

Дворкин М. Э.

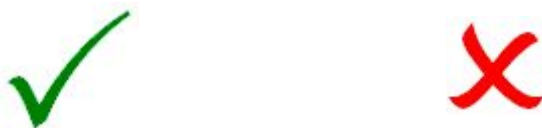
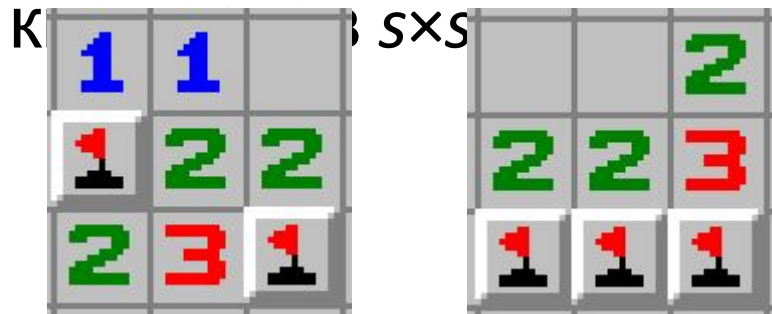
[dvorkin@rain.ifmo.ru](mailto:dvorkin@rain.ifmo.ru)

Методы автоматизации  
доказательства NP-полноты  
двумерных локально  
зависимых задач

Научный руководитель:  
Корнеев Г. А., к. т. н., доцент КТ СПбГУ  
ИТМО

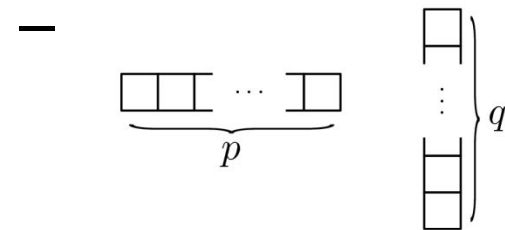
# Двумерные локально зависимые задачи

- Вход: поле  $h \times w$
- Вопрос: существует ли заполнение?
- Корректность заполнения = проверка



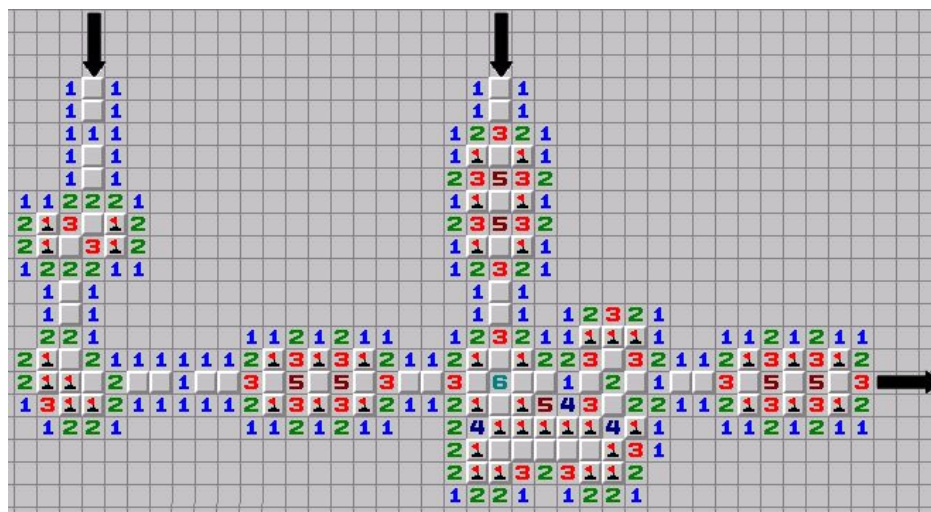
Примеры:

- Головоломки
  - Сапер
  - Какуро (CROSS SUM)
- Замощение данным набором полимино



# Применение устройств

- «На языке задачи  $L$ » выражается известная NP-полная задача
- Используются «устройства» (gadgets) и провода, соединяющие их
- Устройства могут быть сложны



