Особливості підготовки учнів до ЗНО 2011 з математики

Характеристика тесту з математики

Зміст тесту визначається на основі Програми для зовнішнього незалежного оцінювання з математики (Затверджено Міністерством освіти і науки України, наказ № 1218 від 08.12.2010 р.).

Загальна кількість завдань тесту – **35**.
На виконання тесту з математики відведено **150 хвилин**.

Тест складається із завдань трьох форм:

1. **Завдання з вибором однієї правильної відповіді.**
   До кожного із завдань пропонується 5 варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Завдання вважається виконаним, якщо учасник вибрав та позначив правильну відповідь у бланку А.
2. **Завдання на встановлення відповідності.**
   До кожного завдання у двох колонках подано інформацію, яку позначено цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Виконуючи завдання, необхідно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами і буквами (утворити логічні пари).
3. **Завдання відкритої форми з короткою відповіддю.**
   Числову відповідь необхідно вписати до бланку відповідей. Завдання вважається виконаним, якщо у бланку А записана правильна відповідь.

За правильне (частково правильне) виконання завдань можна отримати:

- за завдання з вибором однієї правильної відповіді: 0 або **1 тестовий бал.**
- за завдання на встановлення відповідності (логічні пари): 0, 1, 2, 3, **4 тестових бали.**
- за завдання з короткою відповіддю: 0 або **2 тестових бали.**

Максимальна кількість тестових балів, яку можна набрати, правильно розв'язавши всі завдання тесту з математики, – **51.**

Композиція завдань у тесті з математики ґрунтується на таких засадах:

1. За формами, вказаними вище: від завдань з вибором однієї правильної відповіді до завдань з короткою відповіддю. Це пояснюється специфікою роботи з завданнями кожної форми та технологічними аспектами комп'ютерної обробки бланків відповідей.
2. За принципом зростання складності завдань у межах кожної з форм.

Можливий варіант специфікації
Всього завдань - 35
Максимальна кількість балів - 51

Навчальний предмет	Змістові лінії	Кількість завдань*		
		Завдання з вибором правильної відповіді	Завдання на встановлення відповідності	Завдання з короткою відповіддю
Алгебра і початки аналізу	Числа та вирази	5	1	1
	Рівняння та нерівності	4	–	3
	Функції	4	1	1
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	–	1
Геометрія	Планіметрія	7	1	–
	Стереометрія	4	–	1
	Усього	25	3	7

Додаток № 7
до наказу Міністерства освіти і науки України
від 08.12.2010 р. № 1218
(із змінами та доповненнями, внесеними
відповідно до наказу від 27.12.2010 №1292)

ПРОГРАМА
зовнішнього незалежного оцінювання
з математики

Завдання зовнішнього незалежного оцінювання з математики:

- будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, складання та розв'язування пропорцій, наближені обчислення тощо);
- виконувати перетворення виразів (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, знаходити допустимі значення змінних, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних, виражати з рівності двох виразів одну змінну через інші тощо);
- будувати й аналізувати графіки найпростіших функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості;
- розв'язувати рівняння, нерівності та їхні системи, розв'язувати текстові задачі за допомогою рівнянь, нерівностей та їхніх систем;
- зображати та знаходити на рисунках геометричні фігури, встановлювати їхні властивості й виконувати геометричні побудови;
- знаходити кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми);
- розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;
- аналізувати інформацію, що подана в різних формах (графічній, табличній, текстовій та ін.).

1.АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

1.1.ЧИСЛА І ВИРАЗИ

Раціональні та ірраціональні числа. Правила дій з цілими і раціональними числами. Правила порівняння дійсних чисел. Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10. Правила округлення цілих чисел і десяткових дробів. Означення кореня n-го степеня та арифметичного кореня n-го степеня. Властивості коренів. Означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їхні властивості. Арифметичні дії з дійсними числами. Дії зі степенями з раціональним показником. Дії з наближеними значеннями.

Означення відсотка. Правила виконання відсоткових розрахунків. Формули простих і складних відсотків. Основні задачі на відсотки.

Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їх тотожні перетворення. Означення одночлена і многочлена. Правила додавання, віднімання і множення одночленів і многочленів. Формули скороченого множення. Означення алгебраїчного дробу. Правила виконання арифметичних дій з алгебраїчними дробами. Означення і властивості логарифма, десятковий і натуральний логарифми. Означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргументу. Співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу. Формули зведення. Формули додавання та наслідки з них.

1.2. РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їхні системи. Означення рівняння з однією змінною, кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною. Означення нерівності з однією змінною, розв'язку нерівності з однією змінною. Означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними. Означення рівносильних рівнянь, нерівностей та їх систем. Методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Методи розв'язування раціональних, ірраціональних і трансцендентних рівнянь, нерівностей та їхніх систем. Застосування рівнянь, нерівностей та їхніх систем до розв'язування текстових задач.

1.3. ФУНКЦІЇ

Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості. Означення функції, оберненої до заданої. Числові послідовності. Означення арифметичної і геометричної прогресій. Формули n-го члена арифметичної і геометричної прогресій. Формули суми n перших членів арифметичної і геометричної прогресій. Формула суми всіх членів нескінченної геометричної прогресії із знаменником $|q| < 1$.

Похідна функції, її геометричний та механічний зміст. Похідні елементарних функцій. Похідна суми, добутку й частки функцій. Похідна складеної функції.

Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіків функцій. Достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку. Означення точок екстремуму та екстремумів функції. Необхідна і достатня умови екстремуму функції. Означення найбільшого і найменшого значень функції.

Первісна та визначений інтеграл. Криволінійна трапеція. Таблиця первісних елементарних функцій. Правила знаходження первісних. Формула Ньютона-Лейбніца. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ та об'ємів.

1.4. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ

Перестановки (без повторень), кількість перестановок. Розміщення (без повторень), кількість розміщень. Комбінації (без повторень), кількість комбінацій. Формули для обчислення кількості кожного виду сполук без повторень. Біном Ньютона. Поняття ймовірності випадкової події. Найпростіші випадки підрахунку ймовірностей. Поняття про статистику. Статистичні характеристики рядів даних (розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення випадкової величини).

