



Основы Вакуумной Техники

проф.д.т.н. Деулин Е.А

Лекция 8

Расчёт проводимости трубопроводов



Вопросы к билетам по представленной лекции:

- 1.-Формулы проводимости цилиндрического трубопровода при различных режимах течения газа
- 2.-Связь проводимости трубопровода со степенью вакуума.
- 3.- Проводимость диафрагмы и проводимость трубопровода сложной формы
- 4.- Физические и технические основы расчёта проводимости методом Монте- Карло
- 5.-Методика расчёта проводимости сложного трубопровода методом Монте- Карло
- 6.-Преимущества расчёта проводимости методом Монте- Карло перед «геометрическими» методами расчёта по формулам проводимости



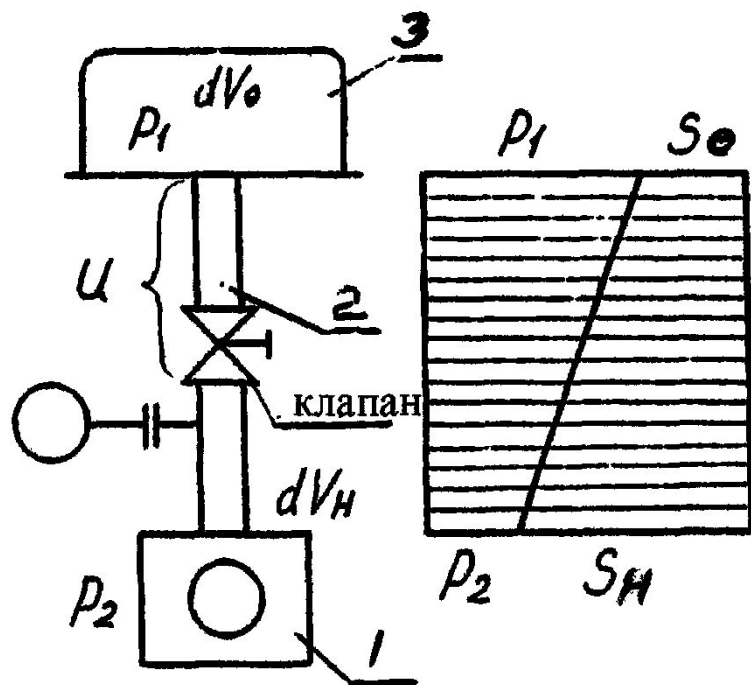
Основное уравнение ВакТехники :

$$\frac{1}{S_0} = \frac{1}{U} + \frac{1}{S_H}$$

или

$$S_0 \frac{S_H U}{S_H + U}$$

связывает параметры трёх основных компонентов вакуумной системы: быстроту действия насоса, проводимость трубопровода и быстроту откачки реципиента, поэтому расчёт проводимости трубопроводов актуален при расчёте вакуумной системы



- 1 – насос;
- 2 – вакуумопровод;
- 3 – реципиент (откачиваемый объём).



Проводимость параллельно соединенных трубопроводов:

$$U_{\Sigma} = U_1 + U_2 + \dots + U_i;$$

Проводимость последовательно соединенных трубопроводов:

$$\frac{1}{U_{\Sigma}} = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i} \Rightarrow U_{\Sigma} = \frac{1}{\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i}};$$

Проводимость отверстия (диафрагмы):

$$U_{\Sigma} = 117 \cdot S \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right];$$

S – площадь диафрагмы [м²];

$$U_D = 36,4 \sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A \quad V_1 = 117 \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \right] = 11,7 \left[\frac{\text{л}}{\text{с} \cdot \text{см}^2} \right]; \quad U = 36,4 \cdot S \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right];$$



Формулы для расчёта проводимости цилиндрического трубопровода

1) Вязкостный (ламинарный) режим:

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

d – диаметр вакуумопровода [м],

l – длина вакуумопровода [м],

P – давление [Па].

Для воздуха при $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow d > 10 \cdot l$

2) Молекулярно-вязкостный режим:

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1,95d \frac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2,4d \frac{P_1 + P_2}{2}} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при $t=20^\circ\text{C}$
 $\Rightarrow d > 10 \cdot l$

3) Молекулярный режим:

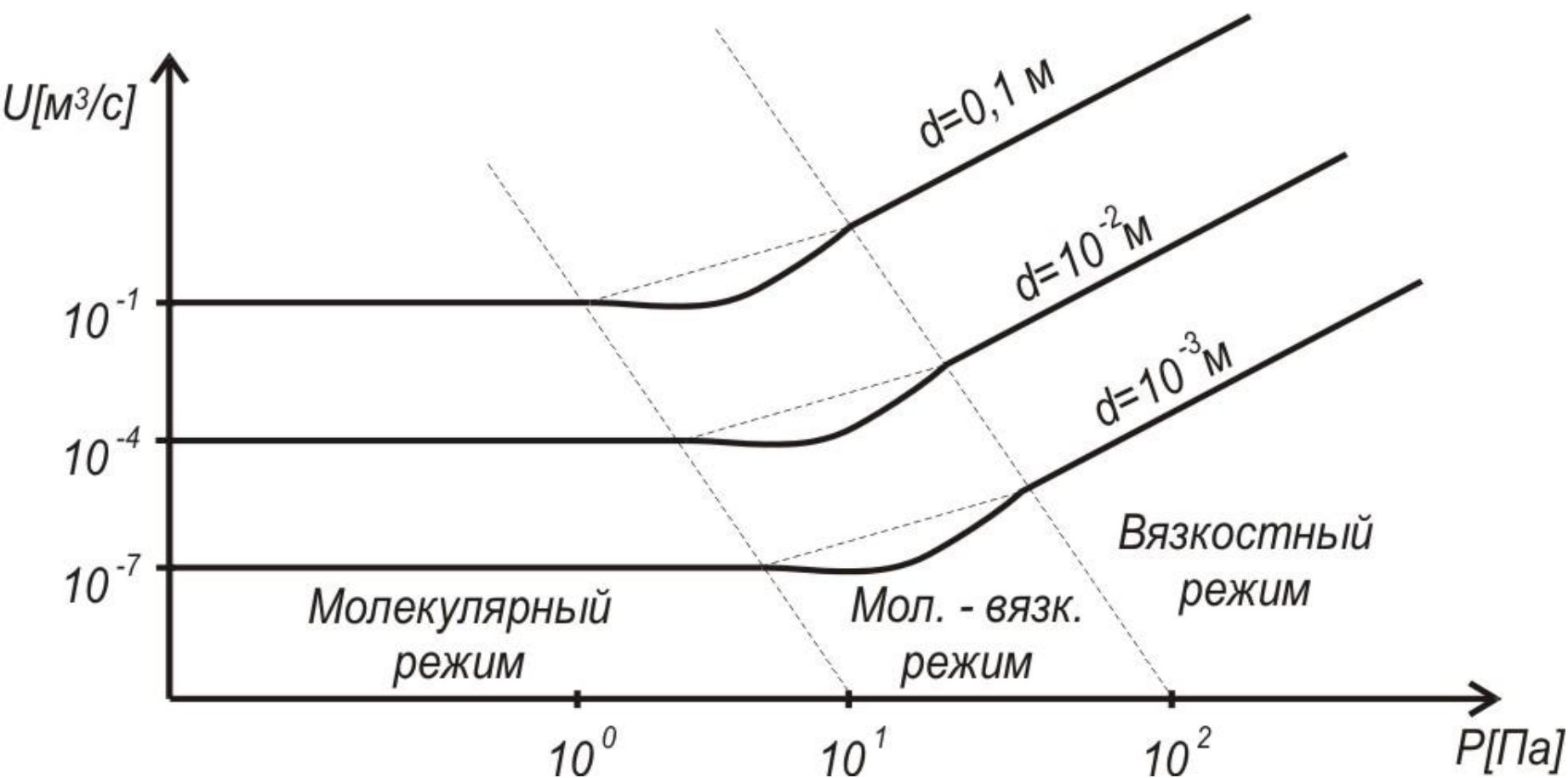
$$U_M = 38,1 \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при $t=20^\circ\text{C}$
 $C \Rightarrow d > 10 \cdot l$



Проводимость длинного цилиндрического вакуумопровода как функция геометрических параметров и давления (режима течения газа)





Проводимость вакуумо-провода, учитывает режим течения, характер явления переноса (вязкости) и, тем самым, **степень вакуума**

Для трубы:

1) Вязкостный (ламинарный) режим (**низкий вакуум**):

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

d – диаметр вакуумопровода [м],
 l – длина вакуумопровода [м],
 P – давление [Па].
Для воздуха при $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$

2) Молекулярно-вязкостный режим (**средний вакуум**):

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1,95d \frac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2,4d \frac{P_1 + P_2}{2}} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$

