

Безмасштабные сети (scale-free networks)

Валерий Петрунин
vpetrunin@inbox.ru

Граф

- **Граф** или **неориентированный граф** G — это упорядоченная пара $G := (V, E)$, для которой выполнены следующие условия:
 - V это множество **вершин** или **узлов**,
 - E это множество пар (в случае неориентированного графа — неупорядоченных) вершин, называемых **рёбрами**.

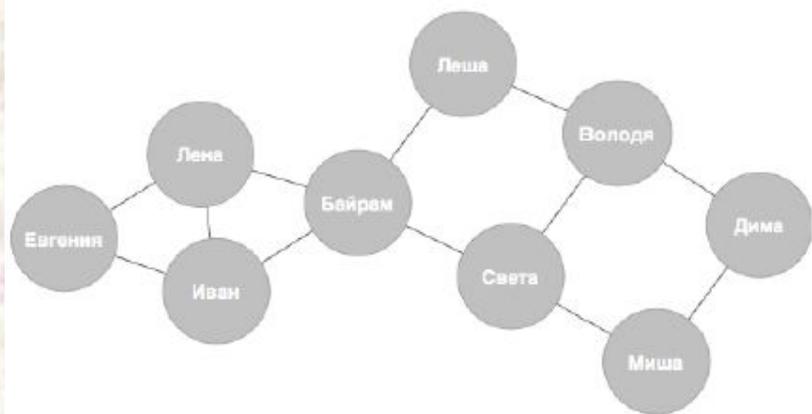
- *Диаметр графа* — это максимум расстояния между вершинами для всех пар вершин. Расстояние между вершинами — наименьшее число рёбер, которые необходимо пройти, чтобы добраться из одной вершины в другую.

Граф называется *связным*, если любые две несовпадающие вершины графа соединены маршрутом. Очевидно, что для связности графа необходимо и достаточно, чтобы произвольная фиксированная вершина графа соединялась маршрутом с каждой из оставшихся вершин этого графа.

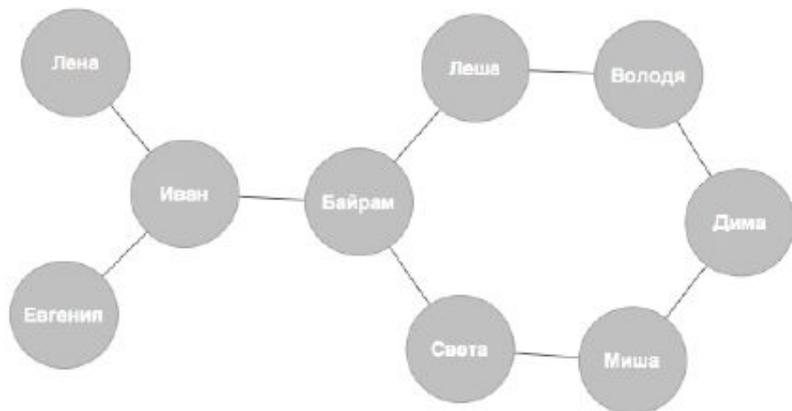
Числом реберной

связности графа называется число, равное наименьшему числу ребер, удаление которых приводит к несвязному графу. Число реберной связности одновершинного графа полагается равным нулю

Числом вершинной связности (или просто *числом связности*) графа называется число, равное наименьшему числу вершин, удаление которых приводит к несвязному или одновершинному графу



