



В.Б. Тарасов

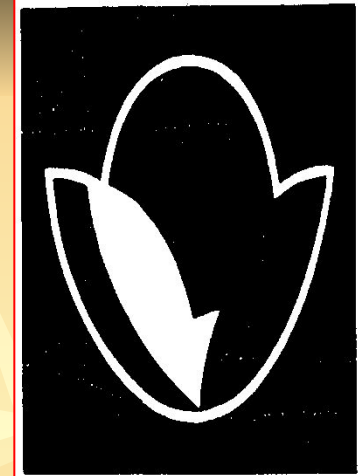
МГТУ им. Н.Э.Баумана,

Кафедра «Компьютерные системы автоматизации производства»

e-mail: tarasov@rk9.bmstu.ru

О ВЗАИМОСВЯЗЯХ МЕЖДУ ОНТОЛОГИЯМИ И ЛОГИКАМИ:

**К СТОЛЕТИЮ НЕКЛАССИЧЕСКИХ
ЛОГИК В РОССИИ**



ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

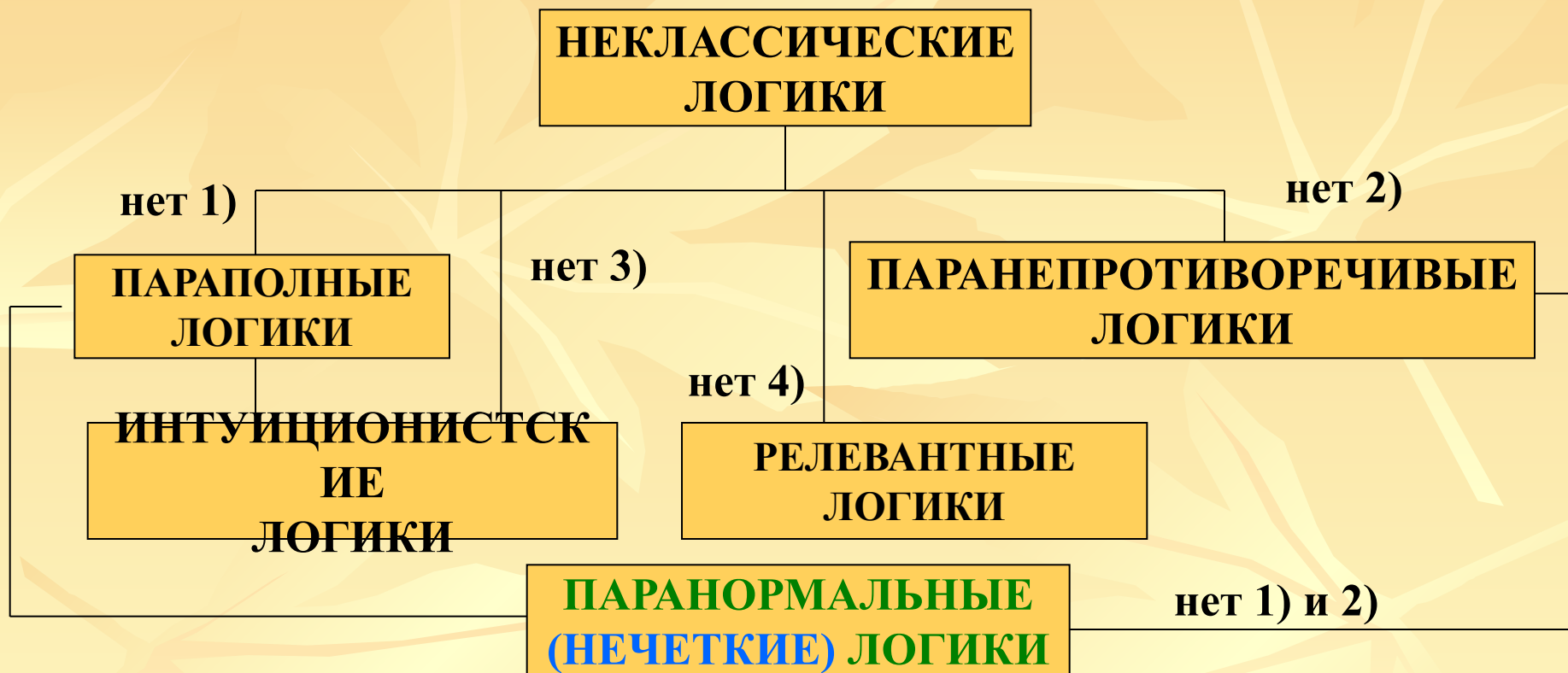
Логические законы (синтаксис)

- 1) закон **полноты (исключенного третьего)**
 $p \vee \neg p$;
- 2) закон **непротиворечия**
 $\neg(p \wedge \neg p)$;
- 3) закон **отрицания отрицания**
(закон инволютивности)
 $\neg(\neg p) = p$;
- 4) закон **материальной импликации**
(из лжи следует все что угодно)

Законы логической семантики

- 1)* принцип **бивалентности**
 $T(p) \vee F(p)$;
- 2)* принцип **однозначности**
 $\neg\{T, F\}$

ВАРИАНТ КЛАССИФИКАЦИИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК



Примеры: Парapolные (частичные) логики – **логика Клини**

Интуиционистские логики - **логика Гейтинга**

Паранепротиворечивые логики – **логика Бочвара, логика аргументации Финна**

Паранормальные логики – **логика Лукасевича**

ОСНОВНЫЕ ТРЕХЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ

Логика Лукасевича

$$LM_{L3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \rightarrow_L\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «возможность», «безразличие»

Логика Клини

$$LM_{K3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \vee, \rightarrow_K\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «неопределенность, «неизвестность»,
«неполнота информации»

Логика Гейтинга

$$LM_{H3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \wedge, \Rightarrow\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «половинчатость» (не истинное и не ложное)

Логика Бочвара

$$LM_{B3} = \langle \{1, 0.5, 0\}, \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow_B\}, \{1\} \rangle$$

0.5 – «бессмыслица», «абсурд»

ИСТОКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК

Многозначные логики (базовые идеи Л.Брауэра, Н.А.Васильева, Ч.Пирса; трехзначные логики Лукасевича, Клини, Гейтинга, Бочвара; n-значные логики Лукасевича, Поста, Геделя)

ИСТОРИЧЕСКИЕ ДАТЫ

Реальная история неаристотелевой логики начинает свой отчет с **18 мая 1910 года**, когда в своей лекции в Казанском университете Н.А.Васильев дал сжатое изложение оригинальной концепции неаристотелевой («воображаемой») логики.

1910 г. Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

13 января 1911 года. Доклад Н.А.Васильева «Неевклидова геометрия и неаристотелева логика» на 150-м заседании Казанского физико-математического общества. Он вызвал большой интерес: на нем присутствовали 20 членов общества и 100 «посторонних лиц» (Известия Казанского физико-математического общества, 1911).

1912 г. Васильев Н.А. Воображаемая (неаристотелева) логика// Журнал министерства народного просвещения. Новая серия. 1912. Август. – С.207-246.
Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

Анализ работ Н.А.Васильева

Бажанов В.А. Н.А.Васильев и его воображаемая логика. – М.: Канон+, 2009.

Мальцев А.И. К истории алгебры в СССР за первые 25 лет// Алгебра и логика. – 1971. – Т.10, №1. – С.103-118.

Смирнов В.А. Логические взгляды Н.А.Васильева// Очерки по истории логики в России. – М.: 1962. – С.242-257.

Смирнов В.А. Логические идеи Н.А.Васильева и современная логика// Васильев Н.А. Воображаемая логика. Избранные труды. – М.: Наука, 1989. – С.229-259.

Предшественники



Николай
Александрович
Васильев
(1880 - 1940)



Ян Лукасевич
(1878 - 1956),

РОЛЬ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В СОВРЕМЕННОЙ ЛОГИКЕ

Н.А.Васильев – основоположник неклассических логик в России, родоначальник паранепротиворечивых, многозначных, многомерных и многоуровневых логик, автор работ по неаристотелевой «Воображаемой логике».

В них он утверждает, что аристотелева логика есть только одна из многих возможных логических систем. Предметом воображаемой логики будет иной логический мир, иные логические операции.

Логика не сводится к одному принципу, одному определению.

По сути Н.А.Васильев разработал **неформальную теорию возможных миров**. Логические теории, которые изучают реальный мир, Н.А.Васильев называет **эмпирическими**. Логические же теории, изучающие возможные миры, называются им **воображаемыми**.

Воображаемая логика вносит в логику **принцип относительности**, основной принцип науки нового времени.

Воображаемая логика – это логика, свободная от закона непротиворечия. Ведь закон логики, который фиксирует несовместимость утверждения и отрицания – закон **непротиворечия** – неявно подразумевается в специфике нашего отрицания, в его определении.

Таким образом, исходный пункт создания воображаемой логики – это введение новых видов отрицания, обобщение понятия отрицательного суждения.