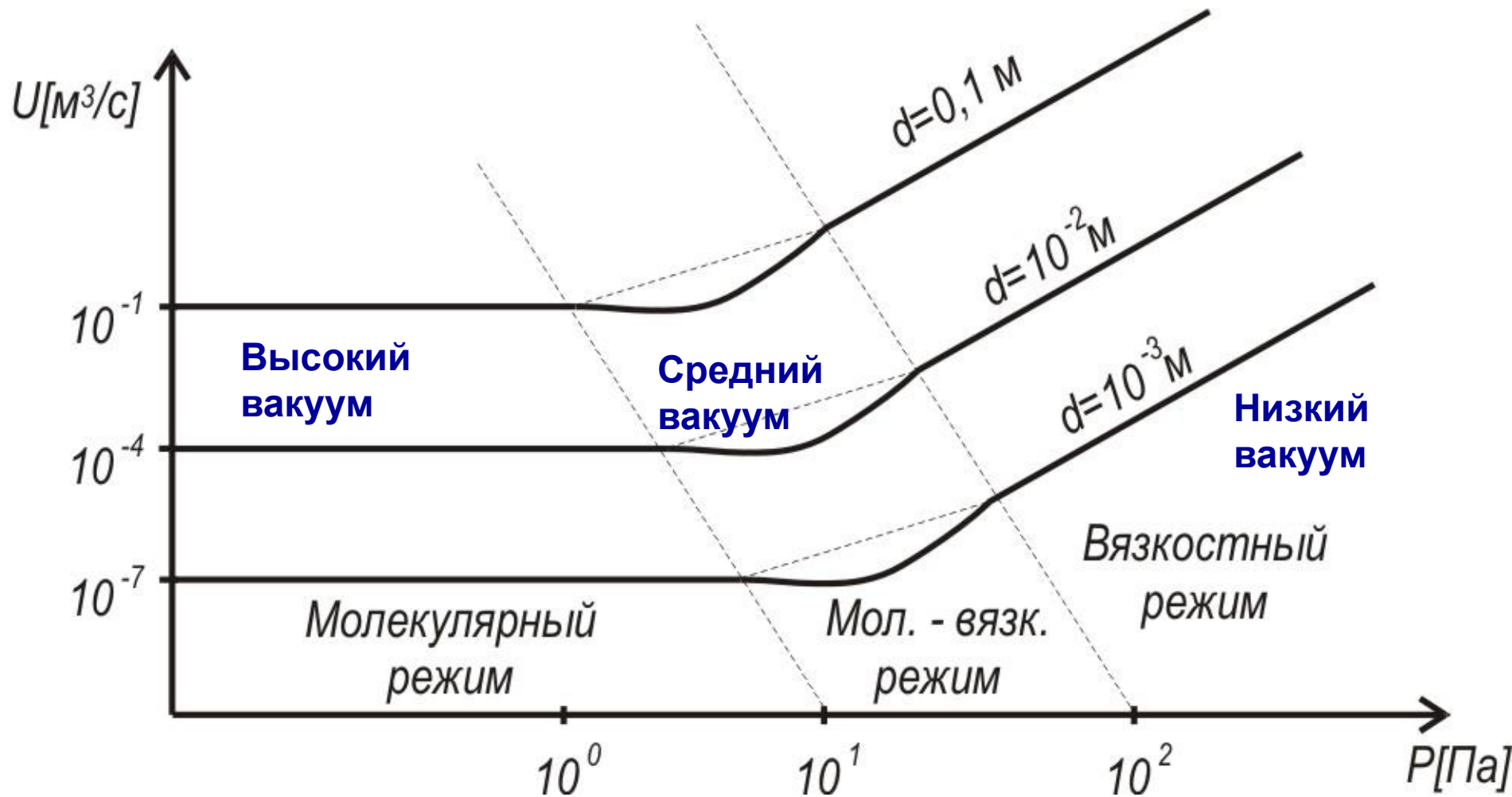
3) Молекулярный режим (**высокий вакуум**):

$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[\frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$



Связь проводимости вакуумопровода с представлением о степени вакуума





Формулы расчёта проводимости трубопровода сложной формы

трубопровод длиной ($L > l_{0d}$) может быть представлен цилиндрической трубой постоянного диаметра его проводимость может быть определена (для воздуха $M=29$, $T=293$ К, **молекулярный режим течения газа**):

$$U = 121 \frac{d^3}{L} \quad , \text{ м}^3 \text{ с}^{-1} \quad (1)$$

где: d - расчетный диаметр трубопровода окончательной откачки, м;
 L - расчетная длина трубопровода окончательной откачки, м.

Наличие клапана или затвора с таким же диаметром прохода учитывается увеличением длины L на величина (2-6) d собственно вакуумпровод окончательной откачки, который на расчетных схемах может быть представлен трубопроводом постоянного сечения, если элементы конструкций клапана, откачного гнезда, ловушки, золотника не диафрагмируют этот трубопровод. В общем виде суммарная проводимость трубопровода состоящего из **последовательно соединенных проводимостью U_i** :

$$U = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{U_i}} \quad \text{ м}^3 \text{ с}^{-1} \quad , (2)$$

где: m - количество последовательно соединенных участков трубопровода, учитываемых при расчете;

Суммарная проводимость трубопровода состоящего из **параллельно соединенных участков** (например, в золотниковых машинах):

$$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad , \text{ м}^3 \text{ с}^{-1} \quad (3)$$

где: n - количество параллельно соединенных участков. Проводимость тонкой диафрагмы (длина $L \rightarrow 0$ определяется только ее площадью A):

$$U_d = 36,4 \sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A$$

где: T - температура газа, К; M - молекулярный вес газа, Кмоль; V_i - объем газа, ударяющегося о единицу поверхности в единицу времени, $V_i = 117 \text{ м}^3 \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}$ (при $M = 29$, $T = 293$ К).



Расчёт проводимости трубопровода сложной формы

Проводимость трубопровода произвольной формы может быть найдена как:

$$U = U_{\text{д}} \cdot K \quad (4),$$

где: $U_{\text{д}}$ - проводимость входного сечения рассматриваемого трубопровода.

Чтобы рассчитать проводимость участков следующих за "диафрагмой"), необходимо пользоваться коэффициентом Клаузинга:

$$K = (N_{\Sigma} - N_{\text{обр}}) / N_{\Sigma}$$

где: N_{Σ} - суммарное число молекул, вошедших в трубопровод через впускное сечение;
 $N_{\text{обр}}$ - число "обратных" молекул, отраженных от стенок и вернувшихся через впускное сечение.

При откачке в молекулярно-вязкостном режиме течения газа проводимость трубопровода может определяться:

$$U_{\text{МВ}} = 0,9U_{\text{М}} + U_{\text{В}} \quad (5)$$

где: $U_{\text{МВ}}$, $U_{\text{М}}$, $U_{\text{В}}$ - расчетная проводимость трубопровода в молекулярно-вязкостном, молекулярном, вязкостном режимах, соответственно.

Таблицы формул для расчёта проводимости трубопроводов для газа, $M=29$, $T=293$ К
Приведены на последующих слайдах

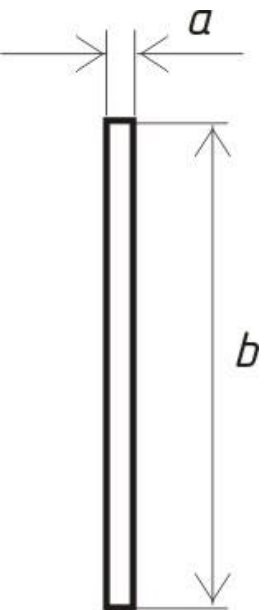


Проводимость отверстия (диафрагмы) произвольной формы:

$$U_{\Sigma} = 117 \cdot S \left[\frac{M^3}{c} \right];$$

Проводимость трубопровода в виде щели

$$U_{\text{Щ}} = 97 \cdot K_2 \frac{ab^2}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \left[\frac{M^3}{c} \right];$$



$a \gg b$,
 l - длина

l/b	0,1	0,2	0,4	0,8	1	2		5	10	>10
	$\frac{0,03}{6}$	$\frac{0,06}{8}$	0,13	0,22	0,26	0,4		0,67	0,94	$\frac{3}{8} \cdot l$ $n(l/b)$)



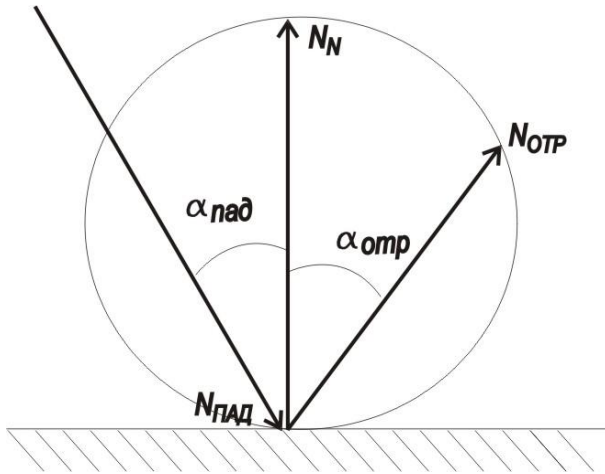
Формулы расчёта проводимости трубопроводов различного сечения

Форма сечения трубопровода	Проводимость	
длиной l , м	Молекулярный режим течения газа	Вязкостный режим течения газа. (Рсреднее давление в трубопроводе, Па)
круг диаметром d	$U = 121 \frac{d^3}{l}$	$U = 1,36 \cdot 10^3 \cdot P_{cp} \cdot \frac{d^4}{l}$
равносторонний треугольник со стороной a	$U = 48,1 \frac{a^3}{l}$	$U = 299 \cdot P_{cp} \cdot \frac{a^4}{l}$
кольцо наруж. диам. d_1 внутр. диам. d_2	$U = \frac{121(d_1 - d_2)^2(d_1 + d_2)}{l}$	$U = 1,36 \cdot 10^3 \cdot \left[d_1^4 - d_2^4 - \frac{(d_1^2 - d_2^2)}{\ln\left(\frac{d_1}{d_2}\right)} \right] \cdot \frac{P_{cp}}{l}$
прямоугольник со сторонами a, b ($a > b$)	$U = 308 \cdot \frac{\varphi a^2 b^2}{(a + b)l}$	$U = 865 \frac{f P_{cp} a b^3}{l}$



Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость **создания** универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (**Метода Монте-Карло**)

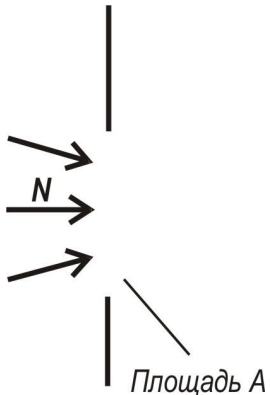
Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



$$\frac{dN_{отр}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos \alpha \qquad \frac{dN_{отр}}{d\alpha} = c \cdot \cos \alpha$$

Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время τ , поэтому угол отражения не зависит от угла падения

В начале расчёта определяется проводимость впускной диафрагмы U_0 рассчитываемого нами трубопровода



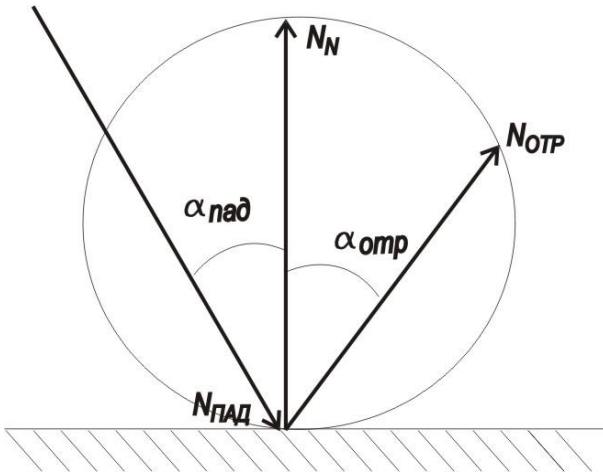
$$U_0 = A_i \cdot V_i = 11,7 A \left[\frac{\text{л}}{\text{см}^2 \text{с}} \right];$$

где A [см²] – площадь диафрагмы



Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость **создания** универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (**Метода Монте-Карло**)

Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



$$\frac{dN_{отр}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos \alpha \qquad \frac{dN_{отр}}{d\alpha} = c \cdot \cos \alpha$$

Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время τ , поэтому угол отражения не зависящий от угла падения является случайной величиной, подчиняющейся указанному «Кнудсеновскому» закону распределения и определяемой генератором случайных чисел

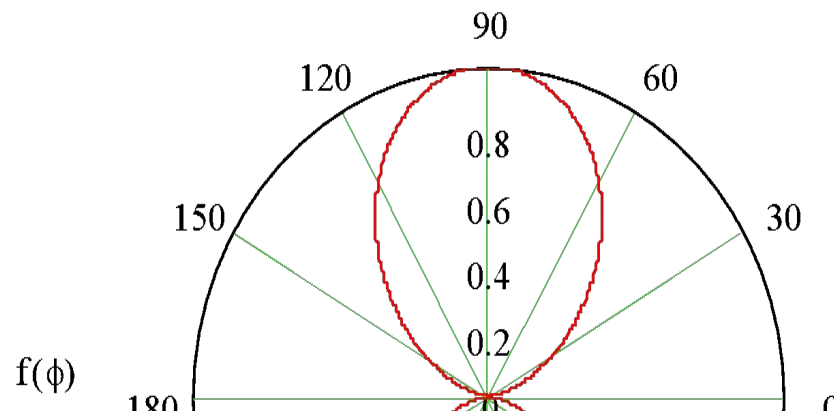
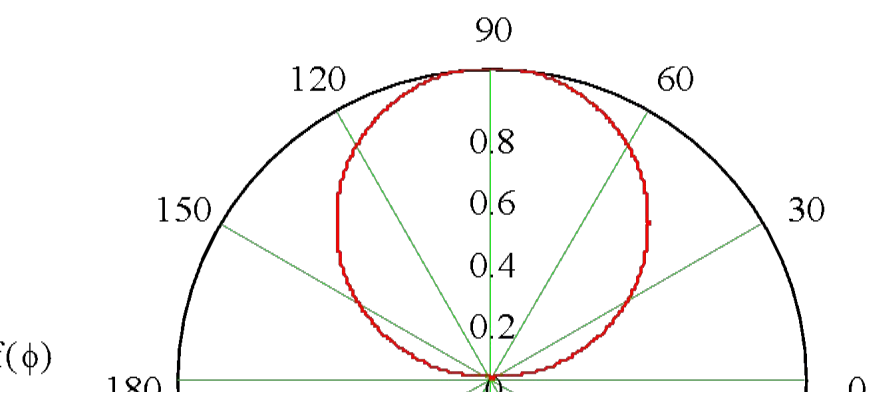
Пример чисел, выдаваемых генератором случайных чисел, подчиняющихся «Кнудсеновскому» закону распределения, и характеризующих угол отражения от 0 до 180° с округлением значения до 10⁰ (т.е. чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону cos φ)

12	6	15	14	10	6	5	10	14	4	16	4	7	9	6
10	6	2	11	15	12	9	7	3	12	2	17	5	4	9
13	15	9	12	14	8	11	3	5	1	13	6	8	12	16
11	8	11	6	7	8	14	4	15	13	10	7	6	9	13
7	7	16	3	9	12	9	11	8	8	14	8	7	12	3



Виды угловых распределений молекул по скоростям:

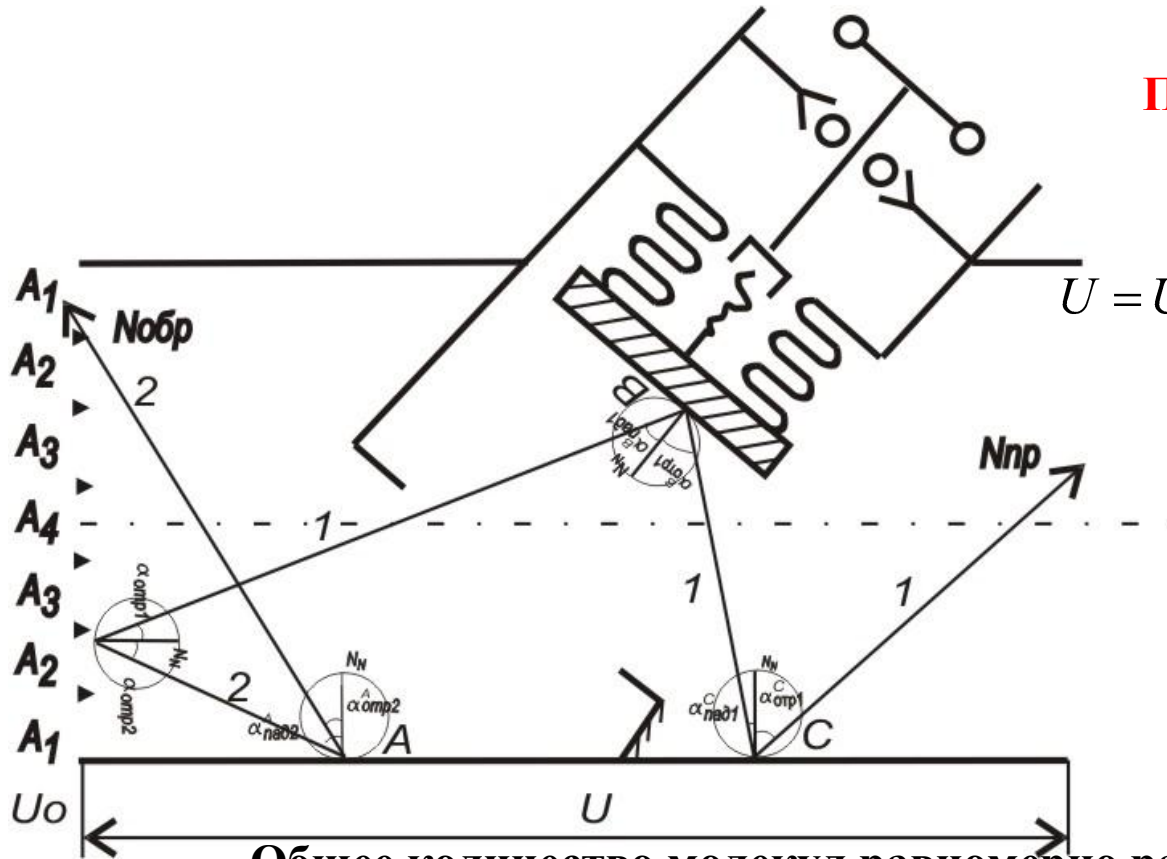
Слева- равномерное распределение; Справа- распределение Кнудсена





Методика расчёта проводимости сложного вакуумпровода («прямопролётного» клапана) методом Монте-Карло

Порядок расчёта проводимости сложного трубопровода:



$$U = U_0 \cdot K \rightarrow K = \frac{N_{ПР}}{N} = 1 - \frac{N_{ОБР}}{N};$$

$$U = U_0 \cdot \left(1 - \frac{N_{ОБР}}{N}\right).$$

Общее количество молекул равномерно распределенных по входной площади:

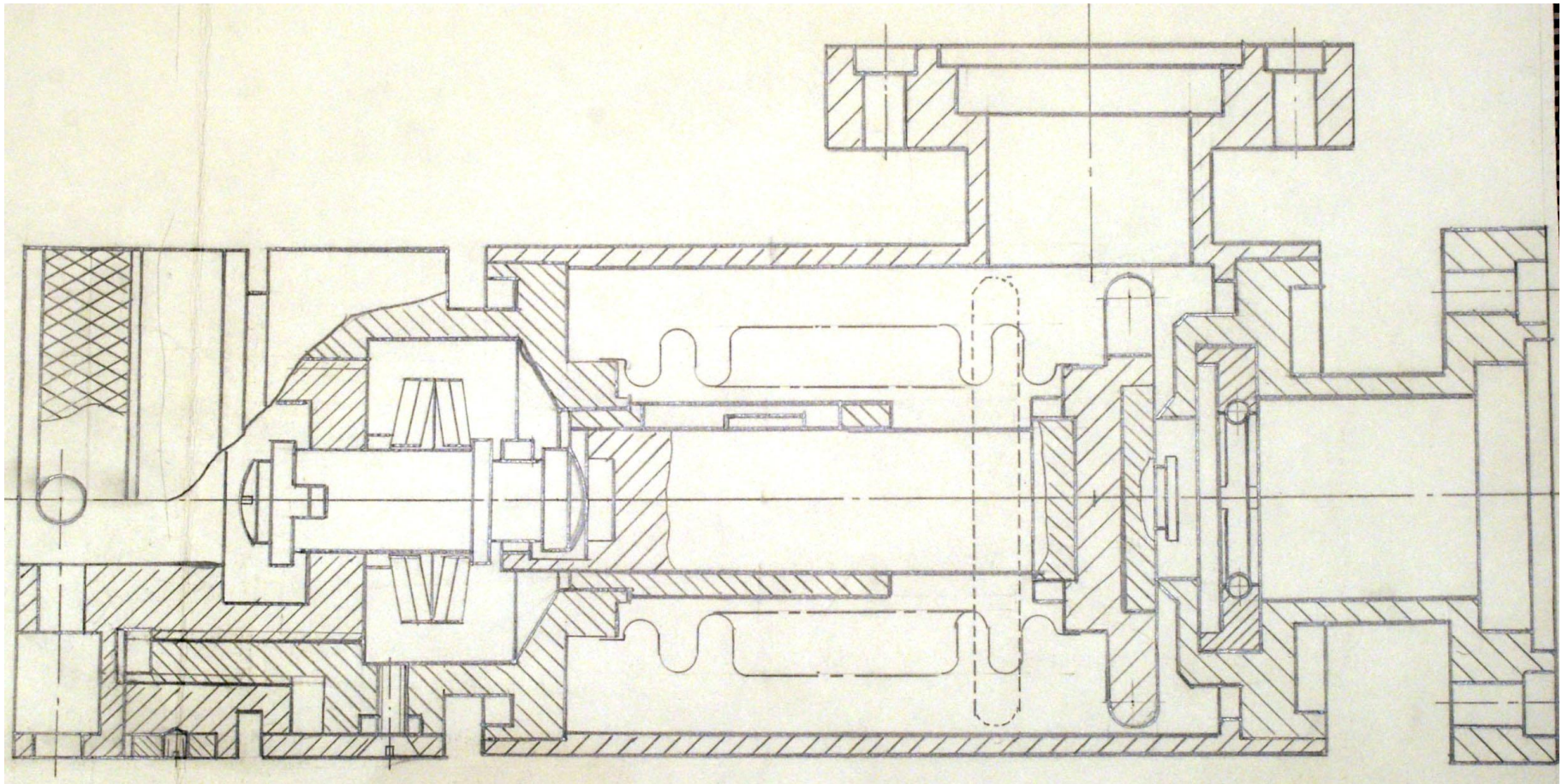
$$N = \sum_{i=1}^n A_i \cdot N = \sum_{i=1}^n N_i;$$

$$N_i = N_{ПР} \frac{A_i}{A_{\Sigma}}$$

Где i - количество элементарных площадок на которые разбиваем входную диафрагму.

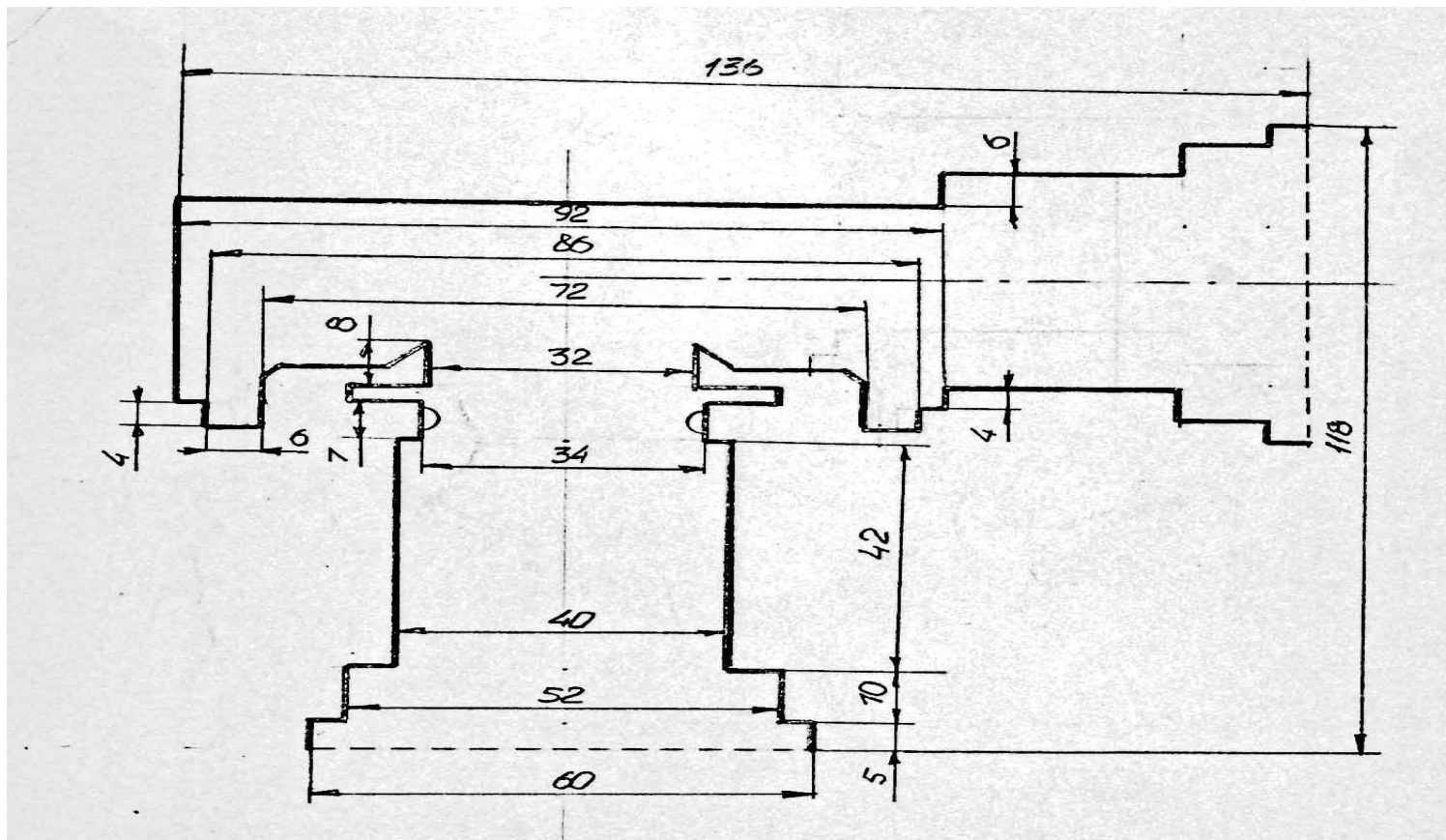


Вид в разрезе «углового» клапана КРУТ $D_y=40$
Рассмотрим расчёт проводимости этого клапана
методом МК в плоской (2D) системе координат





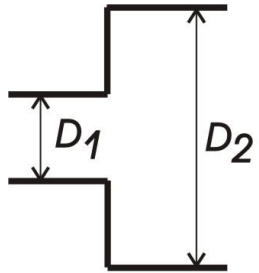
Исходная геометрическая схема для расчёта проводимости этого клапана КРУТ $D_y 40$ методом МК в 2D системе координат (т.е. без учёта 3х мерного движения молекул)



Расчетная схема СВВ клапана КРУТ $D_y=40$ мм



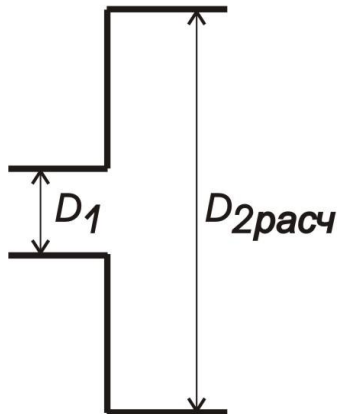
Схема, поясняющая необходимость изменения размеров на плоском чертеже (2D схема) для учёта 3х координатного движения молекул.



Истинное соотношение размеров

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi D_1^2 \cdot 4}{\pi D_2^2 \cdot 4} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

Соотношение размеров при графическом расчете на плоскости в 2D системе с учётом 3х координатного движения молекул