2. ГЕОМЕТРІЯ

2.1. ПЛАНІМЕТРІЯ

Геометричні фігури та їхні властивості. Аксіоми планіметрії. Найпростіші геометричні фігури на площині. Трикутники, чотирикутники, многокутники, коло і круг. Вписані в коло та описані навколо кола многокутники. Рівність і подібність геометричних фігур. Властивості трикутників, чотирикутників і правильних многокутників. Властивості хорд і дотичних. Означення рівності та подібності фігур, ознаки рівності та подібності фігур. Види геометричних перетворень.

Геометричні величини та їх вимірювання. Довжина відрізка, кола та його частин. Градусна та радіанна міри кута. Площі фігур.

Координати та вектори. Координати точки. Координати середини відрізка. Рівняння прямої та кола. Рівні вектори. Колінеарні вектори. Координати вектора. Додавання векторів. Множення вектора на число. Кут між векторами. Скалярний добуток векторів.

2.2. СТЕРЕОМЕТРІЯ

Геометричні фігури. Аксіоми стереометрії. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі. Многогранники і тіла обертання, їх види та властивості. Побудови в просторі.

Геометричні величини. Відстані від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими. Міри кутів між прямими й площинами. Площі поверхонь, об'єми многогранників і тіл обертання.

Координати та вектори у просторі. Координати точки. Координати середини відрізка. Рівні вектори. Координати вектора. Додавання векторів. Множення вектора на число. Кут між векторами. Скалярний добуток векторів.

Тренувальний тест зовнішнього незалежного оцінювання з математики за специфікацією 2011 р.

Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише одна відповідь є правильною. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А (с. 212). Не робіть інших позначок — комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки.

1. Кількість вікон у будинку відноситься до кількості дверей в ньому як 5:2. Скільки вікон у будинку, якщо в ньому 12 дверей?

А	Б	В	Г	Д
12	24	30	60	84

2. Пісочниця для дитячого майданчика має форму правильного шестикутника, довжина сторони якого виражається цілим числом метрів. Яким числом метрів може виражатися периметр цієї пісочниці?

А	Б	В	Г	Д
10 м	14 м	16 м	18 м	20 м

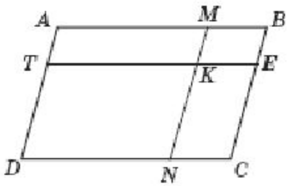
3. Обчисліть значення виразу $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

4. Знайдіть суму кутів опуклого п'ятикутника.

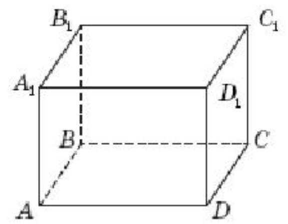
А	Б	В	Г	Д
180°	360°	480°	540°	900°

5. Дві прямі, відповідно паралельні сторонам паралелограма, ділять паралелограм $ABCD$ (див. рисунок) на чотири паралелограми — $AMKT$, $KMBE$, $KECN$, і $DTKN$. Обчисліть суму периметрів утворених паралелограмів, якщо периметр паралелограма $ABCD$ дорівнює 24 см.



А	Б	В	Г	Д
24 см	48 см	72 см	96 см	Даних недостатньо

6. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $AB = 5$ см, $AD = 6$ см, $AA_1 = 8$ см. Знайдіть відстань від точки C_1 до площини A_1AB.



А	Б	В	Г	Д
5 см	6 см	8 см	$\sqrt{61}$ см	10 см

7. Знайдіть довжину дуги кола, якій відповідає центральний кут $20°$, якщо радіус кола дорівнює 18 м.

А	Б	В	Г	Д
$0{,}5\pi$ м	π м	2π м	10π м	18π м

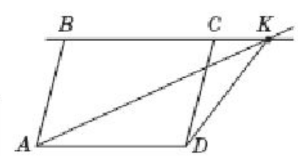
8. Знайдіть значення виразу $|x-3|-|2x+5|$ при $x=-4$.

А	Б	В	Г	Д
−10	−6	−4	4	10

9. Розв'яжіть рівняння $\log_{\frac{1}{2}}(3-x)=-2$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{4}$	2	−5	1	−1

10. Площа трикутника AKD (див. рисунок) дорівнює 120 см². Пряма BC проходить через точку K і паралельна прямій AD. Знайдіть площу паралелограма $ABCD$.



А	Б	В	Г	Д
120 см²	180 см²	240 см²	360 см²	Визначити неможливо

11. Закінчить речення так, щоб утворилося ПРАВИЛЬНЕ твердження.

Центром будь-якого вписаного у коло трикутника є...

А	Б	В	Г	Д
Точка перетину бісектрис	Точка перетину медіан	Точка перетину висот	Середина найбільшої сторони	Точка перетину серединних перпендикулярів

12. Обчисліть $8^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
0,2	0,4	1,6	10	40

13. Обчисліть $\dfrac{\log_7 27}{\log_7 3}$.

А	Б	В	Г	Д
2	$\log_7 3$	$\log_7 9$	4	3

14. Знайдіть кількість ребер семикутної піраміди.

А	Б	В	Г	Д
7	8	9	14	21

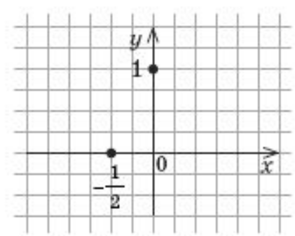
15. Шкільний глобус має форму кулі діаметром 30 см. Знайдіть його об'єм.

А	Б	В	Г	Д
900π см³	3600π см³	4500 см³	9000π см³	$13\,500\pi$ см³

16. Укажіть рівняння, яке НЕ МАЄ коренів.

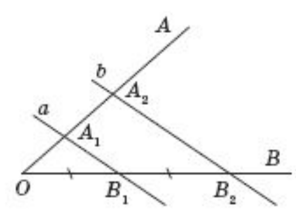
А	Б	В	Г	Д
$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\operatorname{ctg} x = \sqrt{5}$	$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\operatorname{tg} x = \sqrt{5}$

17. Укажіть функцію, графік якої проходить через дві точки, зображені на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
$y=-x^2+1$	$y=-4x^2+1$	$y=-2x^2+1$	$y=-x^2-1$	$y=-4x^2-1$

18. Паралельні прямі a і b перетинають сторони OA і OB кута в точках A_1, A_2 і B_1, B_2 відповідно так, як це показано на рисунку. Знайдіть довжину відрізку A_1A_2, якщо $OB_1 = B_1B_2$ і $OA_2 = 24$ см.



