



# Основы Вакуумной Техники

проф.д.т.н. Деулин Е.А

## Лекция 8

# Расчёт проводимости трубопроводов



## Вопросы к билетам по представленной лекции:

- 1.-Формулы проводимости цилиндрического трубопровода при различных режимах течения газа
- 2.-Связь проводимости трубопровода со степенью вакуума.
- 3.- Проводимость диафрагмы и проводимость трубопровода сложной формы
- 4.- Физические и технические основы расчёта проводимости методом Монте- Карло
- 5.-Методика расчёта проводимости сложного трубопровода методом Монте- Карло
- 6.-Преимущества расчёта проводимости методом Монте- Карло перед «геометрическими» методами расчёта по формулам проводимости



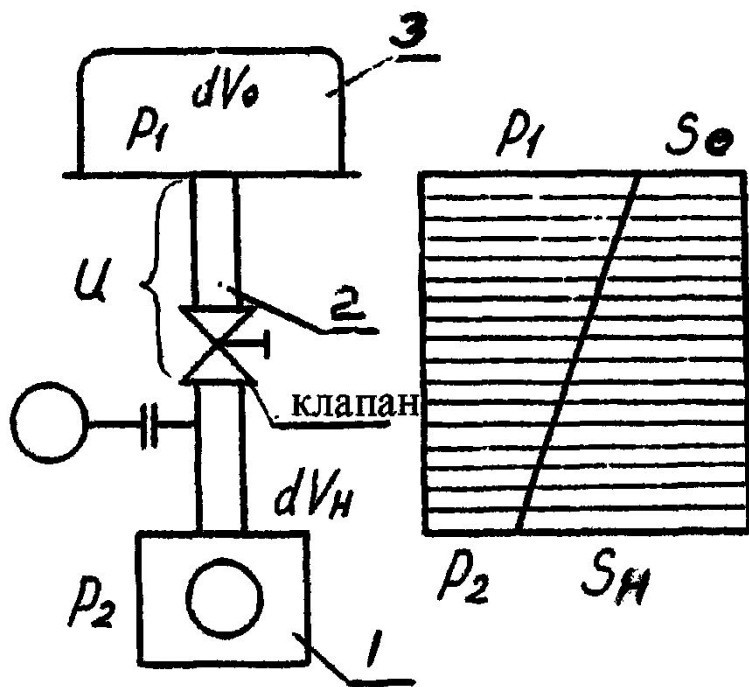
Основное уравнение ВакТехники :

$$\frac{1}{S_0} = \frac{1}{U} + \frac{1}{S_H}$$

или

$$S_0 \frac{S_H U}{S_H + U}$$

связывает параметры трёх основных компонентов вакуумной системы: быстроту действия насоса, проводимость трубопровода и быстроту откачки реципиента, поэтому расчёт проводимости трубопроводов актуален при расчёте вакуумной системы



- 1 – насос;
- 2 – вакуумопровод;
- 3 – реципиент (откачиваемый объём).



**Проводимость параллельно соединенных трубопроводов:**

$$U_{\Sigma} = U_1 + U_2 + \dots + U_i;$$

**Проводимость последовательно соединенных трубопроводов:**

$$\frac{1}{U_{\Sigma}} = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i} \Rightarrow U_{\Sigma} = \frac{1}{\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i}};$$

**Проводимость отверстия (диафрагмы):**

$$U_{\Sigma} = 117 \cdot S \left[ \frac{M^3}{c} \right];$$

S – площадь диафрагмы [м<sup>2</sup>];

$$U_D = 36,4 \sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A \quad V_1 = 117 \left[ \frac{M^3}{c \cdot M^2} \right] = 11,7 \left[ \frac{л}{c \cdot cM^2} \right]; \quad U = 36,4 \cdot S \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \left[ \frac{M^3}{c} \right];$$



## Формулы для расчёта проводимости цилиндрического трубопровода

### 1) Вязкостный (ламинарный) режим:

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

$d$  – диаметр вакуумопровода [м],

$l$  – длина вакуумопровода [м],

$P$  – давление [Па].

Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow d > 10 \cdot l$

### 2) Молекулярно-вязкостный режим:

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1,95d \frac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2,4d \frac{P_1 + P_2}{2}} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C}$

$\Rightarrow d > 10 \cdot l$

### 3) Молекулярный режим:

$$U_M = 38,1 \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

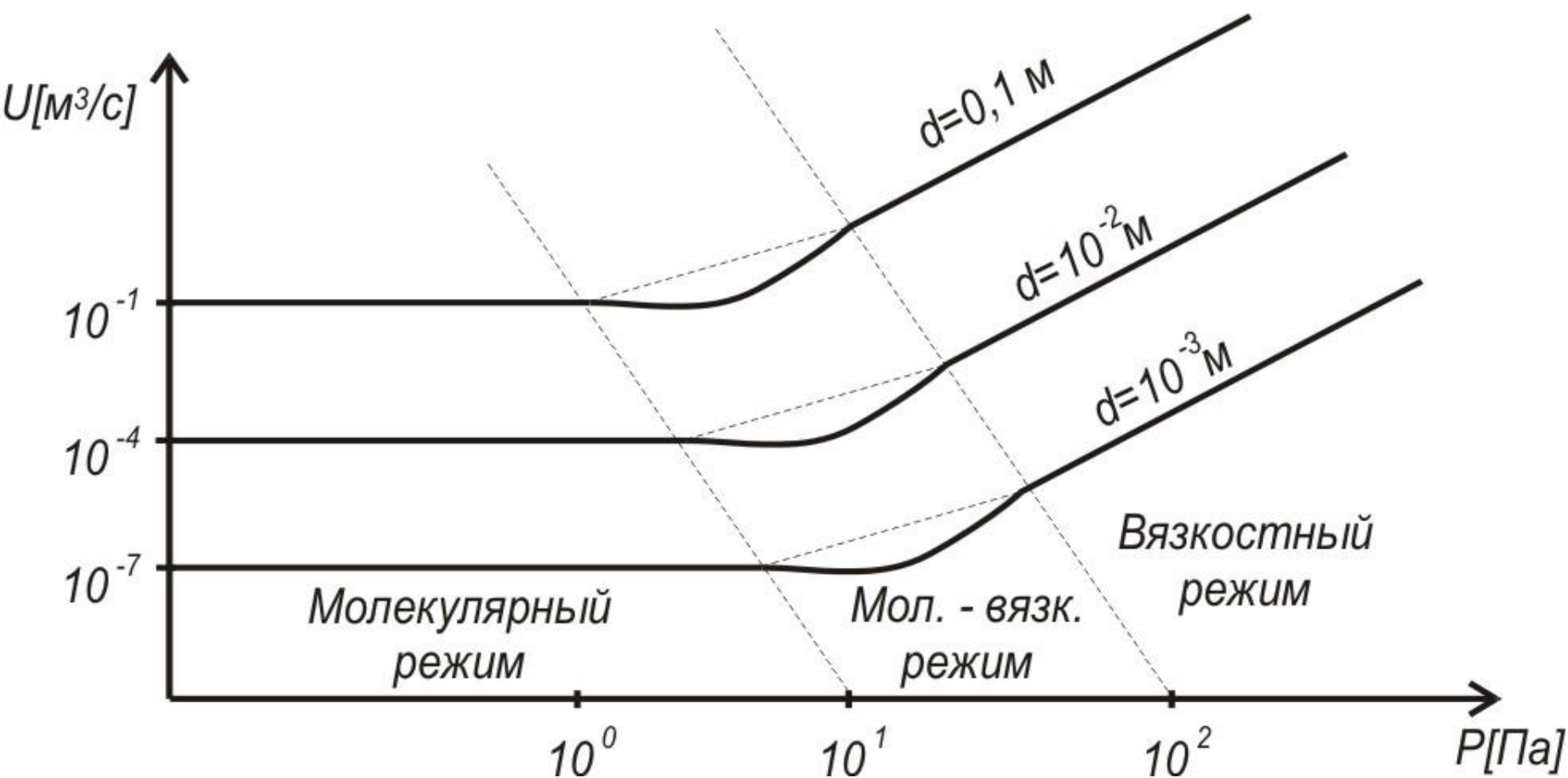
$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C}$

$C \Rightarrow d > 10 \cdot l$



## Проводимость длинного цилиндрического вакуумопровода как функция геометрических параметров и давления (режима течения газа)





Проводимость вакуумо-провода, учитывает режим течения, характер явления переноса (вязкости) и, тем самым, **степень вакуума**

Для трубы:

## 1) Вязкостный (ламинарный) режим (**низкий вакуум**):

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

$d$  – диаметр вакуумопровода [м],  
 $l$  – длина вакуумопровода [м],  
 $P$  – давление [Па].  
Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$

## 2) Молекулярно-вязкостный режим (**средний вакуум**):

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1,95d \frac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2,4d \frac{P_1 + P_2}{2}} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$