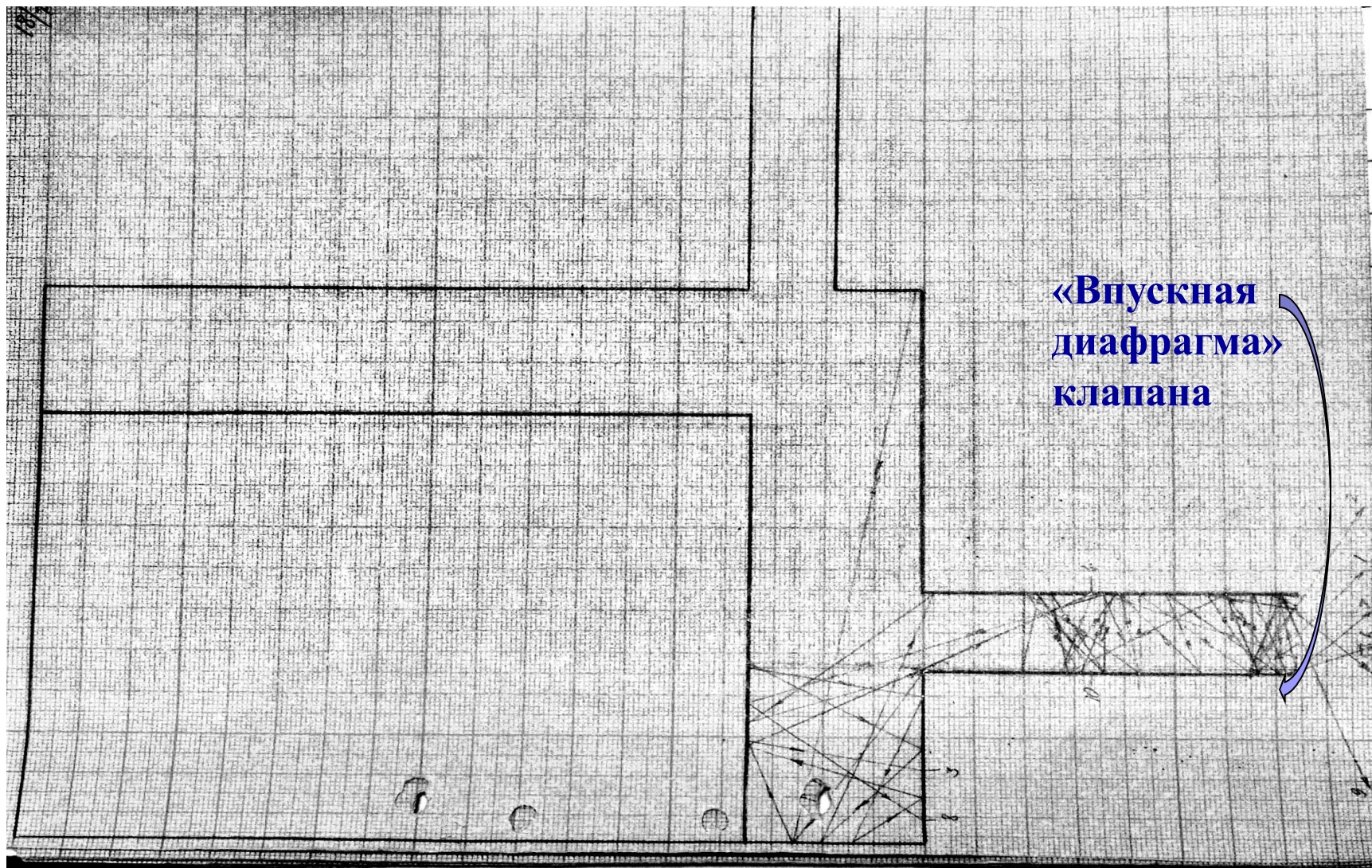
$$S_{2РАСЧ} = S_1 \frac{A_2}{A_1} = D_1 \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

Пример распределения чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону cos φ выдаваемых **генератором случайных чисел** (см. следующие слайды)

12	6	15	14	10	6	5	10	14	4	16	4	7	9	6
10	6	2	11	15	12	9	7	3	12	2	17	5	4	9
13	15	9	12	14	8	11	3	5	1	13	6	8	12	16
11	8	11	6	7	8	14	4	15	13	10	7	6	9	13
7	7	16	3	9	12	9	11	8	8	14	8	7	12	3

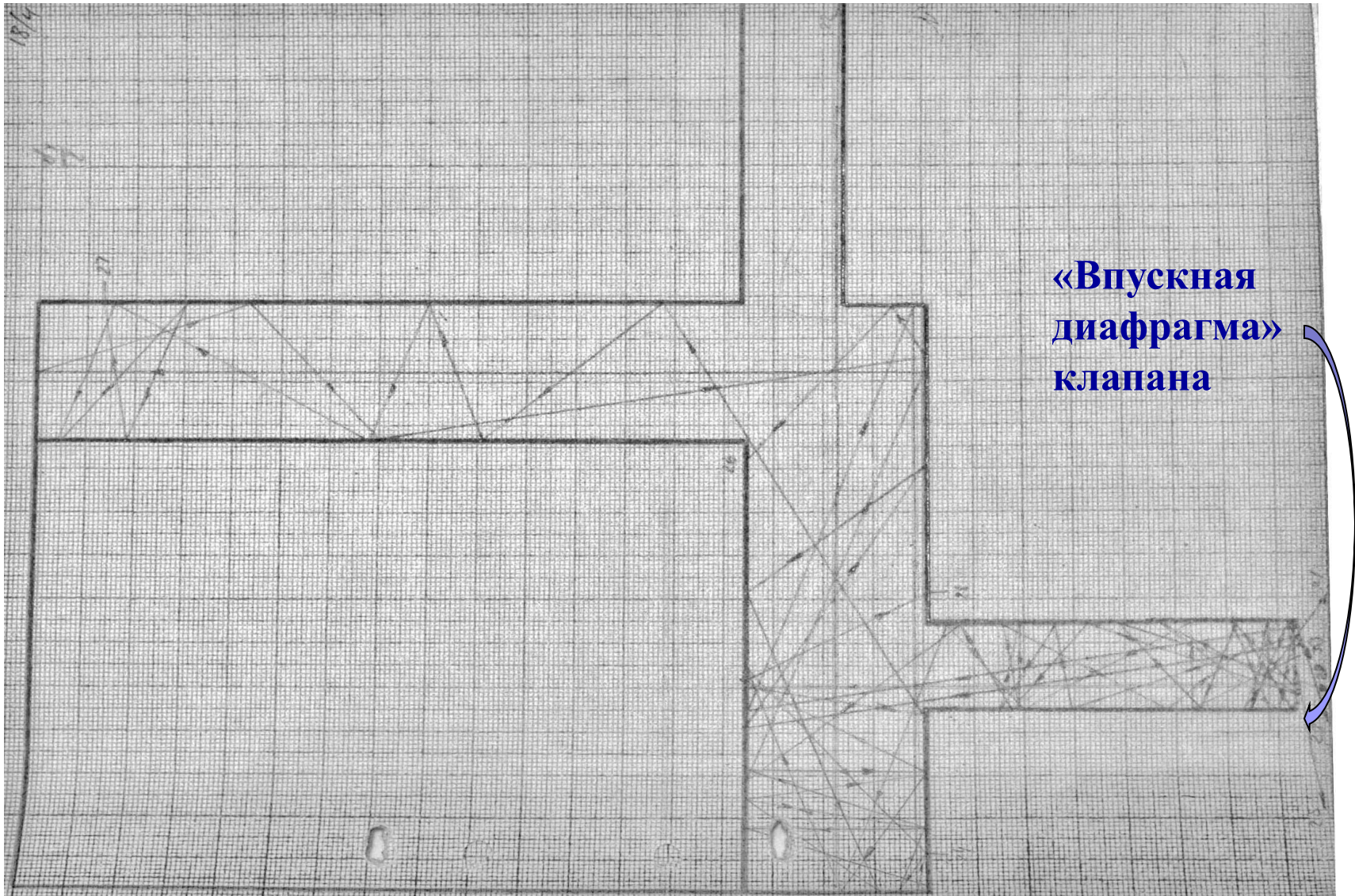


Геометрическая схема клапана КРУТ $D_{\gamma}40$ для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **1 запуск 10 молекул**



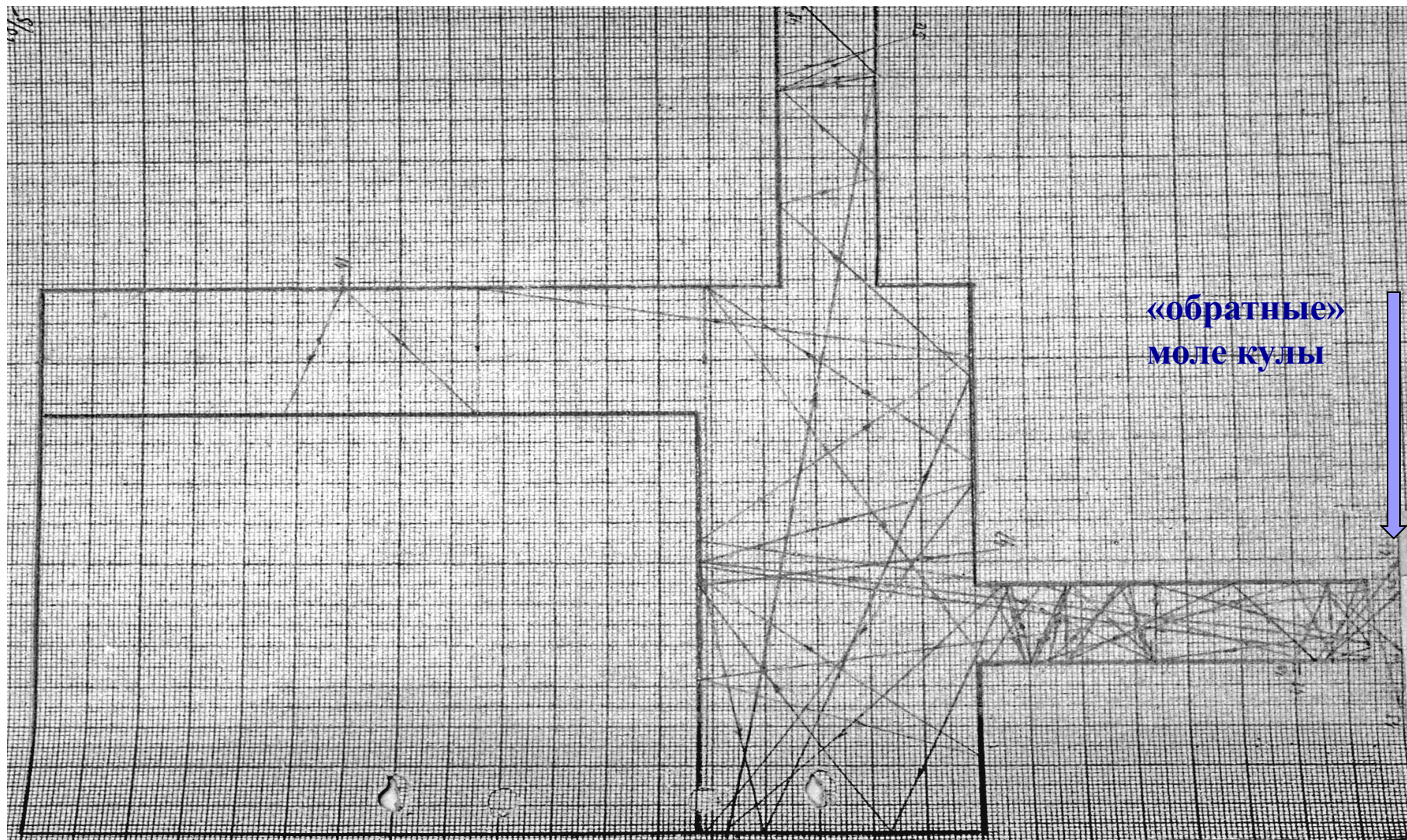


Геометрическая схема клапана КРУТ $D_y 40$ для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **2 запуск 10 молекул**