А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	12 см	24 см	48 см

19. Знайдіть кількість коренів рівняння $x^8+5x^4+4=0$.

А	Б	В	Г	Д
Один	Два	Три	Чотири	Жодного

20. Розв'яжіть нерівність $2^x \cdot 4^{3-x} \leqslant 16$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; -2]$	$[-2; +\infty)$

21. Для виготовлення двокольорових ручок на фабриці використовували червоні, жовті, зелені та сині стрижні. Скільки різних видів двокольорових ручок випускала фабрика?

А	Б	В	Г	Д
2	4	5	6	8

22. Кут між площинами α і β дорівнює $30°$. Точка A, яка лежить у площині α, віддалена від площини β на 18 см (див. рисунок). Знайдіть відстань від точки A до лінії перетину площин α і β.

А	Б	В	Г	Д
9 см	18 см	$18\sqrt{3}$ см	$9\sqrt{3}$ см	36 см

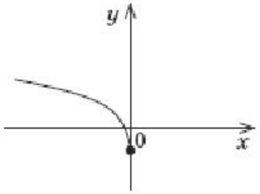
23. Укажіть загальний вигляд первісної функції $f(x)=6x^2$.

А	Б	В	Г	Д
$12x$	$12x+C$, $C \in R$	$2x^3$	$2x^3+C$, $C \in R$	$6x^3+C$, $C \in R$

24. Укажіть номер члена арифметичної прогресії 5; 6,2; 7,4; ... , який дорівнює 11.

А	Б	В	Г	Д
5	6	8	10	11

25. На рисунку зображено графік функції $y=\sqrt{ax}+b$. Укажіть знаки параметрів a і b.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$	$\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$	$\begin{cases} a<0 \\ b<0 \end{cases}$	$\begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$	$\begin{cases} a<0 \\ b=0 \end{cases}$

Розв'яжіть завдання 29–35. Одержані відповіді запишіть у вигляді цілого числа або десяткового дробу в зошиті та бланку А (с. 212).

29. Обчисліть значення виразу $\frac{x^2-3x}{x^2+x\sqrt{3}}$, якщо $x=\sqrt{3}-9$.

Відповідь: ________________

30. У ящику містяться три види фруктів: лимони, апельсини та яблука. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибраний фрукт буде цитрусовим, якщо яблук у ящику в чотири рази більше, ніж інших фруктів.

Відповідь: ________________

31. Із пункту A в пункт B одночасно виїжджають два велосипедисти. Швидкість руху першого велосипедиста на 30 км/год більше, ніж швидкість другого, і він приїздить в пункт B на 3 год раніше. Знайдіть швидкість руху (у *км/год*) другого велосипедиста, якщо відстань між пунктами A і B дорівнює 100 км.

Відповідь: ________________

32. В основі прямої призми лежить ромб зі стороною 5 см і меншою діагоналлю 6 см. Бічна грань призми є квадратом. Знайдіть об'єм V (у $см^2$) циліндра, вписаного у призму. У відповідь запишіть $\frac{V}{\pi}$.

Відповідь: ________________

33. Знайдіть найбільше значення функції $y=\frac{\sqrt{x}}{x+4}$ на проміжку [1; 9].

Відповідь: ________________

34. Виберіть дві нерівності із (1–4) і вставте їх у твердження так, щоб воно було завжди правильним: «Якщо ______, то______».

1) $|x|<3$; 2) $|x|>6$; 3) $x>2$; 4) $x<-7$; 5) $0<x<4$.

Номери вибраних нерівностей запишіть у бланк відповідей у тому порядку, в якому вони вставлені у твердження.

Відповідь: ________________

35. Знайдіть найбільше ціле значення параметра a, при якому рівняння $\frac{1}{2x-a}=\frac{5}{ax+1}$ має
Додат
~~ВІД'ЄМ~~НИЙ корінь.

Відповідь: ________________

4. Схема пошуку плану розв'язування рівнянь

Розв'язування рівнянь

за допомогою рівнянь-наслідків

1 → 2 Перетворення, що гарантують збереження правильної рівності

Перевірка коренів підстановкою в початкове рівняння

за допомогою рівносильних перетворень

Врахувати ОДЗ початкового рівняння

1 ⇅ 2 Зберігати на ОДЗ правильну рівність при прямих і зворотних перетвореннях

застосуванням властивостей функцій*

1 — початкове рівняння;

2 — рівняння, одержане в результаті перетворення початкового;

↓, ↑ — символічне зображення напрямку виконаних перетворень

6. Схема пошуку плану розв'язування нерівностей

Розв'язування нерівностей

за допомогою рівносильних перетворень

Врахувати ОДЗ початкової нерівності

1 ⇅ 2 Зберігати на ОДЗ правильну нерівність при прямих і зворотних перетвореннях

за допомогою методу інтервалів ($f(x) \gtrless 0$)

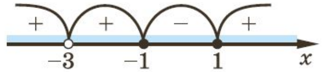
1. Знайти ОДЗ.
2. Знайти нулі функції: $f(x) = 0$.
3. Позначити нулі на ОДЗ і знайти знак функції $f(x)$ у кожному проміжку, на які розбивається ОДЗ.
4. Записати відповідь, враховуючи знак заданої нерівності.

