Відкритий урок
на тему:

Дотична до графіка функції

Боярська ЗОШ I-III ступенів №1
Києво-Святошинського р-ну
Київської обл.
Вч. Овчинникова (Яськова) О.Й.
м.Боярка

Дотична до графіка функції

Мета: Дати поняття про геометричний зміст похідної та вивести рівняння дотичної

I. Перевірка домашнього завдання

1. Розв'язати нерівності методом інтервалів:

1. $(x-5)(\tilde{o}+1)(\tilde{o}-3) < 0$

2. $\dfrac{x^2(x-3)}{x-1} \leq 0$

1. $(\tilde{o}-5)(\tilde{o}+1)(\tilde{o}-3) < 0$

2. $\dfrac{(x+2)^2(x-4)}{(x-3)} > 0$

2. Знайти похідні функцій:

1. $f(x) = 2x^5 + 3\sqrt{x} - 10$

2. $g(x) = (3 - 7 \cdot x)^{10}$

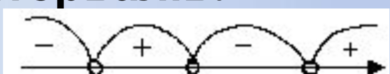
1. $g(x) = x^2 + \dfrac{3}{x} - 5$

2. $f(x) = \cos(3 - 2 \cdot x);$

І. Перевірка домашнього завдання

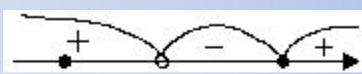
відповіді

1. Розв'язати нерівності методом інтервалів:

1.


–1 3 5

(–∞;–1)U(3;5)

2.


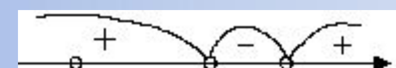
1 3

(1;3] і x=0

1.


–6 –2 4

[-6;-2]U[4;+∞)

2.


–2 3 4

(–∞;-2)U(-2;-3)U(4;+∞)

2. Знайти похідні функцій:

1. $$f'(x) = 10 \cdot x^4 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

2. $$g'(x) = -70 \cdot (3 - 7 \cdot x)^9.$$

1. $$g'(x) = 2 \cdot x - \frac{3}{x^2}$$

2. $$f'(x) = 2 \cdot \sin(3 - 2 \cdot x)$$

II. Вивчення нового матеріалу

А) Актуалізація опорних знань.

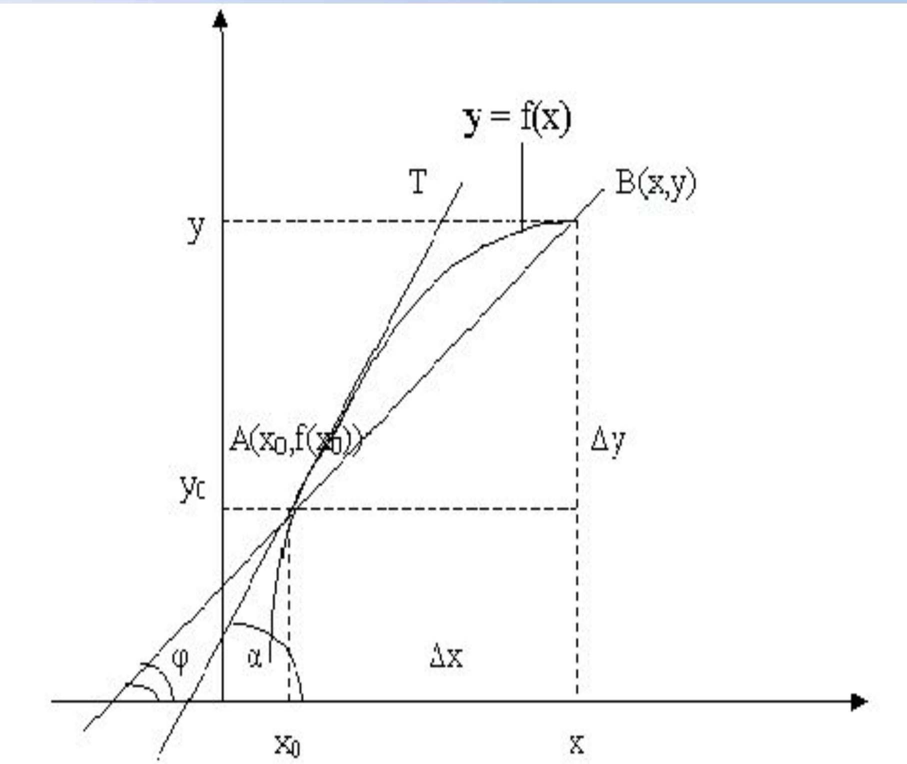
- Що називається похідною функції?
- Який геометричний і механічний зміст похідної?
- Що таке січна? Який кутовий коефіцієнт січної?
- Дати поняття дотичної до графіка функції.

