

Дворкин М. Э.

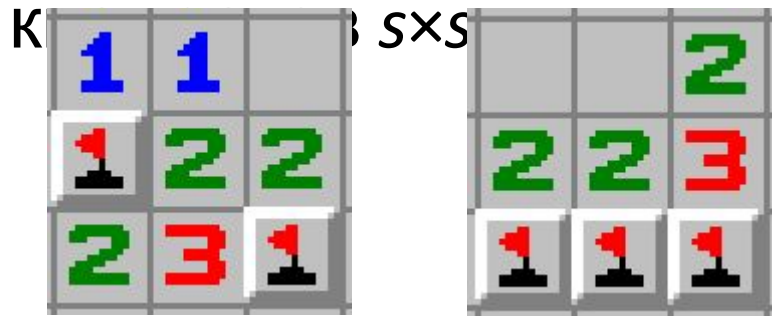
dvorkin@rain.ifmo.ru

Методы автоматизации
доказательства NP-полноты
двумерных локально
зависимых задач

Научный руководитель:
Корнеев Г. А., к. т. н., доцент КТ СПбГУ
ИТМО

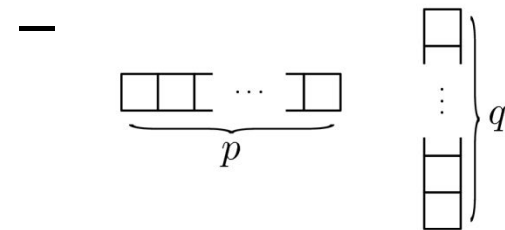
Двумерные локально зависимые задачи

- Вход: поле $h \times w$
- Вопрос: существует ли заполнение?
- Корректность заполнения = проверка



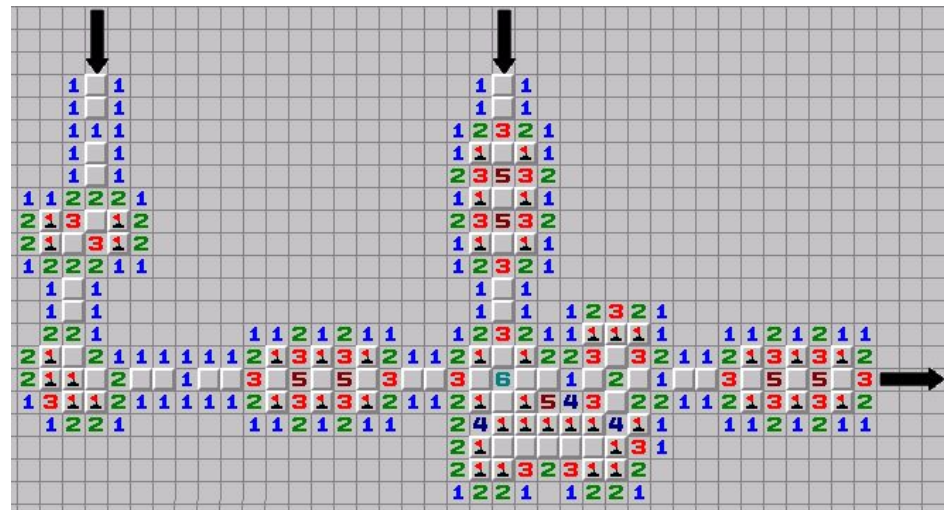
Примеры:

- Головоломки
 - Сапер
 - Какуро (CROSS SUM)
- Замощение данным набором полимино



Применение устройств

- «На языке задачи L » выражается известная NP-полная задача
- Используются «устройства» (gadgets) и провода, соединяющие их
- Устройства могут быть сложны