# Постановка задачи

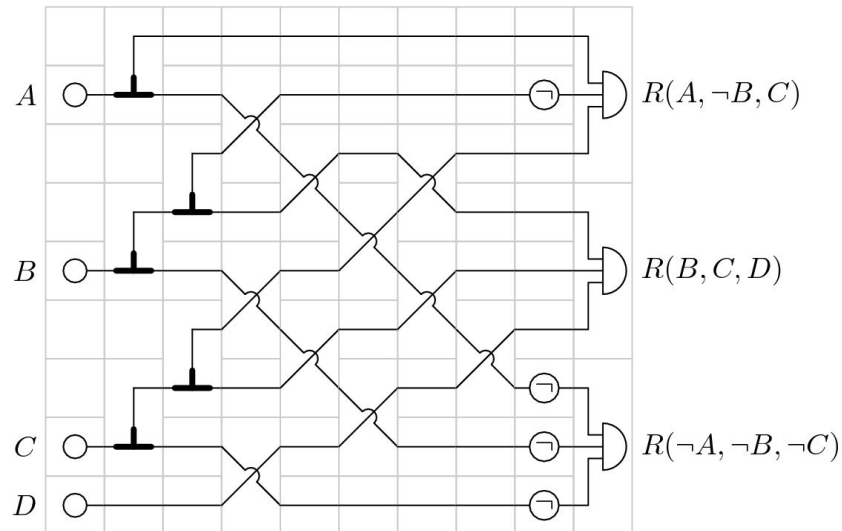
- Автоматизация построения устройств с заданной функциональностью
- Описание наборов устройств, достаточных для доказательства NP-полноты
- Программная реализация
- Применение для доказательства NP-полноты конкретных задач
  - N-CROSS SUM

# Сведение 1-in-3 SAT к $L$

Задача 1-in-3 SAT:

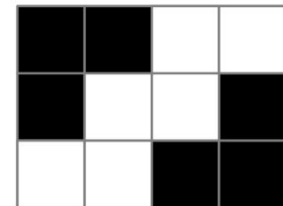
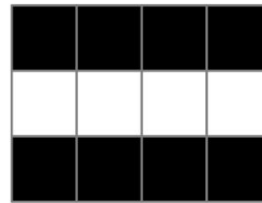
- Вход: конъюнкция из предикатов  $R(A, B, C)$
- Вопрос: выполнима ли конъюнкция?