ОСНОВНЫЕ ТЕЗИСЫ Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Эмансипация логики от влияния Аристотеля началась только в XIX-м веке.

Важнейшими этапами этого движения являлись:

- 1) метафизическая логика Гегеля;
- 2) открытие законов научной индукции и критика учения о силлогизме (Дж.С.Милль);
- 3) создание математической логики (Буль, Пеано, Фреге, Рассел).

1. Ответ Н.А.Васильева на основной вопрос логики (является ли классическая логика универсальной?)

Классическая логика является неединственной и неуниверсальной, подобно тому, как неединственной оказалась эвклидова геометрия.

Принцип логического плюрализма, идея множественности и релятивизма логических систем.

2. Логика – эмпирическая наука. Логика зависит от свойств окружающей реальности или наших ощущений (**«логический психологизм» Н.А.Васильева**, возврат к идеям Дж.С.Милля о том, что законы логики являются обобщением опыта).

3. Новый логический закон. Вследствие существования трех видов (форм) суждения в неаристотелевой логике действует **закон исключенного четвертого**.

Каждый предикат либо **необходим**, либо **возможен**, либо **невозможен**.

4. Воображаемая логика позволяет нам глубже проникнуть в природу нашей логики, разделить в ней эмпирические и неэмпирические элементы. Все внеэмпирические элементы и отношения в логике составляют **металогiku**. **Металогика** есть учение о мышлении, не связанное с опытом.

- Внутренняя логика – логика событий vs Внешняя логика – логика утверждений

ЛОГИЧЕСКИЙ ПЛЮРАЛИЗМ

ОСНОВОПОЛОЖНИКИ:

Н.А.ВАСИЛЬЕВ, Я.ЛУКАСЕВИЧ

**ИСТОКИ: АНАЛОГИЯ С ПОЯВЛЕНИЕМ
НЕЭВКЛИДОВЫХ ГЕОМЕТРИЙ**

ОСНОВНОЙ ТЕЗИС:

**ПРИКЛАДНАЯ ЛОГИКА НОСИТ ЭМПИРИЧЕСКИЙ
ХАРАКТЕР , БУДУЧИ СИЛЬНО ЗАВИСИМОЙ ОТ
МНОЖЕСТВА ОНТОЛОГИЧЕСКИХ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИХ
ФАКТОРОВ.**

**ОТСЮДА СЛЕДУЕТ ЗАКЛЮЧЕНИЕ О НЕОБХОДИМОСТИ
СОСУЩЕСТВОВАНИЯ МНОЖЕСТВА РАЗЛИЧНЫХ ЛОГИК
(И СЕМАНТИК)**

ОСНОВНЫЕ ПАРАДИГМЫ (ЭТАПЫ) РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Финн В.К. Философские проблемы логики интеллектуальных систем// Новости искусственного интеллекта. – 1999. – №1. – С.36-51.

1. ПСИХОЛОГИЗМ (Аристотель и логики аристотелевской традиции)

Логика – раздел психологии; объекты логической науки – это формы мышления и виды рассуждений

2. ЛОГИЦИЗМ (АНТИПСИХОЛОГИЗМ) (Д.Буль, Г.Фреге, Б.Рассел, Р.Карнап.

Предмет логики – логические исчисления. Для логицизма исчисления первичны, а рассуждения – вторичны. Более того, математика является отраслью логики

3. НЕОЛОГИЦИЗМ (философия и логика обоснованного знания) (А.С.Есенин –Вольпин)

3*. НЕОПСИХОЛОГИЗМ (Дж.С. Милль, Н.А.Васильев и др.). Плюрализм логик. Логика становится эмпирической наукой.

4. Синтез логицизма и психологизма в русле логик интеллектуальных систем. Зависимость логики от онтологии.

СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

Н.А.Васильев неоднократно подчеркивал, что существуют внутренние аналогии между геометрией Н.И.Лобачевского и воображаемой логикой.

Подобно тому, как исходным пунктом геометрии Лобачевского являлся отказ от знаменитого пятого постулата Эвклида о параллельных прямых, и он построил геометрию, свободную от этого постулата, так и отправной точкой логики Н.А.Васильева является отказ от одного из важнейших законов аристотелевой логики – закона непротиворечия – и построении логики, свободной от этого закона.

Следует отметить, что почти полвека спустя после создания геометрии Лобачевского была найдена ее интерпретация на поверхностях с постоянной отрицательной кривизной – так называемых псевдосферах.

Аналогично, реализация логики Н.А.Васильева требует развития концепции логического пространства.

СВЯЗЬ МНОГОЗНАЧНОЙ ЛОГИКИ С НЕЭВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ (продолжение)

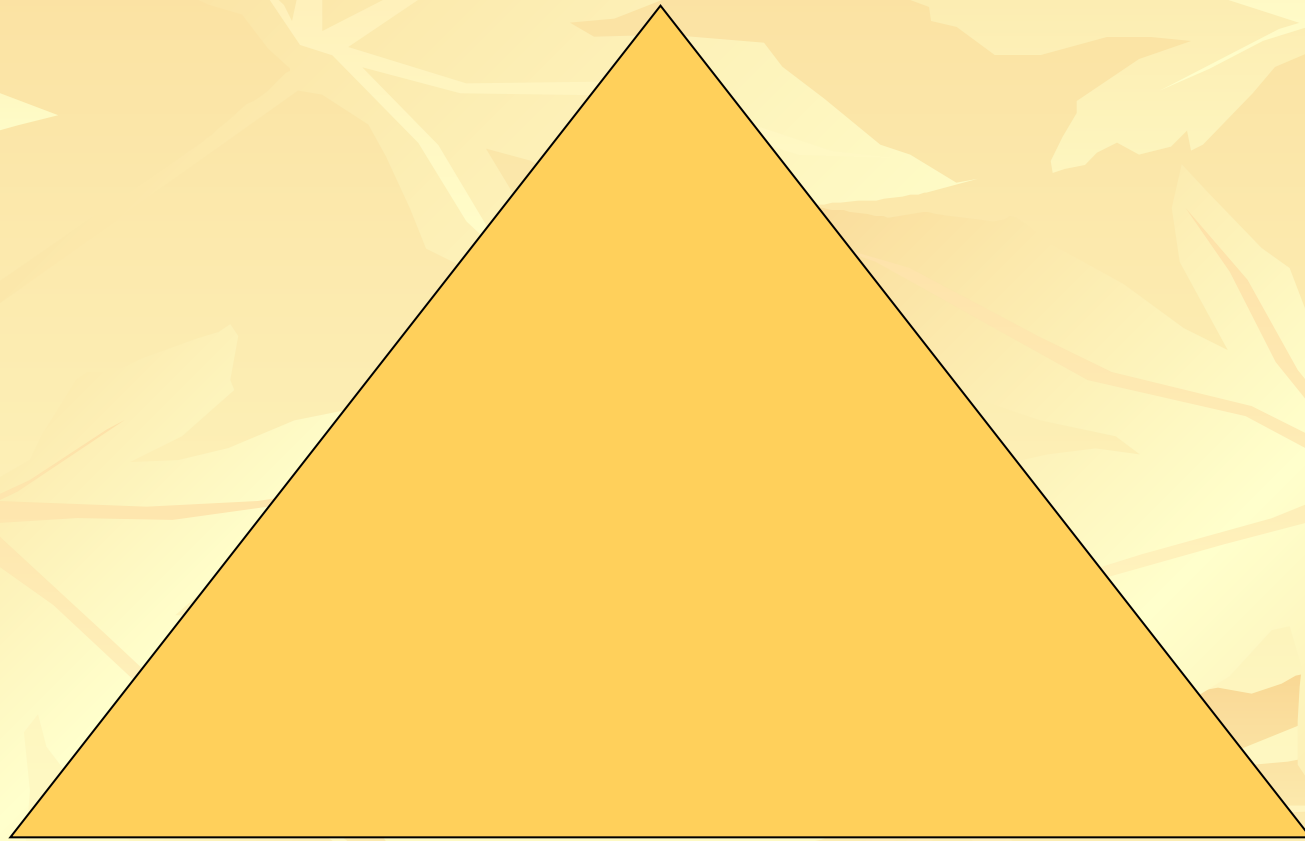
В знаменитой статье «О детерминизме» Я.Лукасевич утверждал: «Кроме истинных и ложных высказываний существуют возможные высказывания.

Этим высказываниям соответствуют другие логические значения, кроме t и f , по крайней мере, одно третье логическое значение.

Трехзначная система логики отличается от обычной двузначной логики в не меньшей степени, нежели системы неэвклидовой геометрии отличаются от эвклидовой геометрии».

ЛОГИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНИК Н.А. ВАСИЛЬЕВА

X есть и не есть A одновременно



X есть A

X не есть A

ИСЧИСЛЕНИЕ ИМЕН Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого// Ученые записки императорского Казанского университета. – 2010. Октябрь. – С.1- 47.