Постановка задачи

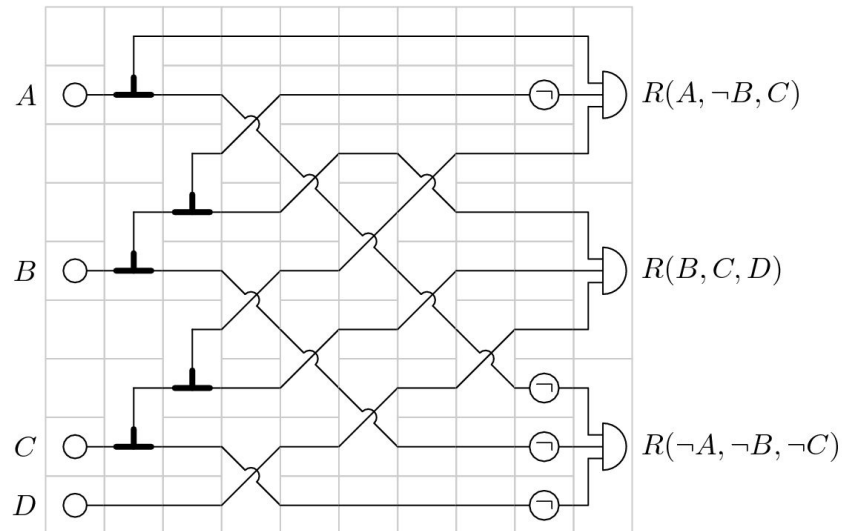
- Автоматизация построения устройств с заданной функциональностью
- Описание наборов устройств, достаточных для доказательства NP-полноты
- Программная реализация
- Применение для доказательства NP-полноты конкретных задач
 - N-CROSS SUM

Сведение 1-in-3 SAT к L

Задача 1-in-3 SAT:

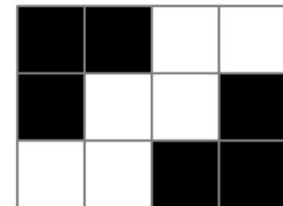
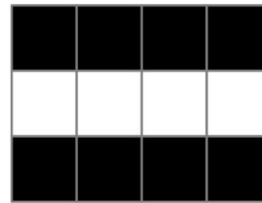
- Вход: конъюнкция из предикатов $R(A, B, C)$
- Вопрос: выполнима ли конъюнкция?

