leq 550$

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ оборудования:

- «...Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 часов в неделю...» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее время использования оборудования в рамках данного проекта не должно превышать 160 часов в неделю. Переведя время, необходимое для изготовления одной полки в часы (с целью сопоставимости единиц измерения правой и левой части неравенства) получим:
- $0,2x_1 + 0,5x_2 \leq 160$

Ограничение на использование материалов:

- «...Для каждой полки типа А требуется 2 м² материала, для полки типа В - 3 м² материала. Компания может получить до 1200 м² материала в неделю...» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее количество материала, затрачиваемого для реализации данного проекта не должно превышать 120 м²:
- $2x_1 + 3x_2 \leq 120$

Граничные условия

- В качестве граничных условий в данном примере могут быть использованы следующие утверждения, вытекающие из сути поставленной задачи:
- Объем производства полок типа А и полок типа В – неотрицательное значение.
- Объем производства полок типа А и полок типа В – целое число.
- $x_1, x_2 \geq 0$
- x_1, x_2 – целое

Ввод условий задачи

Ввод условий задачи состоит из следующих основных шагов:

- Создание формы для ввода данных, необходимых для последующего решения.
- Ввод исходных данных и зависимостей из математической модели.
- Указание целевой ячейки (ячейки, в которую введена целевая функция), ввод ограничений и граничных условий в диалоговом окне Поиск решения.

Создание формы для ввода данных

Такая форма должна содержать возможность ввода всех данных, необходимых для решения поставленной задачи:

- искомых переменных;
- целевой функции;
- правой и левой части неравенств, описывающих ограничения, налагаемые на возможные варианты решения поставленной задачи.

	A	B	C	D	E
1	План производства				
2	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Объем производства	Объем реализации
3	Возможный объем производства				
4	Прибыль от реализации единицы продукции				
5					
6		Прибыль от реализации проекта			
7					
8	Ограничения				
9	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Всего затрачено	Технологические возможности
10	Количество материала				
11	Время функционирования оборудования				

Ввод исходных данных

- Отметим, что целевая функция и левые части неравенств, определяющих возможные варианты решения поставленной задачи, вводятся формулой, в которой роль искомым переменных играют адреса ячеек, зарезервированных для вывода их значений после решения задачи, а роль коэффициентов – адреса ячеек, содержащих соответственные коэффициенты.

	A	B	C	D	E
1	План производства				
2	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Объем производства	Объем реализации
3	Возможный объем производства			=СУММ(B3:C3)	550
4	Прибыль от реализации единицы продукции	3	4		
5					
6		Прибыль от реализации проекта		=СУММПРОИЗВ(B3:C3;B4:C4)	
7					
8	Ограничения				
9	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Всего затрачено	Технологические возможности
10	Количество материала	2	3	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B10:C10)	1200
11	Время функционирования оборудования	0,2	0,5	=СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B11:C11)	160

Назначение целевой функции, ввод ограничений и граничных условий

- Данная стадия ввода условия задачи осуществляется в диалоговом окне Поиск решения

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☒ максимальному значению ☐ значению: ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

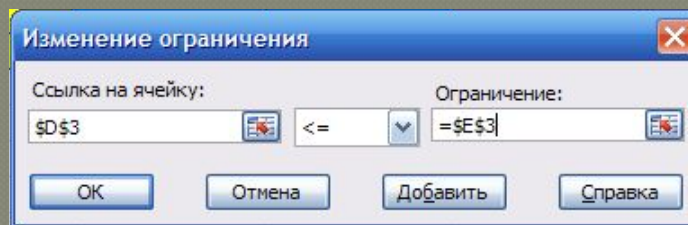
\$B\$3:\$C\$3 >= 0
\$D\$10 <= \$E\$10
\$D\$11 <= \$E\$11
\$D\$3 <= \$E\$3

Назначить целевую ячейку

- Для этого в поле «Установить целевую ячейку:» вводится адрес ячейки, содержащей целевую функцию. Затем устанавливается направление последней – значение, к которому она должна стремиться исходя из условий задачи (минимальное, максимальное, конкретное, задаваемое пользователем).
- *В поле «Изменяя ячейки:»* ввести адреса ячеек, зарезервированных для искомых переменных.

Ввести ограничения и граничные условия

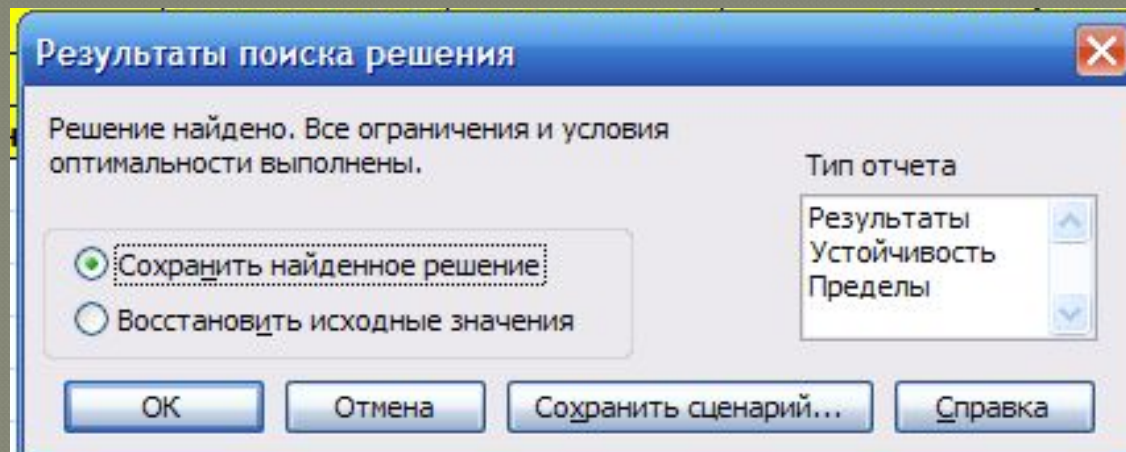
- Ввести ограничения и граничные условия. Для этого в диалоговом окне Поиск решения нажать на кнопку Добавить. В открывшемся диалоговом окне Добавление ограничений:



- в поле «Ссылка на ячейку:» ввести адрес ячейки листа, содержащей формулу для расчета показателя, используемого в качестве левой части неравенства, из списка знаков неравенств выбрать необходимый знак, в поле «Ограничение:» указать адрес ячейки, содержащей показатель, используемый в качестве правой части неравенства.

Получение результата

- После нажатия на кнопку Выполнить диалогового окна Поиск решения на экране появляется диалоговое окно Результаты поиска решения.



Решение найдено

	A	B	C	D	E
1	План производства				
2	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Объем производства	Объем реализации
3	Возможный объем производства	450	100	550	550
4	Прибыль от реализации единицы продукции	3	4		
5					
6		Прибыль от реализации проекта		1750	
7					
8	Ограничения				
9	Наименование продукции	Полки типа А	Полки типа В	Всего затрачено	Технологические возможности
10	Количество материала	2	3	1200	1200
11	Время функционирования оборудования	0,2	0,5	140	160

Оптимальное решение поставленной задачи

- полок типа А в количестве 450 штук (В3);
- полок типа В – в количестве 100 штук (С3).
При этом максимальная прибыль будет составлять 1720 единиц, а ресурсы используются следующим образом:
- потребление материала – 1200 единиц (D10);
- использование оборудования – 140 часов (D11).