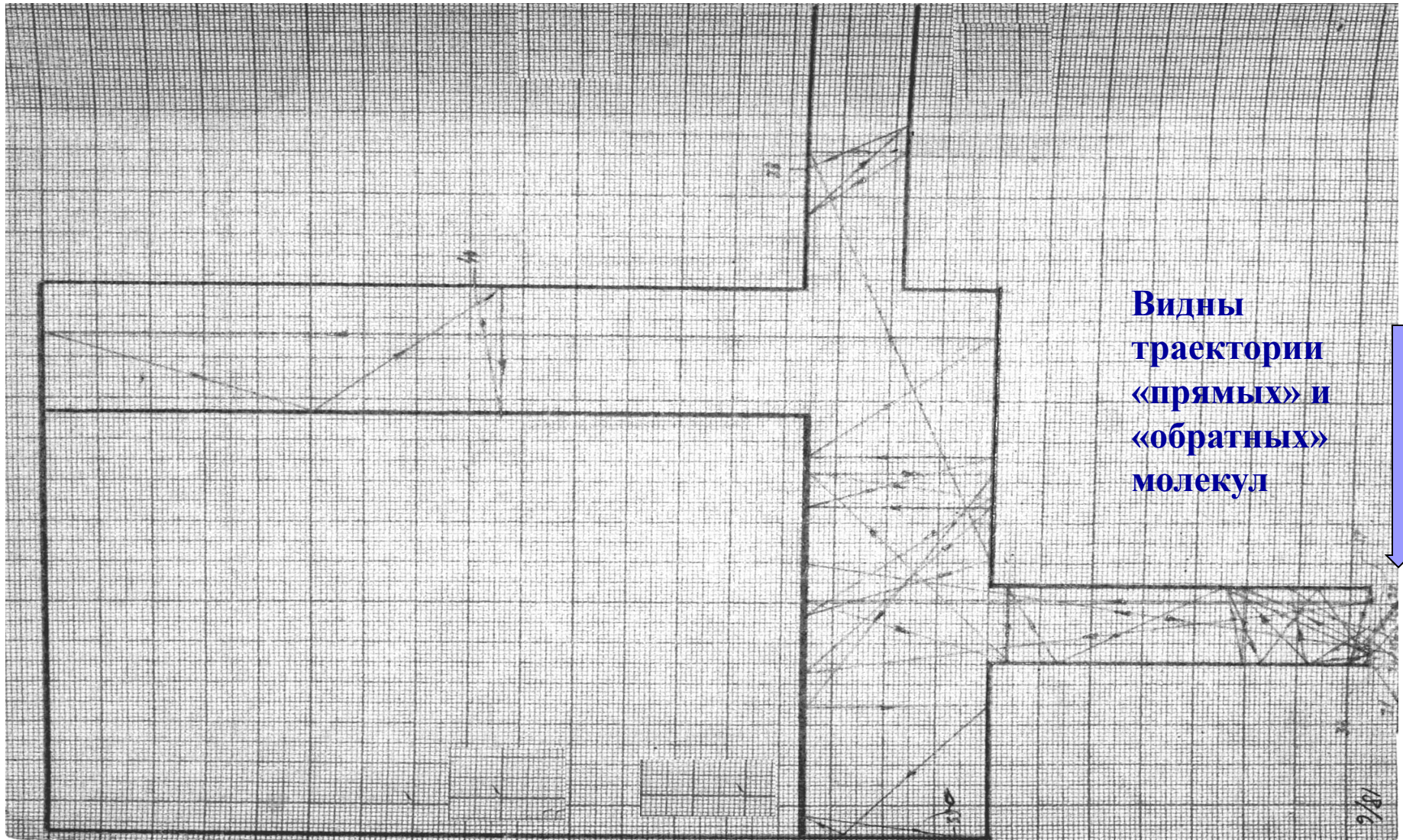


Геометрическая схема клапана КРУТ $D_{\gamma 40}$ для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **3 запуск 30 молекул**





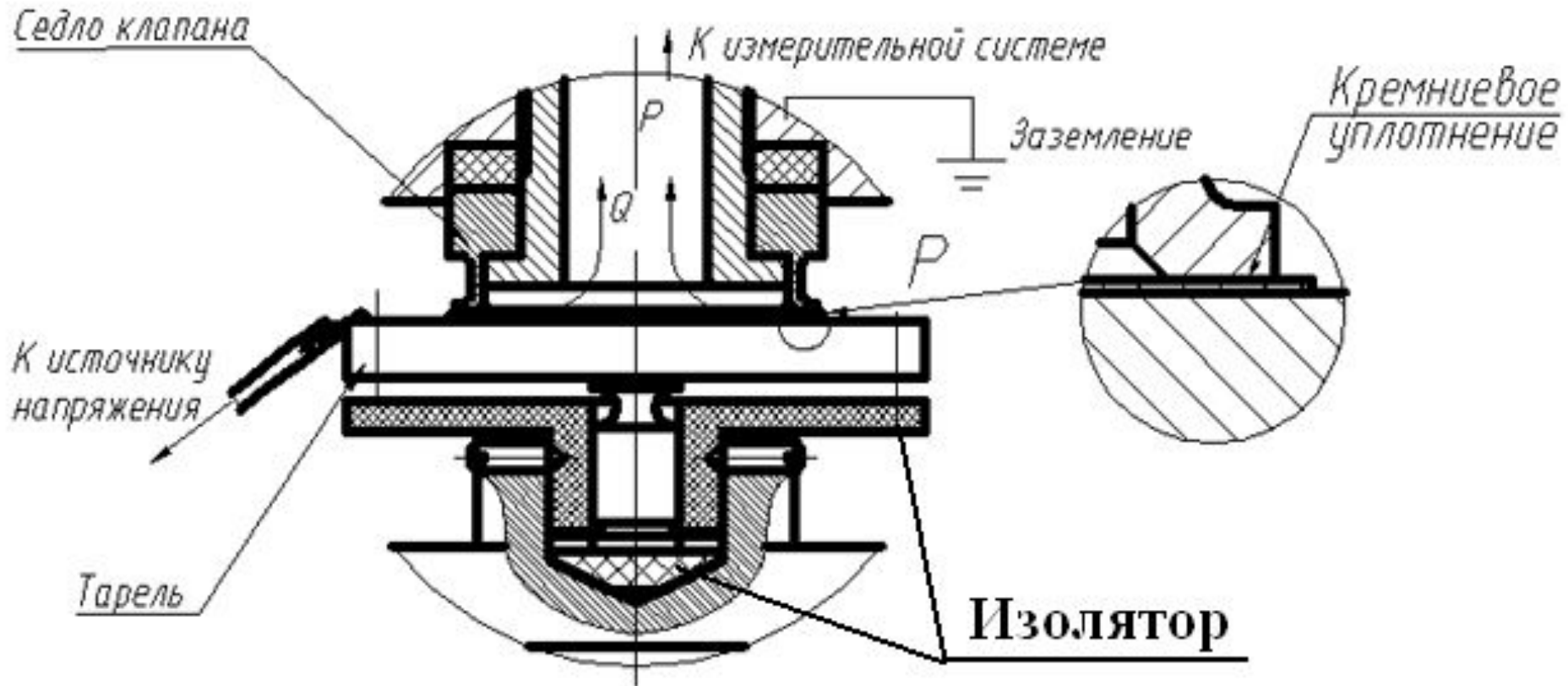
Геометрическая схема клапана КРУТ $D_y 40$ для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **4 запуск 10 молекул**



