Основы Вакуумной Техники

проф.д.т.н. Деулин Е.А

Лекция 8

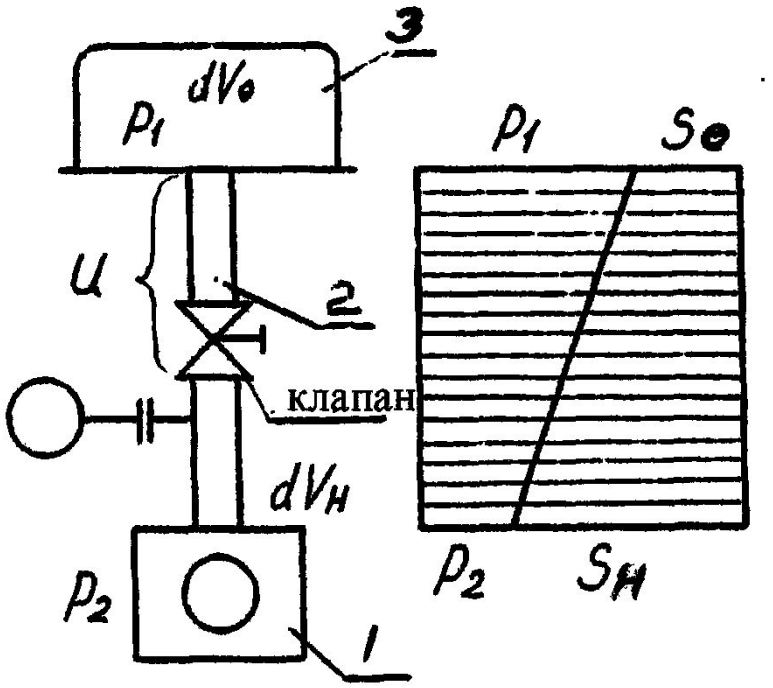
Расчёт проводимости трубопроводов

Вопросы к билетам по представленной лекции:

1.-Формулы проводимости цилиндрического трубопровода при различных режимах течения газа
2.-Связь проводимости трубопровода со степенью вакуума.
3.- Проводимость диафрагмы и проводимость трубопровода сложной формы
4.- Физические и технические основы расчёта проводимости методом Монте- Карло
5.-Методика расчёта проводимости сложного трубопровода методом Монте-Карло
6.-Преимущества расчёта проводимости методом Монте- Карло перед «геометрическими» методами расчёта по формулам проводимости

Основное уравнение ВакТехники : $\frac{1}{S_0} = \frac{1}{U} + \frac{1}{S_H}$ **или** $S_0 \frac{S_H U}{S_H + U}$

связывает параметры трёх основных компонентов вакуумной системы: быстроту действия насоса, проводимость трубопровода и быстроту откачки реципиента, поэтому расчёт проводимости трубопроводов актуален при расчёте вакуумной системы



1 – насос;
2 – вакуумопровод;
3–реципиент
откачиваемый объём).

Проводимость параллельно соединенных трубопроводов:

$$U_\Sigma = U_1 + U_2 + \dots U_i ;$$

Проводимость последовательно соединенных трубопроводов:

$$\frac{1}{U_\Sigma} = \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i} \Rightarrow U_\Sigma = \frac{1}{\frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_i}};$$

Проводимость отверстия (диафрагмы):

$$U_\Sigma = 117 \cdot S \left[\frac{м^3}{с} \right];$$

S – площадь диафрагмы [м^2];

$$U_д = 36{,}4 \sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A$$

$$V_1 = 117 \left[\frac{м^3}{с \cdot м^2} \right] = 11{,}7 \left[\frac{л}{с \cdot см^2} \right];$$

$$U = 36{,}4 \cdot S \cdot \sqrt{\frac{T}{M}} \left[\frac{м^3}{с} \right];$$

Формулы для расчёта проводимости цилиндрического трубопровода

1) Вязкостный (ламинарный) режим:

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

d – диаметр вакуумопровода [м],
l – длина вакуумопровода [м],
P – давление [Па].
Для воздуха при t=20°C => ***d>10·l***

2) Молекулярно-вязкостный режим:

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1{,}95d \dfrac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2{,}4d \dfrac{P_1 + P_2}{2}} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