Эту работу Н.А.Васильев начинает с утверждения о том, что уже в логике XIX-го века замечается глухая оппозиция против традиционного деления суждений на общие, частные и единичные – деления освященного авторитетом И.Канта. По мнению, Н.А.Васильева, камень преткновения лежит в истолковании частных суждений.

Частные утвердительные суждения $A \text{ } i \text{ } B$ («некоторые A есть B ») и частные отрицательные суждения $A \text{ } o \text{ } B$ («некоторые A не есть B »).

Эти суждения являются неоднозначными, поскольку кванторы i и o можно понимать по-разному. Например, i можно трактовать как: 1) «некоторые, а может быть и все»; 2) «некоторые, но не все, только некоторые». Иными словами, частное суждение принимает вид гипотезы.

Н.А.Васильев предлагает в этой ситуации отказаться от частных суждений и перейти к индифферентным (конъюнктивным), проблематичным (дизъюнктивным) или акцидентальным суждениям:

Индифферентное суждение $(A \text{ } a \text{ } B) \wedge (A \text{ } e \text{ } B)$

Дизъюнктивное суждение $(A \text{ } a \text{ } B) \vee (A \text{ } e \text{ } B)$ («все A есть B или не есть B »)

Акцидентальное суждение $A \text{ } m \text{ } B$ («все A могут быть B »)

Нет частных суждений. Все суждения относительно понятия суть общие суждения.

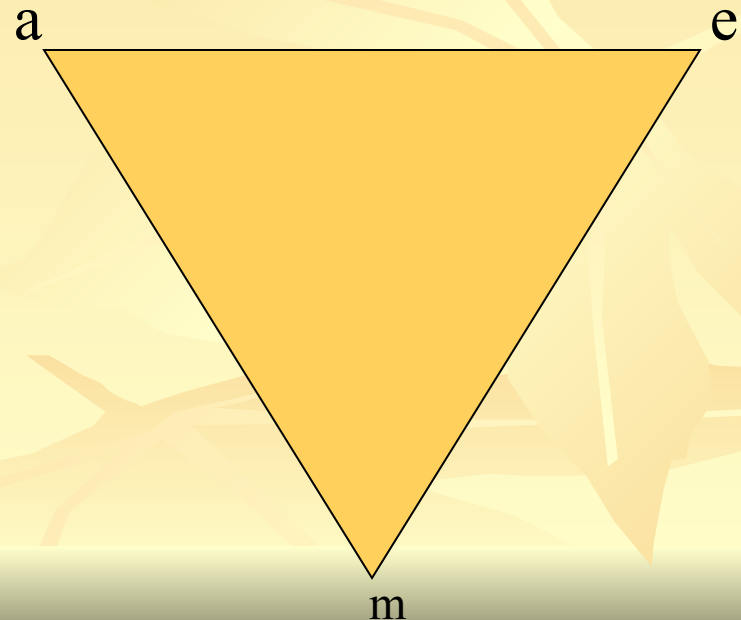
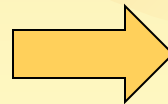
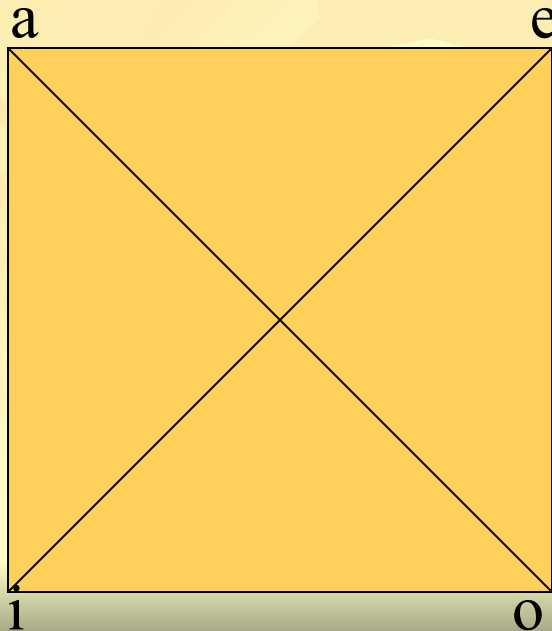
Закон исключенного четвертого: Истинно или $A \text{ } a \text{ } B$, или $A \text{ } e \text{ } B$, или $A \text{ } m \text{ } B$.

В элементарном исчислении имен Н.А.Васильева имеется только один сорт синтаксических категорий имен A, B, C, D и три логические константы в виде двухаргументных функторов a, e и m .

ОТ ЛОГИЧЕСКОГО КВАДРАТА К ЛОГИЧЕСКОМУ ТРЕУГОЛЬНИКУ Н. А.ВАСИЛЬЕВА

С помощью диаграммы типа «логический квадрат» иллюстрируют:

- 1) **противоречия, контрдикторные суждения** a и o , e и i (диагонали квадрата), которые не могут быть одновременно истинными и ложными;
- 2) **противоположные, контрарные суждения** a и e , i и o (горизонталы), которые не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.



В треугольнике Н.А.Васильева все пары суждений-противоположностей a и e , a и m , e и m подчинены одному-единственному правилу: они не могут быть одновременно истинными, но могут быть одновременно ложными.

Между суждениями i и o нет противоположности: они слиты в едином суждении m .

ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

«Одни логические принципы неизменны, неустранимы и абсолютны (формальные, рациональные принципы логики), другие же, например, закон непротиворечия и закон исключенного третьего, относительноны, устранимы из логики, материальны и эмпиричны. Отсюда вытекает, что наша логика отличается двойственным характером, что она полуэмпирична, полурациональна, и поэтому ей может быть противопоставлена чисто формальная и чисто рациональная дисциплина, **обобщенная логика**, которую мы предложили бы назвать **металогикой...**».

Изменяя онтологию, комбинируя различные свойства реальности, можно получить различные воображаемые логики. Этот метод в логике аналогичен сравнительному и экспериментальному методам в естествознании.

ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА Н.А.ВАСИЛЬЕВА (продолжение)

Н.А.Васильев ввел понятие исходной двухуровневой логической структуры: **логика и металогика** (или **внутренняя логика** – логика событий и **внешняя логика** – логика утверждений).

Н.А.Васильев различал два уровня логического знания:

- 1) уровень, определяемый бытием, онтологией;
- 2) уровень, определяемый особенностями мышления – концептуальный.

Нижний, онтологический уровень составляет логика событий, а верхний уровень – логика истинности.

МЕТАЛОГИКА
(ВНЕШНЯЯ ЛОГИКА
ИЛИ ЛОГИКА
УТВЕРЖДЕНИЙ)

Основным законом металогики Н.А.Васильев считает закон абсолютного различения истины и лжи: одно и то же суждение не может быть одновременно истинным и ложным.

Впоследствии он стал утверждать, что металогика должна строиться только на одних утвердительных высказываниях.

**ЭМПИРИЧЕСКАЯ
ЛОГИКА**
(ВНУТРЕННЯЯ
ЛОГИКА
ИЛИ ЛОГИКА
СОБЫТИЙ)

В качестве примеров законов эмпирической логики Н.А.Васильев приводит законы непротиворечия и исключенного третьего

Васильев Н.А. Логика и металогика. – Логос. – 1912-1913. Кн.1/2. – С.53-81.

ДВУХУРОВНЕВАЯ ЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА (окончание)

Основная идея двухуровневой логики заключается в разграничении *эмпирических* и *абстрактных* логических законов.

На эмпирическом уровне любая логическая конструкция зависит от онтологических допущений о мире.

Напротив, на уровне металогики (классической двузначной логики) происходит отвлечение от всякого содержания.

Поэтому она и является универсальной.

По сути, металогика выступает как логика без отрицательных суждений (поскольку в классической логике отрицательные суждения не атомарны, а являются результатом вывода).

С двухуровневой логической системой также связана идея разделения логических операций на внутренние и внешние. Эта идея оказалась весьма плодотворной; особенно тщательно она проработана у Д.А.Бочвара, построившего первую трехзначную логику бессмыслицы для разрешения логических парадоксов.

РАЗВИТИЕ НЕТРАДИЦИОННЫХ ЛОГИК И ИХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СССР

А.Н.Колмогоров (1925 и 1932 г.). Интуиционистские логики

И.Е.Орлов (1928 г.). Импликации. Релевантные логики

Д.А.Бочвар (1938 г.). Трехзначная логика бессмыслицы.

А.А.Зиновьев (1963 г.). Комплексная логика.

В.К.Финн (1974 г.). Аксиоматизация трехзначных исчислений высказываний и их алгебр

В.Н. Гришин (1974 г.). Об одной нестандартной логике и ее применении в теории множеств

Д.А.Поспелов (1975 г.). Псевдофизические логики.

В.А.Смирнов (1989 г.). Комбинированные логики. Многомерные ЛОГИКИ.