Удобна, поскольку истинность конъюнкций проверяется независимо



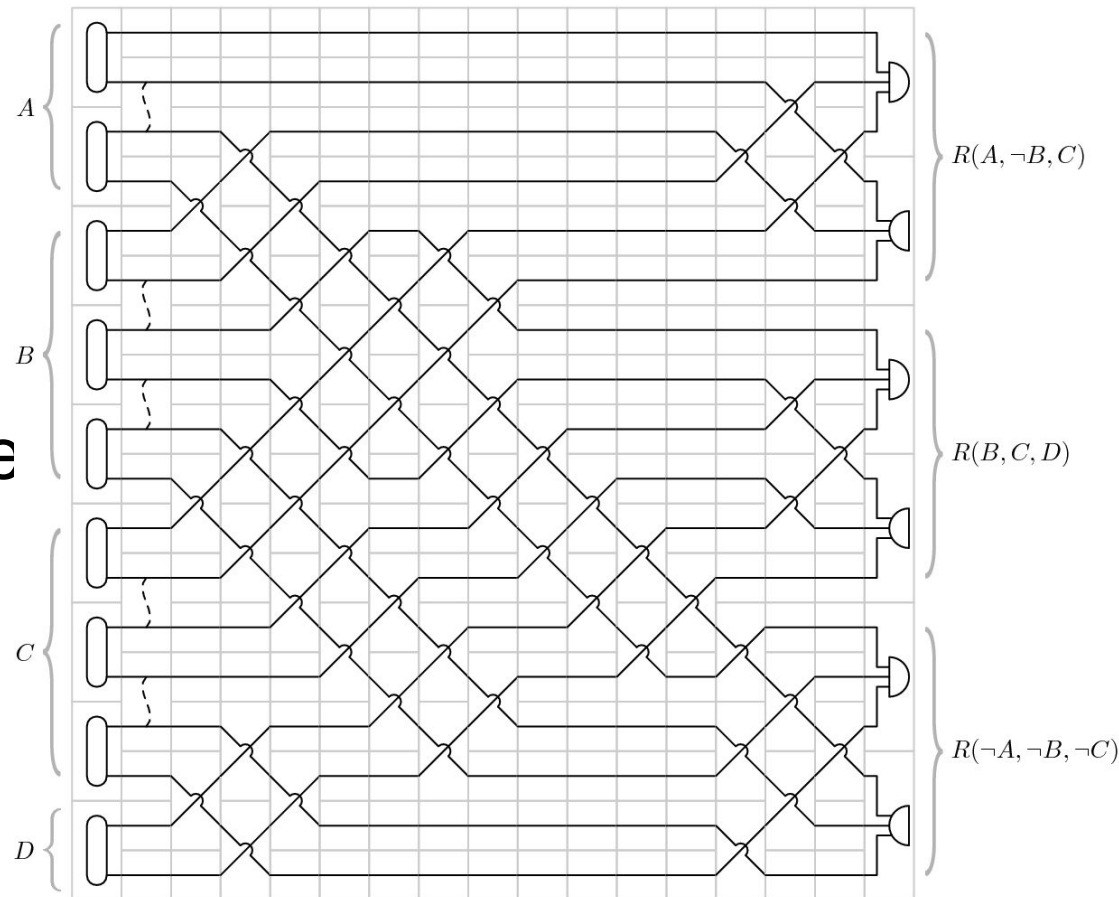
Одинарные и двойные провода

- Провод придумывается человеком, зачастую — просто
- Устройство «создание провода» не всегда существует
- Рассматриваются двойные провода:
 - «в фазе»
 - «в противофазе»



Набор устройств для двойных проводов

- «Создание»
- «Валидатор»
- «Одинарный провод»
- «Перекрещивание»
- «1 из 3»
- «2 из 3»



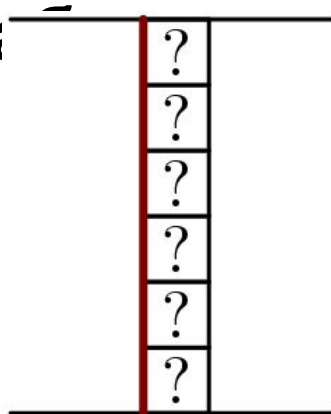
Динамическое программирование

по профилю

Профиль — вертикальный «срез» поля, содержит всю необходимую информацию для дальнейшей обработки поля

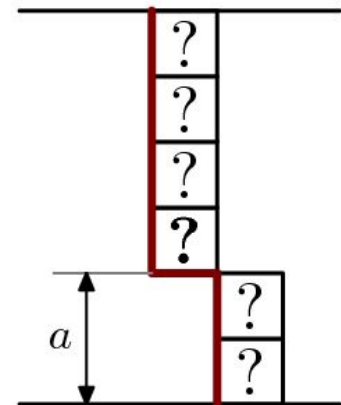
Прямой профиль

- Проще для понимания
- Громоздкий переход, большая таблица переходов



Изломанный профиль

- Их число больше
- Таблица переходов меньше



Подход «перебор всех полей»

- Перебрать все поля, $O(|A|^{hw})$
- Для каждого проверить, является ли оно искомым устройством, $O(nhwp|B|)$
- Итого: $O(|A|^{hw}nhwp|B|)$
- Улучшение: для разных полей не обрабатывать общие префиксы
- Время работы: $O(|A|^{hw}np|B|)$