Видны траектории «прямых» и «обратных» молекул

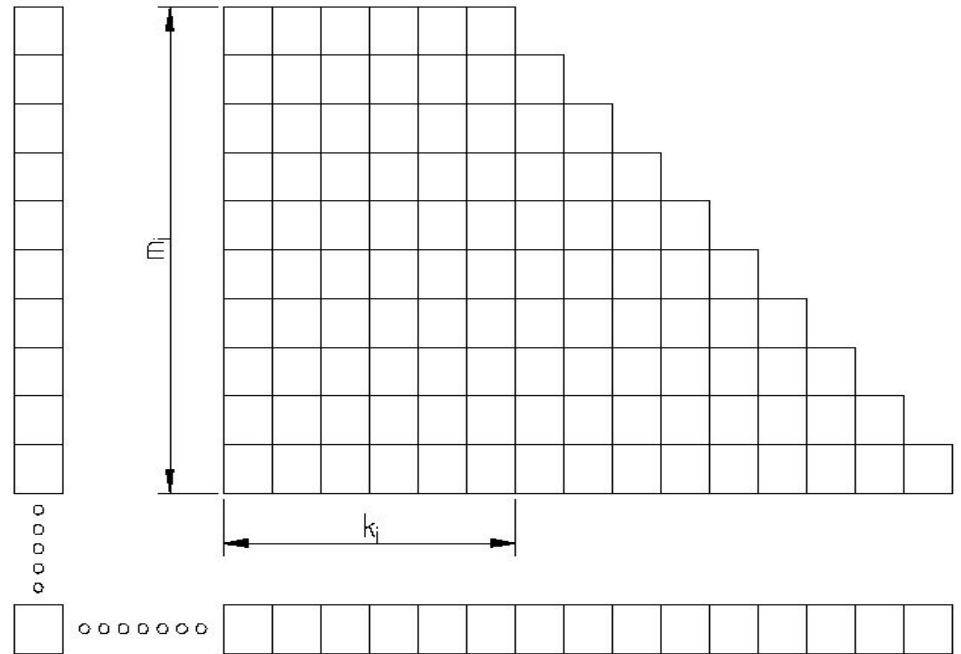
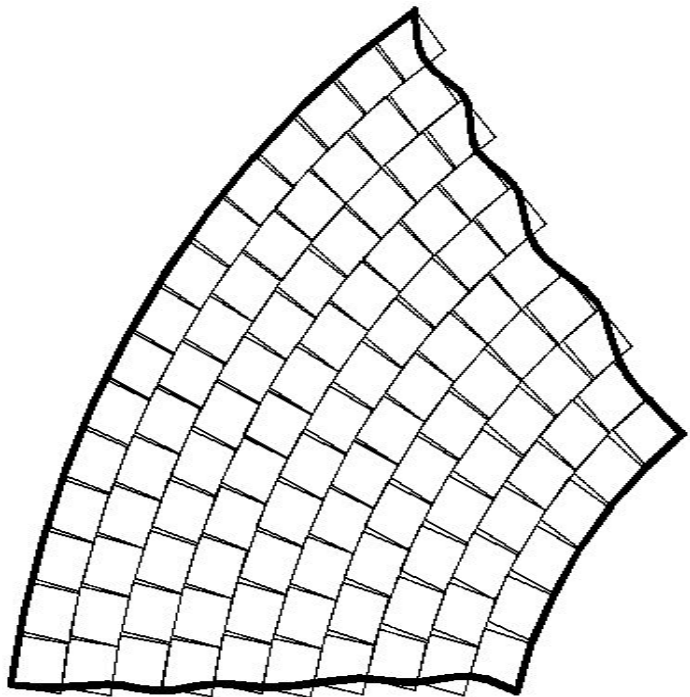


Далее рассмотрен расчёт проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло
(Схема работы клапана создаваемого на каф. МТ-11 представлена ниже)





Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло. На рис. представлены элементы модели, использованные для расчёта суммарной проводимости плоского уплотнения:
слева- сегмент кольца, покрытый сканами; справа-трубопровод, эквивалентный сегменту кольца (сектор кольца уплотнения, с наложенными на него сканами)





Элементы процесса расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

В вакуумной технике для расчета проводимости сложных разветвленных трубопроводов часто пользуются методом электрических аналогий. При последовательном соединении n элементов вакуумной системы с известными проводимостями U_i общая проводимость системы

$$\frac{1}{U_{\text{посл}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{U_i} \quad (1)$$

При параллельном соединении n элементов вакуумной системы ее общая проводимость U равна сумме проводимостей всех элементов .

$$U_{\text{пар}} = \sum_{i=1}^n U_i \quad (2)$$

Для n последовательно соединенных элементов вакуумной системы формула принимает вид:

$$\frac{1}{P_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{P_{0i}} - (n-1) \quad (3)$$

где

P_{0i} – вероятность прохождения молекулы через i -й элемент вакуумной системы (коэффициент Клаузинга);

P_0 – суммарная вероятность прохождения частицы через n последовательно соединенных элементов вакуумной системы



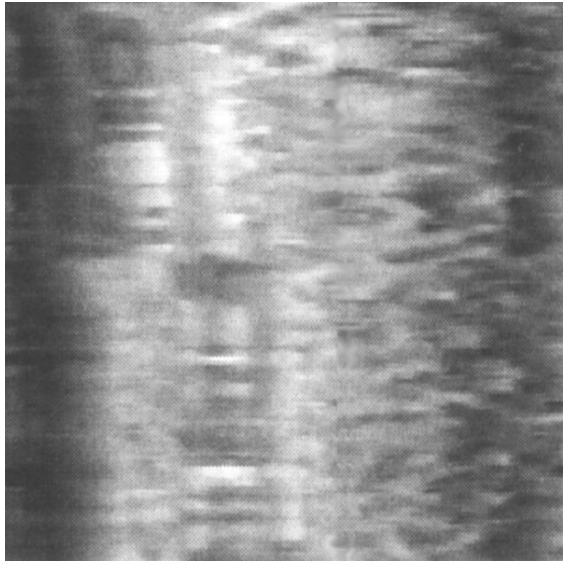
Вид сканов поверхностей элементов уплотнения клапана :

а) кремния;

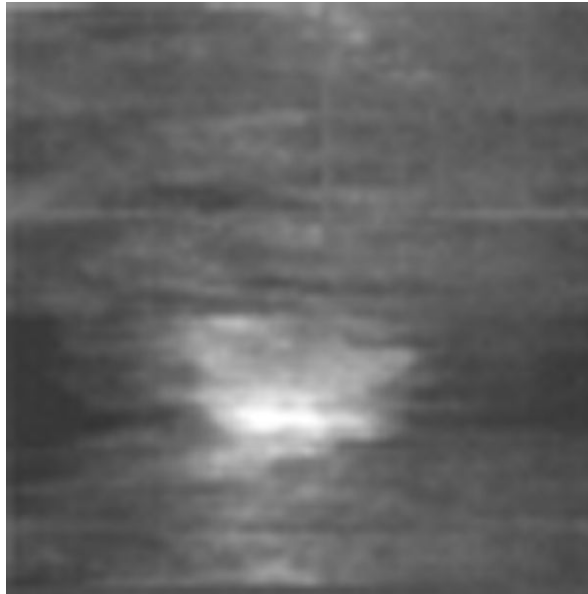
б) алюминия;