А.С.Карпенко

РАБОТЫ А.Н.КОЛМОГОРОВА ПО ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ (КОНСТРУКТИВНОЙ) ЛОГИКЕ

Уже в 1925 г. А.Н.Колмогоров обращал внимание на относительность закона исключенного третьего, а в 1932 г. в работе «К толкованию интуиционистской логики» он предложил новую интерпретацию интуиционистского исчисления предикатов А.Гейтинга в виде «исчисления проблем».

Колмогоров А.Н. О принципе *tertium non datur*// Математический сборник. – 1925. – Т.32, №4. – С.646-667.

Kolmogoroff A.N. Zur Deutung der Intuitionistischen Logic//
Mathematische Zeitschrift. – 1932. – Vol.35. – S.58-65.

Д.А.БОЧВАР: ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ КОНЦЕПЦИИ

1. Построение **трехзначной логики парадоксов** (работы по формализации парадокса лжеца и других семантических парадоксов средствами специальной трехзначной логики)
2. Идея различения **внутренних и внешних логических связей**, а следовательно, построения двух уровней языка – внутреннего языка, в котором выражаются некоторые факты, но нет доказательств, и внешнего языка, в котором доказываются утверждения, в том числе, о формулах внутреннего языка (парадоксальная формула принадлежит внутреннему языку, а утверждение ее бессмысленности – внешнему).
3. Рассмотрение многозначных логик как фрагментов формализованной семантики (**Принцип: сначала семантика, а затем – формальная логическая конструкция**). Это означает интерпретируемость истинностных значений в содержательных терминах (например, порождение истинностных значений высказываний посредством правил правдоподобного вывода). Оно опирается на тезис Д.А.Бочвара об **адекватности многозначных логик базам данных с неполной информацией**.

Бочвар
Дмитрий
Анатольевич
(1903-1990)



Д.А. БОЧВАР – РОДОНАЧАЛЬНИК ГЕОМЕТРИКО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА В НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКЕ

Бочвар Д.А. К общей теории логических матриц с континуумом валентностей//
Исследования по теории множеств и неклассическим логикам. – М.: Наука, 1976. – С.198-220.

В 1976 г. за несколько лет по появления первых работ по формированию и использованию треугольных норм и конорм в нечеткой логике (в том числе, параметрических функций, таких как семейства норм Гамахера, Сугено, Франка и др.) и более чем за 20 лет до выхода в свет работ П.Хаека по представлению нечетких логик как континуальных логик, порожденных с помощью непрерывных треугольных норм Д.А.Бочвар предложил набросок **общей теории логических матриц с континуумом валентностей** (т.е. по сути, вариант теории параметризованных нечетких логик), в русле которой в бесконечнозначную логику были впервые введены **нелинейные функции отрицания и импликации**.

В результате были построены семейства гиперболических, параболических, эллиптических логик: гиперболические логики как расширения бесконечнозначных логик Лукасевича и Геделя.

Впоследствии Григолия Р.Ш. и Финн В.К. ввели аппарат B_n -алгебр (квазиалгебр), которые соответствуют n -значной логике Бочвара.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ БЕСКОНЕЧНОЗНАЧНЫЕ ЛОГИКИ:

Различные геометрические интерпретации бесконечнозначных семантик

А. Гиперболические логики задаются логическими матрицами, для которых операции отрицания $n_H(x)$ и импликации $I_H(x,y)$ представляют собой уравнения гипербол или поверхностей гиперболического типа соответственно

$$LM_{HL} = \langle [0,1], \{1\}, n_H, I_H \rangle,$$

1. Обобщение логики Лукасевича

1. Семейство параметрических отрицаний $n_H(x) = k(1-x)/(1+x)$

2. Семейство импликаций $I_H(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq y \\ k[(1-(x-y)/k+(x-y))], & \text{если } x > y \end{cases}$

При $k \rightarrow \infty$ $n_H(x) \rightarrow 1-x$ (линейное отрицание Лукасевича)

$I_H(x,y) \rightarrow \min\{1, 1-x+y\}$ (импликация Лукасевича)

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: КОМБИНИРОВАННЫЕ ЛОГИКИ

На основе идей Н.А.Васильева у В.А.Смирнова возникла концепция **комбинированных логик**, где вводятся эмпирическая логика (операции над событиями), а на абстрактном уровне фигурирует классическая логика.

С точки зрения В.А.Смирнова возможен двойкий подход к неклассическим логикам.

Либо абстрактная часть логики (логика истинности) не изменяется, а внутренняя онтологическая часть может быть отлична от классической (например, за счет изменения онтологических предпосылок)

Либо, напротив, онтологическая часть остается прежней, а меняется абстрактная логика (пересматриваются гносеологические предпосылки).

Возможна комбинация этих двух подходов, когда неклассичность появляется за счет пересмотра как онтологических, так и гносеологических предпосылок.

Смирнов В.А. Утверждение и предикация. Комбинированные исчисления высказываний и событий// Синтаксические и семантические исследования неэкстенциональных логик. – М.: Наука,1989. – С.27-35.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЛОГИКА

Logica Universalis: Towards a General Theory of Logic. **J. Beziau**, University of Neuchatel, Switzerland (Ed.) Birkhauser Verlag, 2008.

Универсальная логика – это не новая логика, а скорее попытка построить **общую теорию логик**, рассматриваемых как математические (в частности, алгебраические, геометрические, топологические) **структуры**.

Причина возникновения: реакция на логический плюрализм, появление сотен новых логик в последнее время, что влечет за собой потребность их систематизации и упорядочения.

Главный инициатор **Ж.-И. Безье** (универсальная логика играет роль, аналогичную роли универсальной алгебры при изучении различных алгебраических структур)

Прародители: **А.Тарский, А.Линденбаум, С.Яськовский**

Примеры основных понятий универсальной логики: **логическая система, логическая операция, логическое следование, логическая матрица, многозначные логики**

Логической матрицей называется тройка $LM = \langle V, \Omega, D \rangle$, где V есть непустое множество значений истинности; Ω – множество операций над значениями истинности v из V ; $D \subset V$ – множество выделенных значений истинности.

Замечание. Логическая матрица LM может быть представлена парой $LM = \langle UA, D \rangle$, где UA – универсальная алгебра с сигнатурой $\omega_1, \dots, \omega_n$.

Под логикой (по Р.Вуйцицкому) понимается пара $\Lambda = \langle X, Cn \rangle$, где X – множество логических формул, а Cn – оператор присоединения следствий, который удовлетворяет условиям: монотонности, рефлексивности, идемпотентности, структурности.

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.А.ВАСИЛЬЕВА В.А. СМИРНОВЫМ: МНОГОМЕРНЫЕ ЛОГИКИ

Главная идея многомерных логик состоит в том, что опыт дает нам атомарные утверждения многих типов, и отсюда мы приходим к понятию многомерных миров. Эта идея лежит в основе логической семантики возможных миров или точек соотнесения. В N -мерной логике действует закон исключенного $(N+1)$ -го.

Двумерный случай В.А.Смирнов рассматривает на примере дважды алгебр Брауэра.
Смирнов В.А. Дважды алгебры и симметрические логики// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.46-54.

Первоначально В.А.Смирнов предложил аксиоматику N -мерных логик в форме силлогистики. Позднее им было предложено построение логики N измерений в виде алгебры классов.

Смирнов В.А. Аксиоматизация логических систем Н.А.Васильева// Современная логика и методология науки. – М.: Наука, 1987. – С.143-151.

Смирнов В.А. Многомерные логики// Логические исследования. Вып.2.– М.: Наука, 1993.– С.259-278.

Другие примеры. У А.Н.Прайора в каждом возможном мире имеет место трехзначная логика Лукасевича.

ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ Д. А.ПОСПЕЛОВА

Псевдофизическая логика (ПФЛ) – это логика, отражающая восприятие субъектом или искусственной системой закономерностей внешней физической среды. Особенностью ПФЛ является наличие **нечетких шкал**, на которые проецируются объекты. Примерами ПФЛ являются **временные логики, пространственные логики, логики действий** и т.п.

[Толковый словарь по ИИ, 1992, с.45-46]

Псевдофизические логики – класс логических систем, имеющих следующие особенности:

1. В качестве пропозициональных переменных используются лингвистические переменные (ЛП) Л.Заде, имеющие в качестве значений либо слова естественного языка, либо нечеткие множества, соответствующие этим словам, а также числовые (базовые) переменные.

Например, в **частотной логике** И.В.Ежковой и Д.А.Поспелова (1977) в качестве ЛП берется «Частота события» с множеством значений {никогда, чрезвычайно редко, редко, ни часто, ни редко, часто, очень часто, почти всегда, всегда}, а в качестве числовой переменной {0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1}.

2. На множестве значений для всех переменных имеются **порядковые шкалы** с отношением строгого порядка. Точнее для ЛП существуют порядковые шкалы, а для числовых переменных – метрические шкалы.