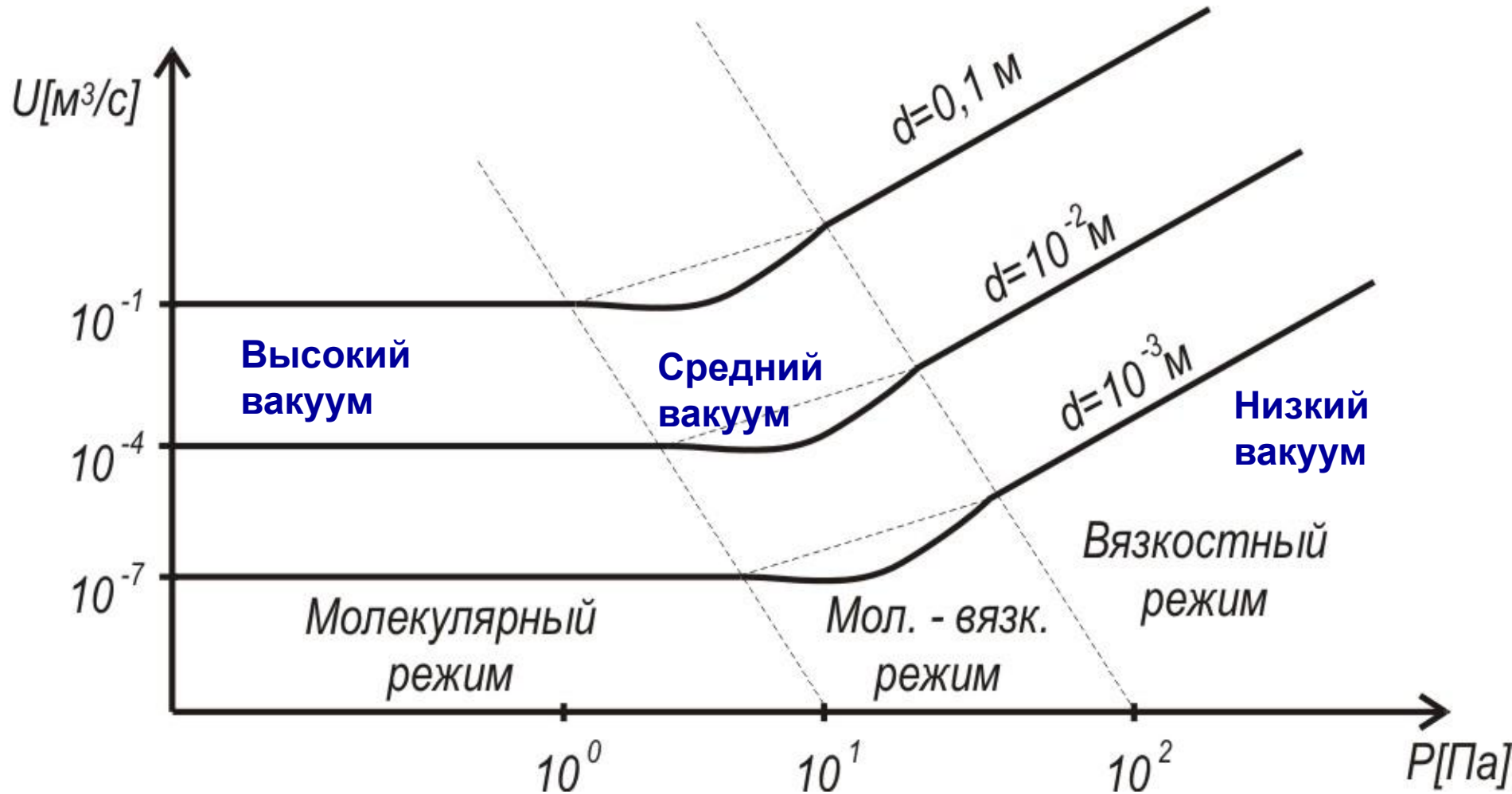
## 3) Молекулярный режим (**высокий вакуум**):

$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[ \frac{m^3}{c} \right];$$

Для воздуха при  $t=20^\circ\text{C} \Rightarrow l > 10 \cdot d$



# Связь проводимости вакуумопровода с представлением о степени вакуума







## Формулы расчёта проводимости трубопровода сложной формы

трубопровод длиной ( $L > 10d$ ) может быть представлен цилиндрической трубой постоянного диаметра его проводимость может быть определена (для воздуха  $M=29$ ,  $T=293$  К, **молекулярный режим течения газа**):

$$U = 121 \frac{d^3}{L}, \text{ м}^3\text{с}^{-1} \quad (1)$$

где:  $d$ - расчетный диаметр трубопровода окончательной откачки, м;  
 $L$ - расчетная длина трубопровода окончательной откачки, м.

Наличие клапана или затвора с таким же диаметром прохода учитывается увеличением длины  $L$  на величина (2-6)  $d$  собственно вакуумпровод окончательной откачки, который на расчетных схемах может быть представлен трубопроводом постоянного сечения, если элементы конструкций клапана, откачного гнезда, ловушки, золотника не диафрагмируют этот трубопровод. В общем виде суммарная проводимость трубопровода состоящего из **последовательно соединенных проводимостью  $U_i$** :

$$U = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{U_i}} \text{ м}^3\text{с}^{-1}, \quad (2)$$

где:  $m$ - количество последовательно соединенных участков трубопровода, учитываемых при расчете;

Суммарная проводимость трубопровода состоящего из **параллельно соединенных участков** (например, в золотниковых машинах):

$$U = \sum_{i=1}^n U_i, \text{ м}^3\text{с}^{-1} \quad (3)$$

где:  $n$ - количество параллельно соединенных участков. Проводимость тонкой диафрагмы (длина  $L \rightarrow 0$  определяется только ее площадью  $A$ ):

$$U_d = 36,4 \sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A$$

где:  $T$ - температура газа, К;  $M$ - молекулярный вес газа, Кмоль;  $V_i$ - объем газа, ударяющегося о единицу поверхности в единицу времени,  $V_i = 117 \text{ м}^3\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}$  (при  $M = 29$ ,  $T = 293$  К).



## Расчёт проводимости трубопровода сложной формы

Проводимость трубопровода произвольной формы может быть найдена как:

$$U = U_{\text{д}} \cdot K \quad (4),$$

где:  $U_{\text{д}}$  - проводимость входного сечения рассматриваемого трубопровода.

Чтобы рассчитать проводимость участков следующих за "диафрагмой"), необходимо пользоваться коэффициентом Клаузинга:

$$K = (N_{\Sigma} - N_{\text{обр}}) / N_{\Sigma}$$

где:  $N_{\Sigma}$  - суммарное число молекул, вошедших в трубопровод через впускное сечение;  
 $N_{\text{обр}}$  - число "обратных" молекул, отраженных от стенок и вернувшихся через впускное сечение.

При откачке в молекулярно-вязкостном режиме течения газа проводимость трубопровода может определяться:

$$U_{\text{МВ}} = 0,9U_{\text{М}} + U_{\text{В}} \quad (5)$$

где:  $U_{\text{МВ}}$ ,  $U_{\text{М}}$ ,  $U_{\text{В}}$  - расчетная проводимость трубопровода в молекулярно-вязкостном, молекулярном, вязкостном режимах, соответственно.

Таблицы формул для расчёта проводимости трубопроводов для газа,  $M=29$ ,  $T=293$  К  
Приведены на последующих слайдах

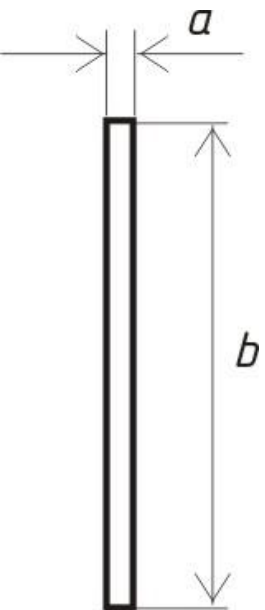


### Проводимость отверстия (диафрагмы) произвольной формы:

$$U_{\Sigma} = 117 \cdot S \left[ \frac{M^3}{c} \right];$$

### Проводимость трубопровода в виде щели

$$U_{\text{Щ}} = 97 \cdot K_2 \frac{ab^2}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \left[ \frac{M^3}{c} \right];$$



$a \gg b$ ,  
 $l$ - длина

$l/b$	0,1	0,2	0,4	0,8	1	2		5	10	>10
	$\frac{0,03}{6}$	$\frac{0,06}{8}$	0,13	0,22	0,26	0,4		0,67	0,94	$\frac{3}{8} \cdot l$ $n(l/b)$ )



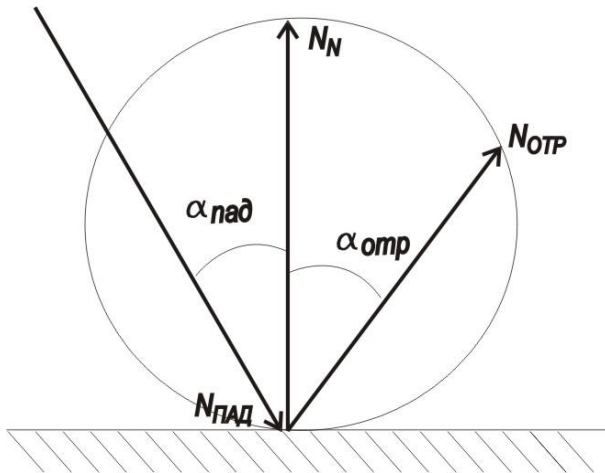
## Формулы расчёта проводимости трубопроводов различного сечения

Форма сечения трубопровода	Проводимость	
длиной $l$ , м	<b>Молекулярный режим</b> течения газа	<b>Вязкостный режим</b> течения газа. (Рсреднее давление в трубопроводе, Па)
круг диаметром $d$	$U = 121 \frac{d^3}{l}$	$U = 1,36 \cdot 10^3 \cdot P_{cp} \cdot \frac{d^4}{l}$
равносторонний треугольник со стороной $a$	$U = 48,1 \frac{a^3}{l}$	$U = 299 \cdot P_{cp} \cdot \frac{a^4}{l}$
кольцо наруж. диам. $d_1$ внутр. диам. $d_2$	$U = \frac{121(d_1 - d_2)^2(d_1 + d_2)}{l}$	$U = 1,36 \cdot 10^3 \cdot \left[ d_1^4 - d_2^4 - \frac{(d_1^2 - d_2^2)}{\ln\left(\frac{d_1}{d_2}\right)} \right] \cdot \frac{P_{cp}}{l}$
прямоугольник со сторонами $a, b$ ( $a > b$ )	$U = 308 \cdot \frac{\varphi a^2 b^2}{(a + b)l}$	$U = 865 \frac{f P_{cp} a b^3}{l}$



Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость **создания** универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (**Метода Монте-Карло**)