Удобна, поскольку истинность конъюнкций проверяется независимо



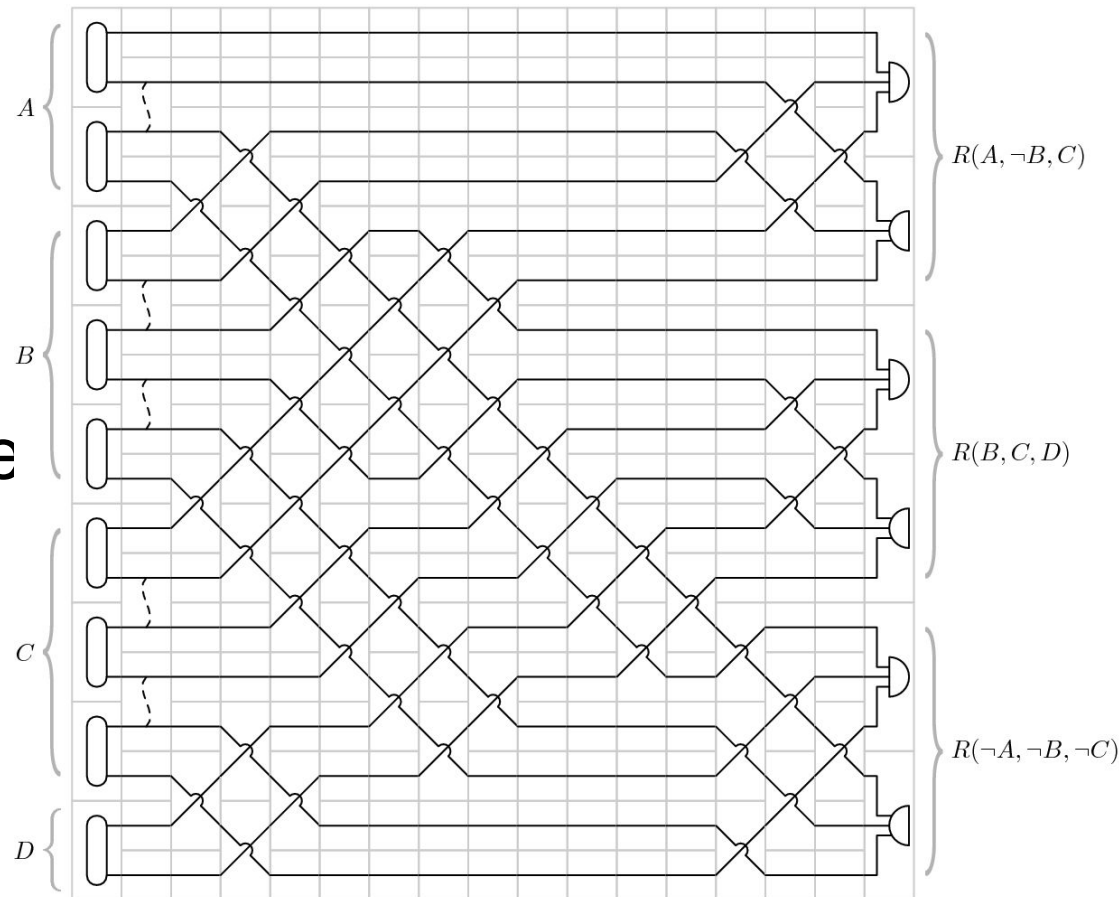
# Одинарные и двойные провода

- Провод придумывается человеком, зачастую — просто
- Устройство «создание провода» не всегда существует
- Рассматриваются двойные провода:
  - «в фазе»
  - «в противофазе»



# Набор устройств для двойных проводов

- «Создание»
- «Валидатор»
- «Одинарный провод»
- «Перекрещивание»
- «1 из 3»
- «2 из 3»



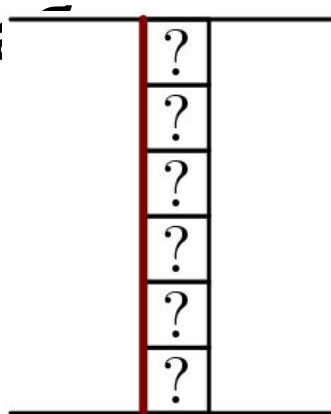
# Динамическое программирование

## по профилю

Профиль — вертикальный «срез» поля, содержит всю необходимую информацию для дальнейшей обработки поля

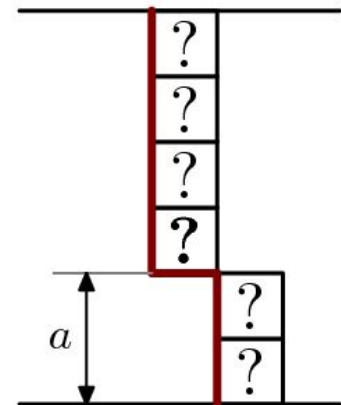
### Прямой профиль

- Проще для понимания
- Громоздкий переход, большая таблица переходов



### Изломанный профиль

- Их число больше
- Таблица переходов меньше





# Подход «перебор всех полей»

- Перебрать все поля,  $O(|A|^{hw})$
- Для каждого проверить, является ли оно искомым устройством,  $O(nhwp|B|)$
- Итого:  $O(|A|^{hw}nhwp|B|)$
- Улучшение: для разных полей не обрабатывать общие префиксы
- Время работы:  $O(|A|^{hw}np|B|)$