в) меди

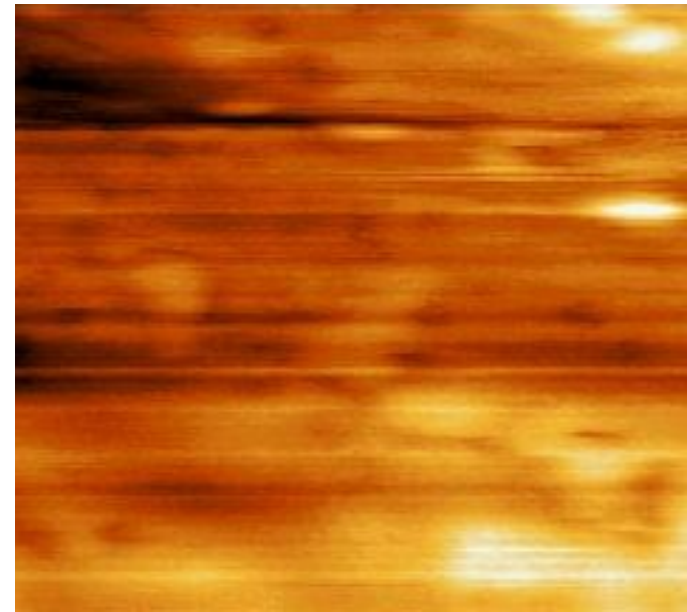
а)
1.969x1.969mkmx249nm



б)
1.969x1.969mkmx487.5nm

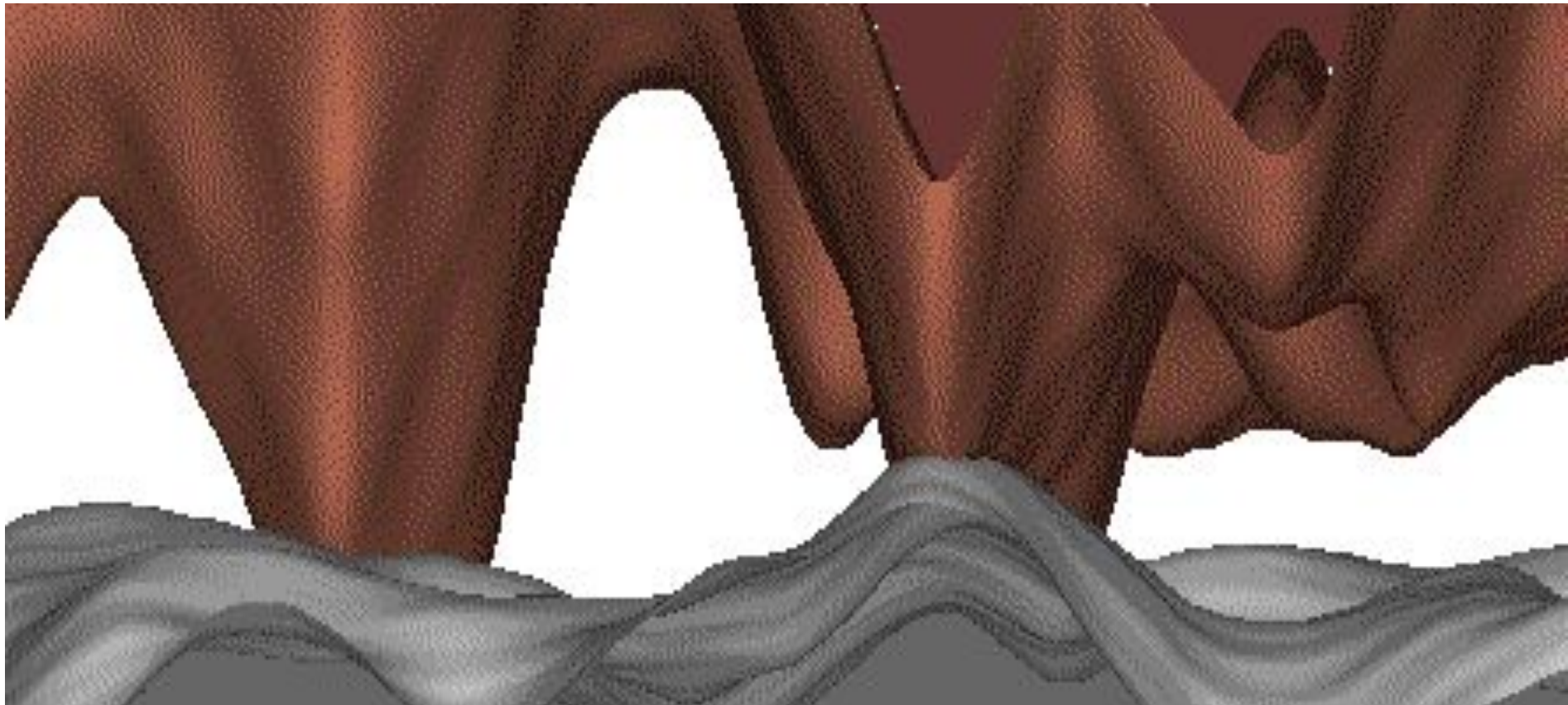


в) 5x5mkm x320nm





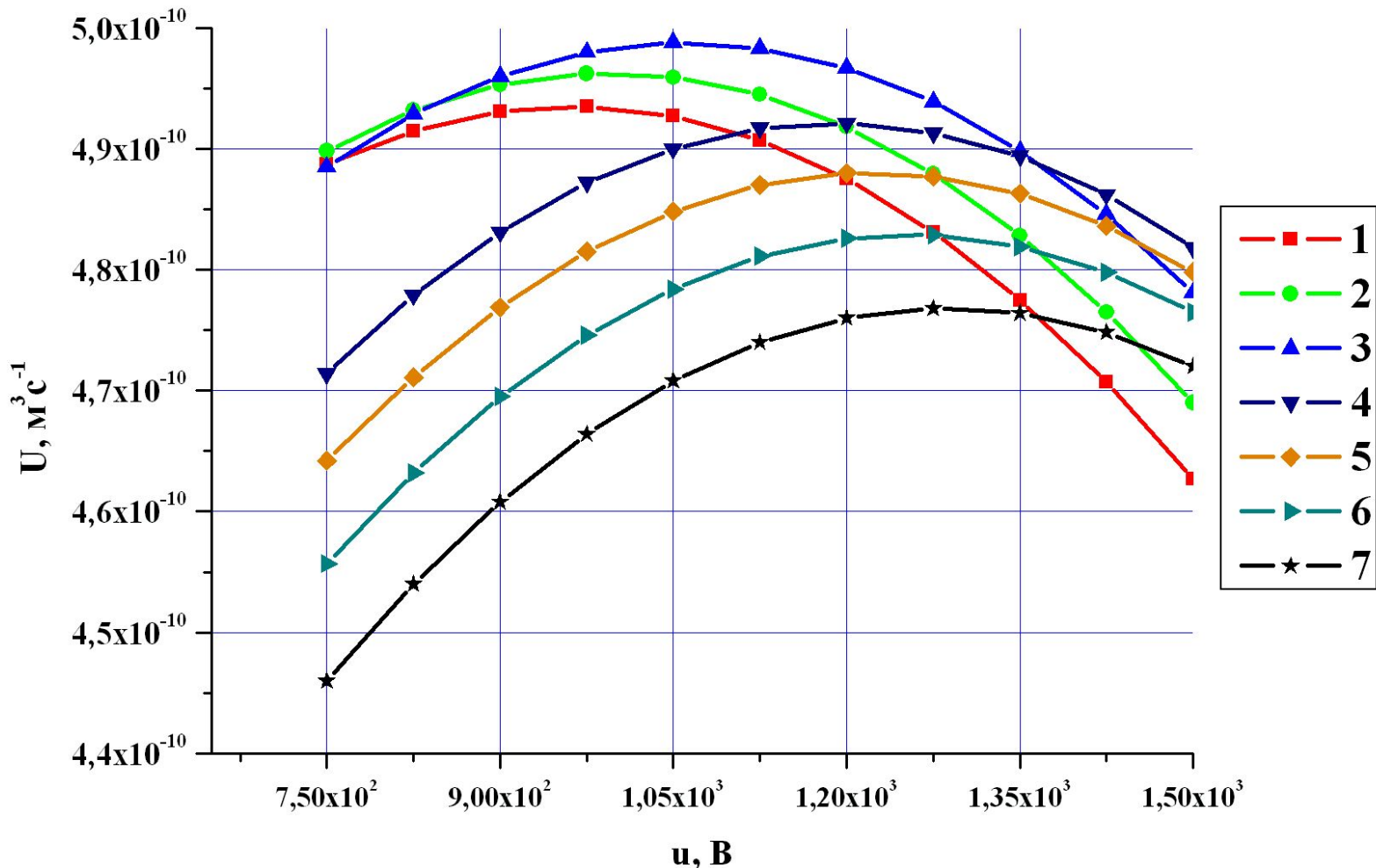
Компьютерная реконструкция нанозазора в уплотнении между контактирующими поверхностями по сканам поверхностей : тарели (нижняя поверхность) и седла (верхняя поверхность).





Результаты расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

Представлено изменение проводимости нанозазора U как функция изменения напряжения и электрического поля при различных значениях нормальной силы F : 1 – 476 Н; 2 – 493 Н; 3 – 526 Н; 4 – 594 Н; 5 – 610 Н; 6 – 627 Н; 7 – 644 Н





Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло выполненный М.В.Косинским (разработка группы «Прецизионный вакуумный привод» каф МТ-11)

Расчет проводимости трубопровода методом Монте-Карло

Формула проводимости (Клаузинга)

$$U = 36,4 K S \sqrt{\frac{T}{M}}$$

где K — вероятность пролета частицы через трубопровод
 S — площадь входной апертуры трубопровода
 T — температура газа
 M — молярная масса газа

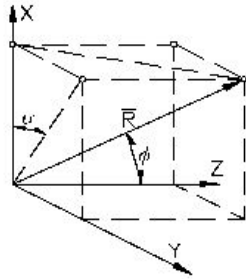
$K = \frac{N}{N_{max}}$ где N — число прошедших частиц
 N_{max} — число выходящих частиц

Проекция вектора полета молекулы на оси координат

$$R_x = \eta \cos(2\pi\xi)$$

$$R_y = \eta \sin(2\pi\xi)$$

$$R_z = \sqrt{1 - \eta^2}$$



Система уравнения для поиска точки столкновения молекулы с поверхностью

$$\begin{cases} x = x_0 + R'_x t \\ y = y_0 + R'_y t \\ z = z_0 + R'_z t \\ Z(x, y) - z = 0 \end{cases}$$

Проверка алгоритма на тестовых сканах

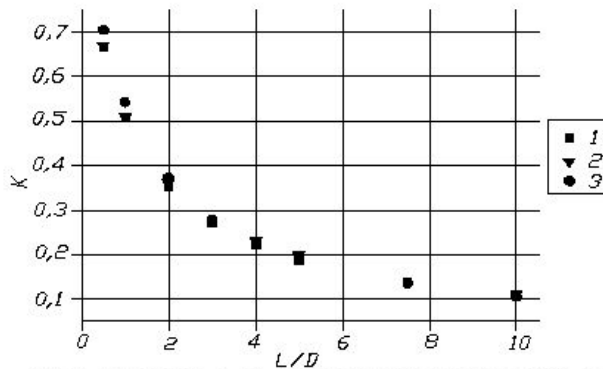


Тестовый скан L/D=5



Трёхмерное изображение канала

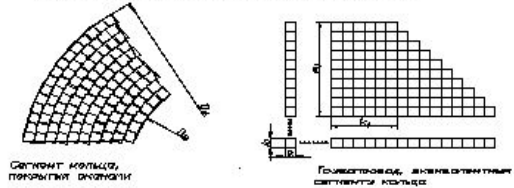
Зависимость коэффициента Клаузинга K от параметра L/D цилиндрического трубопровода



- С.В. Нестеров и др. Расчет сложных вакуумных систем, с.129
- Вакуумная техника, под ред. Е.С.Фролова, В.Е.Минайчева с.51
- Расчет по программе прослежено 10000 частиц

Расчет суммарной проводимости плоского уплотнения

Модель суммарной проводимости плоского уплотнения



Сегмент кольца, параметр ориентации

Полупроводник, элементный сегмент кольца

Формулы проводимости

$$U_{np} = \sum_{i=1}^n U_i$$

— проводимость параллельно осевых трубопроводов

$$U_{сум} = U_n \frac{1}{\sum_{i=1}^n P_{0i}^{-(n-1)}}$$

— проводимость перпендикулярно осевых трубопроводов

Суммарная проводимость кольца

$$U_c = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{k_i U_n K}{m_i - p(m_i - 1)}$$

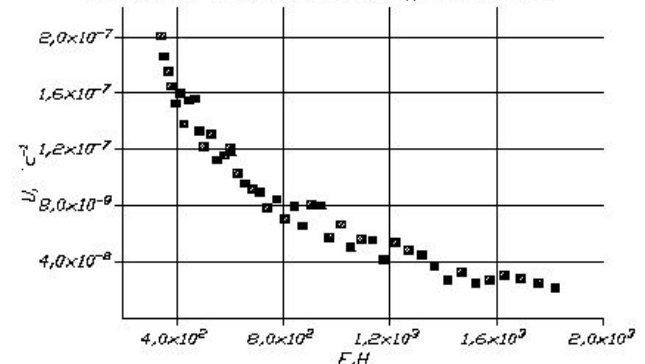
$$k_i = \frac{\pi D^3}{\alpha} + \alpha i - k_{i-1}$$

— число параллельно осевых трубопроводов

$$m_i = \frac{D_H - D_B}{2\alpha} - i$$

— число перпендикулярно осевых трубопроводов

Зависимость проводимости уплотнения от нормальной силы (результат компьютерного моделирования)



№ п/п	Имя	Фамилия	Инициалы	Дата	Лист	Всего
1	Косинский	М.В.				
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						