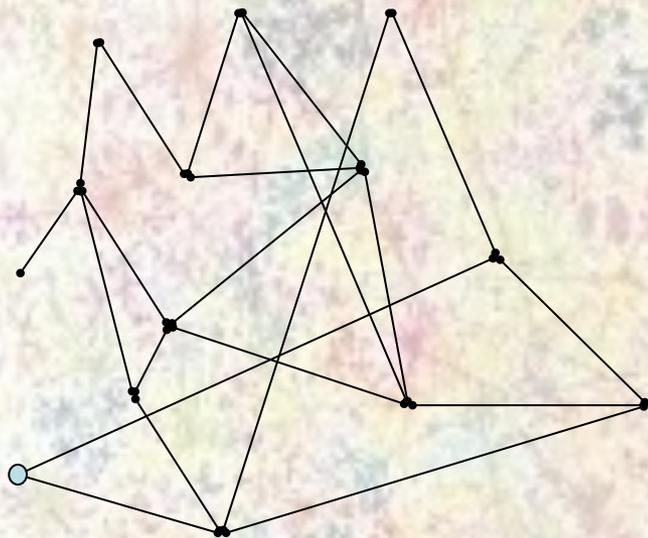
Сеть А



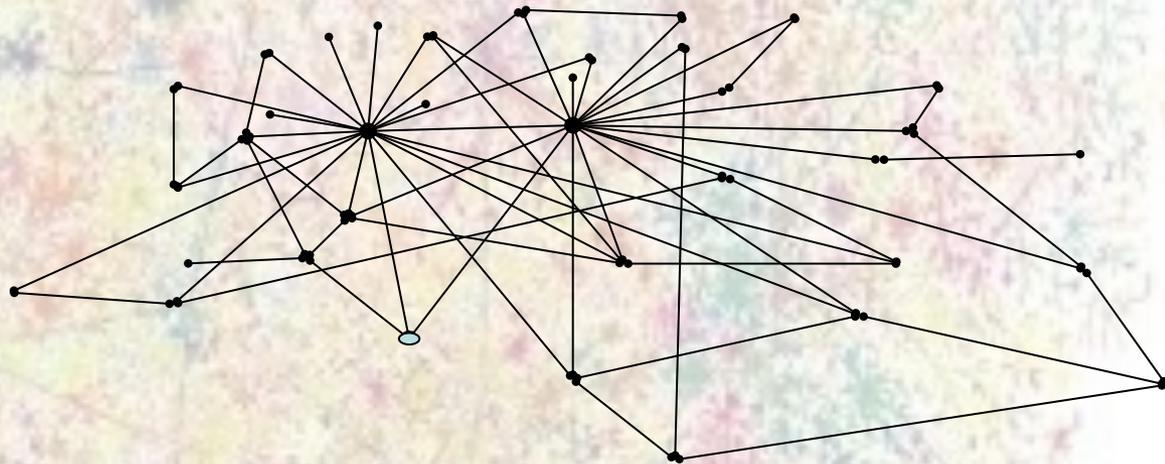
Сеть Б

Две категории сетей

- Классические(случайные) - новые узлы присоединяются к существующим примерно с одинаковой вероятностью,
- Безмасштабные - существуют узлы притягивающие непропорционально большое число новых узлов (концентраторы)

