

# Безмасштабные сети (scale-free networks)

Валерий Петрунин  
vpetrunin@inbox.ru



# Граф

- **Граф** или **неориентированный граф**  $G$  — это упорядоченная пара  $G := (V, E)$ , для которой выполнены следующие условия:
  - $V$  это множество **вершин** или **узлов**,
  - $E$  это множество пар (в случае неориентированного графа — неупорядоченных) вершин, называемых **рёбрами**.



- *Диаметр графа* — это максимум расстояния между вершинами для всех пар вершин. Расстояние между вершинами — наименьшее число рёбер, которые необходимо пройти, чтобы добраться из одной вершины в другую.



Граф называется *связным*, если любые две несовпадающие вершины графа соединены маршрутом. Очевидно, что для связности графа необходимо и достаточно, чтобы произвольная фиксированная вершина графа соединялась маршрутом с каждой из оставшихся вершин этого графа.

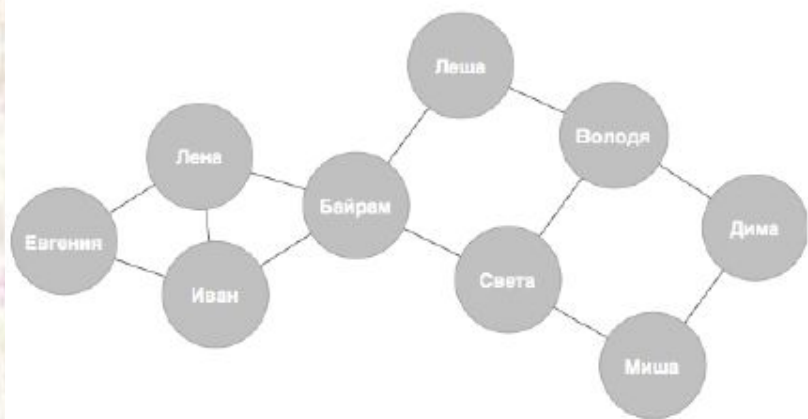


*Числом реберной*

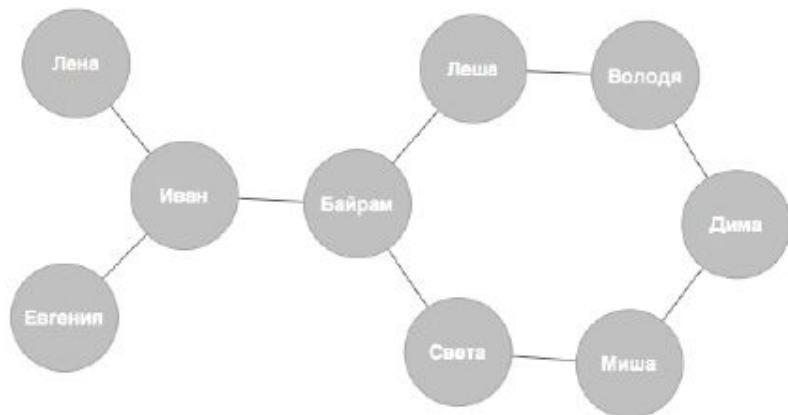
*связности* графа называется число, равное наименьшему числу ребер, удаление которых приводит к несвязному графу. Число реберной связности одновершинного графа полагается равным нулю



*Числом вершинной связности* (или просто *числом связности*) графа называется число, равное наименьшему числу вершин, удаление которых приводит к несвязному или одновершинному графу