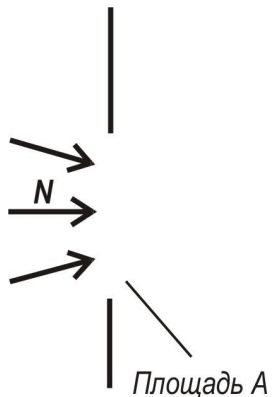
Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



$$\frac{dN_{отп}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos \alpha \qquad \frac{dN_{отп}}{d\alpha} = c \cdot \cos \alpha$$

Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время  $\tau$ , поэтому угол отражения не зависит от угла падения

**В начале расчёта определяется проводимость впускной диафрагмы  $U_0$  рассчитываемого нами трубопровода**



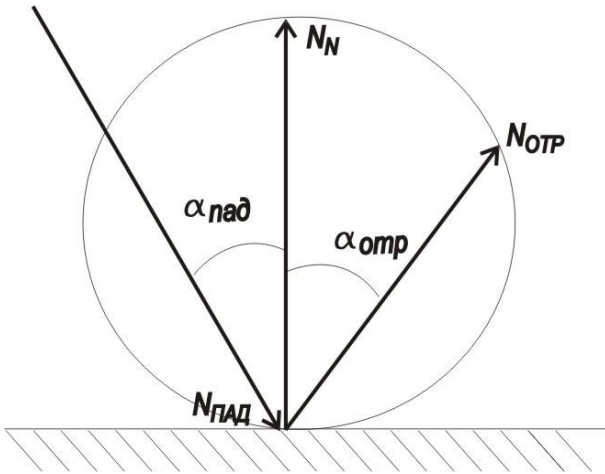
$$U_0 = A_i \cdot V_i = 11,7 A \left[ \frac{\text{л}}{\text{см}^2 \text{с}} \right];$$

где  $A$  [см<sup>2</sup>] – площадь диафрагмы



Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость **создания** универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (**Метода Монте-Карло**)

Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



$$\frac{dN_{отр}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos \alpha \qquad \frac{dN_{отр}}{d\alpha} = c \cdot \cos \alpha$$

Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время  $\tau$ , поэтому угол отражения не зависящий от угла падения является случайной величиной, подчиняющейся указанному «Кнудсеновскому» закону распределения и определяемой генератором случайных чисел

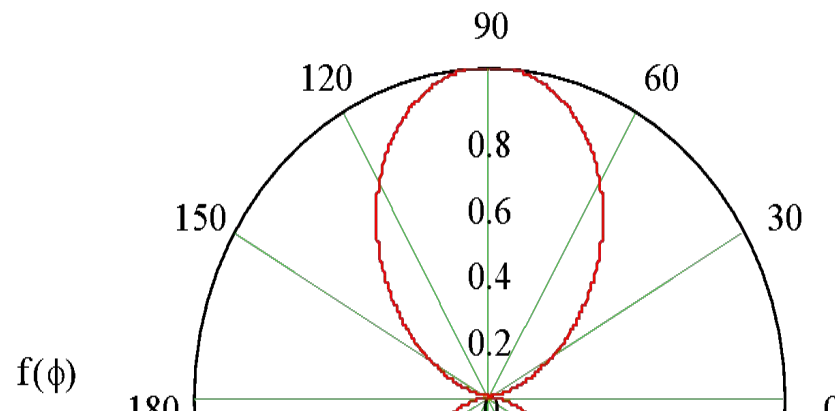
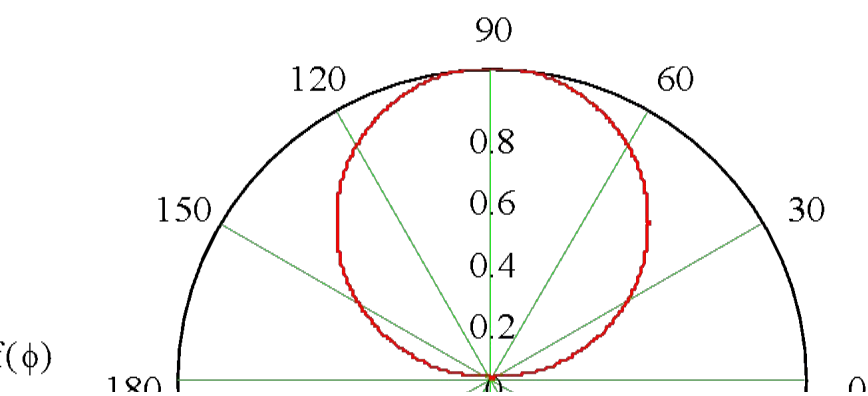
**Пример чисел, выдаваемых генератором случайных чисел, подчиняющихся «Кнудсеновскому» закону распределения, и характеризующих угол отражения от 0 до 180° с округлением значения до 10<sup>0</sup> (т.е. чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону  $\cos \varphi$ )**

12	6	15	14	10	6	5	10	14	4	16	4	7	9	6
10	6	2	11	15	12	9	7	3	12	2	17	5	4	9
13	15	9	12	14	8	11	3	5	1	13	6	8	12	16
11	8	11	6	7	8	14	4	15	13	10	7	6	9	13
7	7	16	3	9	12	9	11	8	8	14	8	7	12	3



## Виды угловых распределений молекул по скоростям:

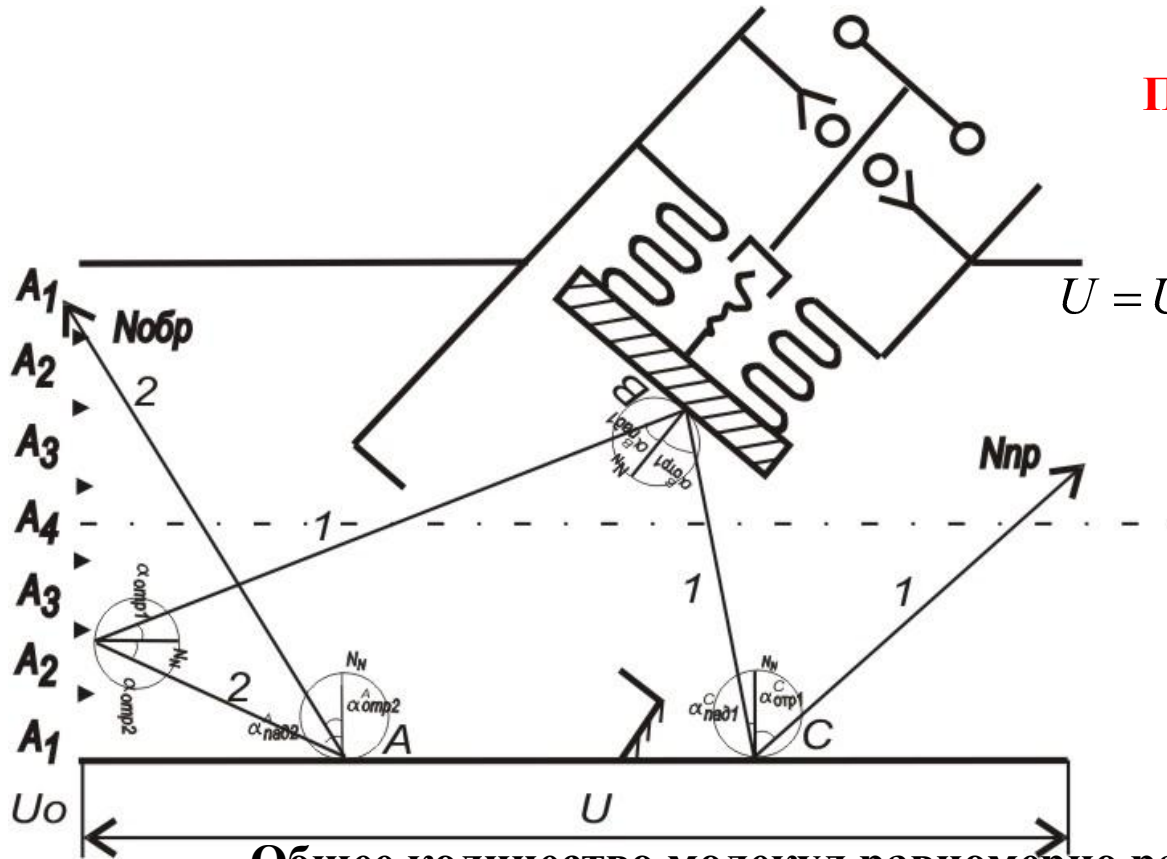
Слева- равномерное распределение; Справа- распределение Кнудсена





# Методика расчёта проводимости сложного вакуумпровода («прямопролётного» клапана) методом Монте-Карло

**Порядок расчёта проводимости сложного трубопровода:**



$$U = U_0 \cdot K \rightarrow K = \frac{N_{ПР}}{N} = 1 - \frac{N_{ОБР}}{N};$$

$$U = U_0 \cdot \left(1 - \frac{N_{ОБР}}{N}\right).$$

Общее количество молекул равномерно распределенных по входной площади:

$$N = \sum_{i=1}^n A_i \cdot N = \sum_{i=1}^n N_i;$$

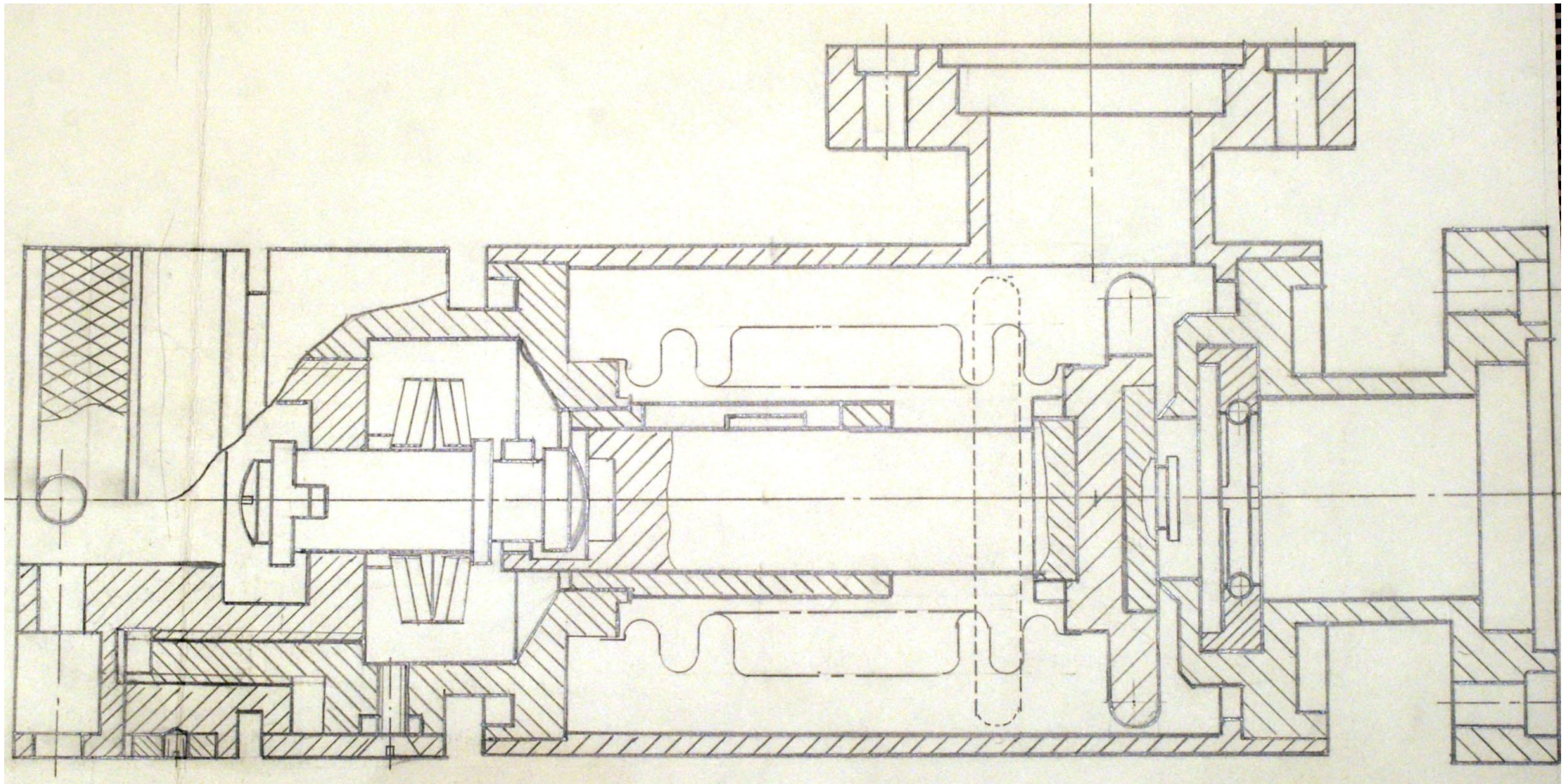
$$N_i = N_{ПР} \frac{A_i}{A_{\Sigma}}$$

Где  $i$  - количество элементарных площадок на которые разбиваем входную диафрагму.



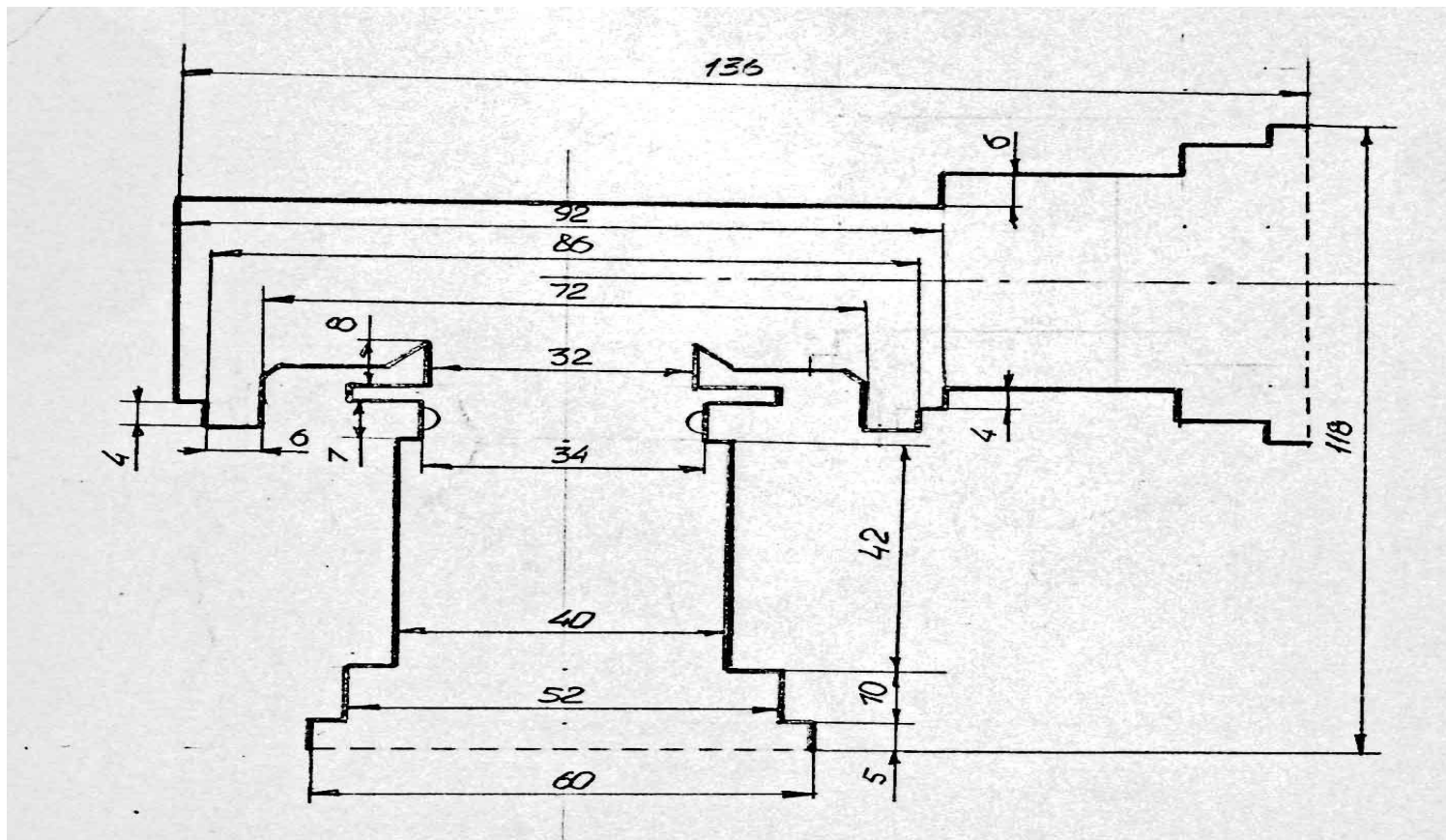


**Вид в разрезе «углового» клапана КРУТ  $D_y=40$**   
**Рассмотрим расчёт проводимости этого клапана**  
**методом МК в плоской ( 2D ) системе координат**





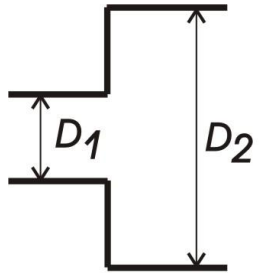
Исходная геометрическая схема для расчёта проводимости этого клапана КРУТ  $D_y 40$  методом МК в 2D системе координат ( т.е. без учёта 3х мерного движения молекул)



Расчетная схема СВВ клапана КРУТ  $D_y=40$  мм



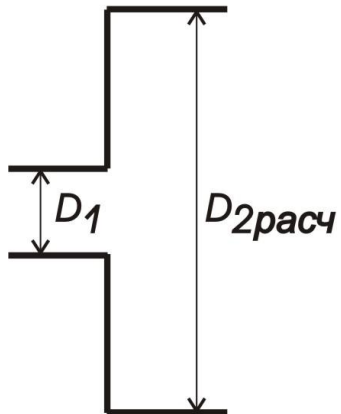
# Схема, поясняющая необходимость изменения размеров на плоском чертеже (2D схема) для учёта 3х координатного движения молекул.



## Истинное соотношение размеров

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi D_1^2 \cdot 4}{\pi D_2^2 \cdot 4} = \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