Для воздуха при t=20°C => ***d>10·l***

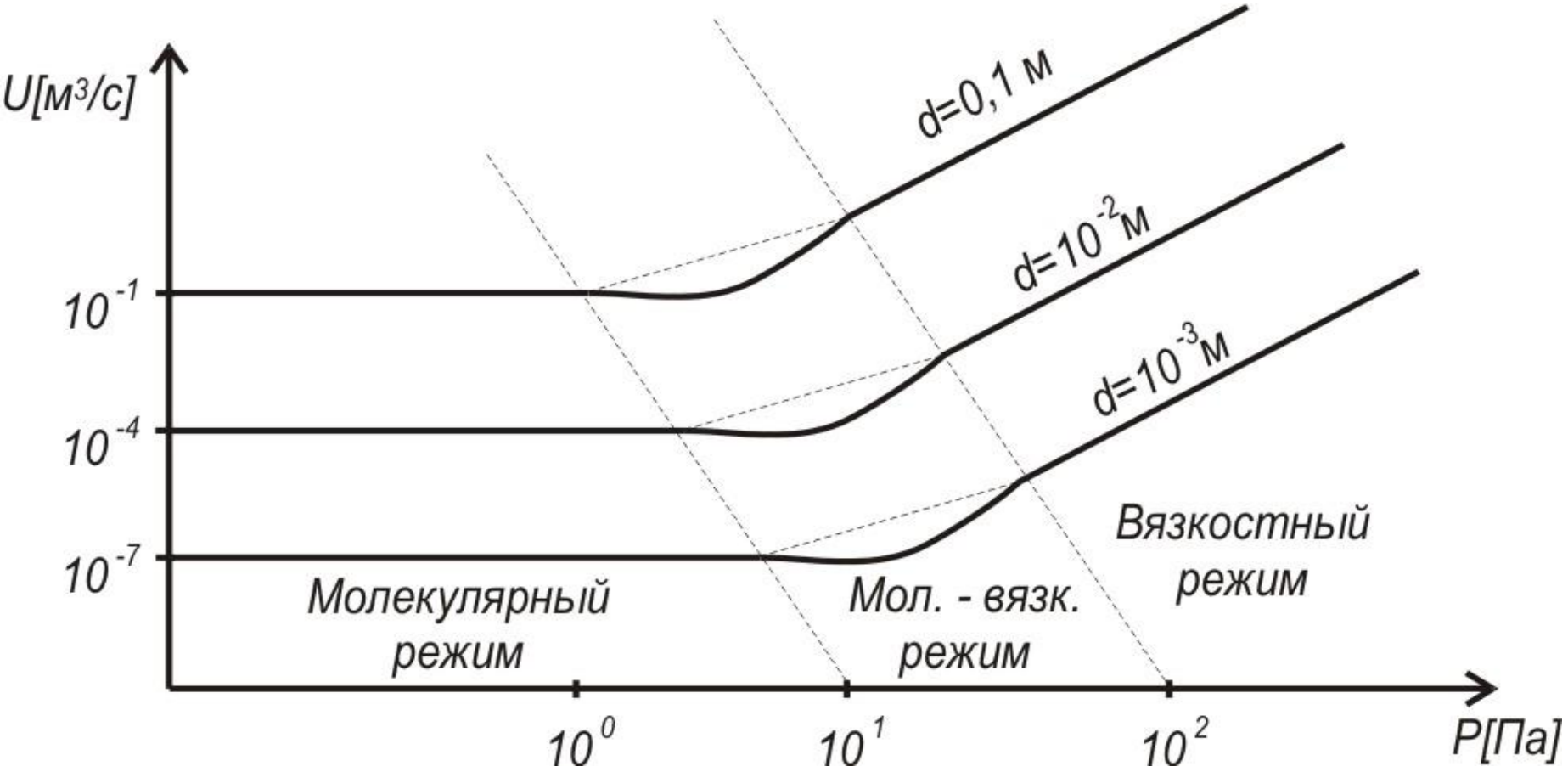
3) Молекулярный режим:

$$U_M = 38{,}1 \frac{d^3}{l} \sqrt{\frac{T}{M}} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

Для воздуха при t=20° C => ***d>10·l***

Проводимость длинного цилиндрического вакуумопровода как функция геометрических параметров и давления (режима течения газа)



Проводимость вакуумо- провода, учитывает режим течения, характер явления переноса (вязкости) и, тем самым, степень вакуума

Для трубы:

1) Вязкостный (ламинарный) режим (низкий вакуум):

$$U_B = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

d – диаметр вакуумопровода [м],
l – длина вакуумопровода [м],
P – давление [Па].
Для воздуха при t=20°C => ***l >10· d***

2) Молекулярно-вязкостный режим (средний вакуум):

$$U_{MB} = 1360 \frac{d^4}{l} \frac{P_1 + P_2}{2} + 121 \frac{d^3}{l} \frac{1 + 1{,}95d \dfrac{P_1 + P_2}{2}}{1 + 2{,}4d \dfrac{P_1 + P_2}{2}} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