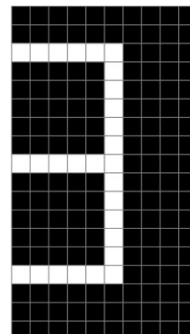
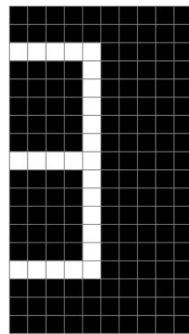
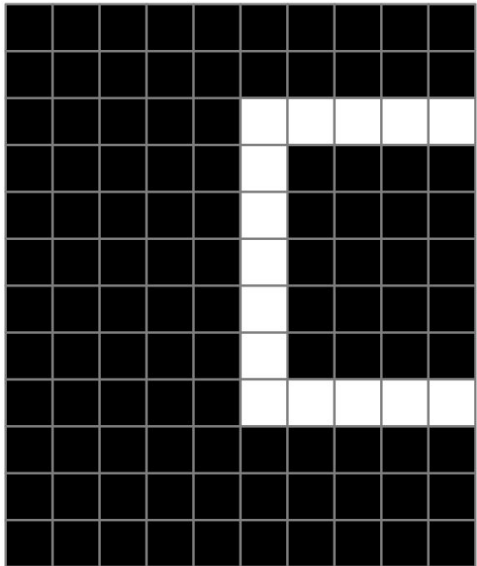
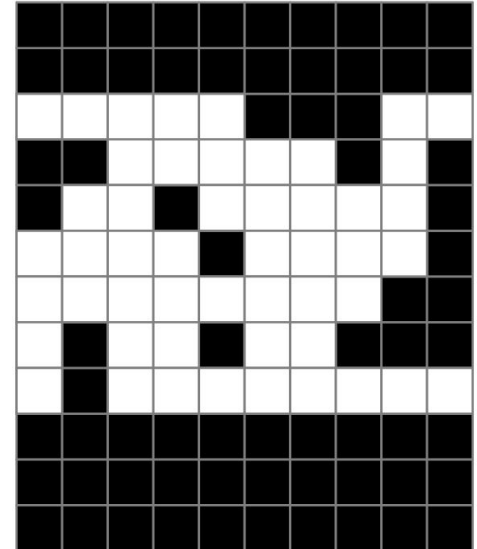
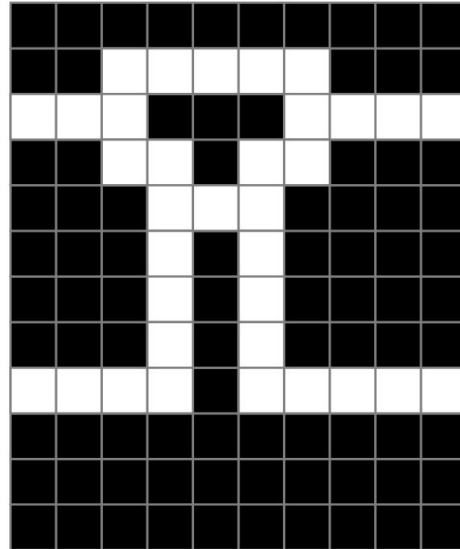
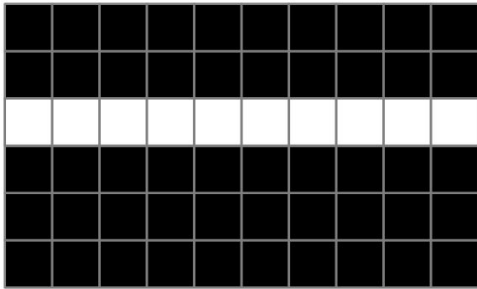
Метадинамическое программирование

- Рассмотрим два поля после обработки первых i клеток. Что если все совпадает?
- Метапрофиль — множества достижимых профилей для каждого набора булевых значений входных проводов
- После обработки i -й клетки все поля с одинаковыми метапрофилями можно отождествить

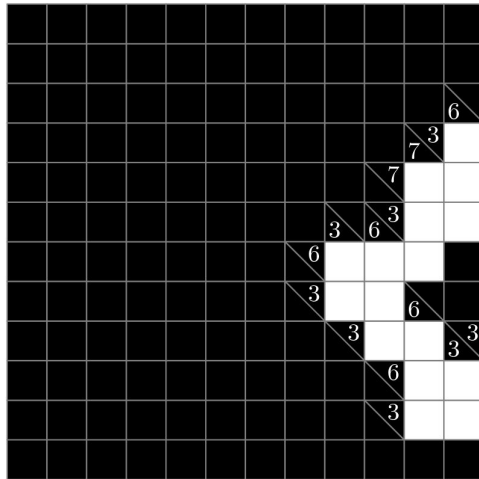
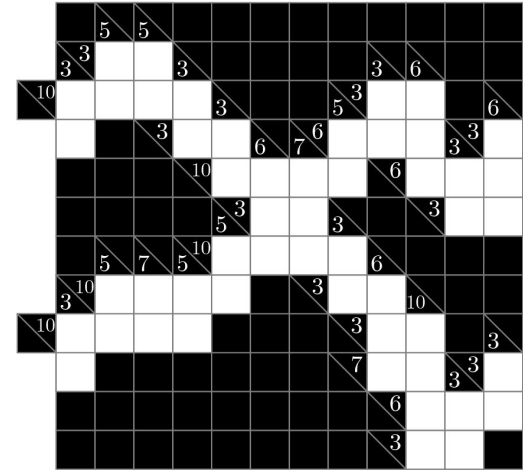
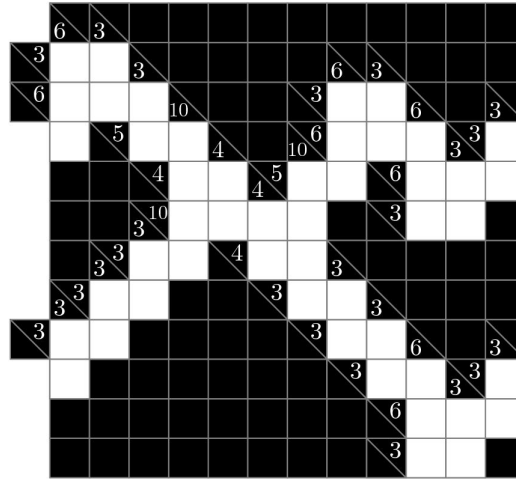
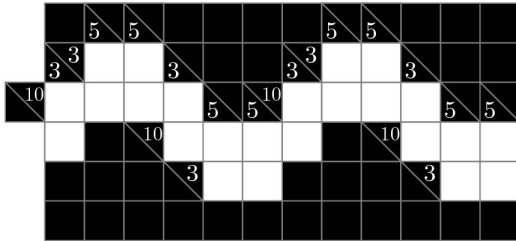
Метадинамическое программирование

