

ГОУ ЦО № 1432

Исследование представления логических функций двух переменных

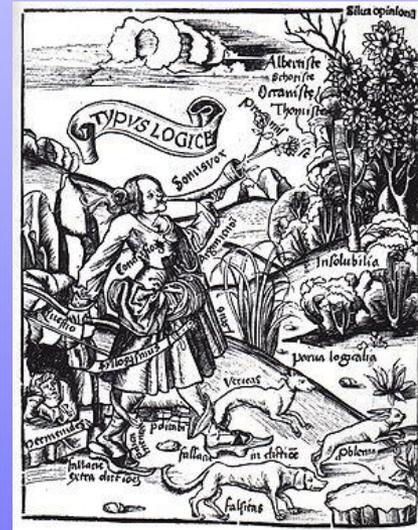
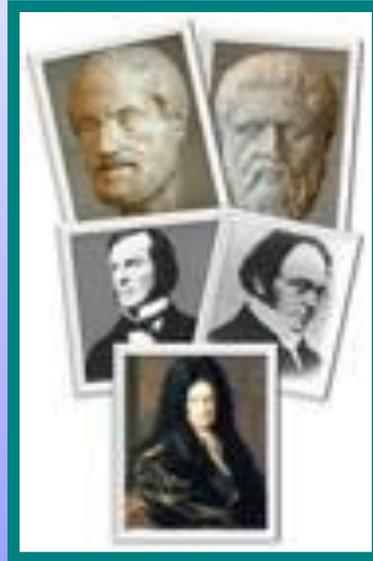
«Где начало того конца,
которым оканчивается начало»

МОСКВА



2012

Основоположники ЛОГИКИ



Функции одной переменной

Логическая функция — это функция логических переменных, которая может принимать только два значения: 0 или 1. В свою очередь, сама логическая переменная (аргумент логической функции) тоже может принимать только два значения: 0 или 1.

Логический элемент — это устройство, реализующее ту или иную логическую функцию. $Y=f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ — логическая функция, она может быть задана таблицей, которая называется таблицей истинности.

Функции одной переменной

X	0	1	<i>аргумент</i>
F0	0	0	<i>константа 0</i>
F1	0	1	X
F2	1	0	<i>Не X</i>
F3	1	1	<i>константа 1</i>

Функции двух переменных

Таблица истинности функции двух переменных $Y=F(X1,X2)$ содержит 4 строки, а число функций двух переменных равно 16.

Рассмотрим все эти функции двух переменных.

Функции двух переменных

X1	0	0	1	1	<i>аргумент</i>
X2	0	1	0	1	<i>аргумент</i>
F0	0	0	0	0	<i>Константа 0</i>
F1	0	0	0	1	<i>Конъюнкция</i>
F2	0	0	1	0	<i>Запрет по X1</i>
F3	0	0	1	1	<i>Повторение X1</i>
F4	0	1	0	0	<i>Запрет по X2</i>
F5	0	1	0	1	<i>Повторение X2</i>
F6	0	1	1	0	<i>Сложение по модулю 2</i>

Функции двух переменных

F7	0	1	1	1	<i>Дизъюнкция</i>
F8	1	0	0	0	<i>Стрелка Пирса</i>
F9	1	0	0	1	<i>Эквивалентность</i>
F10	1	0	1	0	<i>Не X2</i>
F11	1	0	1	1	<i>Импликация $x_2 \rightarrow x_1$</i>
F12	1	1	0	0	<i>Не X1</i>
F13	1	1	0	1	<i>Импликация $x_1 \rightarrow x_2$</i>
F14	1	1	1	0	<i>Штрих Шеффера</i>
F15	1	1	1	1	<i>Константа 1</i>

Карты Карно

- Склеивку клеток карты Карно можно осуществлять по единицам
- Склеиваемые области должны быть прямоугольными, т.е. иметь размеры $2^m \times 2^n$, где n — целое число
- Область, которую мы склеиваем, должна содержать 2^k единиц
- Крайние клетки одной строки или одного столбца можно объединять
- С точки зрения склеивания, левая и правая стороны карты должны быть соединены
- Одна ячейка может принадлежать сразу к нескольким областям.