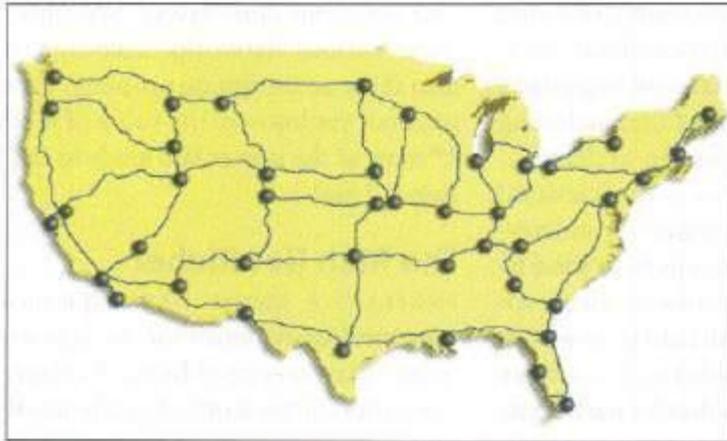


Пример классической сети

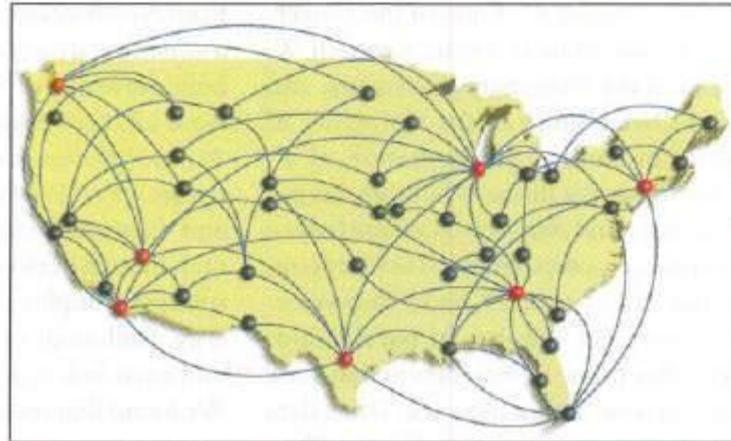


Пример безмасштабной сети

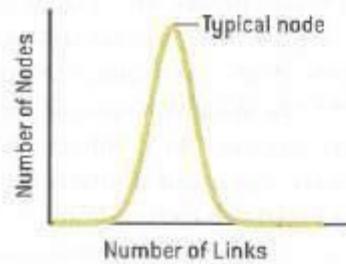
Random Network



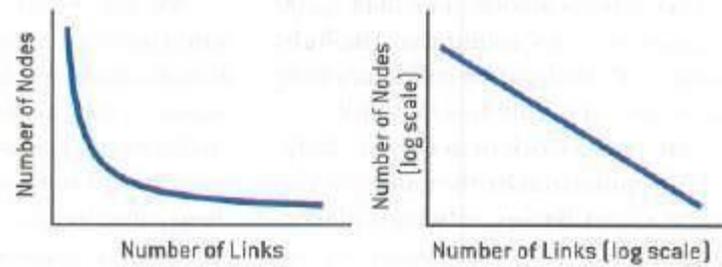
Scale-Free Network



Bell Curve Distribution of Node Linkages



Power Law Distribution of Node Linkages



Число связей у отдельно взятого узла распределяется не по Пуассону, а по логарифмическому закону. Отсюда следует, что в большинстве реальных сетей основная часть узлов имеет ограниченное число связей, а отдельные узлы-концентраторы (Барабаши называет их hub) имеют аномально большое число связей

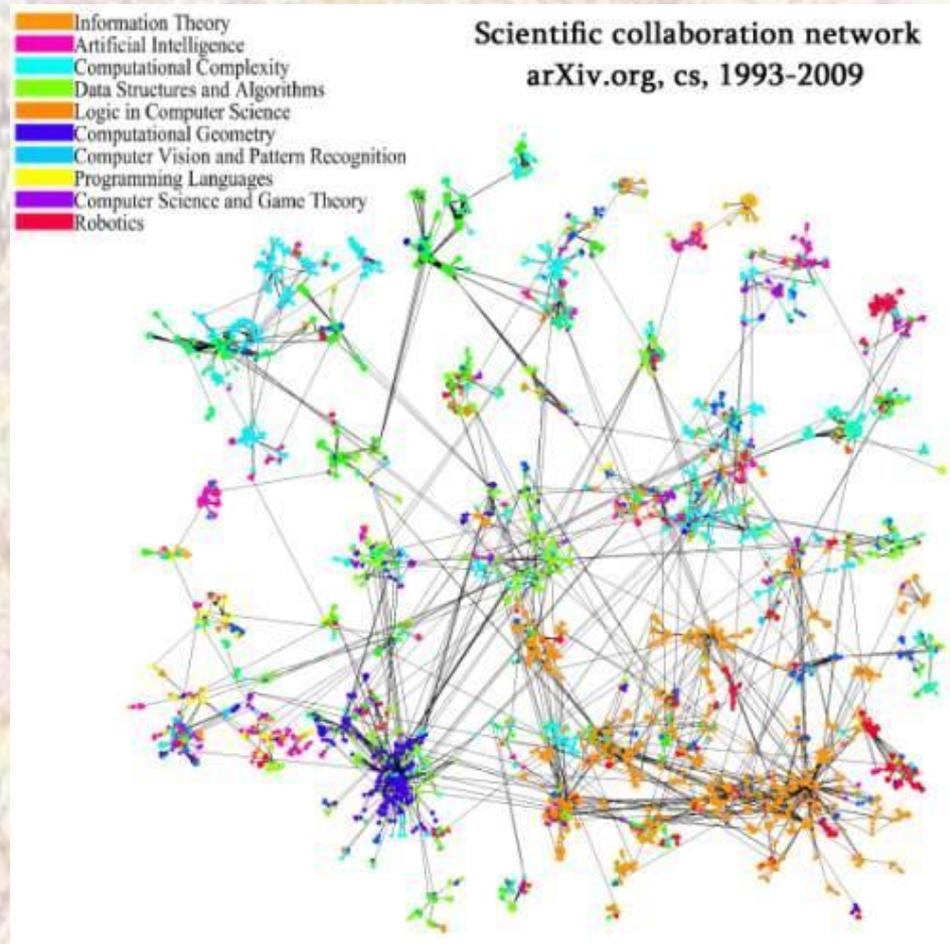
Число связей у отдельно взятого узла
распределяется не по Пуассону, а по
логарифмическому закону