Б) Мотивація навчання.

Коротка історична довідка.

В) Поняття дотичної до лінії.

Нехай графіком деякої функції *y = f(x)* є крива. *AB* – січна. Кутовий коефіцієнт січної: $k = tg\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



$$k = tg\alpha = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

Якщо $\Delta x \to 0$, то кутовий коефіцієнт січної → до числа $f'(x_0)$, де $f'(x_0)$ є кутовим коефіцієнтом прямої *AT* – дотична.

Якщо $\Delta x \to 0$, то т. *B* → до т. *A* по графіку функції. При суміщенні т. *B* з т. *A* пряма *AB*, обертаючись навколо т. *A* займе граничне положення *AT*, яке й будемо називати дотичною до графіка функції в т. $A(x_0, f(x_0))$. Дотична – граничне положення січної.

Отже, дотична до графіка диференційованої в т. x_0 функції – це пряма, що проходить через т. $A(x_0, f(x_0))$ і має кутовий коефіцієнт $f'(x_0)$.

Г) Виведення рівняння дотичної до графіка функції
в даній точці

Виведемо рівняння дотичної до графіка диференційованої функції

y = f(x) в т. $A(x_0, f(x_0))$.

Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом *k* має вигляд:

.

$$\acute{o} = kx + b$$

Дотична – це пряма з кутовим коефіцієнтом $k = f'(x_0)$, отже її рівняння:

$$\acute{o} = f'(x_0)\tilde{o} + b \qquad (1)$$

Для обчислення <u>***b***</u> скористаємося тим, що дотична проходить через т. $A(x_0, f(x_0))$, отже координати т. *A* задовольняють рівняння (1):

$f(x_0) = f'(x_0)\, x_0 + b$, звідки $b = f(x_0) - f'(x_0)\, x_0$.

Підставимо в рівняння (1), отримаємо:

$$y = f'(x_0)\, x + f(x_0) - f'(x_0)\, x_0 = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$$

Отже, рівняння дотичної: $\acute{o} = f'(x_0)(x - \tilde{o}_0) + f(\tilde{o}_0).$

III. Набуття навичок складання рівняння дотичної до графіка даної функції в даній точці

1. **Написати рівняння дотичної до графіка функції** $f(x) = \tilde{o}^3 - 2\tilde{o}^2 + 1$ **в т. x_0 = 2**

Розв’язування

Рівняння дотичної обчислюємо за формулою:

$$\acute{o} = f'(x_0)(x - \acute{o}_0) + f(\acute{o}_0)$$

Складаємо алгоритм знаходження рівняння дотичної:

1). Знаходимо значення функції в т. $x_0 = 2$:

f(x_0) = *f*(2) = $2^3 - 2 \cdot 2^2$ + 1 = 8 – 8 +1 = 1; *f*(x_0) = 1.

2). Знаходимо похідну функції:

$$f'(x) = (ð^3 - 2ð^2 + 1)' = 3ð^2 - 4ð$$

3). Знаходимо значення функції похідної в т. x_0 = 2:

f'(x_0) = *f'*(2) = $3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2$ = 12 – 8 = 4 ; *f'*(x_0) = 4.