Сеть А

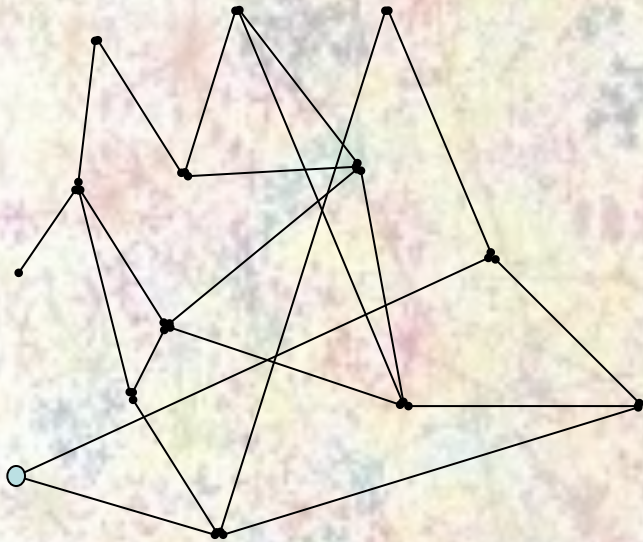


Сеть Б

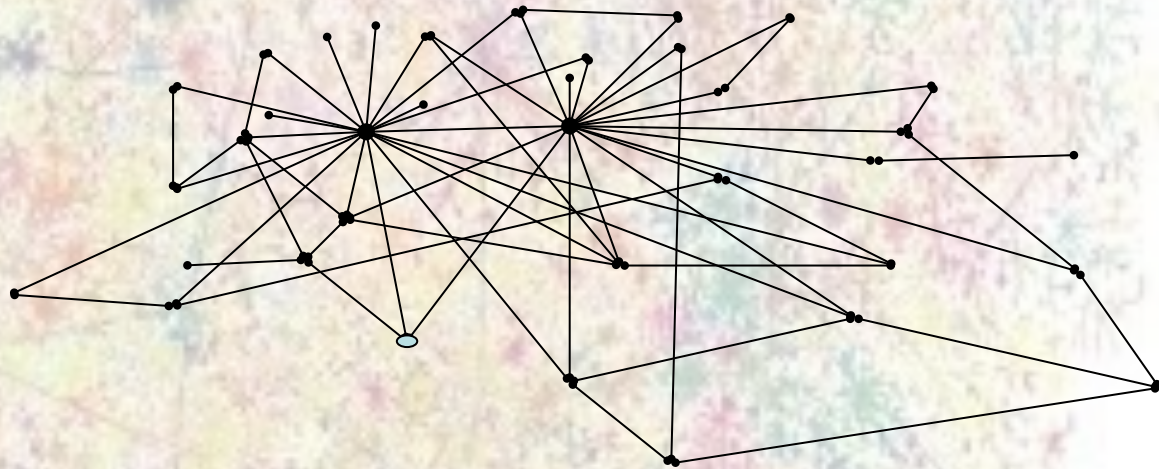


# Две категории сетей

- Классические(случайные) - новые узлы присоединяются к существующим примерно с одинаковой вероятностью,
- Безмасштабные - существуют узлы притягивающие непропорционально большое число новых узлов (концентраторы)