## Соотношение размеров при графическом расчете на плоскости в 2D системе с учётом 3х координатного движения молекул



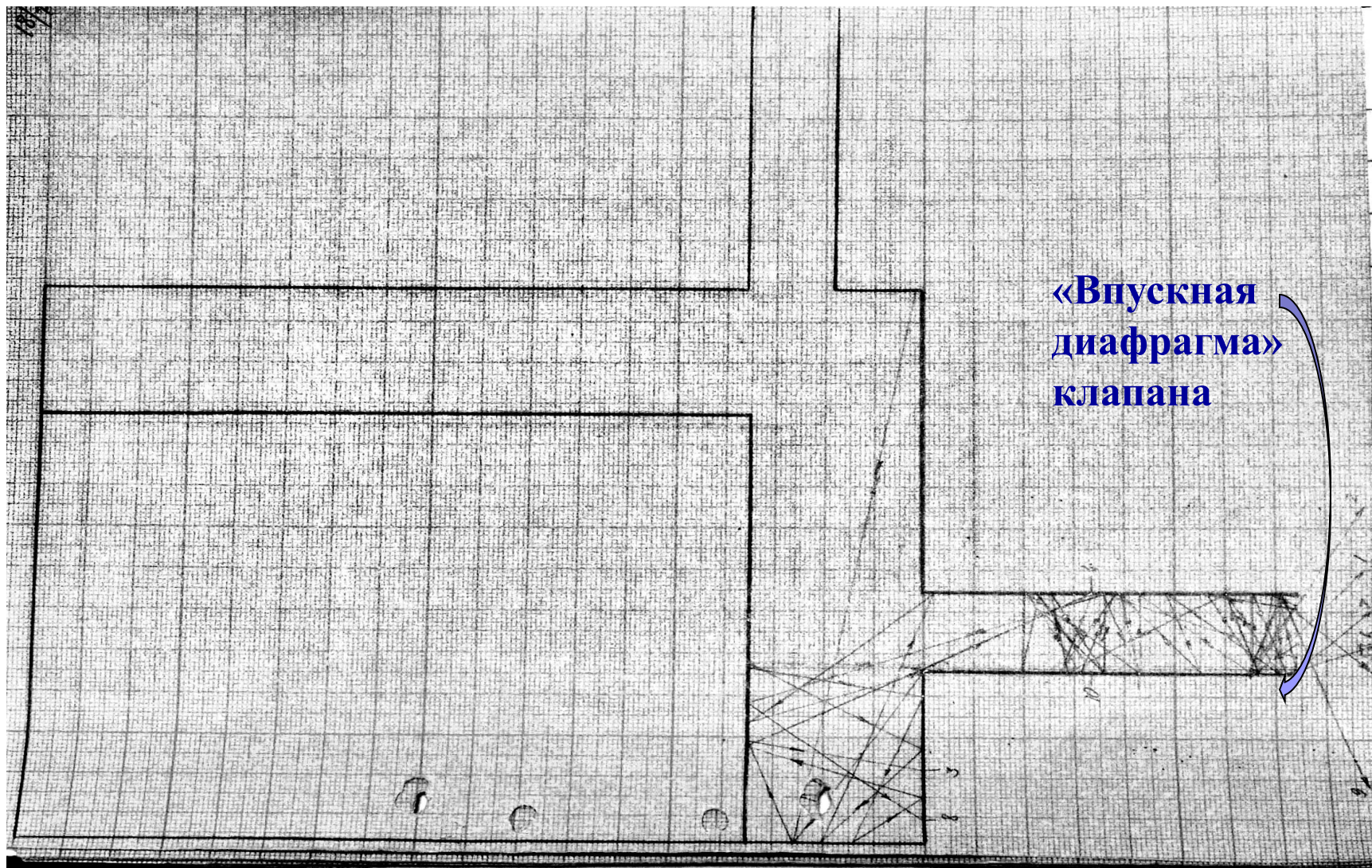
$$S_{2РАСЧ} = S_1 \frac{A_2}{A_1} = D_1 \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

Пример распределения чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону cos φ выдаваемых **генератором случайных чисел** (см. следующие слайды)

12	6	15	14	10	6	5	10	14	4	16	4	7	9	6
10	6	2	11	15	12	9	7	3	12	2	17	5	4	9
13	15	9	12	14	8	11	3	5	1	13	6	8	12	16
11	8	11	6	7	8	14	4	15	13	10	7	6	9	13
7	7	16	3	9	12	9	11	8	8	14	8	7	12	3

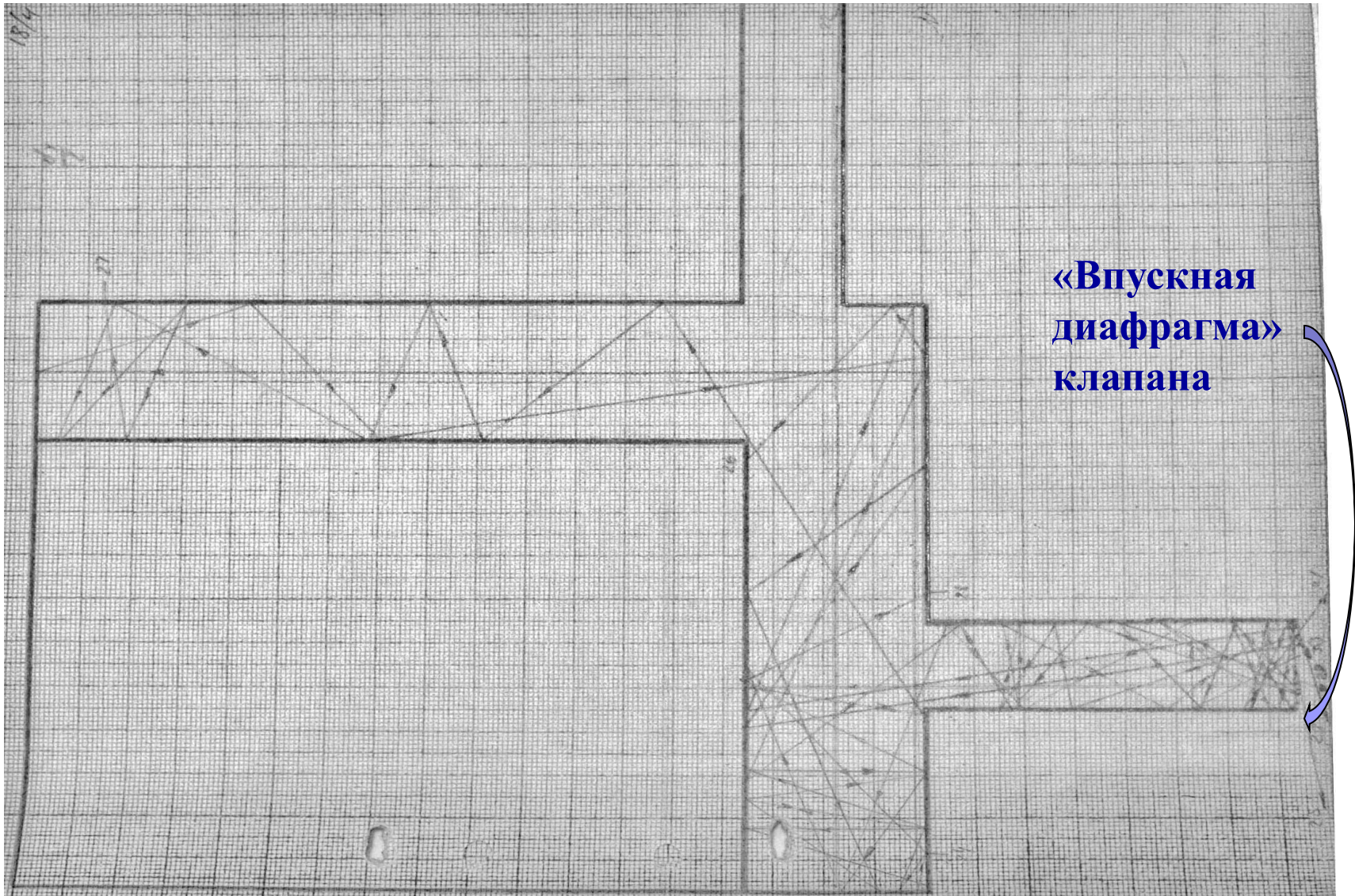


Геометрическая схема клапана КРУТ  $D_{\gamma}40$  для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **1 запуск 10 молекул**





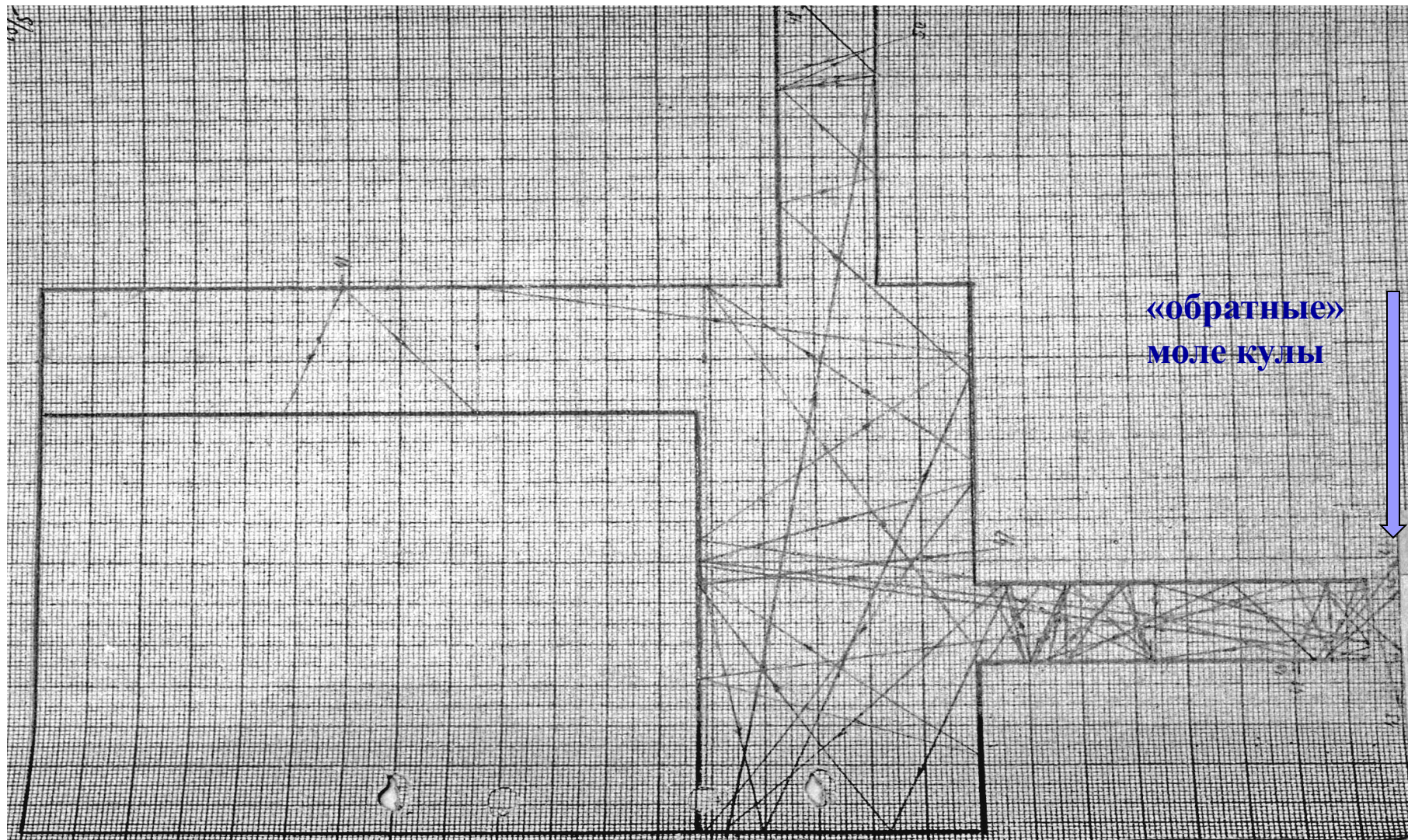
Геометрическая схема клапана КРУТ  $D_y 40$  для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **2 запуск 10 молекул**