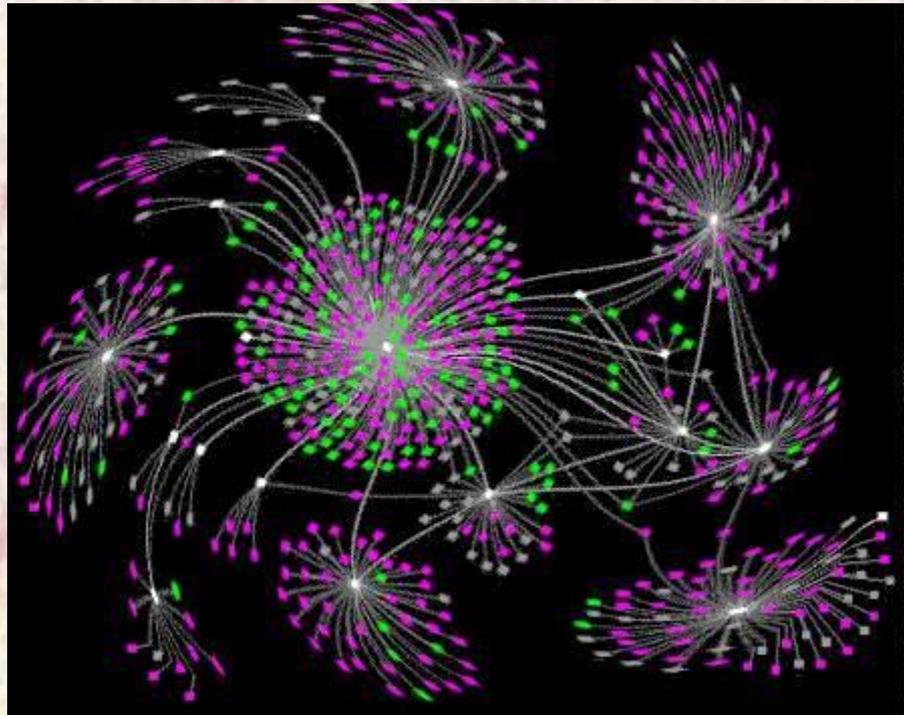


Где мы можем увидеть безмасштабные сети?