3. Выводы, используемые в псевдофизических логиках, учитывают порядковые и метрические шкалы, а также расположение событий на них.

Первые работы по ПФЛ появились в 1975 г.

[Представление знаний в человеко-машинных и робототехнических системах, т.А, 1984, с.48-50]

ПСЕВДОФИЗИЧЕСКИЕ ЛОГИКИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

По аналогии с современной психофизической схемой и в отличие от классической аристотелевской логики **псевдофизические логики** описывают не идеальный платоновский мир, а **восприятие реального физического мира конкретным субъектом (агентом)**.

Псевдофизическая логическая система представляет собой семейство взаимосвязанных логических подсистем, которые можно отнести к двум основным уровням.

На первом уровне находятся **пространственная, временная, каузальная логика**, а также **логика действий**.

На втором, более высоком уровне находятся **логика оценок, логика мнений, логика норм** и пр.

Следует отметить, что логики первого уровня непосредственно связаны с взаимодействием агентов (например, роботов) с внешней средой.

Псевдофизические логики опираются на специальные **шкалы**: как порядковые, так и метрические. Взаимосвязь между шкалами задается с помощью **нечеткого отношения моделирования (А.Н.Аверкин)**

Суть псевдофизических логик составляет работа с событиями (т.е. с формулами, соотнесенными с отметками на шкалах).

Взаимное положение событий на множестве шкал, возможные перемещения по шкалам и связь этих перемещений с изменениями на других шкалах позволяют описать те процессы вывода, которые характерны для псевдофизических систем.

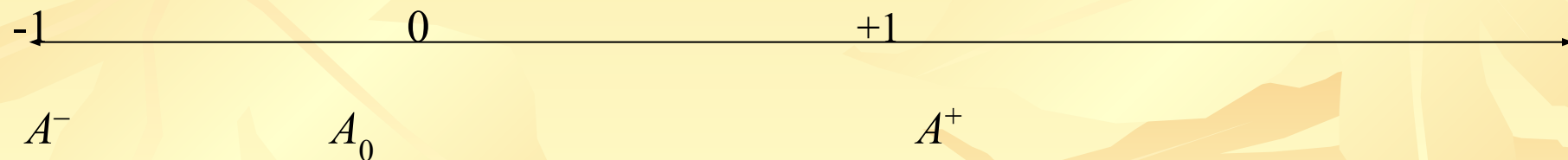
ПСИХО-ЛОГИКА: ПОЛЯРНЫЕ ШКАЛЫ

СИСТЕМА ОППОЗИЦИОННЫХ ШКАЛ – ОБЪЕКТИВНАЯ ОСНОВА
ПОСТРОЕНИЯ ОБРАЗА МИРА (ПО А.Н.Леонтьеву)

ОЦЕНИВАНИЕ НА ПОЛЯРНЫХ ШКАЛАХ – ВАЖНЕЙШИЙ СПОСОБ
ФОРМИРОВАНИЯ ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ ЗНАНИЙ

В мышлении человека **порядок** создается из **хаоса** путем формирования системы **оппозиционных (полярных) шкал** и различения некоторых объектов с помощью **набора оценок** на этих шкалах.

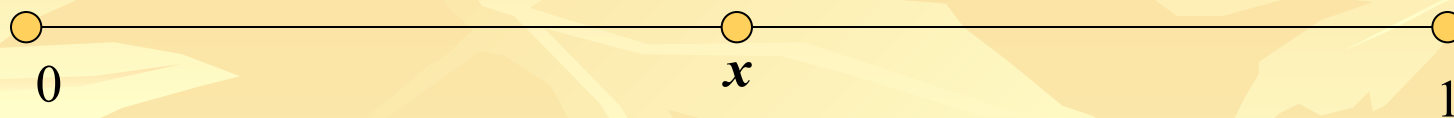
У оппозиционной шкалы всегда есть **два конца (полюса)** и **середина (нейтральная точка)**, которая делит всю шкалу на две части – **положительную** и **отрицательную**



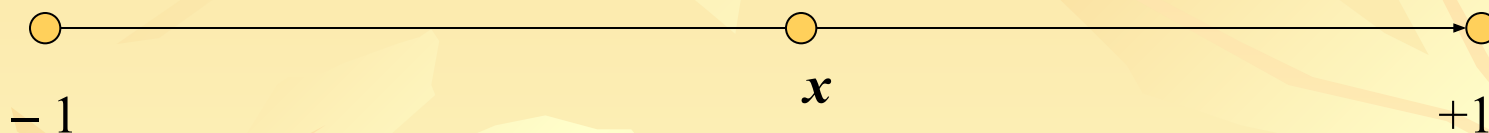
В середине шкалы происходит переключение с одного типа оценок на другой.

НЕКОТОРЫЕ ИНТЕРЕСНЫЕ ПРОСТРАНСТВА E , СВЯЗАННЫЕ С ОППОЗИЦИОННЫМИ ШКАЛАМИ И МНОГОЗНАЧНЫМИ ЛОГИКАМИ

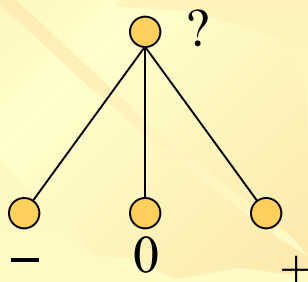
Пространство Лукасевича (Заде)



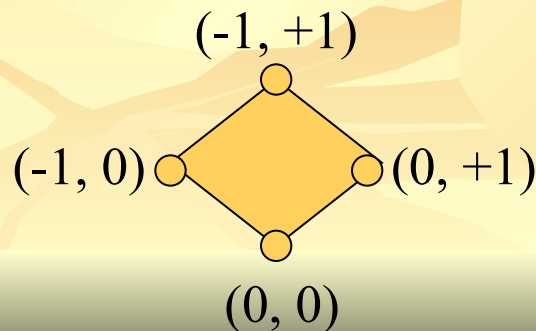
Пространство Чэна



Пространство Де Клира



Каноническое биполярное пространство



«СЕРЫЕ» И «ЧЕРНО-БЕЛЫЕ» ШКАЛЫ ПО Д.А.ПОСПЕЛОВУ

Д.А.Поспелов (1994) предложил две интерпретации нейтральной точки биполярной шкалы:

- 1) точка перехода от положительного свойства к отрицательному и наоборот (точка наибольшего противоречия, семантической амбивалентности);
- 2) точка разрыва (точка полной неопределенности, семантического провала оценки, перескока на другие шкалы)

АКСИОМАТИКА [Тарасов, 2001]

«СЕРЫЕ» ШКАЛЫ

- а) $A^+ \uparrow \Rightarrow A^- \downarrow$ (взаимная компенсация между оценками A^+ и A^-)
- б) $A^- = n(A^+)$ (положительная и отрицательная оценки связаны между собой отрицанием)
- в) A^0 есть $(A^+ = A^-)$ (в нейтральной точке обе оценки присутствуют в равной степени)

«ЧЕРНО-БЕЛЫЕ» ШКАЛЫ»

- а*) $A^+ \uparrow \Rightarrow A^- ?$
- б*) $A^- \neq n(A^+)$
- в*) A^0 есть $\lceil (A^+ \vee A^-)$
(нейтральная точка отсутствует:
ни то, ни се)

ОБОБЩЕННЫЕ ШКАЛЫ

Понятие **неклассической (обобщенной)** шкалы ввел Д.А.Поспелов (1994-1997).

В отличие от обычных шкал, где каждой точке соответствует один-единственный объект, **на обобщенных шкалах любой точке может с разными степенями соответствовать множество объектов.**

Кроме того, здесь можно выделить различные отношения порядка: 1) порядок по силе (положительных или отрицательных) оценок; 2) порядок по степени определенности оценок; 3) порядок по степени противоречивости оценок.

Параллели между неклассическими логическими семантиками и обобщенными шкалами

Семантика Белнапа:

- 1) Принцип бивалентности;
- 2) Принцип однозначности.

Обобщенные шкалы:

отбрасываются

- 1*) Принцип принадлежности;
- 2*) Принцип различимости.