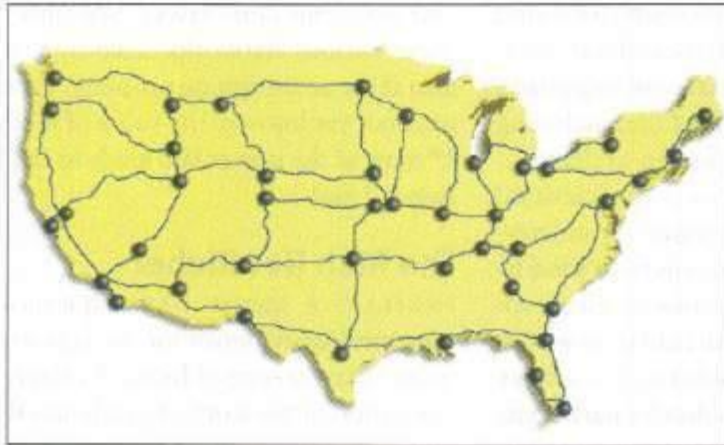
Пример классической сети



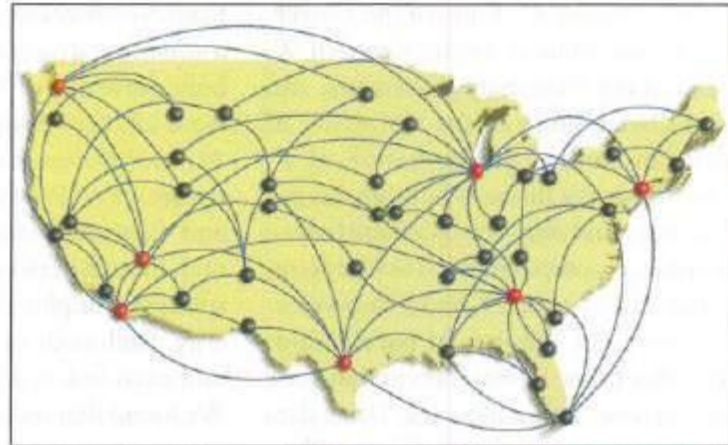
Пример безмасштабной сети



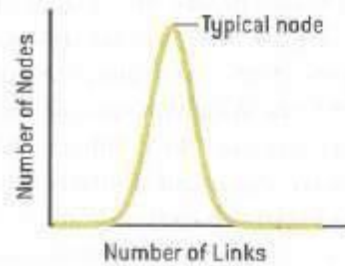
**Random Network**



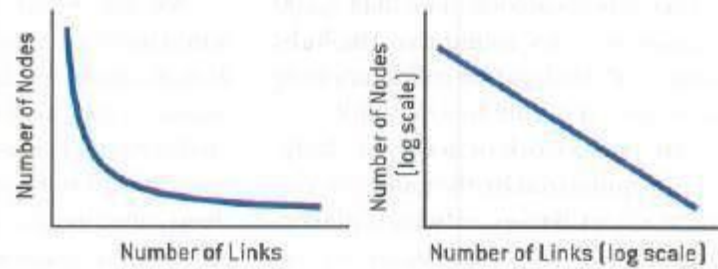
**Scale-Free Network**



**Bell Curve Distribution of Node Linkages**



**Power Law Distribution of Node Linkages**

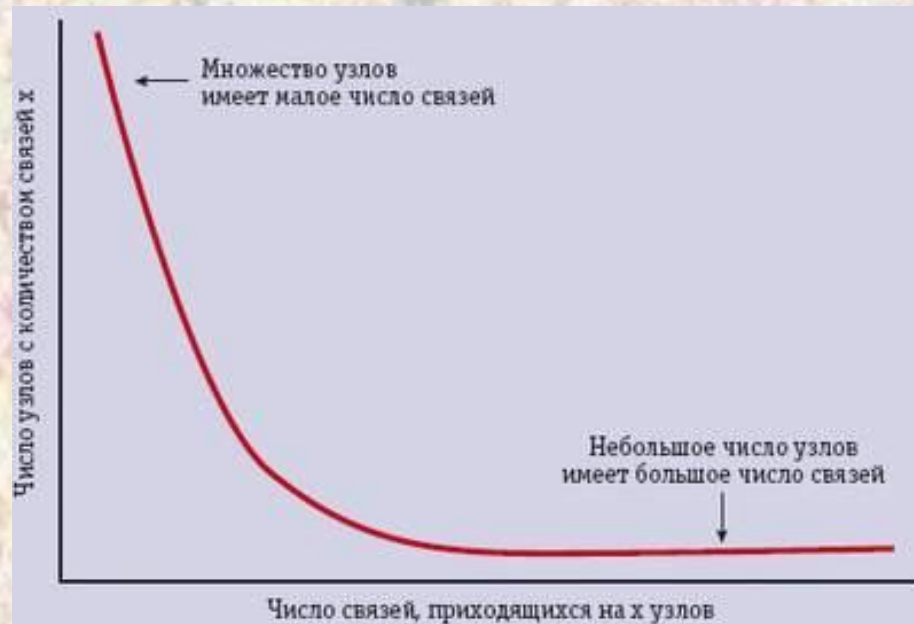




Число связей у отдельно взятого узла распределяется не по Пуассону, а по логарифмическому закону. Отсюда следует, что в большинстве реальных сетей основная часть узлов имеет ограниченное число связей, а отдельные узлы-концентраторы (Барабаши называет их hub) имеют аномально большое число связей



Число связей у отдельно взятого узла  
распределяется не по Пуассону, а по  
логарифмическому закону