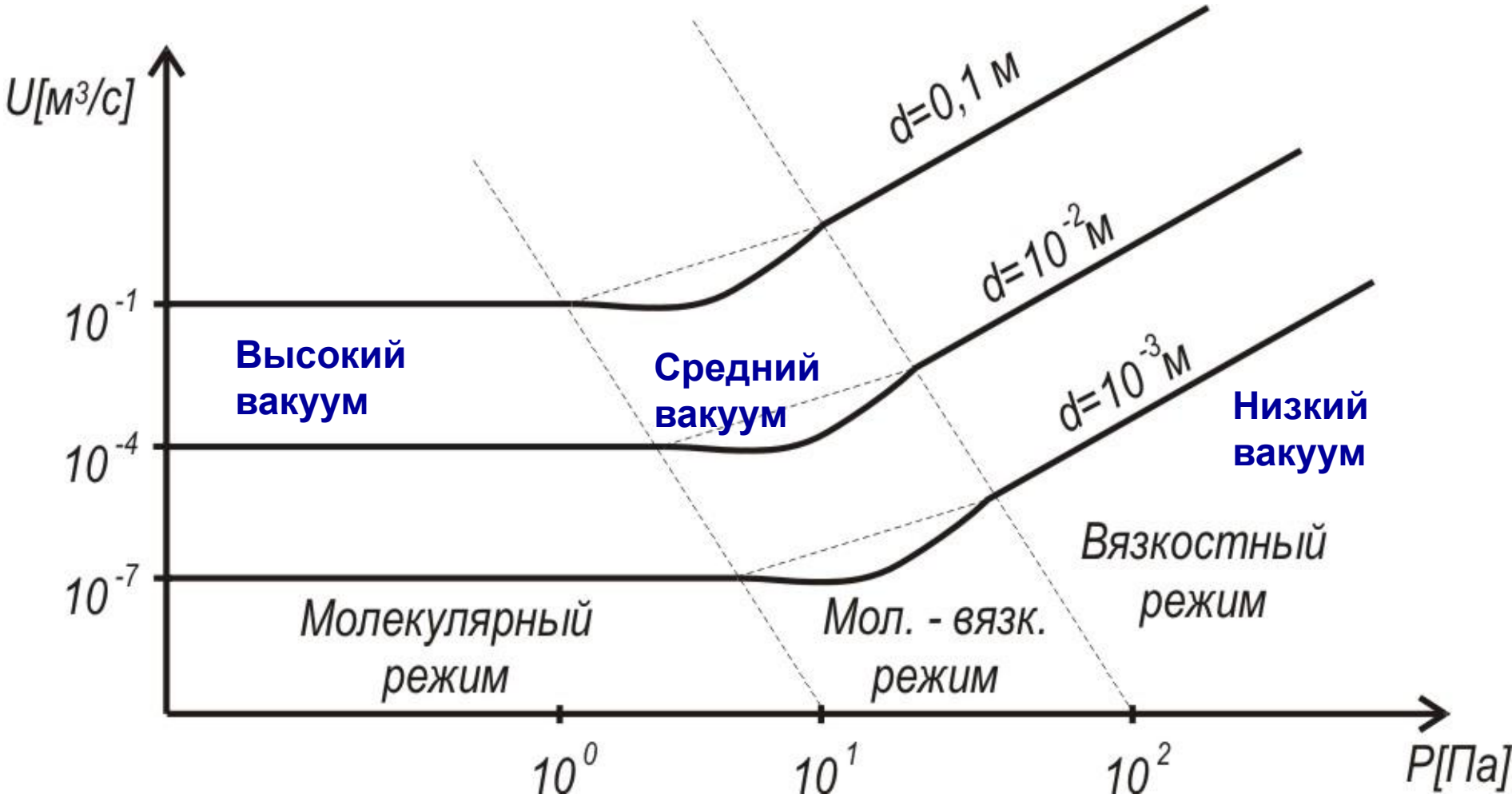
Для воздуха при t=20°C => *l >10· d*

3) Молекулярный режим (высокий вакуум):

$$U_M = 121 \frac{d^3}{l} \left[\frac{м^3}{c} \right];$$

Для воздуха при t=20°C => *l >10· d*

Связь проводимости вакуумопровода с представлением о степени вакуума



Формулы расчёта проводимости трубопровода сложной формы

трубопровод длинной (L>lOd) может быть представлен цилиндрической трубой постоянного диаметра его проводимость может быть определена (для воздуха М=29, Т=293 К, **молекулярный режим течения газа**):

$$U = 121\frac{d^3}{L}, \text{ м}^3\text{с}^{-1} \quad (1)$$

где:d- расчетный диаметр трубопровода окончательной откачки, м;

расчетная длина трубопровода окончательной откачки, м.

Наличие клапана или затвора с таким же диаметром прохода учитывается увеличением длины L на величина (2-6) dсобственно вакуумпровод окончательной откачки, который на расчетных схемах может быть представлен трубопроводом постоянного сечения, если элементы конструкций клапана, откачного гнезда, ловушки, золотника не диафрагмируют этот трубопровод. В общем виде суммарная проводимость трубопровода состоящего из **последовательно соединенных проводимостью U_i:**

$$U = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{U_i}}, \text{ м}^3\text{с}^{-1} \quad (2)$$

где: m- количество последовательно соединенных участков трубопровода, учитываемых при расчете;

Суммарная проводимость трубопровода состоящего из **параллельно соединенных участков** (например, в золотниковых машинах):

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i, \ ,^3\text{с}^{-1} \quad (3)$$

где: n- количество параллельно соединенных участков. Проводимость тонкой диафрагмы (длина L→0 определяется только ее площадью А:

$$U_Д = 36{,}4\sqrt{\frac{T}{M \cdot A}} = V_i \cdot A$$

где: Т- температура газа, К; М- молекулярный вес газа, Кмоль; V_i- объем газа, ударяющегося о единицу поверхности в единицу времени, V_i=ll7 $\text{м}^3\text{м}^{-2}\text{с}^{-1}$ (при М = 29, Т = 293 К).

Расчёт проводимости трубопровода сложной формы

Проводимость трубопровода произвольной формы может быть найдена как:

$$U = U_Д \cdot K \qquad (4),$$

где:$U_Д$- проводимость входного сечения рассматриваемого трубопровода.

Чтобы рассчитать проводимость участков следующих за "диафрагмой"), необходимо ползоваться коэффициентом Клаузинга:

$$K = \left(N_\Sigma - N_{обр}\right) / N_\Sigma$$

где:N_Σ- суммарное число молекул, вошедших в трубопровод через впускное сечение;
$N_{обр}$- число "обратных" молекул, отраженных от стенок и вернувшихся через впускное сечение.