«Впускная  
диафрагма»  
клапана

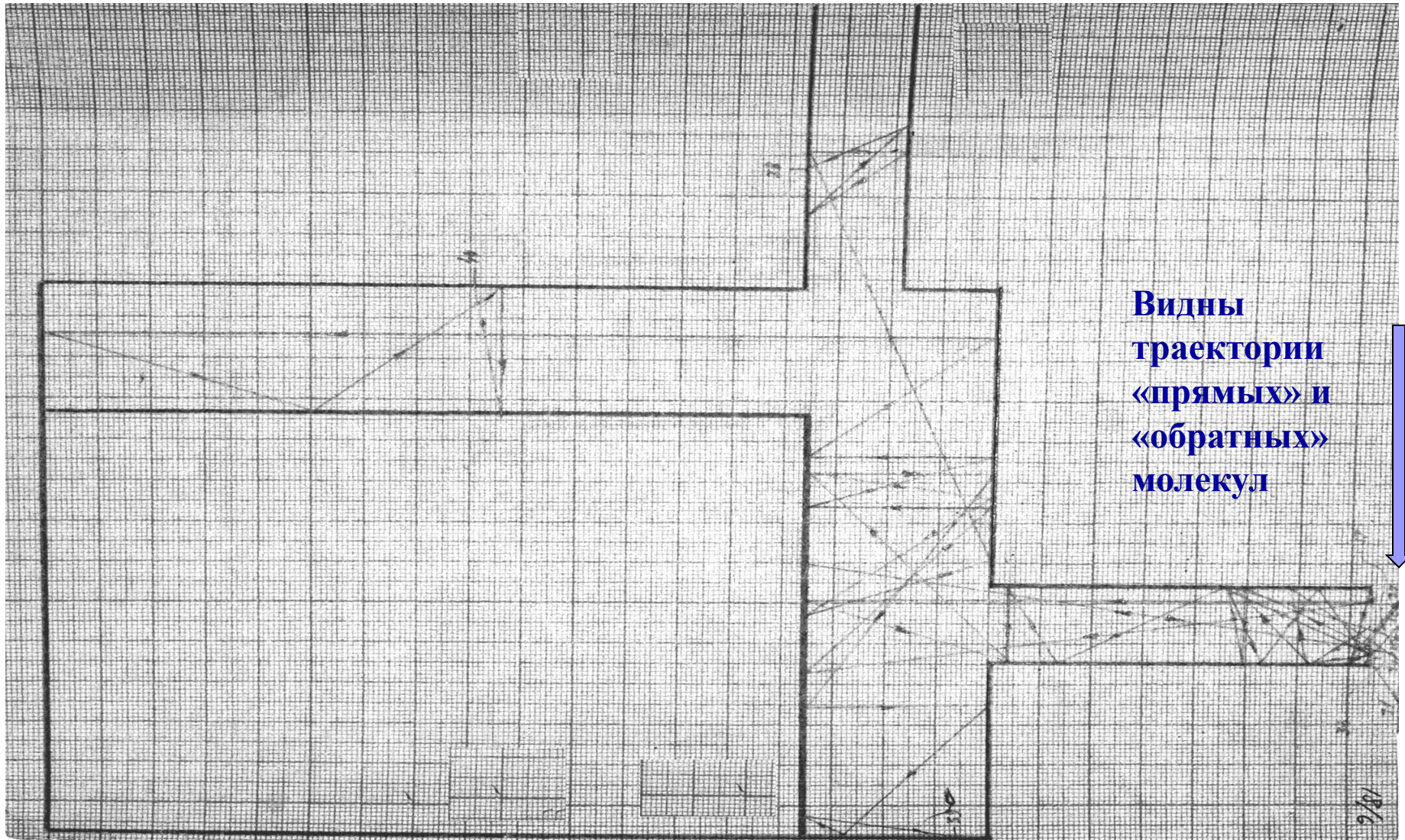


Геометрическая схема клапана КРУТ  $D_{\gamma 40}$  для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **3 запуск 30 молекул**



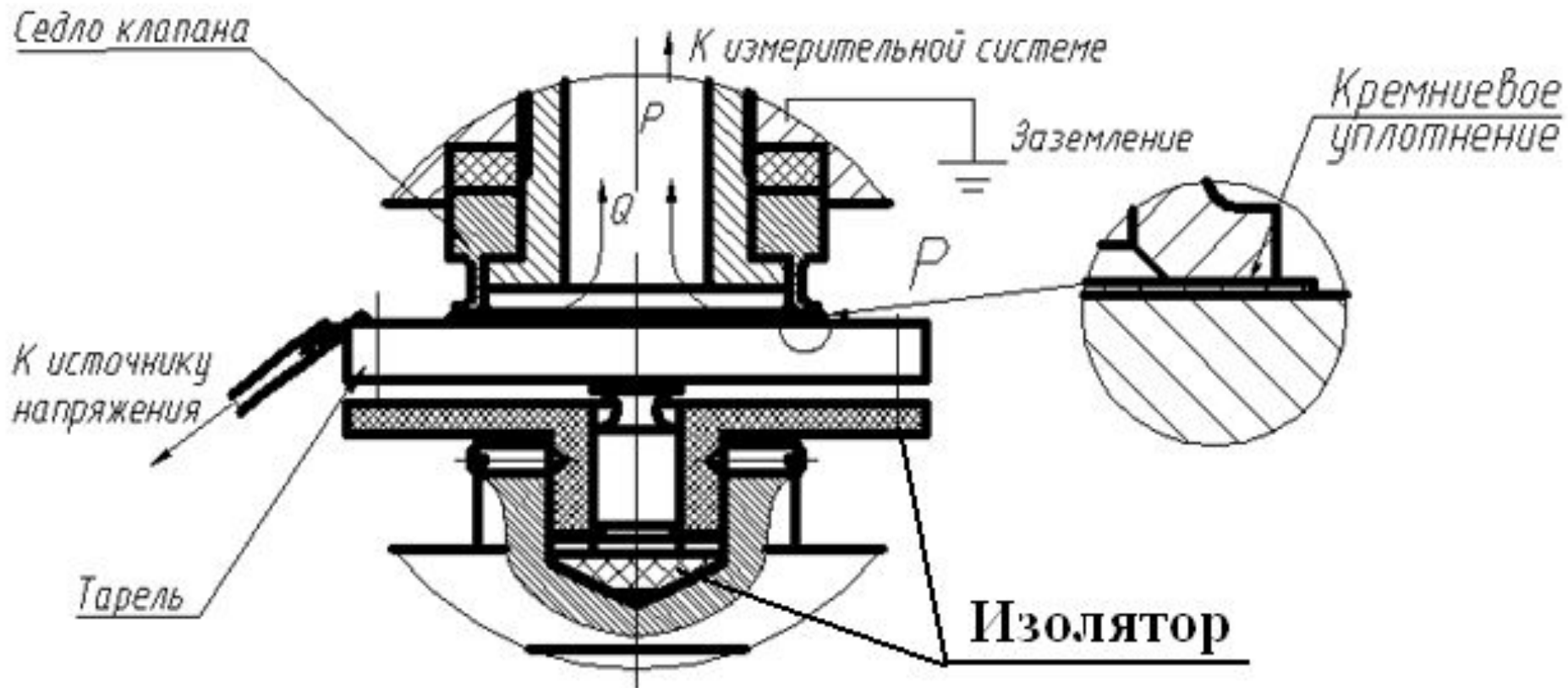


Геометрическая схема клапана КРУТ  $D_y 40$  для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **4 запуск 10 молекул**