- $O(\min(|A|^{hw}np|B|, |A||B|nphw2^{np}))$
- Критична высота рассматриваемого поля
- Если после обработки столбца то же множество метапрофилей, что и до нее, можно остановиться
- Для каждого метапрофиля хранится одно поле-представитель (самое «красивое»)

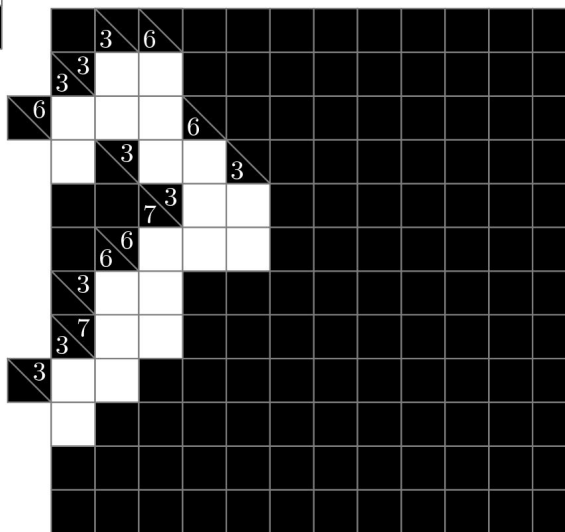
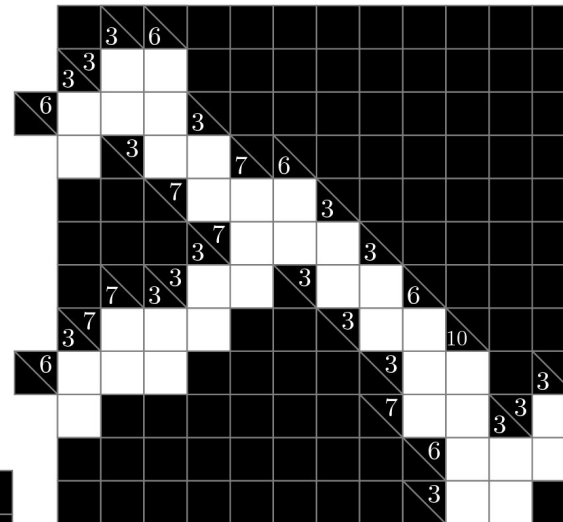
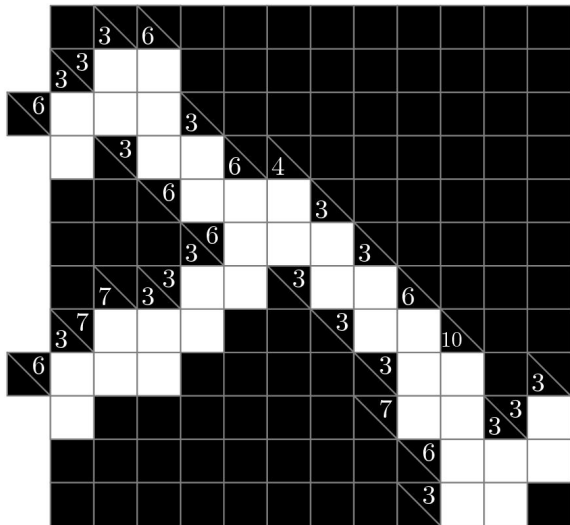
Задача (2,3)-замощения