При откачке в молекулярно-вязкостном режиме течения газа проводимость трубопровода может определяться:

$$U_{МВ} = 0{,}9U_М + U_В \qquad (5)$$

где:$U_{МВ}$, $U_М$, $U_В$- расчетная проводимость трубопровода в молекуляр-но-вяэкостном, молекулярном, вязкостном режимах, соответственно.

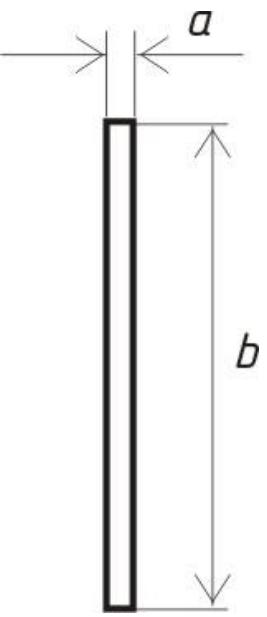
Таблицы формул для расчёта проводимости трубопроводов для газа, М=29, Т=293 К Приведены на последующих слайдах

Проводимость отверстия (диафрагмы) произвольной формы:

$$U_{\Sigma} = 117 \cdot S\left[\frac{м^3}{с}\right];$$

Проводимость трубопровода в виде щели

$$U_{Щ} = 97 \cdot K_2 \frac{ab^2}{l}\sqrt{\frac{T}{M}}\left[\frac{м^3}{с}\right];$$



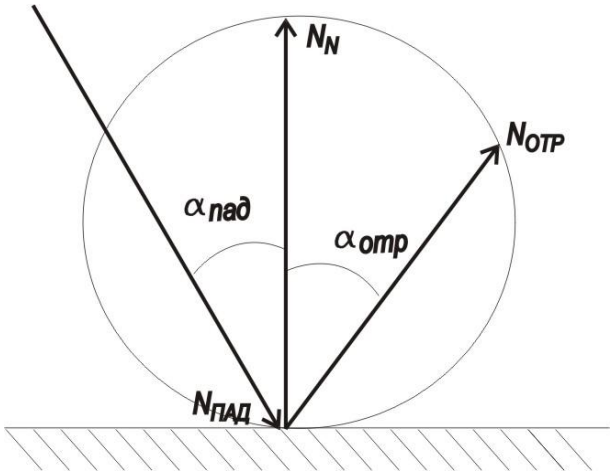
a>>b,
l- длина

l/b	0,1	0,2	0,4	0,8	1	2		5	10	>10
	0,036	0,068	0,13	0,22	0,26	0,4		0,67	0,94	3/8·*ln(l/b)*

Формулы расчёта проводимости трубопроводов различного сечения

Форма сечения трудопровода	Проводимость	
длиной l, м	**Молукулярный режим** течения газа	Вязкостный режим течения газа. (Pcp- среднее давление в трубопроводе, Па)
круг диаметром d	$U = 121\,d^3/l$	$U = 1{,}36\cdot 10^3 \cdot P_{cp} \cdot d^4/l$
равносторонний треугольник со стороной a	$U = 48{,}1\,a^3/l$	$U = 299 \cdot P_{cp} \cdot a^4/l$
кольцо наруж. диам. d1 внутр. диам. d2	$U = \frac{121(d_1 - d_2)^2(d_1 + d_2)}{l}$	$U = 1{,}36\cdot 10^3 \cdot \left[d_1^4 - d_2^4 - \frac{(d_1^2 - d_2^2)}{\ln(d_1/d_2)} \right] \cdot \frac{P_{cp}}{l}$
прямоугольник со сторонами a,b (a>b)	$U = 308 \cdot \frac{\varphi a^2 b^2}{(a+b)\cdot l}$	$U = 865\,\frac{f P_{cp} a b^3}{l}$

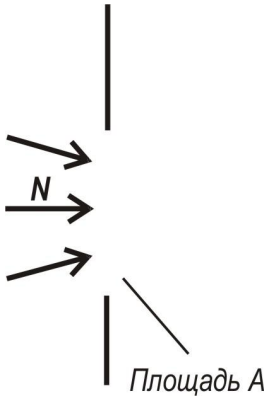
Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость создания универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (Метода Монте- Карло)
Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



$$\frac{dN_{omp}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos\alpha \qquad \frac{dN_{omp}}{d\alpha} = c \cdot \cos\alpha$$

Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время т, поэтому угол отражения не зависит от угла падения

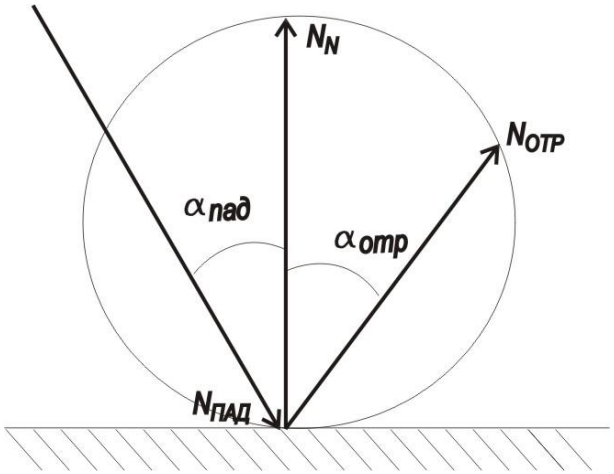
В начале расчёта определяется проводимость впускной диафрагмы Uo рассчитываеиого нами трубопровода



$$U_0 = A_i \cdot V_i = 11{,}7A\left[\frac{л}{см^2 с}\right];$$

где А [см^2] – площадь диафрагмы

Формулы предыдущих слайдов показывают необходимость создания универсального метода для расчёта проводимости сложных трубопроводов - метода пробных испытаний (Метода Монте- Карло)
Моделирование поведения молекул подчиняется Закону Кнудсена:



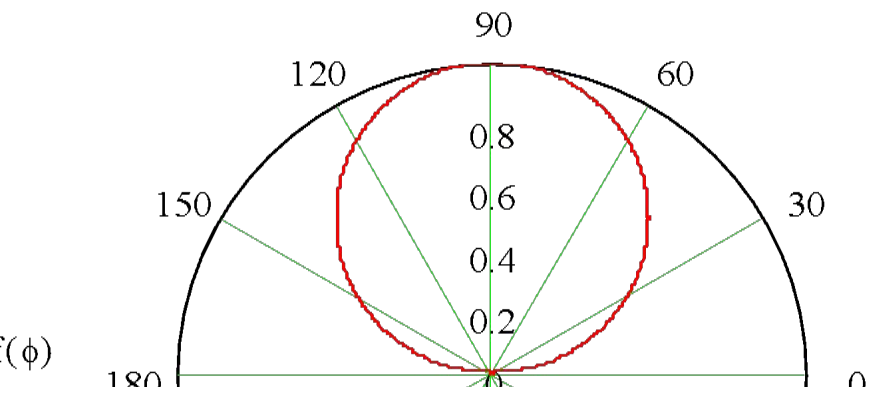
$$\frac{dN_{omp}}{d\alpha} = N_N \cdot \cos\alpha \qquad \frac{dN_{omp}}{d\alpha} = c \cdot \cos\alpha$$

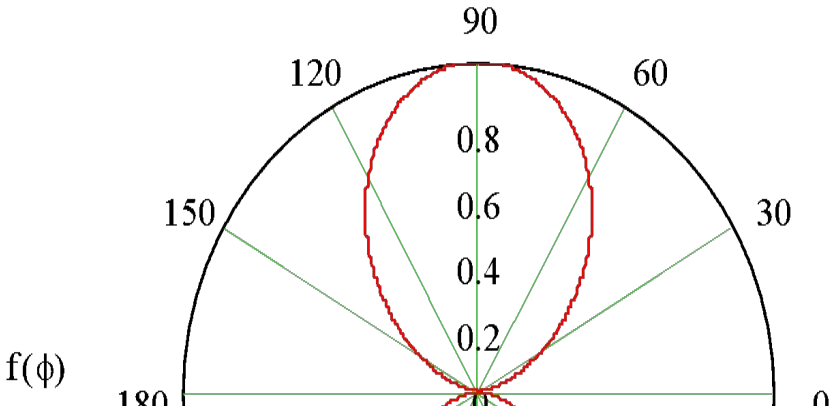
Молекулы при соударении с поверхностью задерживаются на ней на время τ, поэтому угол отражения не зависящий от угла падения является случайной величиной, подчиняющейся указанному «Кнудсеновскому» закону распределения и определяемой генератором случайных чисел

Пример чисел, выдаваемых **генератором случайных чисел, подчиняющихся «Кнудсеновскому» закону распределения, и характеризующих угол отражения от 0 до 180 ^{0} с округлением значения до 10^0 (т.е. *чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону cos φ)***

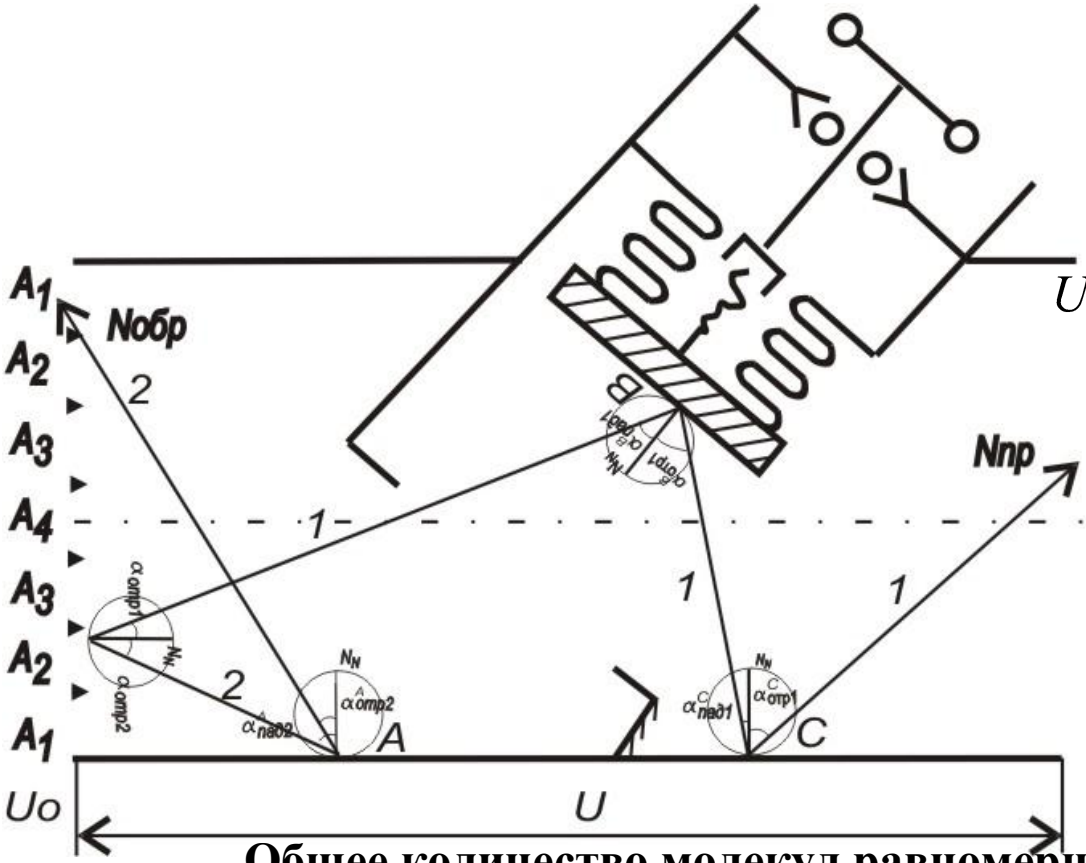
12	*6*	*15*	*14*	*10*	*6*	*5*	*10*	*14*	*4*	*16*	*4*	*7*	*9*	*6*
10	*6*	*2*	*11*	*15*	*12*	*9*	*7*	*3*	*12*	*2*	*17*	*5*	*4*	*9*
13	*15*	*9*	*12*	*14*	*8*	*11*	*3*	*5*	*1*	*13*	*6*	*8*	*12*	*16*
11	*8*	*11*	*6*	*7*	*8*	*14*	*4*	*15*	*13*	*10*	*7*	*6*	*9*	*13*
7	*7*	*16*	*3*	*9*	*12*	*9*	*11*	*8*	*8*	*14*	*8*	*7*	*12*	*3*

