Решение задач оптимизации в Excel

МОУ «Средняя общеобразовательная школа № 14 с углубленным изучением отдельных предметов»
авт. Кудимова Н.В.

Для решения задач оптимизации необходимо:

- Задать целевую функцию
- Создать математическую модель задачи
- Решить задачу на компьютере

Математическая модель

- Математическая модель – это приближенное описание какого-либо класса явлений средствами математической символики.
- При составлении математической модели решения задачи оптимизации искомые величины принимаются за неизвестные и составляется система неравенств, наиболее полно характеризующих решение поставленной задачи.
- В любую математическую модель входят две составляющие:
- **Ограничения**, которые устанавливают зависимости между переменными.
- **Граничные условия** показывают, в каких пределах могут быть значения искомых переменных в оптимальном решении.

Задача

- Компания производит полки для ванных комнат двух типов - A и B. Агенты по продаже считают, что неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок. Для каждой полки типа A требуется 2 $м^2$ материала, для полки типа B - 3 $м^2$ материала. Компания может получить до 1200 $м^2$ материала в неделю. Для изготовления одной полки типа A требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа B - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 час. в неделю. Если прибыль от продажи полок типа A составляет 3 долл., а от полок типа B - 4 долл., то сколько полок надо выпускать в неделю, чтобы получить максимальную прибыль?

Целевая функция

- Очевидно, что в качестве критерия оптимизации в данном случае выступает функция прибыли. Оптимальным будет считаться тот из вариантов решения, в котором значение прибыли будет максимальным. Учитывая, что «…прибыль от продажи полок типа А составляет 3 долл., а от полок типа В - 4 долл.…» целевая функция будет выглядеть следующим образом:
- **$3x1 + 4x2 \Rightarrow max$**, где
  x1 – объем производства полок типа А
  x2 – объем производства полок типа В

Ограничение на объем производства:

- «…Агенты по продаже считают, что неделю на рынке может быть реализовано до 550 полок…» Очевидно, что совокупный объем производства полок не должен превышать 550 единиц, или, в математическом виде:
- $x1 + x2 \leq 550$

использование оборудования:

- «…Для изготовления одной полки типа А требуется 12 мин. работы оборудования, а для изготовления одной полки типа В - 30 мин. Оборудование можно использовать 160 часов в неделю…» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее время использования оборудования в рамках данного проекта не должно превышать 160 часов в неделю. Переведя время, необходимое для изготовления одной полки в часы (с целью сопоставимости единиц измерения правой и левой части неравенства) получим:
- $0,2x1 + 0,5x2 \leq 160$

Ограничение на использование материалов:

- «…Для каждой полки типа А требуется 2 м2 материала, для полки типа В - 3 м2 материала. Компания может получить до 1200 м2 материала в неделю…» На основе этой информации можно сделать вывод, что общее количество материала, затрачиваемого для реализации данного проекта не должно превышать 120 м2:
- $2x1 + 3x2 \leq 120$

Граничные условия

- В качестве граничных условий в данном примере могут быть использованы следующие утверждения, вытекающие из сути поставленной задачи:
- Объем производства полок типа А и полок типа В – неотрицательное значение.
- Объем производства полок типа А и полок типа В – целое число.
- $x1, x2 \geq 0$
- x1, x2 – целое

Ввод условий задачи

Ввод условий задачи состоит из следующих основных шагов:

- Создание формы для ввода данных, необходимых для последующего решения.
- Ввод исходных данных и зависимостей из математической модели.
- Указание целевой ячейки (ячейки, в которую введена целевая функция), ввод ограничений и граничных условий в диалоговом окне Поиск решения.

Создание формы для ввода данных

Такая форма должна содержать возможность ввода всех данных, необходимых для решения поставленной задачи:

- искомых переменных;
- целевой функции;
- правой и левой части неравенств, описывающих ограничения, налагаемые на возможные варианты решения поставленной задачи.