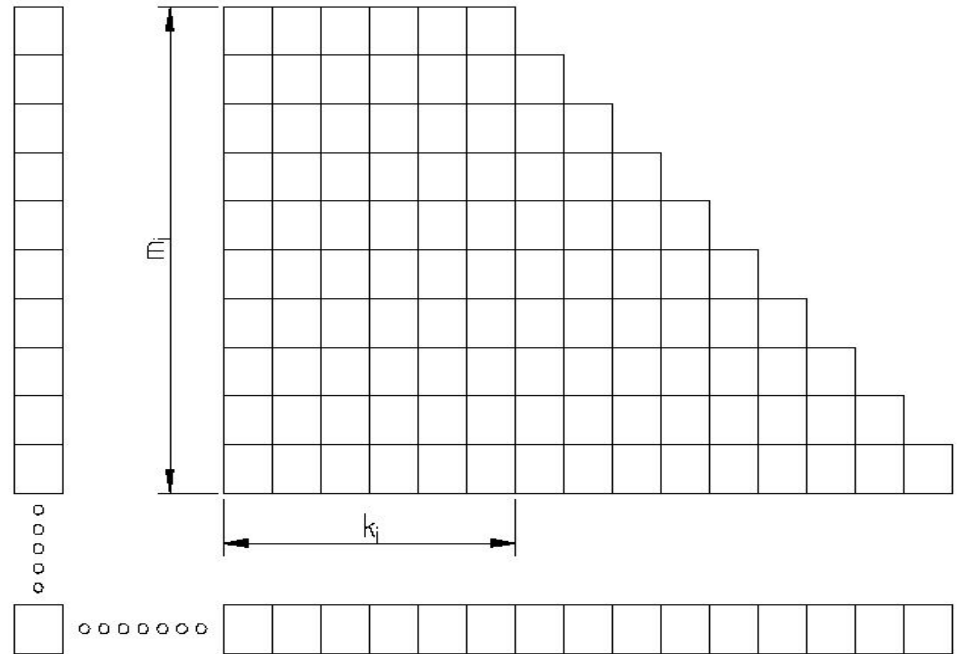
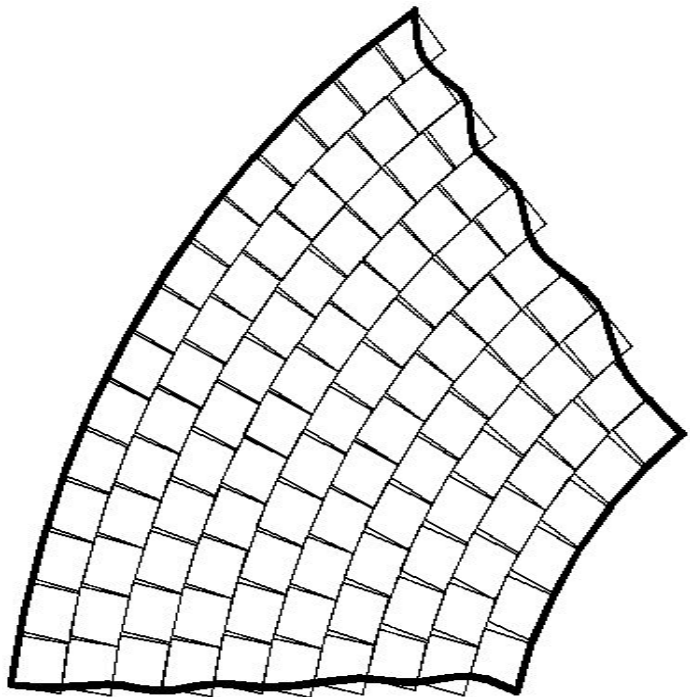
Далее рассмотрен расчёт проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло  
(Схема работы клапана создаваемого на каф. МТ-11 представлена ниже)







**Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло. На рис. представлены элементы модели, использованные для расчёта суммарной проводимости плоского уплотнения:**  
**слева- сегмент кольца, покрытый сканами; справа-трубопровод, эквивалентный сегменту кольца (сектор кольца уплотнения, с наложенными на него сканами)**





**Элементы процесса расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло**

**В вакуумной технике для расчета проводимости сложных разветвленных трубопроводов часто пользуются методом электрических аналогий. При последовательном соединении  $n$  элементов вакуумной системы с известными проводимостями  $U_i$  общая проводимость системы**

$$\frac{1}{U_{\text{посл}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{U_i} \quad (1)$$

**При параллельном соединении  $n$  элементов вакуумной системы ее общая проводимость  $U$  равна сумме проводимостей всех элементов .**

$$U_{\text{пар}} = \sum_{i=1}^n U_i \quad (2)$$

**Для  $n$  последовательно соединенных элементов вакуумной системы формула принимает вид:**

$$\frac{1}{P_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{P_{0i}} - (n-1) \quad (3)$$

где

$P_{0i}$  – вероятность прохождения молекулы через  $i$ -й элемент вакуумной системы (коэффициент Клаузинга);

$P_0$  – суммарная вероятность прохождения частицы через  $n$  последовательно соединенных элементов вакуумной системы



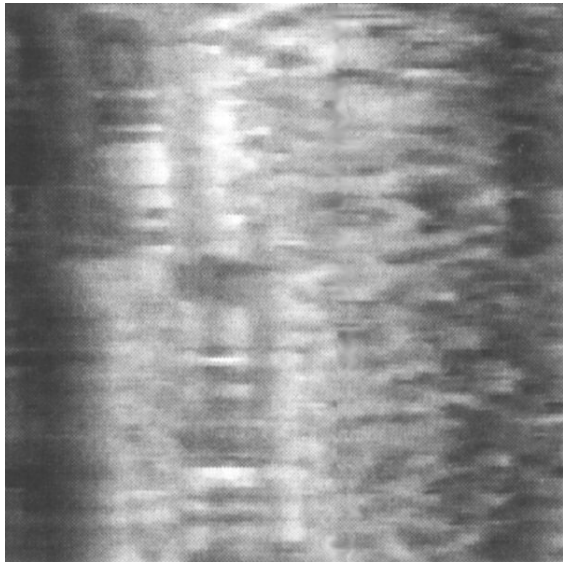
## Вид сканов поверхностей элементов уплотнения клапана :

а) кремния;

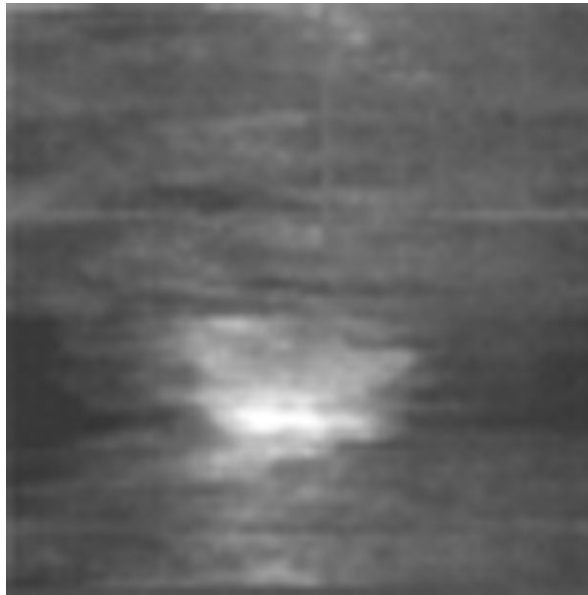
б) алюминия;