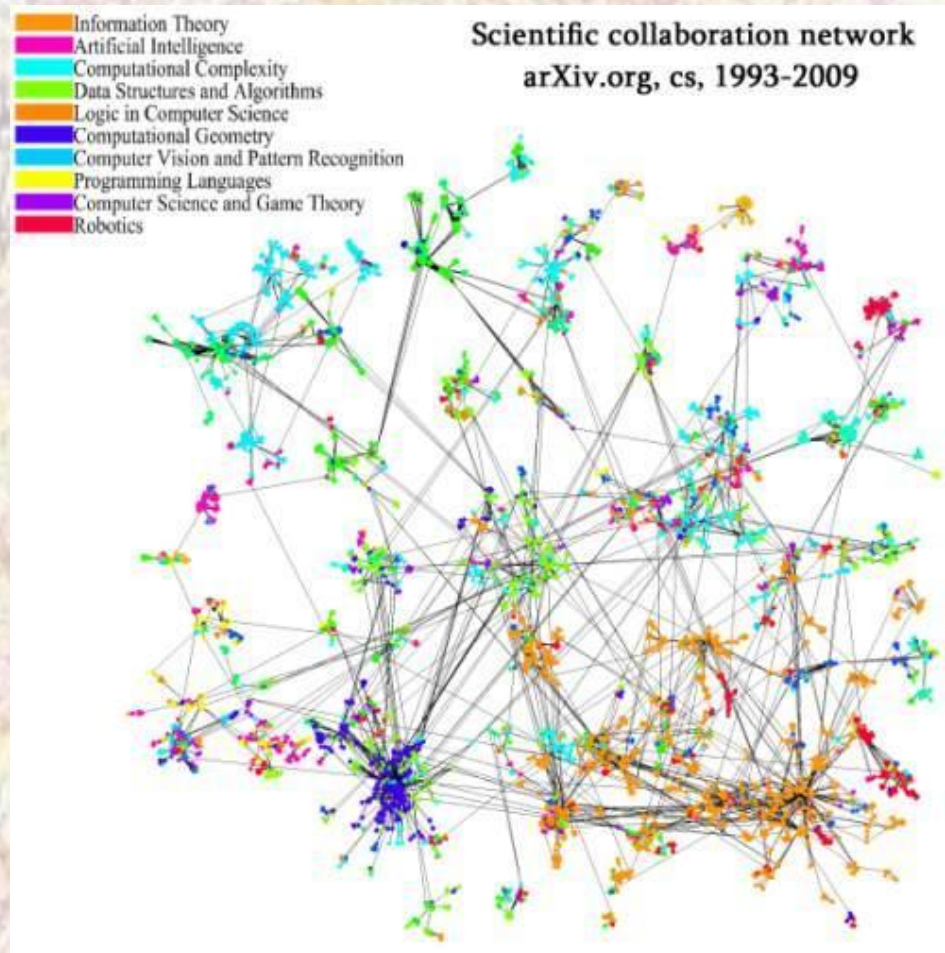


# Где мы можем увидеть безмасштабные сети?

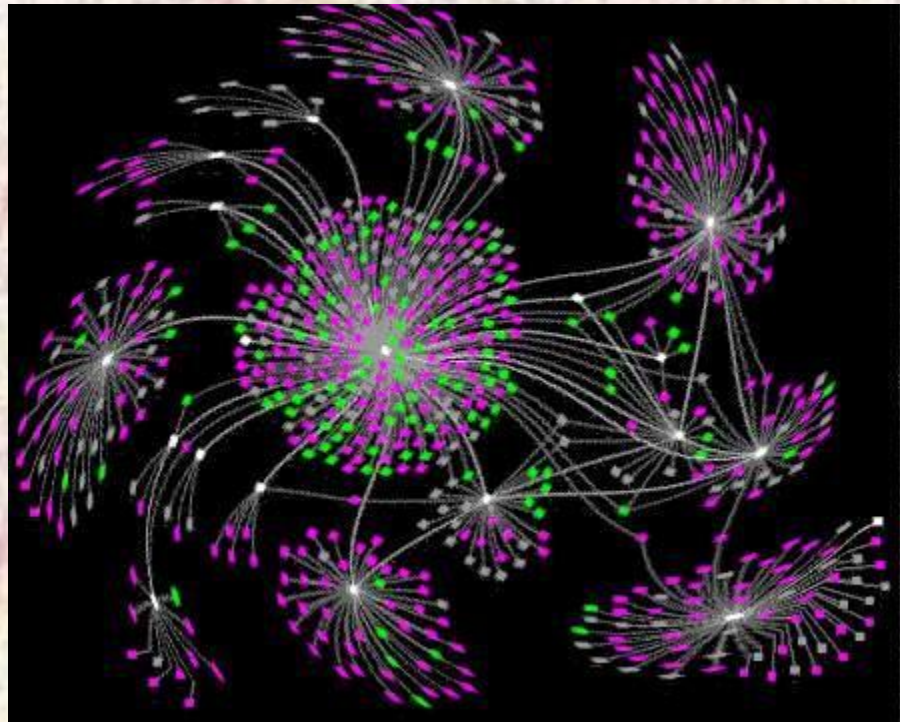
- *Техника*: Сети электропередачи, Интернет, Веб, ...
- *Социум*: половые контакты, связи, организации, дороги, авиамаршруты ...
- *Биология*: нейроны; пищевые, экологические, метаболические сети, ...
- *Физика*: молекулы, галактики...
-