	A	B	C	D	E
1	**План производства**				
2	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Объем производства**	**Объем реализации**
3	**Возможный объем производства**				
4	**Прибыль от реализации единицы продукции**				
5					
6		Прибыль от реализации проекта			
7					
8	**Ограничения**				
9	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Всего затрачено**	**Технологические возможности**
10	**Количество материала**				
11	**Время функционирования оборудования**				

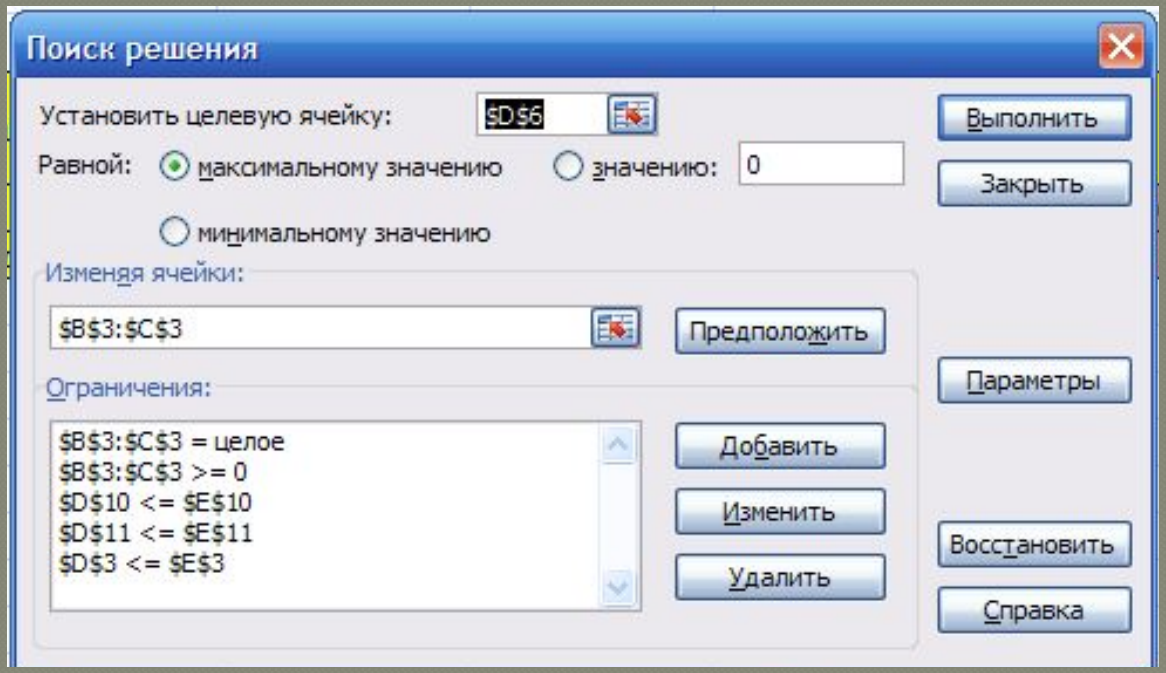
Ввод исходных данных

- Отметим, что целевая функция и левые части неравенств, определяющих возможные варианты решения поставленной задачи, вводятся формулой, в которой роль искомых переменных играют адреса ячеек, зарезервированных для вывода их значений после решения задачи, а роль коэффициентов – адреса ячеек, содержащих соответственные коэффициенты.

	A	B	C	D	E
1	**План производства**				
2	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Объем производства**	**Объем реализации**
3	**Возможный объем производства**			=СУММ(B3:C3)	550
4	**Прибыль от реализации единицы продукции**	3	4		
5					
6		Прибыль от реализации проекта		=СУММПРОИЗВ(B3:C3;B4:C4)	
7					
8	**Ограничения**				
9	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Всего затрачено**	**Технологические возможности**
10	**Количество материала**	2	3	=СУММПРОИЗВ($B$3:$C$3;B10:C10	1200
11	**Время функционирования оборудования**	0,2	0,5	=СУММПРОИЗВ($B$3:$C$3;B11:C11	160

Назначение целевой функции, ввод ограничений и граничных условий

- Данная стадия ввода условия задачи осуществляется в диалоговом окне Поиск решения