ПЕРЕХОД ОТ ОППОЗИЦИОННОЙ К КОЛЬЦЕВОЙ ШКАЛЕ

Противодействие

Безразличие

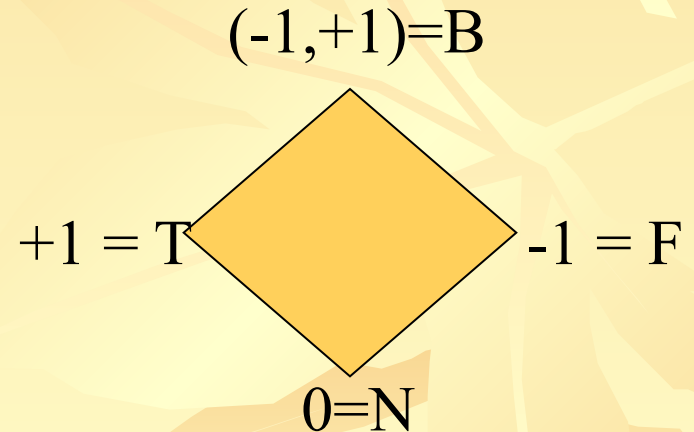
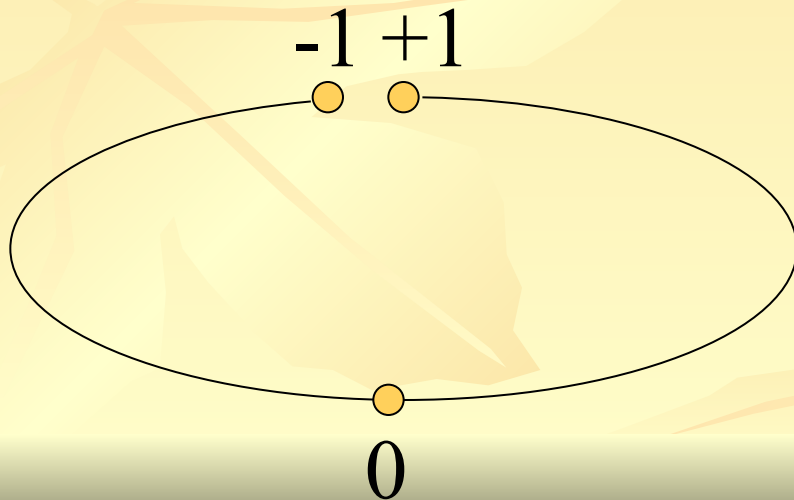
Содействие



Деформированная
оппозиционная) шкала

Новая интерпретация
решетки Скотта

**Переходы от противодействия
к содействию агентов и наоборот**



НЕСТАНДАРТНЫЕ МНОЖЕСТВА

Нестандартные множества с областью недоопределенности или
переопределенности

$$X = \langle X^+, X^-, X^0 \rangle, \text{ где } X^+ = \{x \mid x \in X\}, X^- = \{x \mid x \notin X\}, X^0 = \{x \mid x ? X\}$$

$$f(X) \in \{+1, 0,5, 0\}$$



НЕКОТОРЫЕ ВИДЫ НЕСТАНДАРТНЫХ МНОЖЕСТВ

1. **Переопределенное множество** – это множество с избыточной и противоречивой информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{sd} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, & \text{если } x \in A; \\ 0.5, & \text{если } x(\in \wedge \notin)A; \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

2. **Недоопределенное множество** – это множество с неполной информацией относительно принадлежности его элементов

$$A_{ud} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} +1, & \text{если } x \in A; \\ 0.5, & \text{если } x(\lrcorner \in \wedge \lrcorner \notin)A; \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО

Павляк З. Приближенные множества – основные понятия// Логические исследования. Вып.1. – М.: Наука, 1993. – С.6-19.

Пусть X – множество, а $R \subseteq X \times X$ – отношение неразличимости (эквивалентности).

Тогда пара $\wp = (X, R)$ образует пространство приближений.

Классы эквивалентности по отношению R называются элементарными множествами в пространстве приближений \wp , а любая совокупность элементарных множеств образует составное множество в \wp .

Произвольное подмножество $A \subseteq X$ можно точно определить на основе имеющейся информации, т.е. классов эквивалентности.

Вместо этого каждое множество заменяется двумя множествами, которые называются нижним приближением $\underline{R}X = \{x \mid |x|_R \subseteq X\}$

(наибольшее составное множество, содержащееся в X)

и верхним приближением $\overline{R}X = \{x \mid |x|_R \cap X\}$ (наименьшее составное множество, содержащее X) соответственно.

ПРИБЛИЖЕННОЕ МНОЖЕСТВО (продолжение)

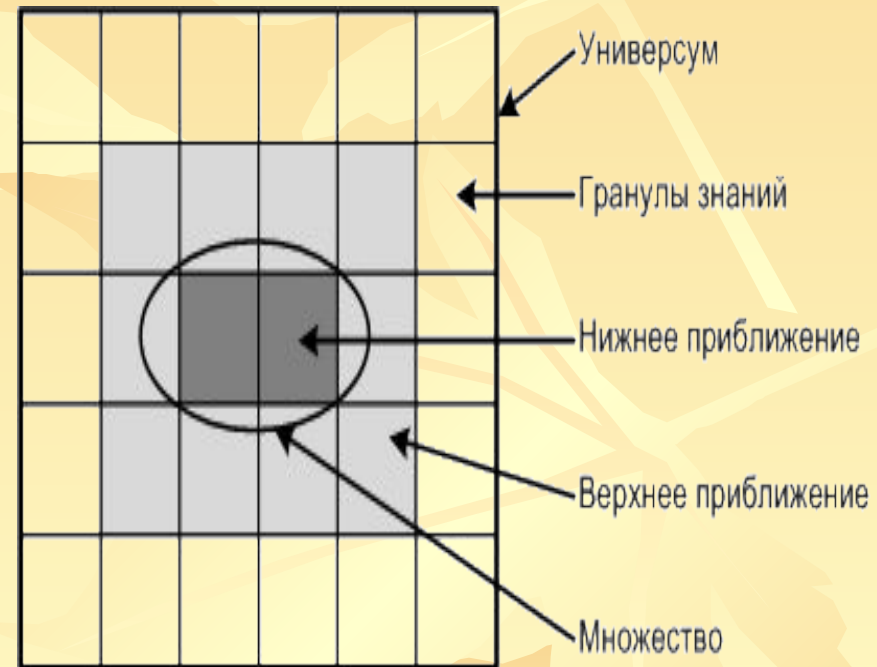
Приближенное множество расположено между этими двумя приближениями

$$\underline{R}X \subseteq X \subseteq \overline{R}X$$

Для каждой пары приближений различаются три различных области:

- 1) $POS_R(X) = \underline{R}X$ (R – положительная область X , в которой все объекты определенно принадлежат множеству X);
- 2) $NEG_R(X) = U \setminus X$ (R – отрицательная область X , в которой все объекты определенно принадлежат дополнению X' к множеству X);
- 3) $BNDR(X) = X \setminus \underline{R}X$ (R -пограничная область X , где содержатся все объекты, которые не могут быть с определенностью отнесены ни к X , ни к его дополнению X').

В приближенных множествах пограничная область позволяет моделировать неточность, а повышение точности означает уменьшение пограничной области



РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ОНТОЛОГИЙ.

Общее понятие онтологии

Значительный вклад в теорию и проектирование онтологий внесли Т.Груббер, Н.Гуарино, Р.Мизогучи, Р.Студер, Т.А.Гаврилова, А.С.Клещев, А.В.Смирнов, С.В.Смирнов и др.

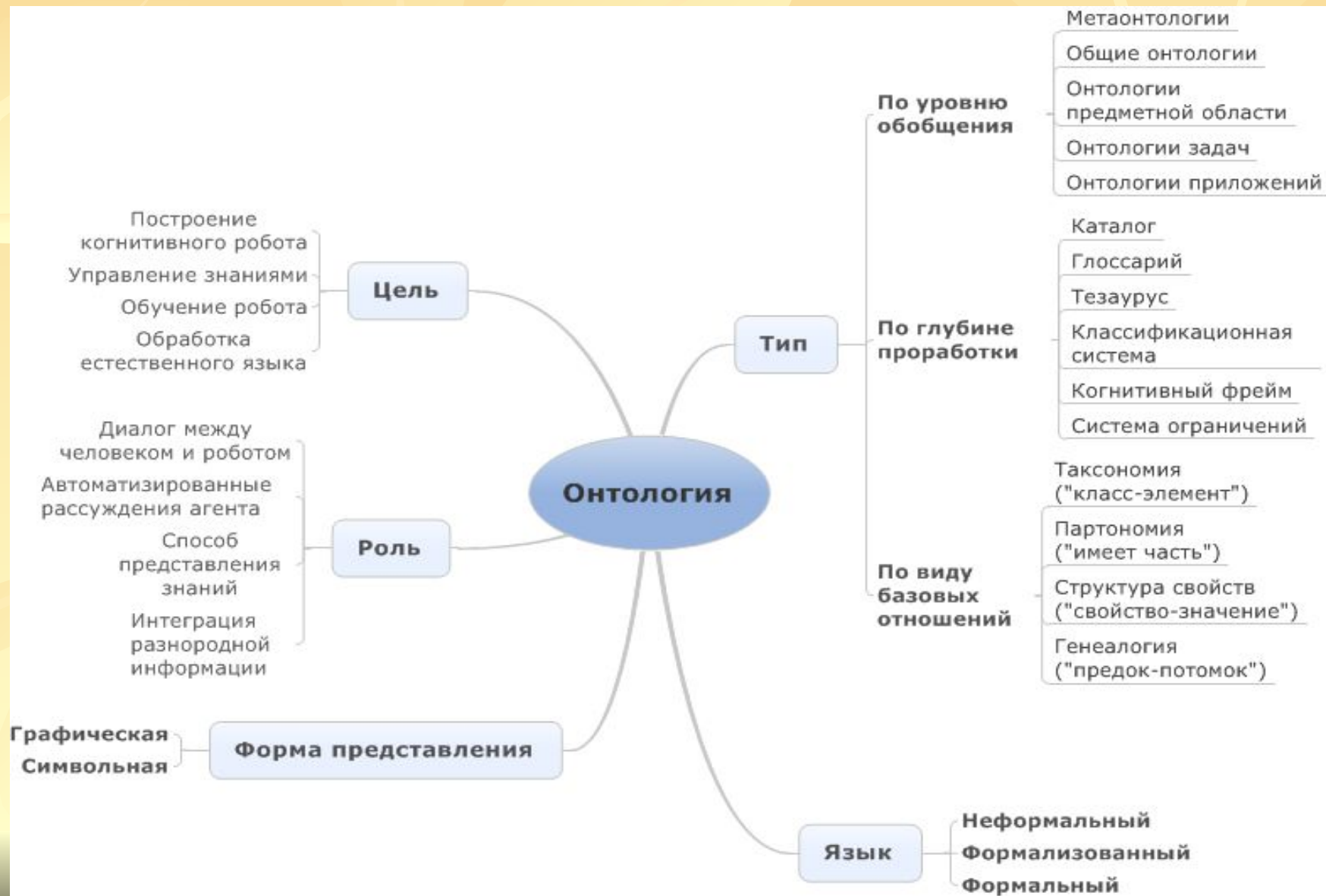
Онтология – это явное и формализованное определение структуры некоторой проблемной области (темы).