# Сеть цитируемости статей





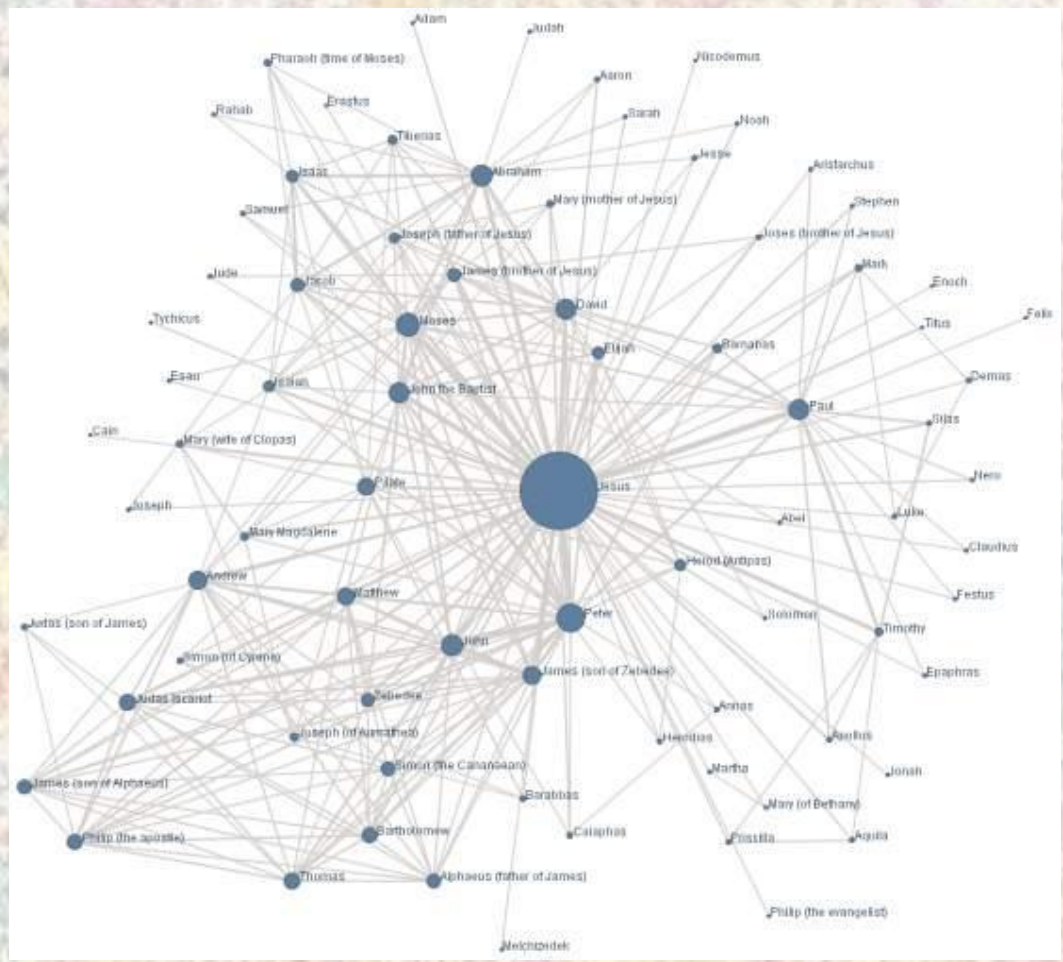




# Транспортная сеть

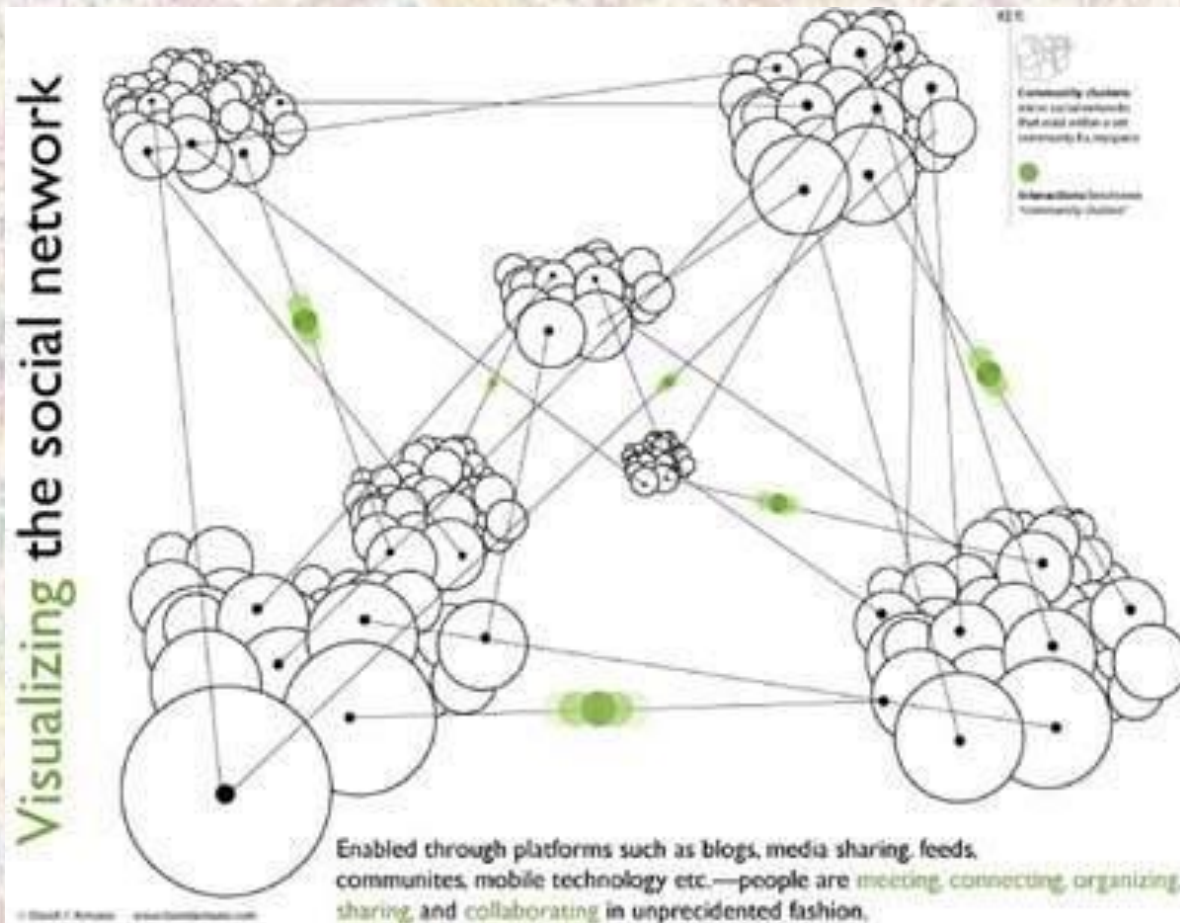








# Социальная сеть





# Human Sexual Contacts





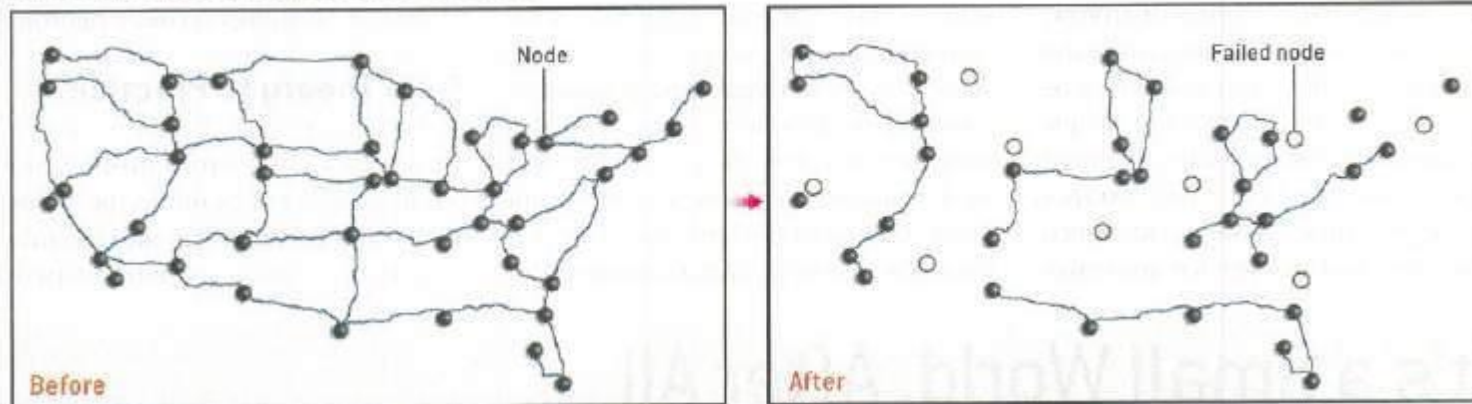
# Надежность сетей

- При удалении некоторого процента узлов, скажем 5%, граф рассыпается на мелкие кусочки, гигантский кластер перестаёт существовать
- Рост безмасштабной сети не приводит к увеличению ее устойчивости к случайным воздействиям



# Надежность сетей

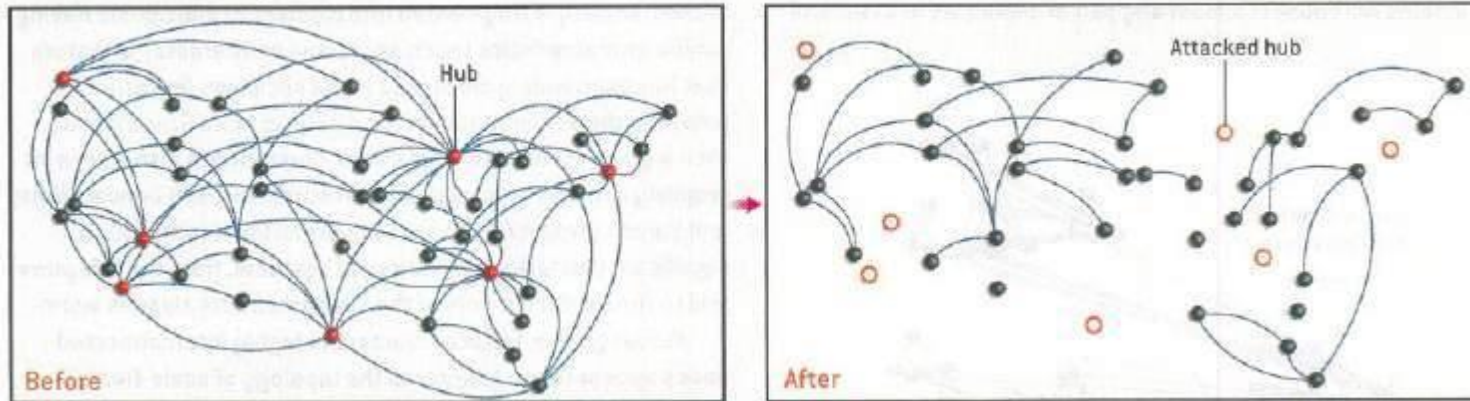
Random Network, Accidental Node Failure





# Надежность сетей

Scale-Free Network, Attack on Hubs





# Надежность сетей

Случайное разрушение (удаляем случ. узлы)

Случайный граф - диаметр  
растет линейно

Безмасштабные сети -  
диаметр не растет

Аттака (удаляем максимальные узлы)

Случайный граф - диаметр  
растет линейно

Безмасштабные сети -  
диаметр удваивается после  
каждых 5% узлов



# Вирусология

- Лечить случайные узлы ни к чему не приводит
- Если лечить хабы, то можно быстро погасить эпидемию
- СПИД, компьютерные вирусы



# Предсказание

- Кто с кем напишет следующую статью?
- Где проложат новые дороги?
- Кто присоединится к группе риска?



# СУБД

- Кластеризация: запросы к сетям будут бегать по соседям.

Что делать с хабами? С костяком?

- Зависит от кластеризации или s-метрики.



# Выводы

Таким структурам свойственна масштабная инвариантность, поэтому мы дали им название "безмасштабные сети" (scale-free networks).

необычайно стойки к случайным отказам, но чрезвычайно уязвимы для скоординированных атак.

многие прикладные задачи - от разработки эффективных лекарственных средств и борьбы с эпидемиями до защиты пользователей Интернета от хакеров ...