4). Отже, рівняння дотичної:

y = 4 (*x* – 2) + 1 = 4*x* – 8 + 1 = 4*x* – 7.

Відповідь: *y* = 4*x* – 7.

2. Написати рівняння дотичної до графіка функції $g(x) = \sqrt{2\cdot x-1}$ в т. x_0 = 5.

Розв'язування

1) $g(x_0) = g(5) = \sqrt{2\cdot 5-1}=\sqrt{9}=3$; $g(x_0) = 3$.

2) $g'(x) = \left(\sqrt{2\cdot x-1}\right)' = \frac{1}{\sqrt{2\cdot x-1}}$

3) $g'(x_0) = g'(5) = \frac{1}{\sqrt{2\cdot 5-1}}=\frac{1}{3}$; $g'(x_0) = \frac{1}{3}$.

4) $y = \frac{1}{3}(x-5)+3=\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}+3=\frac{1}{3}x+1\frac{1}{3}$

Відповідь: $y = \frac{1}{3}x+1\frac{1}{3}$.

IV. Самостійна робота.

Написати рівняння дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0

1. $f(x) = x^3 + 3x$ в т. $x_0 = –1$.

1. $g(x) = 2x^3 – 3x$ в т. $x_0 = 1$.

2. $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ в т. $x_0 = 3$.

2. $f(x) = \sqrt{2x+5}$ в т. $x_0 = 2$.

3*. $f(x) = \sqrt{2x+1}(x-1)$ в т. $x_0 = 4$.

3*. $h(x) = \frac{(2x-3)^3}{\sqrt{4x-7}}$ в т. $x_0 = 2$.

Додатково: С – 30, В – 6 і В – 7.

Написати рівняння дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0:

1. $y = \sin 2x$ в т. $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

1. $y = \sin\frac{x}{2}$ в т. $x = \frac{\pi}{2}$.

2. $y = \frac{2}{x}$ в т. $x_0 = –2$.

2. $y = x^2 – 2x$ в т. $x_0 = 2$.

(Виконати мал.)

Додатково: С – 30, В – 1 і В –2.

Відповіді

Написати рівняння дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0

1. y = x –1.	1. y = 3x –4.
2. y = 2x – 4.	2. $y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$
3*. y = 4x – 7	3*. h = 4x – 7

Написати рівняння дотичної до графіка функції в точці з абсцисою x_0:

1. $y = x + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$	1. y = 2x – 4
2. y = –0,5x –2	2. y = 2x – 4

Знайдіть тангенс кута нахилу дотичної до графіка функції в точці перетину цього графіка з віссю абсцис:

$f(x) = x^3 + 27.$ Відповідь: $\operatorname{tg} \alpha = 27.$

$f(x) = x^3 - 27.$ Відповідь: $\operatorname{tg} \alpha = 27.$

Розв'язування

$x^3 + 27 = 0$, $x_0 = -3$

точка перетину $(-3,0)$

$\operatorname{tg} \alpha = k = f'(x_0)$, $f'(x) = 3x^2$

$\operatorname{tg} \alpha = 3(-3)^2 = 27.$

$x^3 - 27 = 0$, $x_0 = 3$

точка перетину $(3,0)$

$f'(x) = (x^3 - 27)' = 3x^2$

$\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0) = 33^2 = 27.$

Написати рівняння дотичної до графіка функції:

$f(x) = 5 - \frac{1}{2}x^2$ в т. $x = 3$

$f(x) = 2 - x^2$ в т. $x = -3$

Відповідь: $y = -3x + 9{,}5.$

Відповідь: $y = 6x + 11$

V. Підсумок уроку.

VI. Д/з: п. 19; №№ 255, 256; повт. № 140 (ст. 302).