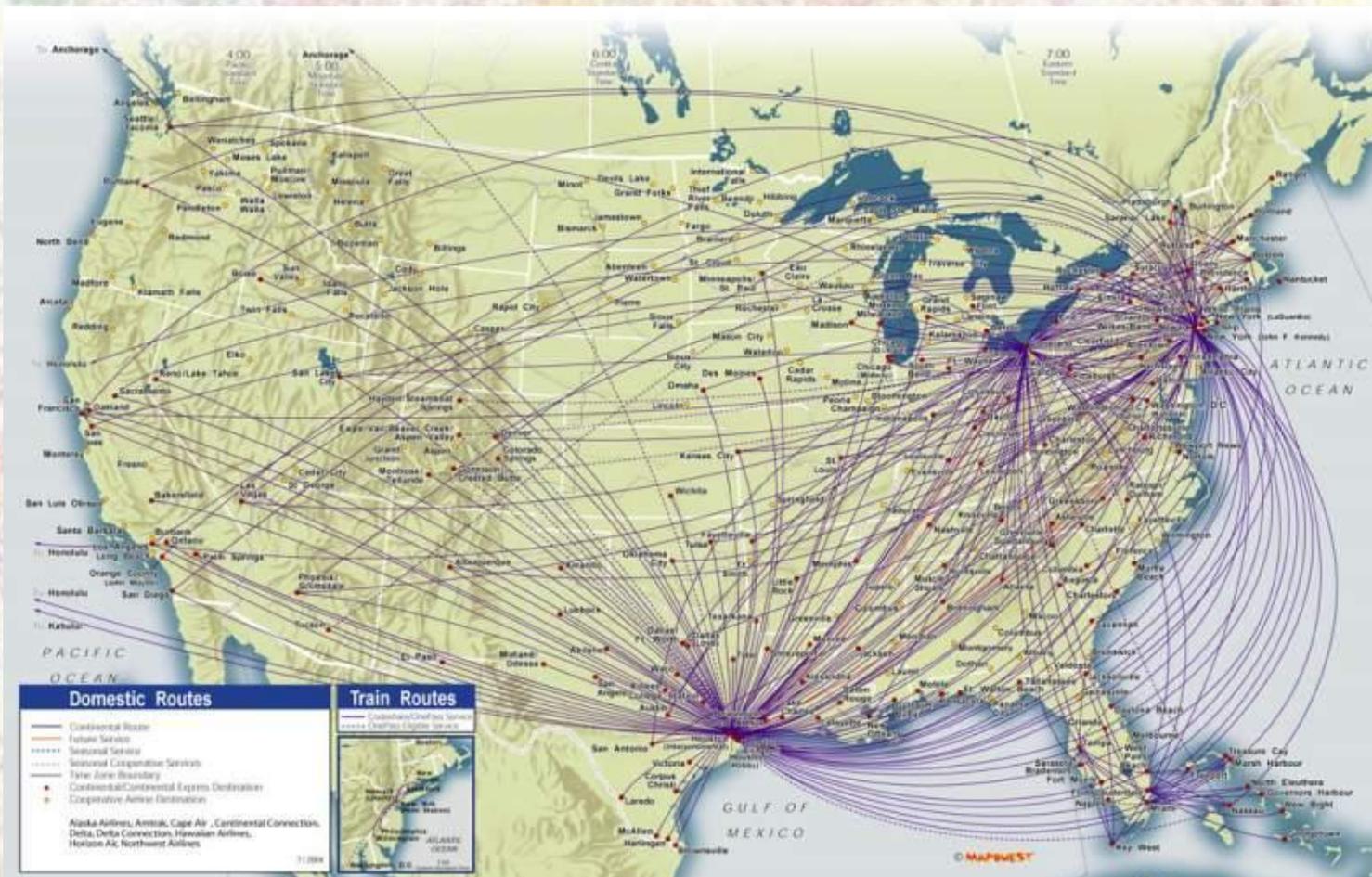
- *Техника*: Сети электропередачи, Интернет, Веб, ...
- *Социум*: половые контакты, связи, организации, дороги, авиамаршруты ...
- *Биология*: нейроны; пищевые, экологические, метаболические сети, ...
- *Физика*: молекулы, галактики...
-