1 — початкова нерівність;

2 — нерівність, одержана в результаті перетворення початкової;

↓, ↑ — символічне зображення виконаних перетворень (із вказівкою напрямку їх виконання)

7. Метод інтервалів (розв'язування нерівностей виду $f(x) \gtrless 0$)

План	Приклад
1. Знайти ОДЗ. **2. Знайти нулі функції $f(x) = 0$.** **3. Позначити нулі на ОДЗ і знайти знак $f(x)$ у кожному проміжку, на які розбивається ОДЗ.** **4. Записати відповідь, враховуючи знак заданої нерівності.**	Розв'яжіть нерівність $\frac{x^2-1}{(x+3)^2} \geqslant 0$. ▶ Нехай $f(x) = \frac{x^2-1}{(x+3)^2}$. 1. ОДЗ: $(x+3)^2 \neq 0$, отже, $x \neq -3$. 2. Нулі функції: $f(x) = 0$. $\frac{x^2-1}{(x+3)^2} = 0$, $x^2 - 1 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = 1$ (входять до ОДЗ). 3.  *Відповідь:* $(-\infty; -3) \cup (-3; -1] \cup [1; +\infty)$. ◁

31. Знайдіть *кількість* усіх цілих розв'язків нерівності $\log_{\frac{1}{4}}\left(x^2+6x\right)\geq -2$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь	Розподіл абітурієнтів(%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
	0	2			
4	92,42	7,58	7,58	22,62	0,43

34. Розв'яжіть рівняння $||2x-1|-3|=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

Відповідь: −15,75.

Розв'яжіть рівняння $||2x-1|+3|=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

Відповідь: − 0,75.

Розв'яжіть рівняння $||2x-3|+1|=5$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

Відповідь: − 1,75.

§ 8 РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ, ЩО МІСТЯТЬ ЗНАК МОДУЛЯ

Таблиця 15

1. Розв'язування рівнянь і нерівностей, що містять знак модуля

за означенням

$$|a|=\begin{cases}a, \text{ при } a>0,\\ 0, \text{ при } a=0,\\ -a, \text{ при } a<0.\end{cases}$$

за геометричним змістом

$|a|$ — *відстань на числовій прямій від точки 0 до точки a.*

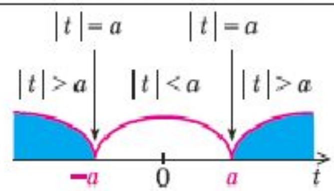
1. $|f(x)| = a$.
2. $|f(x)| = |g(x)|$.
3. $|f(x)| > a$.
4. $|f(x)| < a$.

за загальною схемою

1. Знайти ОДЗ.
2. Знайти нулі всіх підмодульних функцій.
3. Позначити нулі на ОДЗ і розбити ОДЗ на проміжки.
4. Знайти розв'язок у кожному з проміжків (і перевірити, чи входить цей розв'язок у розглянутий проміжок).

з використанням спеціальних співвідношень

2. Використання геометричного змісту модуля (при $a > 0$)



1. $|f(x)| = a \Leftrightarrow f(x) = a$ або $f(x) = -a$.
2. $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ або $f(x) = -g(x)$.
3. $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x) < -a$ або $f(x) > a$.
4. $|f(x)| < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a \Leftrightarrow \begin{cases}f(x) > -a,\\ f(x) < a.\end{cases}$

Узагальнення

5. $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases}g(x) \geqslant 0,\\ f(x) = g(x) \text{ або } f(x) = -g(x).\end{cases}$
6. $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow f(x) < -g(x)$ або $f(x) > g(x)$.
7. $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases}f(x) > -g(x),\\ f(x) < g(x).\end{cases}$

Продовження табл. 15

3. Використання спеціальних співвідношень

1. $|u| = u \Leftrightarrow u \geqslant 0$.
2. $|u| = -u \Leftrightarrow u \leqslant 0$.
3. $|u| = |v| \Leftrightarrow u^2 = v^2$.
4. $|u| > |v| \Leftrightarrow u^2 > v^2$. Тоді $|u| - |v| > 0 \Leftrightarrow u^2 - v^2 > 0$;
   знак різниці модулів двох виразів збігається зі знаком різниці їх квадратів.
5. $|u| + |v| = u + v \Leftrightarrow \begin{cases}u \geqslant 0,\\ v \geqslant 0.\end{cases}$
6. $|u| + |v| = -u - v \Leftrightarrow \begin{cases}u \leqslant 0,\\ v \leqslant 0.\end{cases}$
7. $|u| + |v| = |u + v| \Leftrightarrow uv \geqslant 0$.
8. $|u| + |v| = |u - v| \Leftrightarrow uv \leqslant 0$.
9. $|x - a| + |x - b| = b - a \Leftrightarrow a \leqslant x \leqslant b$, де $a < b$.

Приклади й обґрунтування

Розв'язувати будь-яке рівняння або нерівність, що містить знак модуля, можна одним з трьох основних способів: за означенням модуля, виходячи з геометричного змісту модуля або за загальною схемою. Деякі рівняння або нерівність, що містить знак модуля, можуть бути розв'язані також з використанням спеціальних співвідношень (табл. 15).

Залежно від обраного способу одержуємо різні записи розв'язання.

Приклад Розв'яжіть рівняння $|2x - 4| = 6$.

I спосіб (за означенням модуля)

Розв'язання	*Коментар*
► 1) Якщо $2x - 4 \geqslant 0$, (1) то одержуємо рівняння $2x - 4 = 6$. Тоді $x = 5$, що задовольняє умові (1). 2) Якщо $2x - 4 < 0$, (2) то одержуємо рівняння $-(2x - 4) = 6$. Тоді $x = -1$, що задовольняє також умові (2). *Відповідь:* 5; −1. ◁	Ураховуючи означення модуля, розглянемо два випадки: $2x - 4 \geqslant 0$ і $2x - 4 < 0$. За означенням *модулем додатного (невід'ємного) числа є саме це число, а модулем від'ємного числа є протилежне йому число*. Тому при $2x - 4 \geqslant 0$ $\lvert 2x - 4\rvert = 2x - 4$, а при $2x - 4 < 0$ $\lvert 2x - 4\rvert = -(2x - 4)$. У кожному випадку розв'язуємо одержане рівняння і з'ясовуємо, чи задовольняє кожен із знайдених коренів умові, за якої ми його знаходили.

36. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2+7x-9}+|\sin(\pi x)+1|=0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть *суму* всіх коренів.

Відповідь: $-4{,}5$.

Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2+13x-7}+|\cos(\pi x)+1|=0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше, ніж один корінь, то у відповідь запишіть *суму* всіх коренів.

Відповідь: -7.

Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x^2+3x-14}+|\sin(\pi x)-1|=0$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *суму* всіх коренів.