Виды угловых распределений молекул по скоростям:
Слева- равномерное распределение; Справа- распределение Кнудсена





Методика расчёта проводимости сложного вакуумопровода («прямопролётного» клапана) методом Монте-Карло



Порядок расчёта проводимости сложного трубопровода:

$$U = U_0 \cdot K \rightarrow K = \frac{N_{ПР}}{N} = 1 - \frac{N_{ОБР}}{N};$$

$$\boxed{U = U_0 \cdot (1 - \frac{N_{ОБР}}{N}).}$$

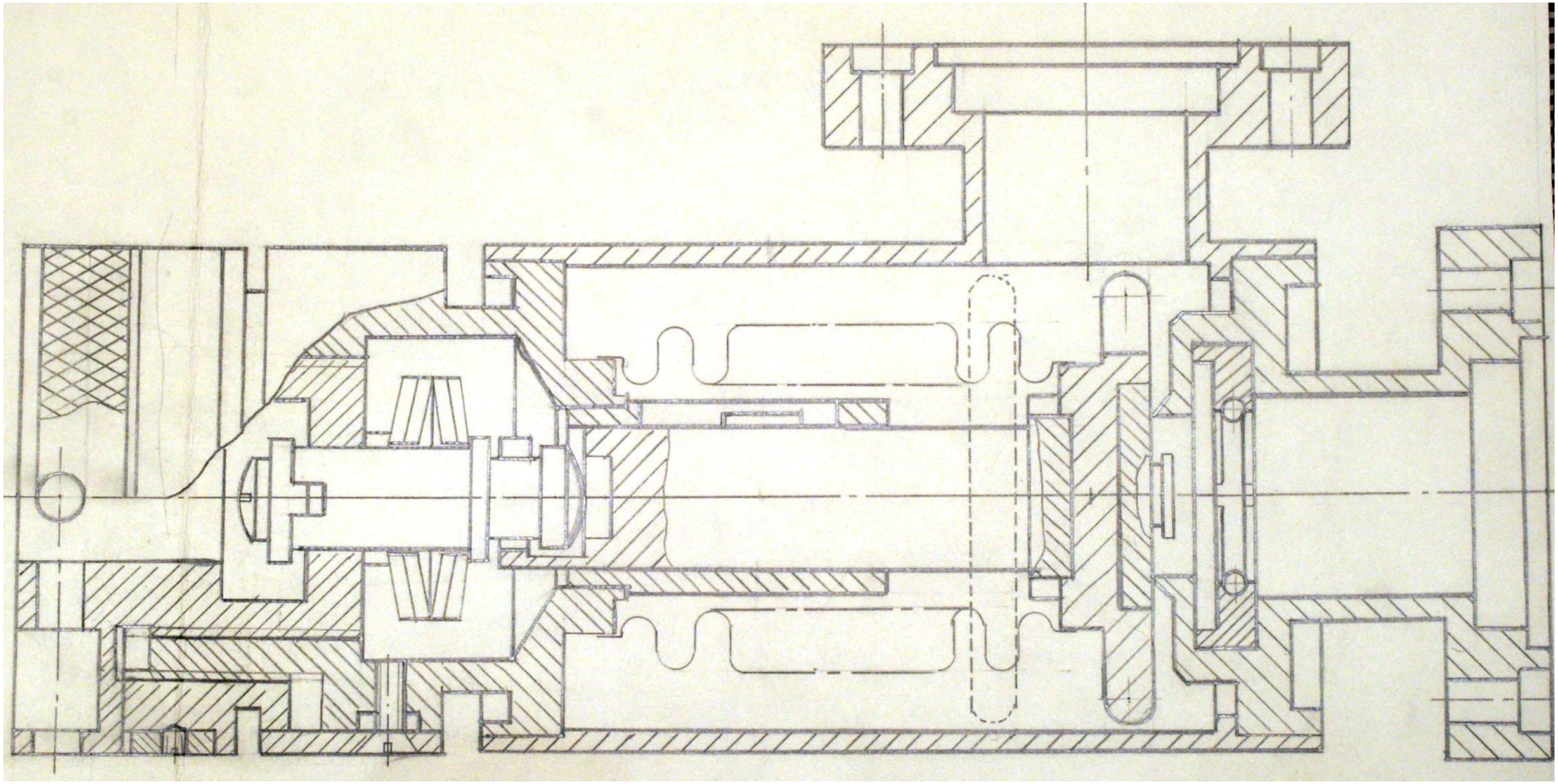
Общее количество молекул равномерно распределенных по входной площади;