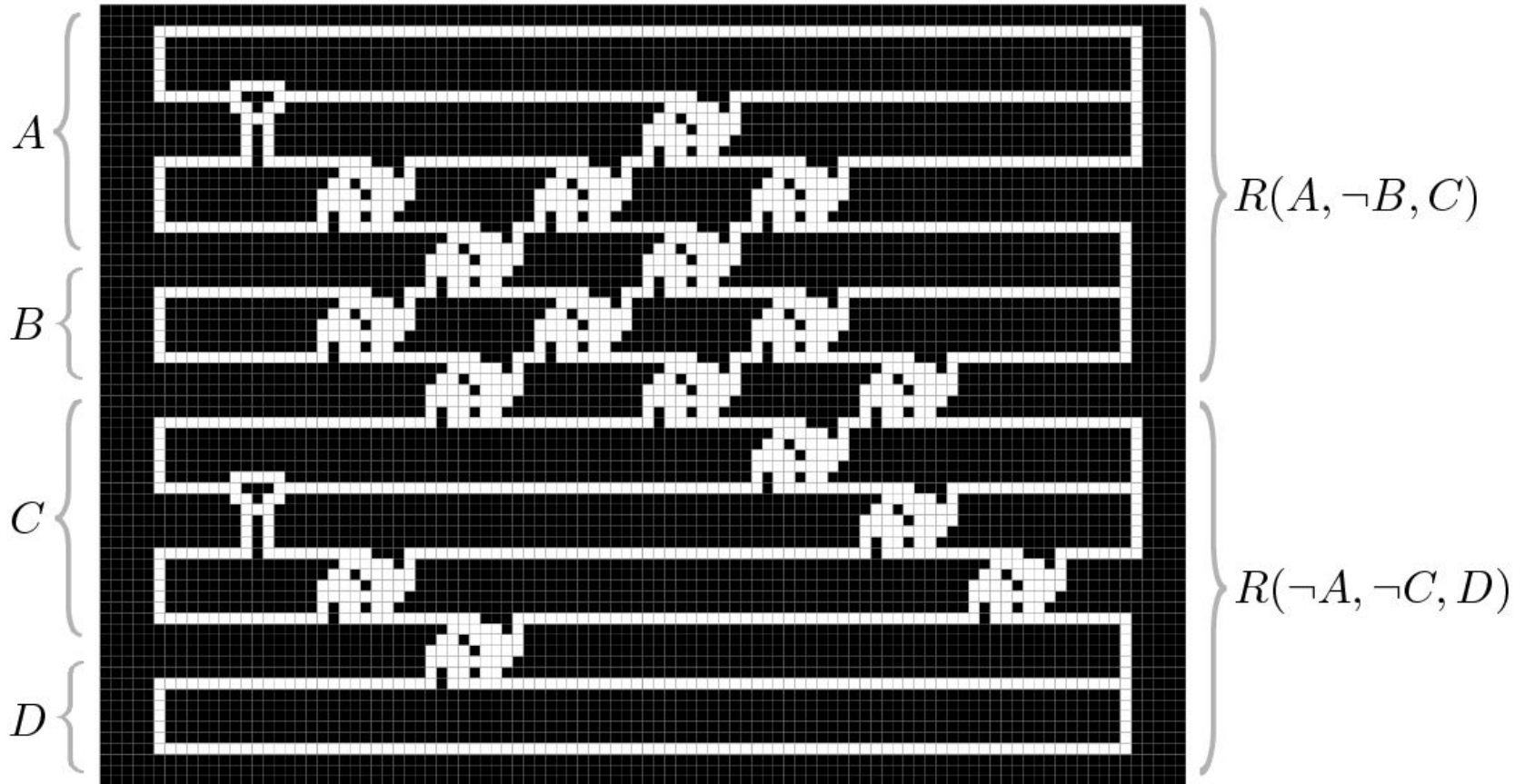
Задача 4-CROSS SUM (открытый вопрос)



Задача 4-CROSS SUM (открытый вопрос)



Спасибо за внимание



Есть ли вопросы?