Подобное описание всегда опирается на концептуализацию этой области, которая обычно задается в виде системы исходных объектов (понятий), отношений между ними и положений (аксиом).

Поэтому онтологию часто понимают как «спецификацию разделяемой разными людьми концептуализации» или, иначе, отождествляют с набором сосуществующих концептуальных моделей предметной области.

По сути, онтологии отражают соглашения о единых способах построения и использования концептуализации.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОНТОЛОГИИ С ПОМОЩЬЮ МЕНТАЛЬНОЙ КАРТЫ



ОНТОЛОГИИ В СИСТЕМЕ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ



МЕРЕОЛОГИЯ СТ. ЛЕСЬНЕВСКОГО: ПРИМЕР АКСИОМАТИЗАЦИИ ОНТОЛОГИИ

Мереологией называется учение о частях целого. Как известно, в классической теории множеств активно используется постулат различимости элементов, а также понятие пустого множества.

В отличие от этого мереология:

- 1) делает акцент на целостности множества как «коллективного класса», что позволяет считать ее прямой предшественницей теории грануляции Л.Заде;
- 2) основана на единственном отношении «быть частью»;
- 3) обходится без пустого множества.

Мереология Лесьневского (*партономия*) опирается на следующие аксиомы, которые положены в основу ряда моделей пространства:

1. Любой предмет есть часть самого себя (аксиома рефлексивности).
2. Две различные вещи не могут быть частями друг друга: если P – часть предмета Q , то Q не есть часть предмета P (аксиома антисимметричности).
3. Если P есть часть предмета Q , а Q – часть предмета R , то P есть часть предмета R (аксиома транзитивности).

Таким образом, отношение «часть–целое» рефлексивно, антисимметрично и транзитивно, т.е. является отношением нестрогого порядка.

ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ



Онтология пространства – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.

Метод пространственной грануляции определяет способ связывания логических утверждений с пространством.

Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства, называются **пространственными утверждениями**.

В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА НЬЮТОНА И ЛЕЙБНИЦА

В качестве двух классических моделей пространства можно указать пространство Ньютона и пространство Лейбница.

В отличие от теории «пустого» пространства Ньютона, Лейбниц предложил реляционную концепцию пространства, согласно которой пространство связывается с порядком взаимного расположения и сосуществования в нем различных тел.

По Лейбницу, пространство представляется неявно, через отношения между объектами. Обычно в нем вводится определенная метрика или топология, чтобы оценивать размеры объектов и расстояния между ними.

Построение онтологии пространства предполагает определение множества *пространственных примитивов*, множества базовых *пространственных отношений*, задание *структуры пространства* – области интерпретации пространственных примитивов и ее свойств в виде аксиом теории пространства, исходя из требований предметной области.

Свойства абсолютного пространства по Ньютону	Свойства реального пространства для когнитивного мобильного робота
1) бесконечность	1*) конечность
2) непрерывность	2*) дискретность
3) однородность	3*) неоднородность
4) изотропность	4*) неизотропность
5) неподвижность	5*) шкалированность

Исходя из сравнительного анализа свойств абсолютного пространства Ньютона и реального локального пространства робота в работе для построения онтологии пространства использована базовая модель Лейбница. Поскольку, по Лейбницу реальное физическое пространство интерпретируют как множество объектов, в качестве пространственных примитивов можно использовать *точки* или *области* пространства.

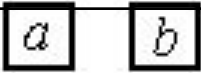
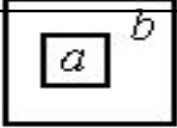
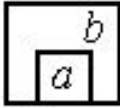

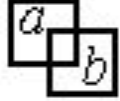
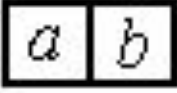
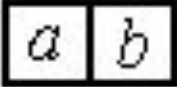
ОНТОЛОГИЯ С ПРИМИТИВАМИ ВИДА ОБЛАСТЕЙ ПРОСТРАНСТВА

Для онтологий, в которых примитивами являются области, можно выделить три главных типа отношений – **геометрическое** («конгруэнтность»), **мереологическое** («быть частью») и **топологическое** («связность»).

Конгруэнтность позволяет определить отношение сходства между областями. В геометрии две фигуры называются конгруэнтными, если одну из них можно перевести в другую с помощью движения. В свою очередь, понятие связности есть математическое выражение интуитивного представления о целостности разных геометрических фигур. Топологическое **отношение связности рефлексивно, симметрично и монотонно.**

В настоящее время построение общей онтологии пространства идет по линии интеграции подходов мереологии и топологии:
Мереология + Топология = **Мереотопология**. При этом система мереотопологии строится на основе одного-единственного отношения связности.

МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозначения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	DC	$\neg C(a,b)$	
Часть	P	$\forall c C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	PP	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	EQ	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	O	$\exists c P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	PO	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	EC	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной выше таблицы.

Например, нечеткое отношение связности $\mu_C(a,b)$ симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$.

Нечеткое отношение «**быть частью**»

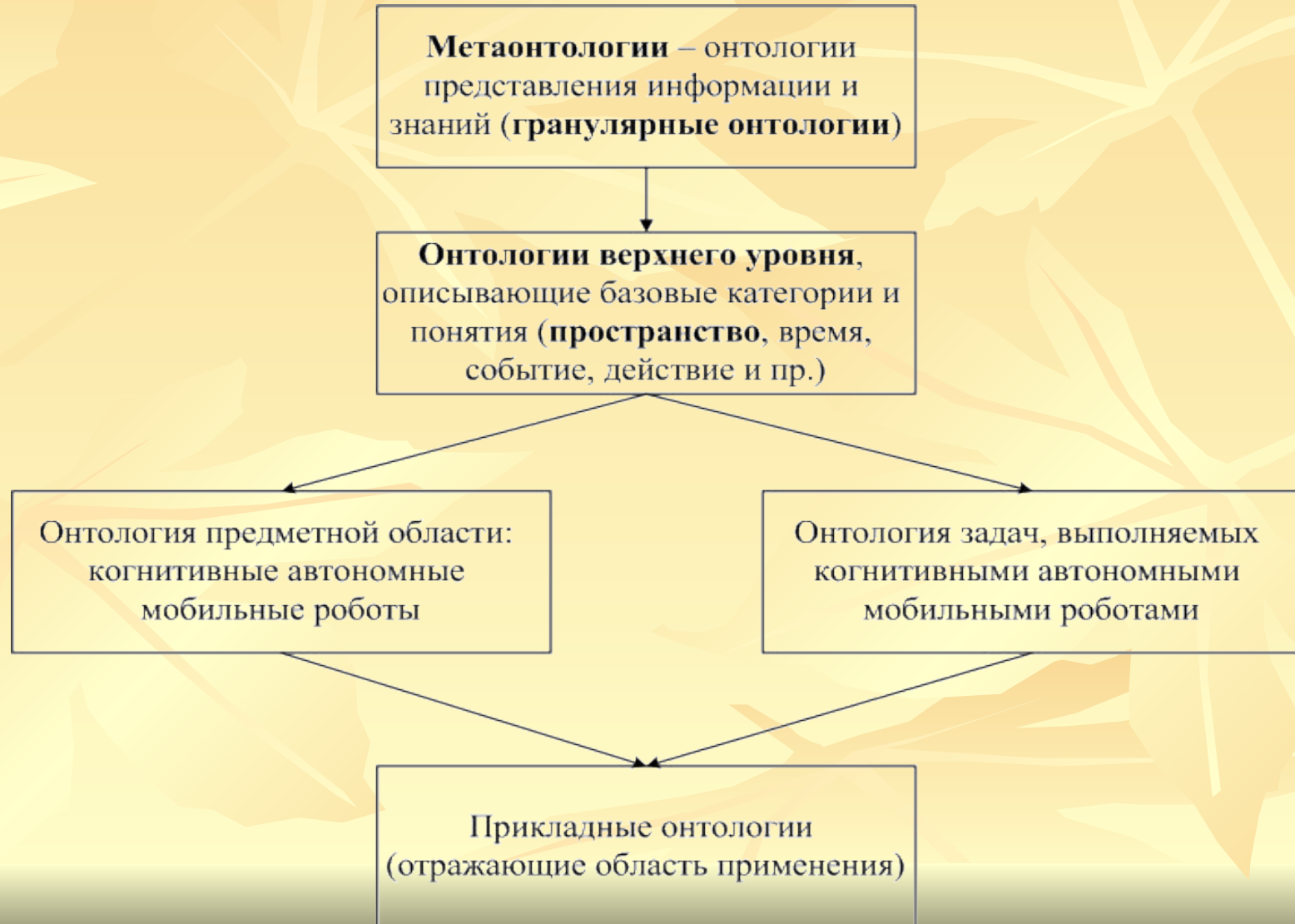
$$\mu_P(a,b) = \min_c \{ \max \{ 1 - \mu_C(c,a), \mu_C(c,b) \} \}$$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как $\mu_{PP}(a,b) = T\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$.