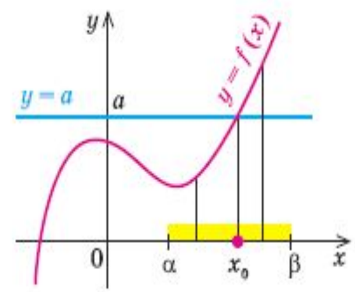
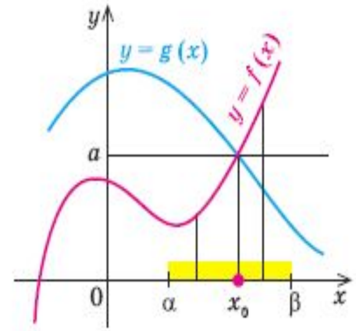
Відповідь: $-3{,}5$.

3.2. Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь

Таблиця 10

Орієнтир	Приклад
1. Скінченна ОДЗ	
Якщо область допустимих значень (ОДЗ) рівняння (нерівності або системи) складається із скінченного числа значень, то для розв'язування достатньо перевірити всі ці значення	$\sqrt{x^2-1}+x=1+\sqrt{2-2x^2}$. ▶ ОДЗ: $\begin{cases}x^2-1\geqslant 0,\\ 2-2x^2\geqslant 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2\geqslant 1,\\ x^2\leqslant 1\end{cases} \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1.$ *Перевірка.* $x=1$ — корінь $\left(\sqrt{0}+1=1+\sqrt{0}, 1=1\right)$, $x=-1$ — не корінь $\left(\sqrt{0}-1\neq 1+\sqrt{0}\right)$. *Відповідь:* 1. ◁
2. Оцінка значень лівої та правої частин рівняння	
$f(x)=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases}f(x)=a,\\ g(x)=a\end{cases}$ **Якщо потрібно розв'язати рівняння виду $f(x)=g(x)$ і з'ясувалося, що $f(x)\geqslant a$, $g(x)\leqslant a$, то рівність між лівою і правою частинами можлива тоді і тільки тоді, коли $f(x)$ і $g(x)$ одночасно дорівнюють a**	$1-x^2=\sqrt{1+\sqrt{\lvert x\rvert}}$. ▶ $f(x)=1-x^2\leqslant 1$, $g(x)=\sqrt{1+\sqrt{\lvert x\rvert}}\geqslant 1$ (бо $\sqrt{\lvert x\rvert}\geqslant 0$). Отже, задане рівняння рівносильне системі $\begin{cases}1-x^2=1,\\ \sqrt{1+\sqrt{\lvert x\rvert}}=1\end{cases} \Leftrightarrow x=0$ *Відповідь:* 0. ◁
$\boxed{\begin{array}{l}f_1(x)+f_2(x)+\\ \quad +\ldots+f_n(x)=0\\ \hline f_1(x)\geqslant 0,\\ f_2(x)\geqslant 0,\\ \ldots\ldots\ldots\\ f_n(x)\geqslant 0\end{array}} \Leftrightarrow \begin{cases}f_1(x)=0,\\ f_2(x)=0,\\ \ldots\ldots\ldots\\ f_n(x)=0.\end{cases}$ *Сума кількох невід'ємних функцій дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли всі функції одночасно дорівнюють нулю*	$\sqrt{x-2}+\lvert x^2-2x\rvert+(x^2-4)^2=0$. ▶ $f_1(x)=\sqrt{x-2}\geqslant 0$, $f_2(x)=\lvert x^2-2x\rvert\geqslant 0$, $f_3(x)=(x^2-4)^2\geqslant 0$. Отже, задане рівняння рівносильне системі $\begin{cases}\sqrt{x-2}=0,\\ \lvert x^2-2x\rvert=0,\\ (x^2-4)^2=0.\end{cases}$ З першого рівняння одержуємо $x=2$, що задовольняє всій системі *Відповідь:* 2. ◁

Продовження табл. 10

3. Використання зростання та спадання функцій	
Схема розв'язування рівняння	
1. *Підбираємо один або декілька коренів рівняння.* 2. *Доводимо, що інших коренів це рівняння не має* (використовуючи теореми про корені рівняння або оцінку лівої та правої частин рівняння)	
	Теореми про корені рівняння
	**1. Якщо в рівнянні $f(x)=a$ функція $f(x)$ зростає (спадає) на деякому проміжку, то це рівняння може мати не більш ніж один корінь на цьому проміжку.** Приклад Рівняння $\sqrt{x}+2x^3=3$ має єдиний корінь $x=1$ $\left(\sqrt{1}+2\cdot 1^3=3,\right.$ тобто $3=3$), оскільки функція $f(x)=\sqrt{x}+2x^3$ зростає на всій області визначення $x\geqslant 0$
	**2. Якщо в рівнянні $f(x)=g(x)$ функція $f(x)$ зростає на деякому проміжку, а функція $g(x)$ спадає на цьому самому проміжку (або навпаки), то це рівняння може мати не більш ніж один корінь на цьому проміжку.** Приклад Рівняння $\sqrt{x}+x^3=3-x$ має єдиний корінь $x=1$ $\left(\sqrt{1}+1^3=3-1,\right.$ тобто $2=2$), оскільки $f(x)=\sqrt{x}+x^3$ зростає на всій області визначення $x\geqslant 0$, а $g(x)=3-x$ спадає (на множині R, а отже, і при $x\geqslant 0$)

Пояснення й обґрунтування

1. **Скінченна ОДЗ.** Нагадаємо, що у разі, коли задано рівняння $f(x)=g(x)$, спільна область визначення для функцій $f(x)$ і $g(x)$ називається *областю допустимих значень* цього рівняння. Зрозуміло, що кожен корінь заданого рівняння входить як до області визначення функції $f(x)$, так і до області визначення функції $g(x)$. Отже, *кожен корінь рівняння*

36. Розв'яжіть систему $\begin{cases} 5\cos\dfrac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21, \\ y + 5x - 4 = 0. \end{cases}$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть *суму* $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть *кількість* усіх розв'язків.

Відповідь: – 12.

Розв'яжіть систему $\begin{cases} 4\sin\dfrac{\pi y}{2} = x^2 + 6x + 13, \\ y + 5x + 2 = 0. \end{cases}$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть *суму* $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть *кількість* усіх розв'язків.

Відповідь: 10.