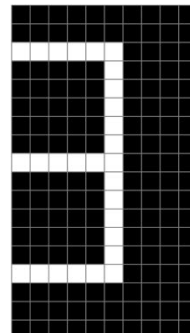
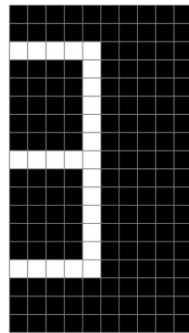
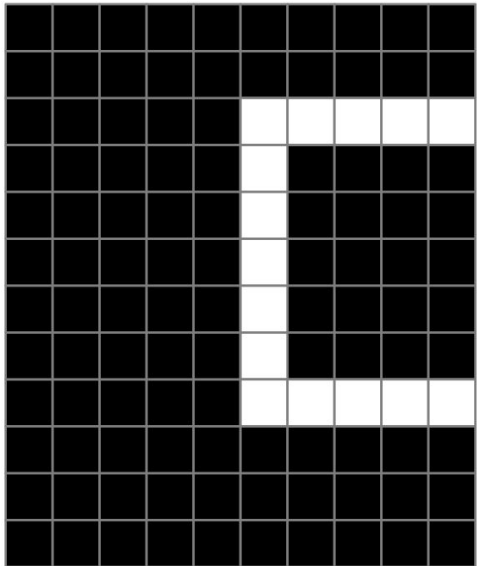
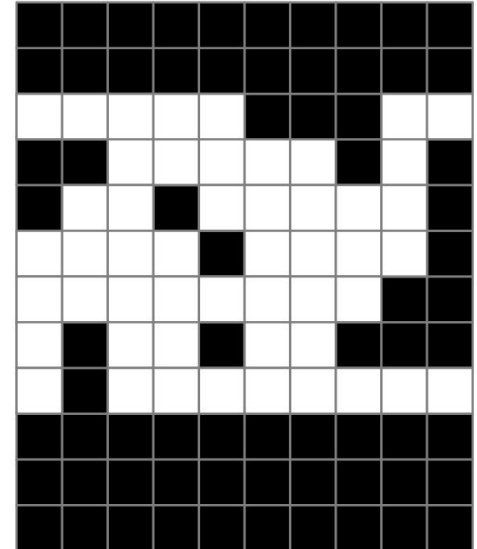
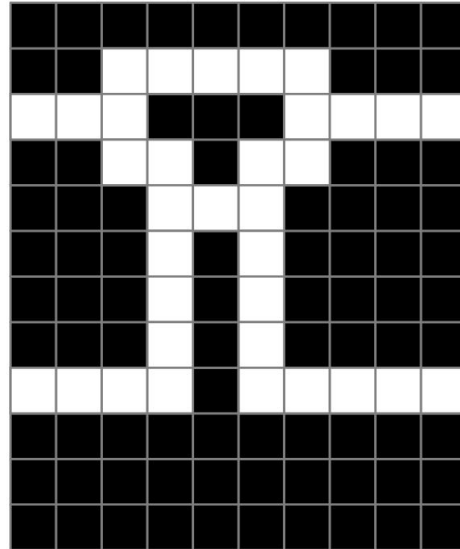
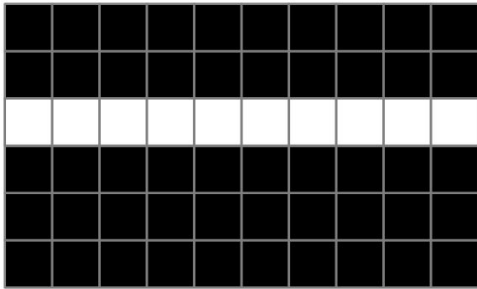
# Метадинамическое программирование

- Рассмотрим два поля после обработки первых  $i$  клеток. Что если все совпадает?
- Метапрофиль — множества достижимых профилей для каждого набора булевых значений входных проводов
- После обработки  $i$ -й клетки все поля с одинаковыми метапрофилями можно отождествить

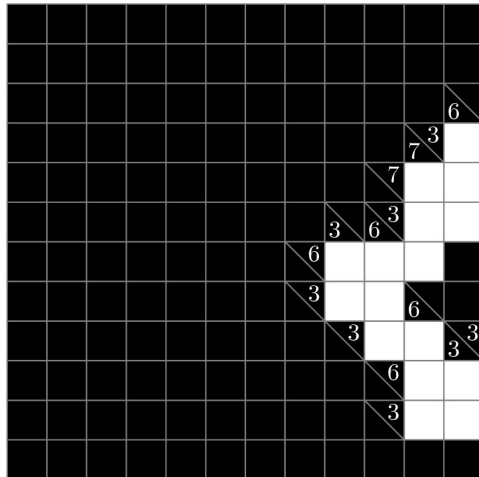
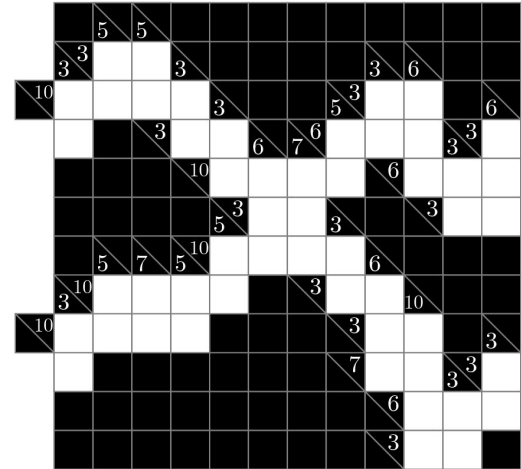
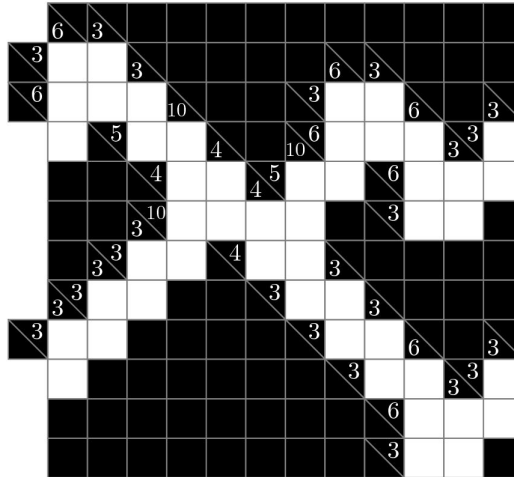
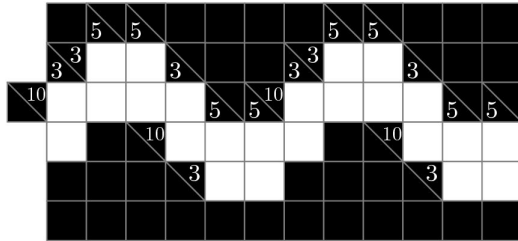
# Метадинамическое программирование