$X_3 X_4$	00	01	11	10	
$X_1 X_2$	00	1	0	0	1
01	1	0	0	1	
10	0	1	1	0	
11	1	0	0	1	

моугольные $2^m \times 2^n$, где n —

йке должна

и и каждой
бой и могут

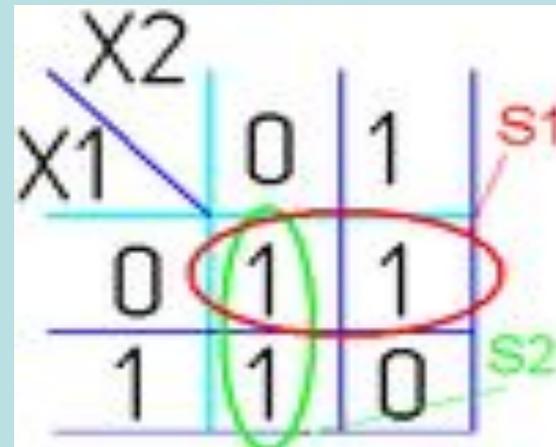
то областей

одить сразу

Представление функций через И-ИЛИ-НЕ

1. Штрих Шеффера

X1	X2	$Y = \overline{X1X2}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



$$\neg X1 \vee \neg X2$$

Представление функций через И-ИЛИ-НЕ

2. Стрелка Пирса

X1	X2	$Y = \overline{X1 + X2}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

X1 \ X2	0	1
0	1	0
1	0	0

$$\neg X1 \neg X2$$

Представление функций через И-ИЛИ-НЕ

3. Эквивалентность

X1	X2	$X1 \Leftrightarrow X2$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X1 \ X2	0	1
0	1	0
1	0	1

$$\neg X1 \neg X2 \vee X1 X2$$

Представление функций через И-ИЛИ-НЕ

4. Импликация

X1	X2	$X1 \Rightarrow X2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

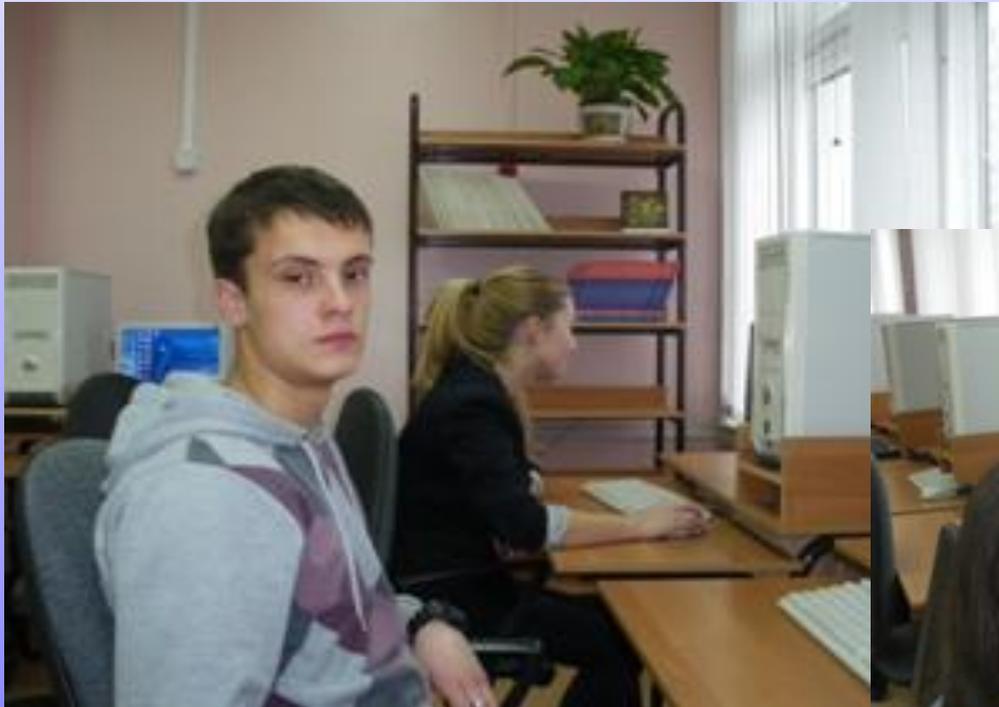
X1 \ X2	0	1
0	1	0
1	1	1

$$X1 \vee \neg X2$$

Выводы

- Теория логических функций прошла долгую историю от Аристотеля до наших дней. В современном виде её сформулировал Джорж Буль.
- Логические функции являются математической основой современных вычислительных устройств. Для реализации логических функций в вычислительных устройствах важно унифицировать и минимизировать их представление.
- Любая логическая функция может быть представлена как комбинация базовых логических функций И, ИЛИ, НЕ.
- Для минимизации представления произвольных логических функций двух переменных удобно использовать карты Карно.
- В работе приведены минимальные представления всех логических функций двух переменных через базовые функции И, ИЛИ, НЕ.

Авторы



Источники информации

1. А.А. Ивин Логика учебное пособие издание 2 Москва издательство знание 1998
2. Д.А. Владимиров Булевы алгебры Москва, Наука 1969
3. <http://ru.wikipedia.org/>
4. <http://slovari.yandex.ru>
5. <http://alglib.sources.ru/articles/logic.php>