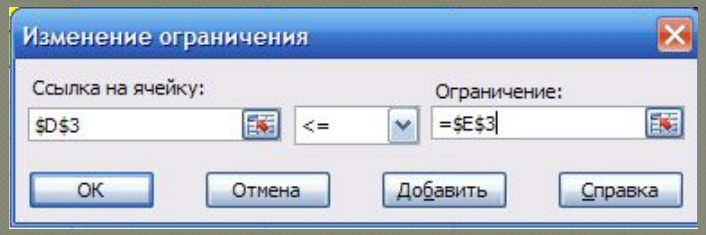


Назначить целевую ячейку

- Для этого в поле «Установить целевую ячейку:» вводится адрес ячейки, содержащей целевую функцию. Затем устанавливается направление последней – значение, к которому она должна стремиться исходя из условий задачи (минимальное, максимальное, конкретное, задаваемое пользователем).
- ***В поле «Изменяя ячейки:»*** ввести адреса ячеек, зарезервированных для искомых переменных.

Ввести ограничения и граничные условия

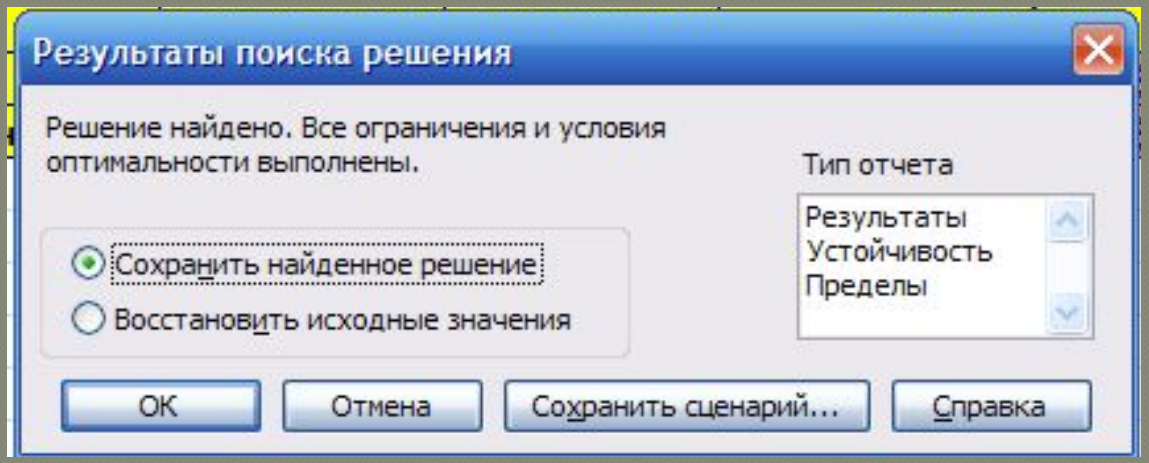
- ***Ввести ограничения и граничные условия***. Для этого в диалоговом окне Поиск решения нажать на кнопку Добавить. В открывшемся диалоговом окне Добавление ограничений:



- в поле ***«Ссылка на ячейку:»*** ввести адрес ячейки листа, содержащей формулу для расчета показателя, используемого в качестве левой части неравенства, из списка знаков неравенств выбрать необходимый знак, в поле ***«Ограничение:»*** указать адрес ячейки, содержащей показатель, используемый в качестве правой части неравенства.

Получение результата

- После нажатия на кнопку Выполнить диалогового окна Поиск решения на экране появляется диалоговое окно Результаты поиска решения.



Решение найдено

	A	B	C	D	E
1	**План производства**				
2	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Объем производства**	**Объем реализации**
3	**Возможный объем производства**	**450**	**100**	**550**	**550**
4	**Прибыль от реализации единицы продукции**	**3**	**4**		
5					
6		Прибыль от реализации проекта		1750	
7					
8	**Ограничения**				
9	**Наименование продукции**	**Полки типа А**	**Полки типа В**	**Всего затрачено**	**Технологические возможности**
10	**Количество материала**	**2**	**3**	**1200**	**1200**
11	**Время функционирования оборудования**	**0,2**	**0,5**	**140**	**160**

Оптимальное решение поставленной задачи

- полок типа А в количестве 450 штук (B3);
- полок типа В – в количестве 100 штук (C3). При этом максимальная прибыль будет составлять 1720 единиц, а ресурсы используются следующим образом:
- потребление материала – 1200 единиц (D10);
- использование оборудования – 140 часов (D11).