$$N = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot N = \sum_{i=1}^{n} N_i;$$

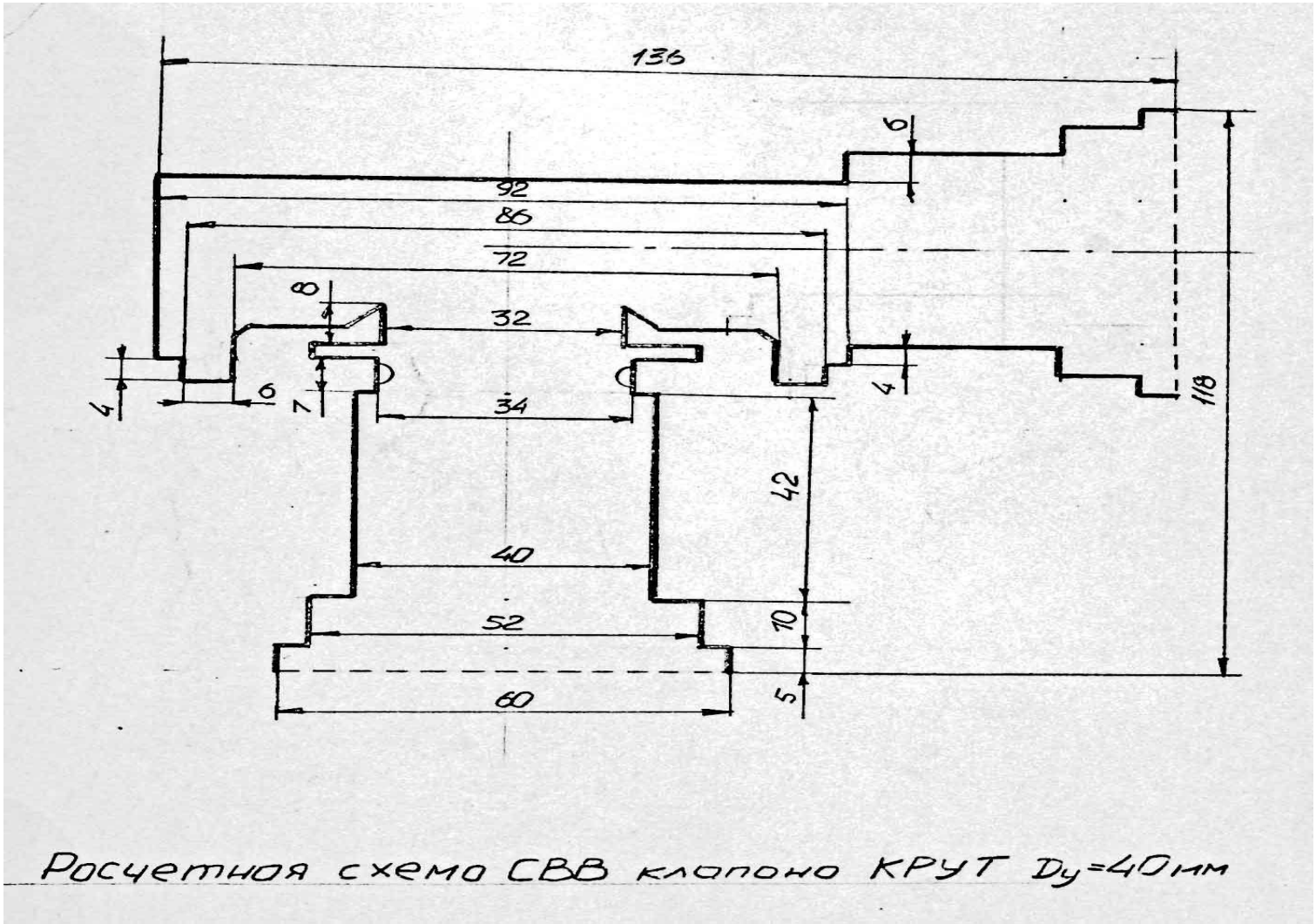
$$\boxed{N_i = N_{ПР} \frac{A_i}{A_\Sigma}}$$

Где i- количество элементарных площадок на которые разбиваем входную диафрагму.