- $O(\min(|A|^{hw}np|B|, |A||B|nphw2^{np}))$
- Критична высота рассматриваемого поля
- Если после обработки столбца то же множество метапрофилей, что и до нее, можно остановиться
- Для каждого метапрофиля хранится одно поле-представитель (самое «красивое»)

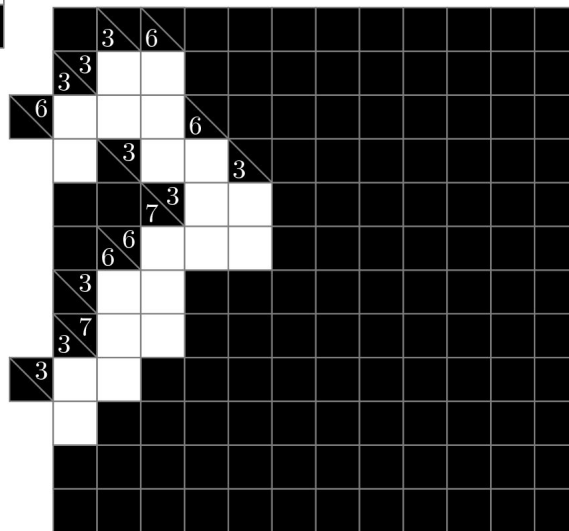
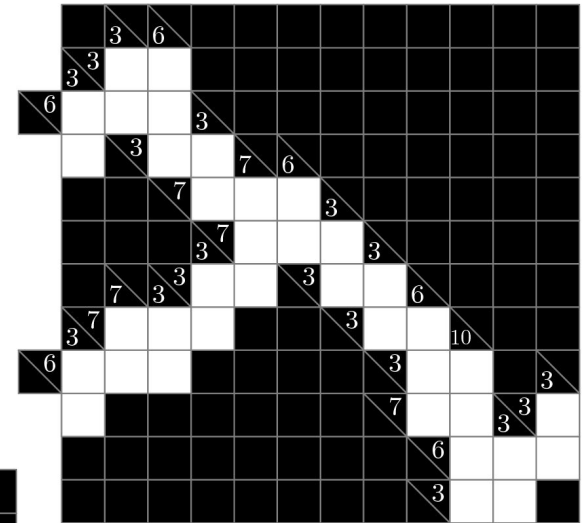
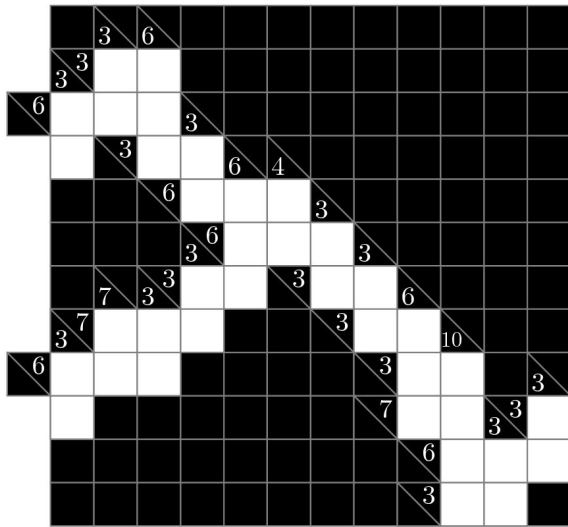
# Задача (2,3)-замощения