Розв'яжіть систему $\begin{cases} 3\cos\dfrac{\pi y}{2} = x^2 + 4x + 7, \\ y + 3x - 10 = 0. \end{cases}$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть *суму* $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть *кількість* усіх розв'язків.

Відповідь: 14.

Геометрія
СТЕРЕОМЕТРІЯ
Обгрунтовується тільки те, що буде використано в розв'язанні

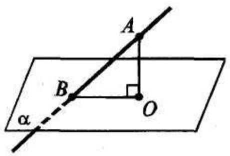
Задачі, пов'язані з многогранниками

- **1. Обґрунтувати положення висоти многогранника.**
- **2. Обґрунтувати, що просторові кути і просторові відстані   позначені правильно.**
- **3. Якщо розглядається переріз многогранника, то обґрунтувати його форму   (якщо ця форма використовується для розв'язування)**
- **4. Якщо розглядається комбінація многогранника та тіла обертання, то описати взаємне розміщення їх елементів.**
- **5. На кожному кроці розв'язування вказуємо, з якого трикутника визначаємо елементи і, якщо він прямокутний, пояснюємо чому**

Таблиця 37

КУТИ У ПРОСТОРІ

1. Кут між прямою і площиною



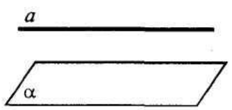
Означення: кутом між прямою і площиною, що її перетинає, називається кут між цією прямою та її проекцією на площину.

$\angle ABO$ — кут між прямою AB і площиною α

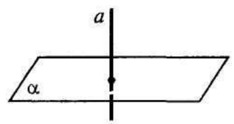
(BO — проекція AB на площину α, $AO \perp \alpha$)

Особливі випадки

1) $a \parallel \alpha$ / a лежить в α $\Leftrightarrow$ $\angle (a, \alpha) = 0$

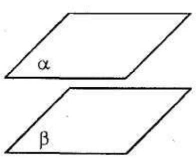


2) $a \perp \alpha$ $\Leftrightarrow$ $\angle (a, \alpha) = 90°$



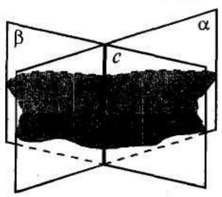
2. Кут між площинами

1) $\alpha \parallel \beta$ / $\alpha = \beta$ $\Leftrightarrow$ $\angle (\alpha, \beta) = 0$



2) α перетинає β по прямій c. Проведемо площину $\gamma \perp$

Означення: кутом між площинами α і β, що перенаються, називається кут між прямипо яких площина γ перетинає площиα і β.

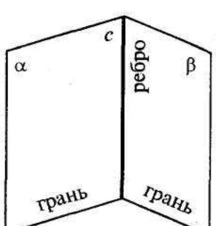


$\angle (\alpha, \beta) = \angle (a, b)$

(γ перетинає α по прямій
γ перетинає β по прямій

$0° \leqslant \angle (\alpha, \beta) \leqslant 90°$

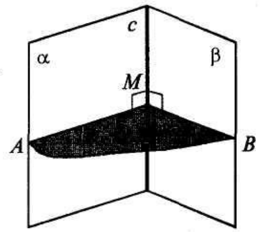
3. Двогранний кут (кут між півплощинами)



Означення: двогранним кутом називається фігура, утворена двома півплощинами із спільною прямою, що їх обмежує.

Півплощини α і β — грані двогранного кута,
c — ребро двогранного кута.

Лінійний кут двогранного кута



Означення: лінійним кутом двогранного кута називається кут між променями, по яких площина, перпендикулярна до ребра двогранного кута, перетинає його грані.

$\angle AMB$ — лінійний кут

($\gamma \perp c$, γ перетинає α по променю MA, γ перетинає β по променю MB)

$0° \leqslant \angle AMB \leqslant 180°$

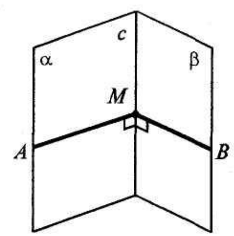
Властивість

Оскільки пл. $AMB \perp c$, то пл. $AMB \perp \alpha$ і пл. $AMB \perp \beta$, тобто ***площина лінійного кута перпендикулярна до кожної грані двогранного кута.***

Практичні способи побудови лінійного кута

$M \in c$,
$MA \perp c$ (у грані α),
$MB \perp c$ (у грані β).

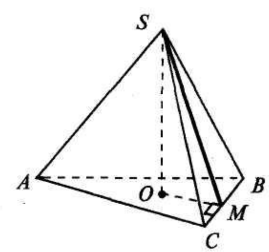
$\angle AMB$ — лінійний



$SO \perp$ пл. ABC
(SO — висота піраміди).

Проводимо $OM \perp BC$ і з'єднуємо точки S і M. Тоді $SM \perp BC$ за теоремою про три перпендикуляри, тому

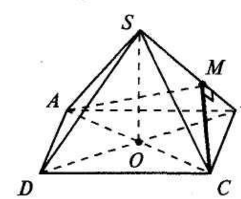
$\angle SMO$ — лінійний кут двогранного кута при ребрі BC



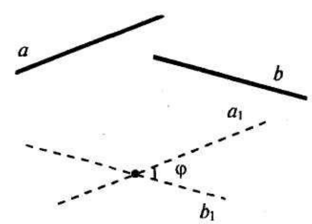
$SABCD$ — правильна піраміда.

Проводимо $CM \perp SB$ і з'єднуємо точки A і M. Тоді
$\Delta AMB = \Delta CMB$
(за двома сторонами і кутом між ними), отже,
$\angle AMB = \angle CMB = 90°$,
тобто $AM \perp SB$ і

$\angle AMC$ — лінійний кут двогранного кута при ребрі SB



4. Кут між мимобіжними прямими



Означення: кутом між мимобіжними прямими називається кут між прямими, що перетинаються і паралельні даним мимобіжним прямим.

$a_1 \parallel a$; $b_1 \parallel b$

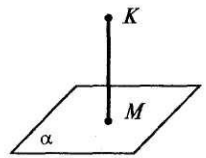
$\angle (a; b) = \angle (a_1; b_1) = \varphi$
(менший із суміжних кутів)

$0° < \angle (a; b) \leqslant 90°$

ВІДСТАНІ У ПРОСТОРІ
(способи, які використовуються для їх обчислення)

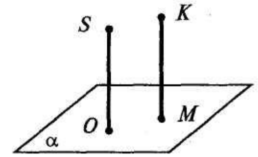
1. Відстань від точки до площини (ρ — відстань)

Проводимо $KM \perp \alpha$ ($M \in \alpha$).