в) меди

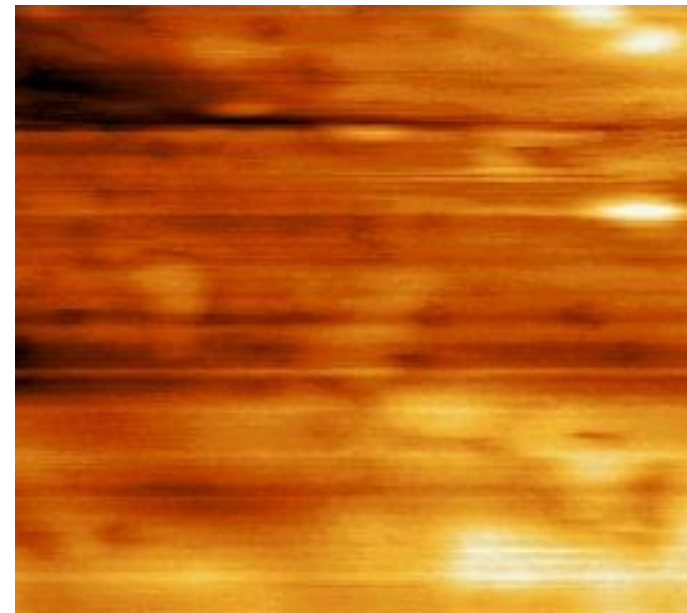
а)  
1.969x1.969mkmx249nm



б)  
1.969x1.969mkmx487.5nm

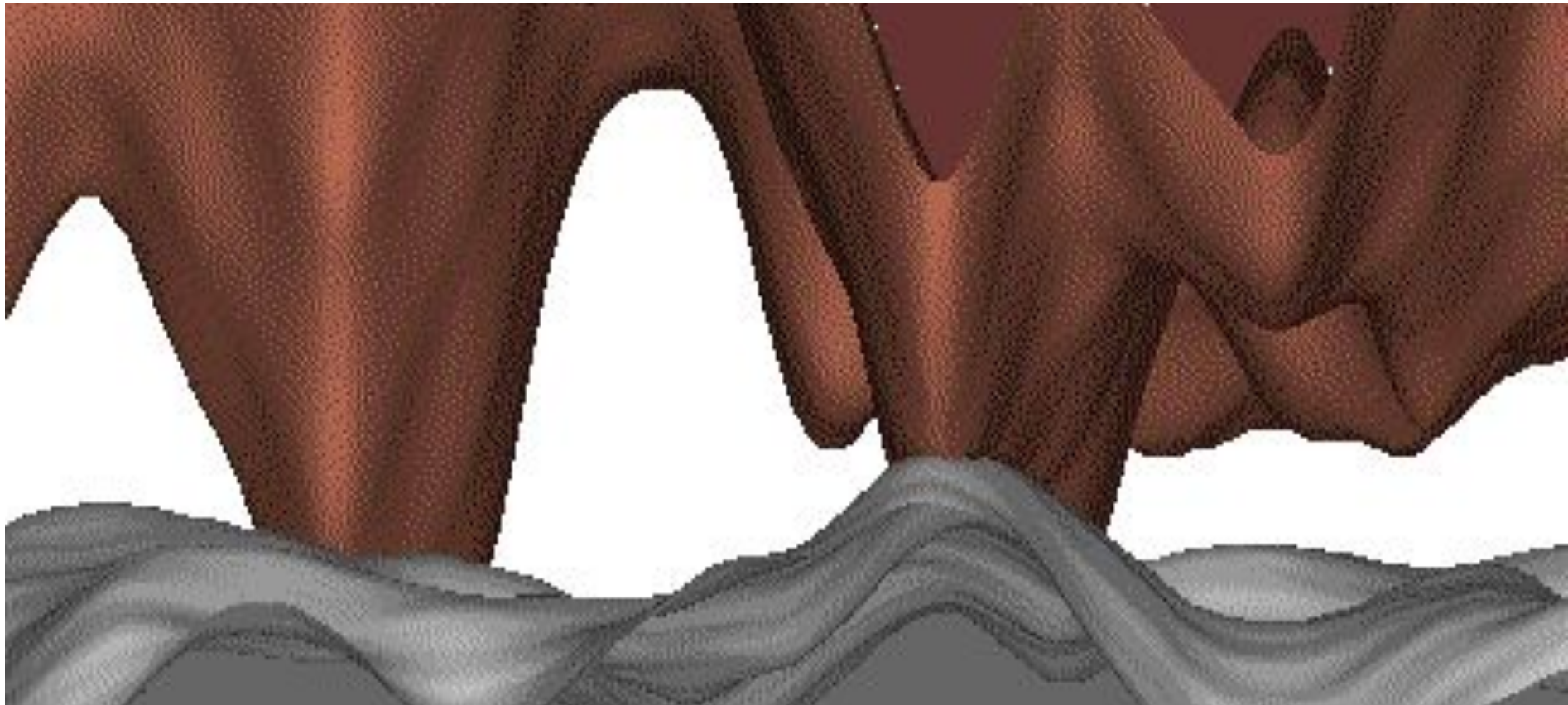


в) 5x5mkm x320nm





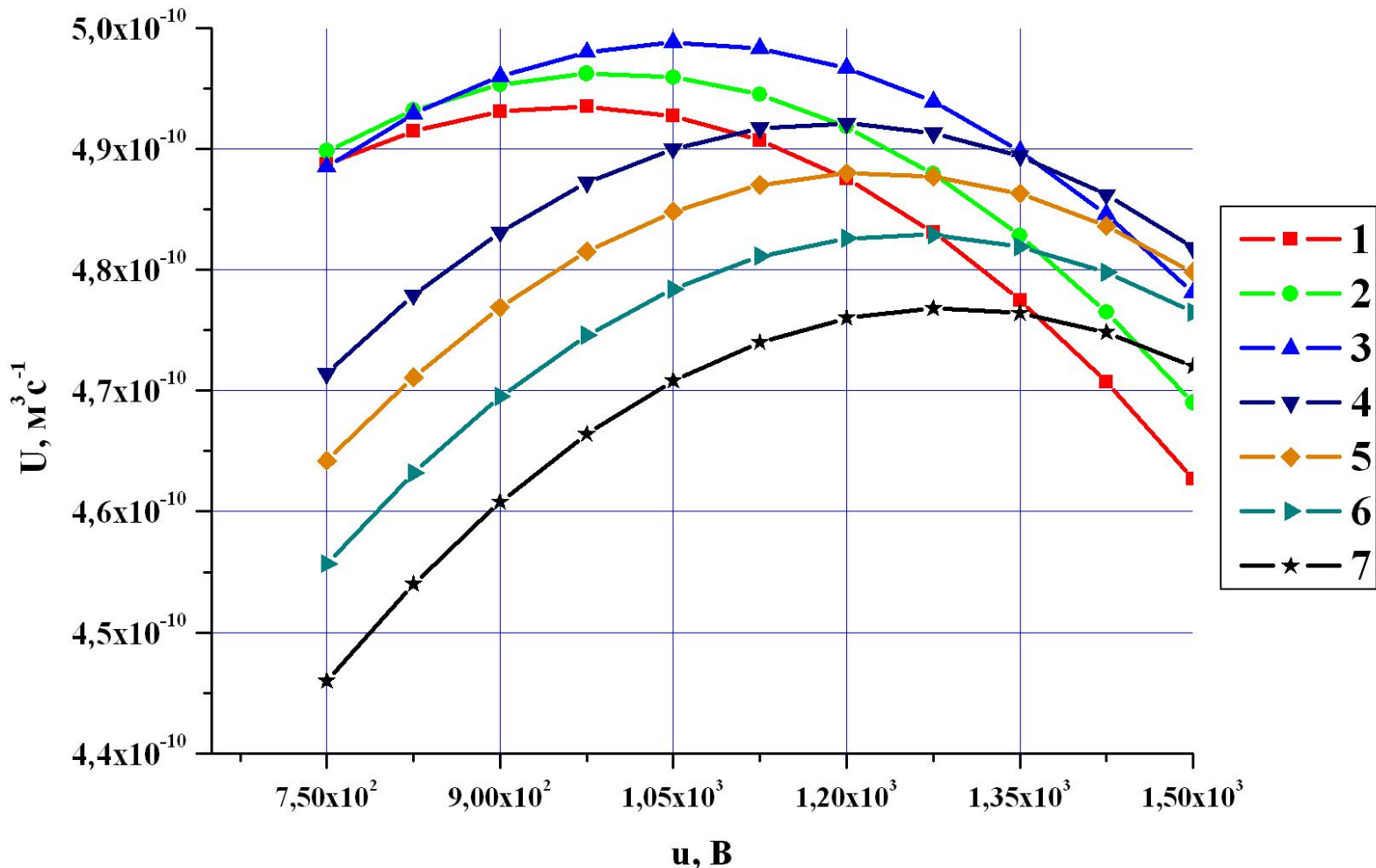
**Компьютерная реконструкция нанозазора в уплотнении между контактирующими поверхностями по сканам поверхностей : тарели (нижняя поверхность) и седла (верхняя поверхность).**





## Результаты расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

Представлено изменение проводимости нанозазора  $U$  как функция изменения напряжения и электрического поля при различных значениях нормальной силы  $F$ : 1 – 476 Н; 2 – 493 Н; 3 – 526 Н; 4 – 594 Н; 5 – 610 Н; 6 – 627 Н; 7 – 644 Н





# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

## Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло выполненный М.В.Косинским

### (разработка группы «Прецизионный вакуумный привод» каф МТ-11)

Расчет проводимости трубопровода методом Монте-Карло

Формула проводимости (Клаузинга)

$$U = 36.4 K S \sqrt{\frac{T}{M}}$$

где  $K$  — вероятность пролета частицы через трубопровод  
 $S$  — площадь входной диафрагмы трубопровода  
 $T$  — температура газа  
 $M$  — молярная масса газа

$K = \frac{N}{N_{tot}}$  где  $N$  — число прошедших частиц  
 $N_{tot}$  — число вышедших частиц

Проекция вектора полета молекулы на оси координат

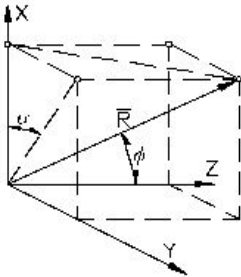
$$R_x = \eta \cos(2\pi\xi)$$

$$R_y = \eta \sin(2\pi\xi)$$

$$R_z = \sqrt{1 - \eta^2}$$

Система уравнения для поиска точки столкновения молекулы с поверхностью

$$\begin{cases} x = x_0 + R'_x t \\ y = y_0 + R'_y t \\ z = z_0 + R'_z t \\ Z(x, y) - z = 0 \end{cases}$$



Проверка алгоритма на тестовых сканах

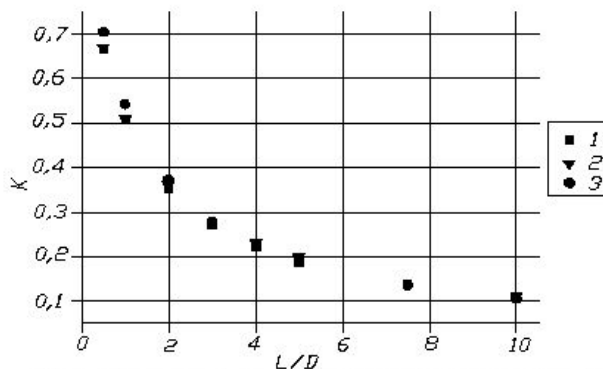


Тестовый скан L/D=5



Трёхмерное изображение канала

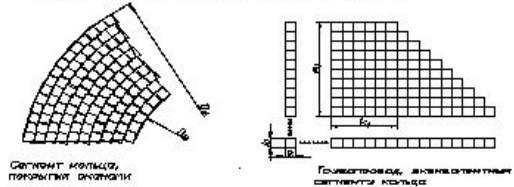
Зависимость коэффициента Клаузинга  $K$  от параметра  $L/D$  цилиндрического трубопровода



- С.В. Нестеров и др. Расчет сложных вакуумных систем, с.129
- Вакуумная техника, под ред. Е.С.Фролова, В.Е.Минайчева с.51
- Расчет по программе прослежено 10000 частиц

Расчет суммарной проводимости плоского уплотнения

Модель суммарной проводимости плоского уплотнения



Сектор кольца, параметр ориентации

Плоское кольцо, элементный сектор кольца

Формулы проводимости

$$U_{\text{пл}} = \sum_{i=1}^n U_i$$

— проводимость параллельно осевых трубопроводов

$$U_{\text{пл}} = U_0 \frac{1}{\sum_{i=1}^n P_{0i} - (n-1)}$$

— проводимость перпендикулярно осевых трубопроводов

Суммарная проводимость кольца

$$U_L = \sum_{i=1}^n \frac{k_i U_i K}{m_i - p(m_i - 1)}$$

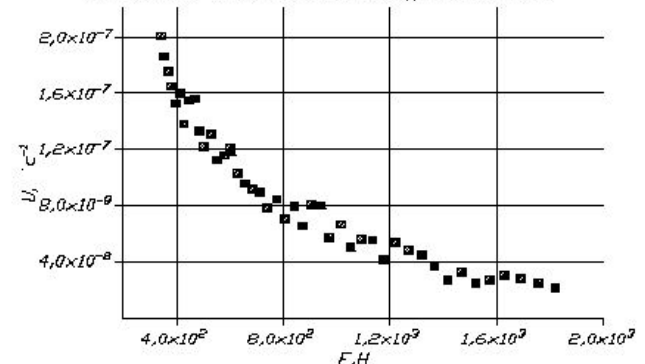
$$k_i = \frac{\pi D_i^3 + d_i - k_{i-1}}{2d_i}$$

— число параллельно осевых трубопроводов

$$m_i = \frac{D_i - D_{i-1}}{2d_i} - 1$$

— число перпендикулярно осевых трубопроводов

Зависимость проводимости уплотнения от нормальной силы (результат компьютерного моделирования)



Математическое моделирование				Ист.	Листы	Всего
Имя Фамилия	Имя Фамилия	Имя Фамилия	Имя Фамилия			
Листы	Листы	Листы	Листы			
Дата	Дата	Дата	Дата			
Имя	Имя	Имя	Имя			
Имя	Имя	Имя	Имя			