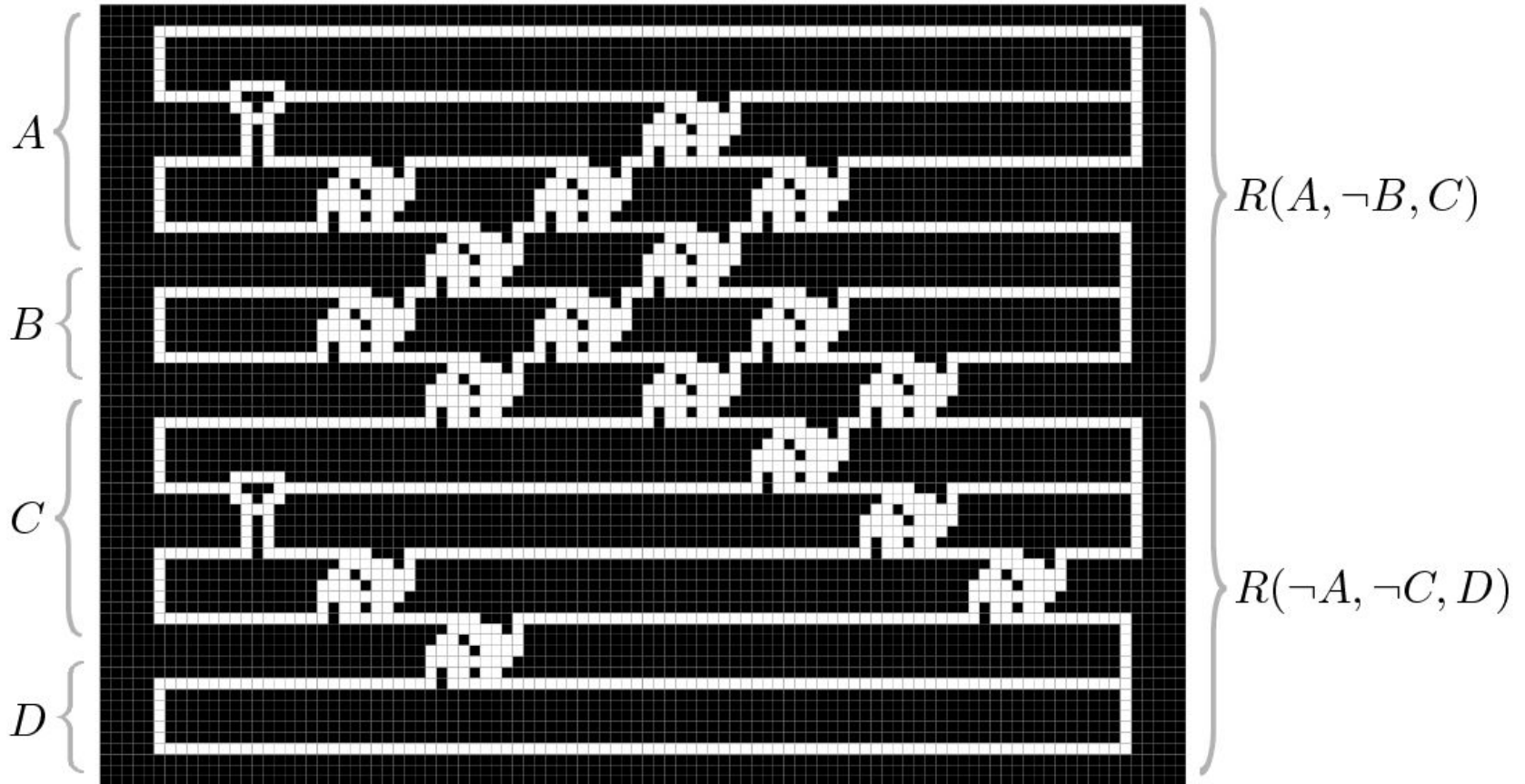
# Задача 4-CROSS SUM (открытый вопрос)



# Задача 4-CROSS SUM (открытый вопрос)



# Спасибо за внимание



Есть ли вопросы?