

8 класс.

Решение неполных квадратных уравнений.



ГБОУ СОШ №971 г.Москва.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

, где $a \neq 0$

I случай

$$c=0$$



$$\Rightarrow ax^2 + bx = 0$$



$$x(ax+b)=0$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = 0 \\ ax = -b \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \end{cases}$$

Ответ: 0 ; $-\frac{b}{a}$

Пример № 1

$$x^2 - 4x = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ответ: 0; 4

Пример № 2

$$-x^2 + 3x = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x - 3) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: 0; 3

Пример № 3

$$-\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{14}x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{14}x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{14}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{1}{3}x - \frac{3}{14} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

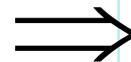
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{1}{3}x = \frac{3}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{14} * \frac{3}{1} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{9}{14} \end{cases}$$

Ответ: 0; $\frac{9}{14}$

II случай

$$b=0$$



$$\Leftrightarrow ax^2 + c = 0$$



$$\Leftrightarrow ax^2 = -c \quad \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

а) Если $-\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$

Ответ: уравнение не имеет решения

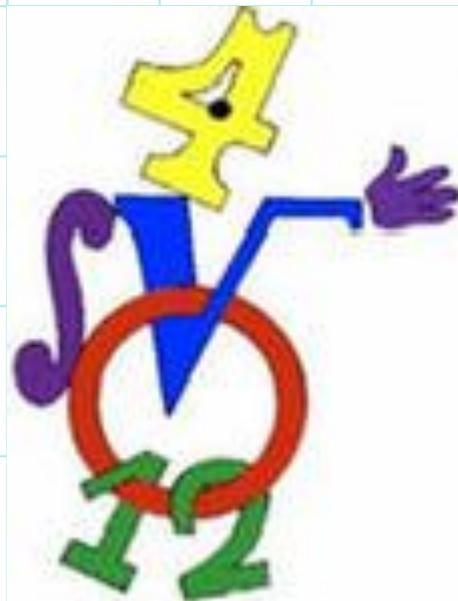
б) Если

$$-\frac{c}{a} \geq 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \sqrt{-\frac{c}{a}} \\ x = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \end{array} \right.$$

Ответ:

$$-\sqrt{-\frac{c}{a}}; \sqrt{-\frac{c}{a}}.$$



Пример № 1

$$x^2 + 9 = 0 \implies x^2 = -9$$

Ответ: уравнение не имеет решения.

Пример № 2

I способ

$$x^2 - 9 = 0 \iff x^2 = 9 \iff \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

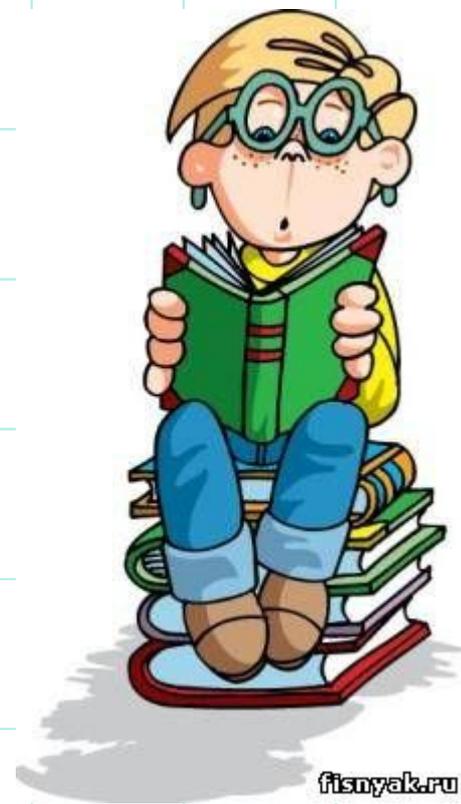
Ответ: -3; 3

II способ

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ответ: -3; 3



Пример №3

I способ

$$-5x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{5}} \\ x = -\frac{3}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{5}}{5} \\ x = -\frac{3\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{3\sqrt{5}}{5}; \frac{3\sqrt{5}}{5}$

II способ

$$-5x^2 + 9 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 5x^2 - 9 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{5}x - 3)(\sqrt{5}x + 3) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{5}x - 3 = 0 \\ \sqrt{5}x + 3 = 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{5}} \\ x = -\frac{3}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} x = \frac{3\sqrt{5}}{5} \\ x = -\frac{3\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{3\sqrt{5}}{5}; \frac{3\sqrt{5}}{5}$



III случай

$$b = 0$$



$$c = 0$$

$$\Leftrightarrow ax^2 = 0$$



$$x^2 = \frac{0}{a}$$



$$\Leftrightarrow x = 0$$

Ответ : 0

Пример № 1

$$3x^2 = 0 \iff x = 0$$

Ответ : $x = 0$

Пример № 2

$$-\frac{1}{4}x^2 = 0 \iff x = 0$$

Ответ : 0

Тренировочные упражнения

I

a) $x^2 + 5x = 0$

в) $-x^2 = -7x$

д) $29x^2 - 9x = 0$

б) $-x^2 + 8x = 0$

з) $19x = x^2$

II

a) $3x^2 + 7 = 0$

в) $-3x^2 - 7 = 0$

д) $-794x^2 - 1888 = 0$

б) $-3x^2 - 7 = 0$

з) $-3x^2 + 7 = 0$

III

a) $-2x^2 = 0$

в) $2004x^2 = 0$

д) $-7319x^2 = 0$

б) $-\frac{1}{4}x^2 = 0$

з) $2012x^2 = 0$