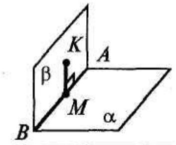
$KM = \rho\ (K;\ \alpha)$

$SO \perp \alpha$. Проводимо $KM \parallel SO$. Тоді $KM \perp \alpha$ і



$KM = \rho\ (K;\ \alpha)$

Проводимо через точку K площину $\beta \perp \alpha$ (β перетинає α по AB). Проводимо $KM \perp AB$. Тоді $KM \perp \alpha$ і



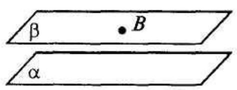
$KM = \rho\ (K;\ \alpha)$

2. Відстань між паралельними прямою і площиною

$a \parallel \alpha$	$A \in a$
$\rho\ (a;\ \alpha) = \rho\ (A;\ \alpha)$	

Вибираємо на прямій a довільну точку A і знаходимо відстань від цієї точки до площини α.

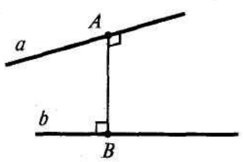
3. Відстань між паралельними площинами



$\beta \parallel \alpha$	$B \in \beta$
$\rho\ (\beta;\ \alpha) = \rho\ (B;\ \alpha)$	

Вибираємо у площині β довільну точку B і знаходимо відстань від цієї точки до площини α.

4. Відстань між мимобіжними прямими



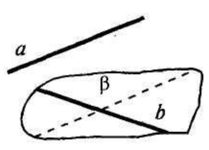
Означення: відстанню між мимобіжними прямими називається довжина їх спільного перпендикуляра.

$AB \perp a,\ AB \perp b$
$\rho\ (a;\ b) = AB$

прямі a і b — мимобіжні.

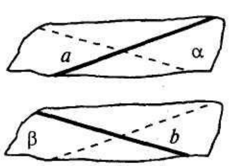
Способи обчислення відстані між мимобіжними прямими

Проводимо через пряму b площину $\beta \parallel a$.



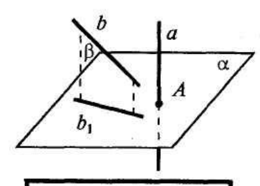
$\rho\ (a;\ b) = \rho\ (a;\ \beta)$

Проводимо через прямі a і b паралельні площини $\alpha \parallel \beta$.



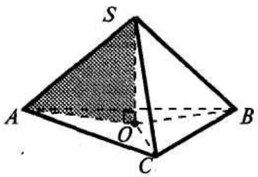
$\rho\ (a;\ b) = \rho\ (\alpha;\ \beta)$

Проводимо площину $\alpha \perp a$ і проектуємо прямі a і b на цю площину: $a \to A$, $b \to b_1$.



$\rho\ (a;\ b) = \rho\ (A;\ b_1)$

ПОЛОЖЕННЯ ВИСОТИ В ДЕЯКИХ ВИДАХ ПІРАМІД

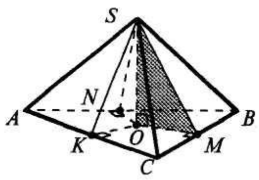


1. Якщо всі бічні ребра піраміди рівні або нахилені під одним кутом до площини основи, або утворюють рівні кути з висотою піраміди,
то основа висоти піраміди є центром кола, описаного навколо основи (і навпаки).

Якщо в піраміді $SABC$: $SA = SB = SC$, або $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO$, або $\angle ASO = \angle BSO = \angle CSO$ і $SO \perp$ пл. ABC, **то O — центр описаного навколо основи кола ($OA = OB = OC$).**	Якщо в піраміді $SABC$: $SO \perp$ пл. ABC і O — центр кола, описаного навколо основи, **то $SA = SB = SC$ і $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO$ і $\angle ASO = \angle BSO = \angle CSO$.**

Для розв'язування використовують прямокутний $\Delta\, SAO$, в якому:

$SO \perp AO$, $AO = R_{\text{опис.}}$ навколо основи кола,
$\angle SAO$ — кут нахилу бічного ребра SA до площини основи.



2. Якщо всі бічні грані піраміди однаково нахилені до основи,
то основою висоти піраміди є центр кола, вписаного в основу (і навпаки).

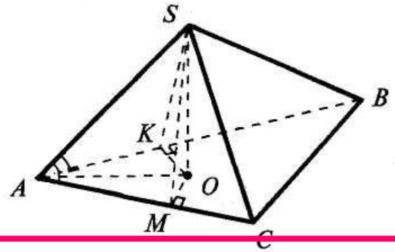
Якщо в піраміді $SABC$: грані SAB, SAC і SBC однаково нахилені до основи ABC (тобто $\angle SMO = \angle SKO = \angle SNO$ — відповідні лінійні кути рівні) і $SO \perp$ пл. ABC, **то O — центр кола, вписаного в основу ($OK = OM = ON = r_{\text{впис.}}$).**	Якщо в піраміді $SABC$: $SO \perp$ пл. ABC і O — центр кола, вписаного в основу, **то $\angle SMO = \angle SKO = \angle SNO$ (тобто всі бічні грані піраміди нахилені під одним кутом до основи піраміди).**

Для розв'язування використовують прямокутний $\Delta\, SOM$, в якому:

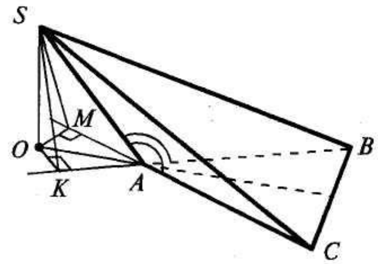
$SO \perp OM$, $OM = r_{\text{впис.}}$ в основу кола ($OM \perp BC$),
$\angle SMO$ — кут нахилу бічної грані SBC до основи
($\angle SMO$ — лінійний кут двогранного кута при ребрі BC).