Например, $\mu_{PP}(a,b) = \min\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$.

МОДИФИЦИРОВАННАЯ СХЕМА ВЗАИМОСВЯЗИ ОНТОЛОГИЙ

По сравнению с А.В.Смирнов и др. *Онтологии в системах искусственного интеллекта: способы построения и организации (часть 1)*// *Новости искусственного интеллекта.* – 2002. – №1. – С.3-13.



ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ГРАНУЛЯЦИИ ИНФОРМАЦИИ

Предлагается описывать общую схему грануляции информации когнитивным агентом пятеркой

$$GR = \langle X, G, C, M, T \rangle,$$

где X – проблемная область;

G – семейство информационных гранул;

C – множество обобщенных ограничений; каждый тип ограничения определяет требования к выбору метода грануляции;

M – множество формальных методов грануляции;

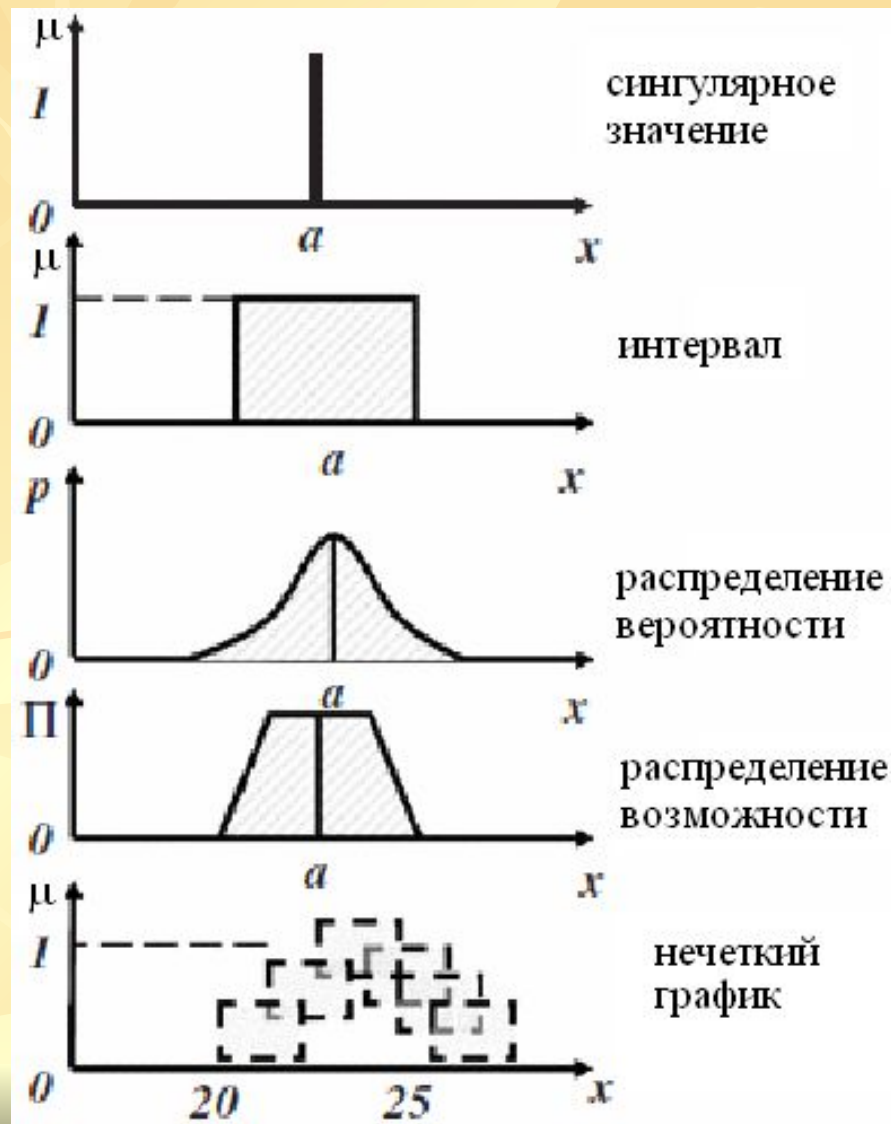
T – множество переходов между уровнями грануляции (преобразований гранул).

ТИПИЧНЫЕ МОДЕЛИ ГРАНУЛ

- Интервалы
- Вложенные множества
- Недоопределенные множества
- Переопределенные множества
- Приближенные множества
- Мультимножества
- Нечеткие множества
- Лингвистические переменные

Примитивы языка гранулярных вычислений –
покрытия, разбиения, окрестности

ПРИМЕРЫ СИНГУЛЯРНЫХ И ГРАНУЛЯРНЫХ ЗНАЧЕНИЙ



ПРОСТРАНСТВО КАК ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЯ



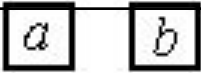
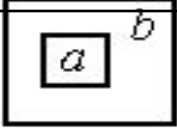
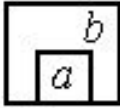

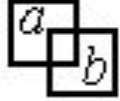
Онтология пространства – это определение множества пространственных примитивов и множества базовых пространственных отношений.

Метод пространственной грануляции определяет способ связывания логических утверждений с пространством.

Логические утверждения, истинность которых зависит от пространства, называются **пространственными утверждениями**.

В основе построения онтологии пространства лежит выбор базовой модели (теории) пространства.

МЕРЕОТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Название	Обозначения	Формальная запись	Графическая Иллюстрация
Несвязность	DC	$\neg C(a,b)$	
Часть	P	$\forall c C(c,a) \rightarrow C(c,b)$	
Собственная часть	PP	$P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Равенство	EQ	$P(a,b) \wedge P(b,a)$	
Перекрытие	O	$\exists c P(c,a) \wedge P(c,b)$	
Частичное перекрытие	PO	$O(a,b) \wedge \neg P(a,b) \wedge \neg P(b,a)$	
Внешняя связность	EC	$C(a,b) \wedge \neg O(a,b)$	

НЕЧЕТКИЕ РАСШИРЕНИЯ

На базе формул свойств нечетких отношений определим ряд нечетких топологических отношений как расширения отношений из приведенной таблицы.

Например, нечеткое отношение связности $\mu_C(a,b)$ симметрично и рефлексивно; введем отношение **пороговой связности** с помощью свойств пороговой рефлексивности и пороговой симметричности, а также **слабой связности** через слабую рефлексивность и пороговую симметричность.

В свою очередь, нечеткое отношение **несвязности** определим через операцию отрицания $\mu_{DC}(a,b) = 1 - \mu_C(a,b)$.

Нечеткое отношение «**быть частью**» $\mu_P(a,b) = \min \{ \max_c \{ 1 - \mu_C(c,a), \mu_C(c,b) \} \}$

Нечеткое отношение «**быть собственной частью**» можно определить как $\mu_{PP}(a,b) = T\{\mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a)\}$. Например, $\mu_{PP}(a,b) = \min \{ \mu_P(a,b), 1 - \mu_P(b,a) \}$.