Сеть цитируемости статей

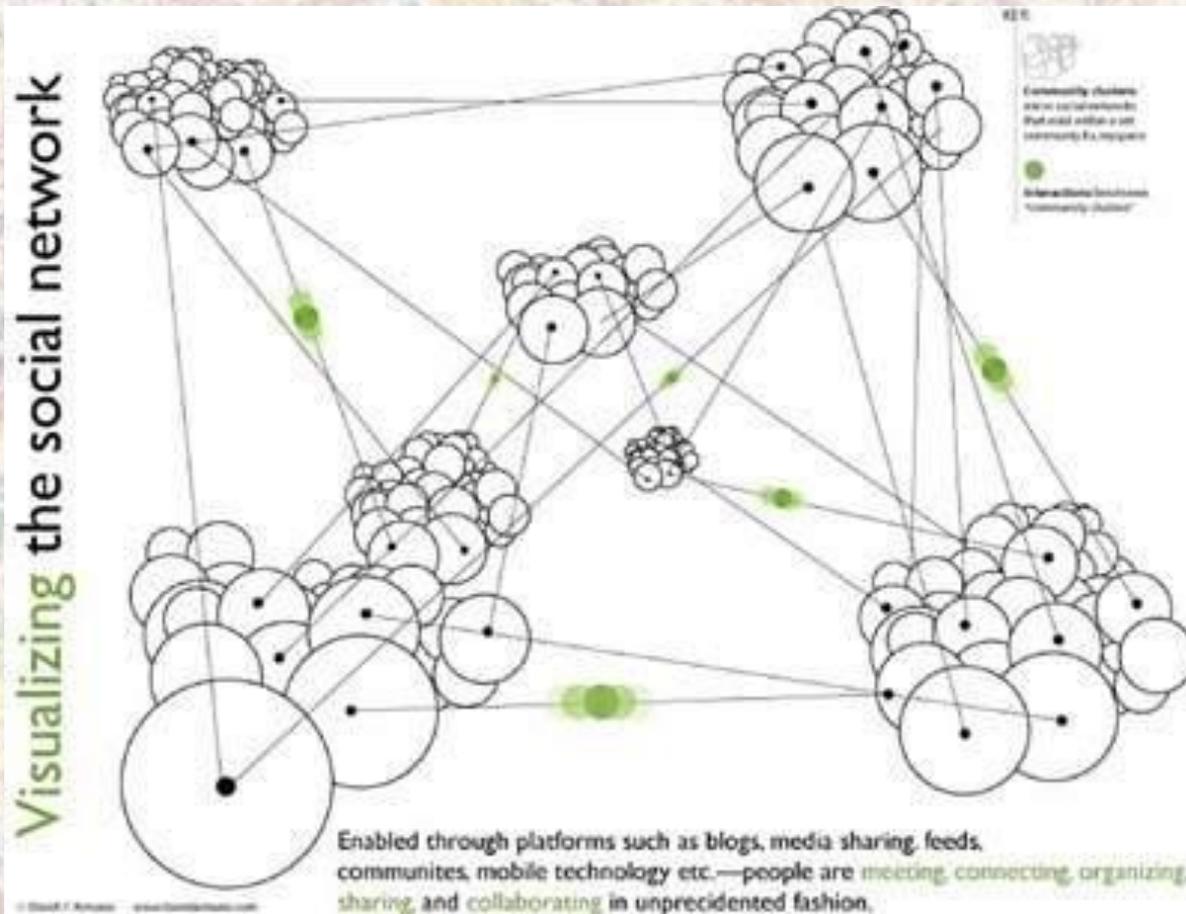




Транспортная сеть



Социальная сеть



Human Sexual Contacts

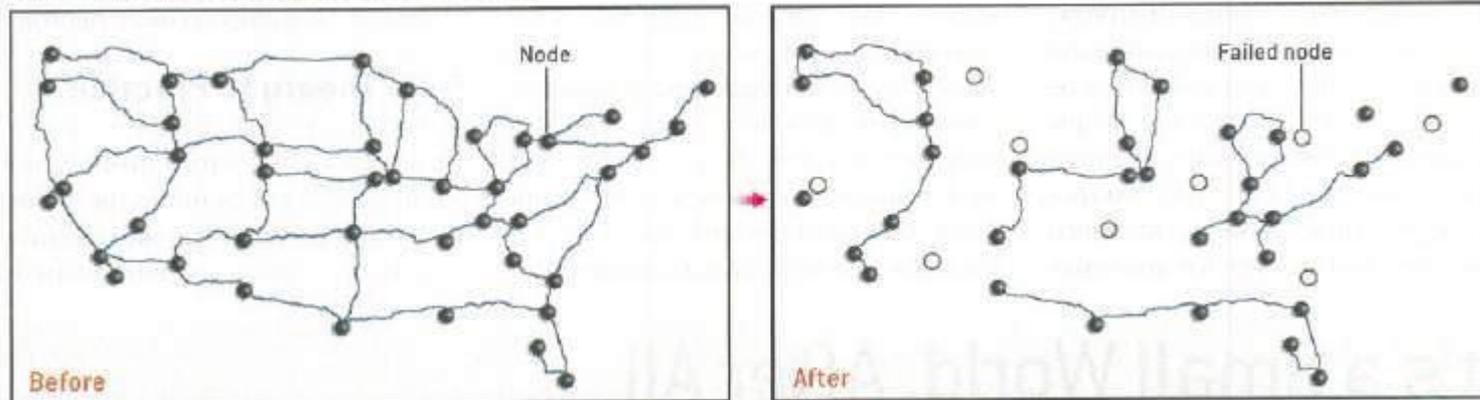


Надежность сетей

- При удалении некоторого процента узлов, скажем 5%, граф рассыпается на мелкие кусочки, гигантский кластер перестаёт существовать
- Рост безмасштабной сети не приводит к увеличению ее устойчивости к случайным воздействиям

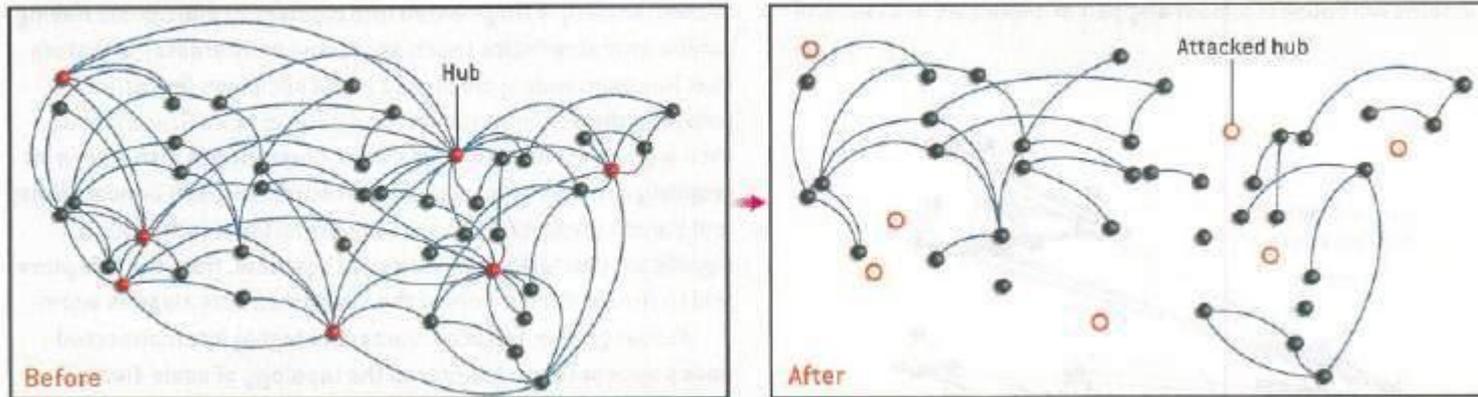
Надежность сетей

Random Network, Accidental Node Failure



Надежность сетей

Scale-Free Network, Attack on Hubs



Надежность сетей

Случайное разрушение (удаляем случ. узлы)

Случайный граф - диаметр
растет линейно

Безмасштабные сети -
диаметр не растет

Аттака (удаляем максимальные узлы)

Случайный граф - диаметр
растет линейно

Безмасштабные сети -
диаметр удваивается после
каждых 5% узлов

Вирусология

- Лечить случайные узлы ни к чему не приводит
- Если лечить хабы, то можно быстро погасить эпидемию
- СПИД, компьютерные вирусы

Предсказание

- Кто с кем напишет следующую статью?
- Где проложат новые дороги?
- Кто присоединится к группе риска?

СУБД

- Кластеризация: запросы к сетям будут бегать по соседям.

Что делать с хабами? С костяком?

- Зависит от кластеризации или s-метрики.

Выводы

Таким структурам свойственна масштабная инвариантность, поэтому мы дали им название "безмасштабные сети" (scale-free networks).

необычайно стойки к случайным отказам, но чрезвычайно уязвимы для скоординированных атак.

многие прикладные задачи - от разработки эффективных лекарственных средств и борьбы с эпидемиями до защиты пользователей Интернета от хакеров ...