Для такого виду пірамід виконується формула:

$\boxed{S_{\text{біч.}} = \dfrac{S_{\text{осн.}}}{\cos\varphi}}$, де $\varphi = \angle SMO$ — кут нахилу всіх бічних граней до основи.

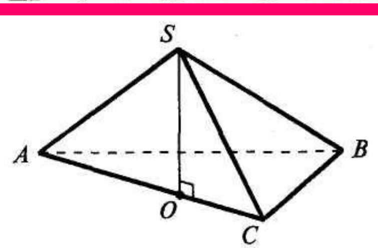


4. Якщо лише дві бічні грані піраміди (або похилої призми) однаково нахилені до основи або спільне бічне ребро цих граней утворює рівні кути із суміжними з ним сторонами основи,
то це спільне бічне ребро проектується на пряму, що містить бісектрису кута між суміжними з цим ребром сторонами основи (і навпаки).



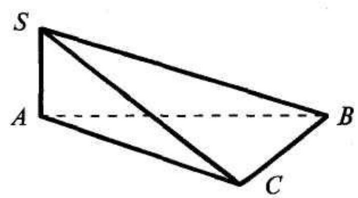
Якщо в піраміді $SABC$ грані SAB і SAC однаково нахилені до основи ABC (тобто $\angle SKO = \angle SMO$) або $\angle SAB = \angle SAC$ і $SO \perp$ пл. ABC,
то AO — бісектриса $\angle BAC$ (або пряма AO містить бісектрису $\angle BAC$).

Якщо в піраміді $SABC$
$SO \perp$ пл. ABC і AO — бісектриса $\angle BAC$
(або пряма AO містить бісектрису $\angle BAC$),
то $\angle SKO = \angle SMO$ (грані SAB і SAC однаково нахилені до основи) і $\angle SAB = \angle SAC$.



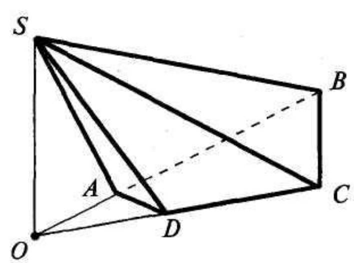
5. Якщо лише одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи,
то висотою піраміди буде висота цієї грані.

Якщо у піраміді $SABC$:
пл. $SAC \perp$ пл. ABC
і $SO \perp AC$ ($O \in AC$),
то SO — висота піраміди ($SO \perp$ пл. ABC).



6. Якщо дві суміжні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи,
то висотою піраміди буде їх спільне бічне ребро.

Якщо пл. $SAB \perp$ пл. ABC
і пл. $SAC \perp$ пл. ABC,
то SA — висота піраміди ($SA \perp$ пл. ABC).



7. Якщо дві не суміжні бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи,
то висотою піраміди буде відрізок прямої, по якій перетинаються площини цих граней.

Якщо пл. $SAB \perp$ пл. $ABCD$,
пл. $SCD \perp$ пл. $ABCD$
і пл. SAB перетинає пл. SCD по прямій SO ($O \in$ пл. $ABCD$),
то SO — висота піраміди.

35. Основою піраміди є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює $4\sqrt{3}$ *см*, гострий кут – 30°. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини її основи під кутом 45°. Знайдіть об'єм піраміди (у $см^3$).

Відповідь	Розподіл абітурієнтів (%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
	0	2			
12	90,42	9,58	9,58	28,12	0,46

35. Основою піраміди є ромб, гострий кут якого дорівнює 30°. Усі бічні грані піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60°. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює 3 *см*.

Відповідь	Розподіл абітурієнтів(%) за кількістю набраних балів		Складність (P-value)	Дискримінація (D-index)	Кореляція (Rir)
	0	2			
144	96,16	3,84	3,84	13,13	0,36

Під час підготовки до тестування з математики рекомендується використовувати підручники, що мають гриф «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України».

1. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002. − 272 с.
2. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Зодіак – ЕКО, 2006. − 384 с.
3. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів.−Х.: Світ дитинства, 2004. − 432 с.
4. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підручник для 11 класу загальноосвітніх навчальних закладів.−Х.: Світ дитинства, 2005. – 392 с.
5. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Алгебра і початки аналізу. 10 клас : Підручник.−Тернопіль : Навчальна книга−Богдан, 2004. − 456 с.
6. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Алгебра і початки аналізу. 11 клас: Підручник.−Тернопіль: Навчальна книга−Богдан, 2004. − 384 с.
7. Бевз Г.П. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10-11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. –К.: Освіта, 2005. − 255 с.
8. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти. –К.: Освіта, 2004. − 318 с.
9. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 11 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти. –К.: Освіта, 2001. − 311 с.
10. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С, Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Геометрія 10 – 11 клас: Підручник – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2005. − 288 с.
11. Тадеєв В.О. Геометрія 10 клас: Підручник.− Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. 2003. − 384 с.
12. Тадеєв В.О. Геометрія. 11 клас: Підручник.− Тернопіль: Навчальна книга-Богдан. 2004. − 480 с.
13. Бевз Г.П. та інші. Геометрія: Підручник для 10 − 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Вежа, 2004. − 224 с.

Також можна використовувати такі посібники, рекомендовані Міністерством освіти і науки України

1. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів (академічний рівень) (Рекомендовано Міністерством освіти і науки України). Харків: Гімназія, 2010. – 416 с.
2. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів (профільний рівень) (Рекомендовано Міністерством освіти і науки України). Харків: Гімназія, 2010. – 416 с.
3. Нелін Є.П. Геометрія. Дворівневий підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів (академічний і профільний рівні) (Рекомендовано Міністерством освіти і науки України). Харків: Гімназія, 2010. – 240 с.
4. Нелін Є.П. Алгебра в таблицях. Навчальний посібник для учнів 7-11 класів. Рекомендовано Міністерством освіти і науки України. Харків: Гімназія, 2010. – 128 с.
5. Нелін Є.П. Геометрія в таблицях. Навчальний посібник для учнів 7–11 класів. Рекомендовано Міністерством освіти і науки України. Харків: Гімназія, 2010. – 80 с.
6. Нелін Є.П., Роганін О.М. Математика. Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання (Рекомендовано Міністерством освіти і науки України). Харків: Гімназія, 2010, 268 с.