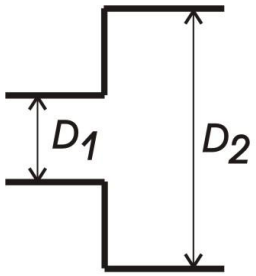
Вид в разрезе «углового» клапана КРУТ D_Y=40
Рассмотрим расчёт проводимости этого клапана методом МК в плоской (2D) системе координат



Исходная геометрическая схема для расчёта проводимости этого клапана КРУТ D_Y40 методом МК в 2D системе координат (т.е. без учёта 3х мерного движения молекул)

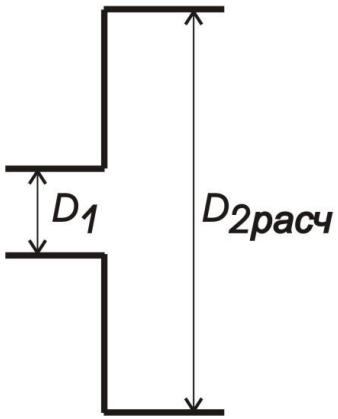


Схема, поясняющая необходимость изменения размеров на плоском чертеже (2D схема) для учёта 3х координатного движения молекул.



Истинное соотношение размеров

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi D_1^{\,2} \cdot 4}{\pi D_2^{\,2} \cdot 4} = \frac{D_1^{\,2}}{D_2^{\,2}}$$



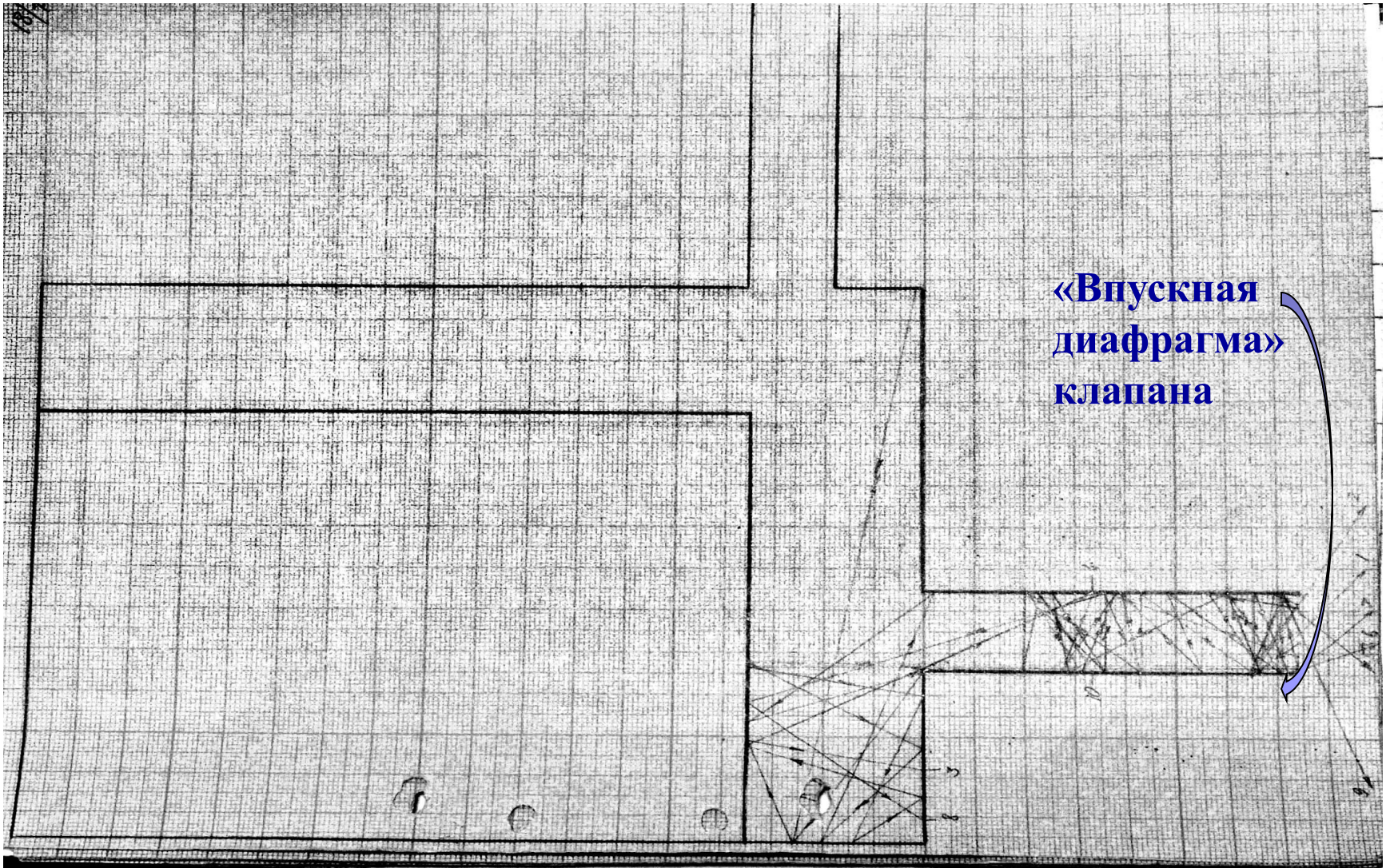
Соотношение размеров при графическом расчете на плоскости в 2D системе с учётом 3х координатного движения молекул

$$S_{2РАСЧ} = S_1 \frac{A_2}{A_1} = D_1 \frac{D_2^{\,2}}{D_1^{\,2}}$$

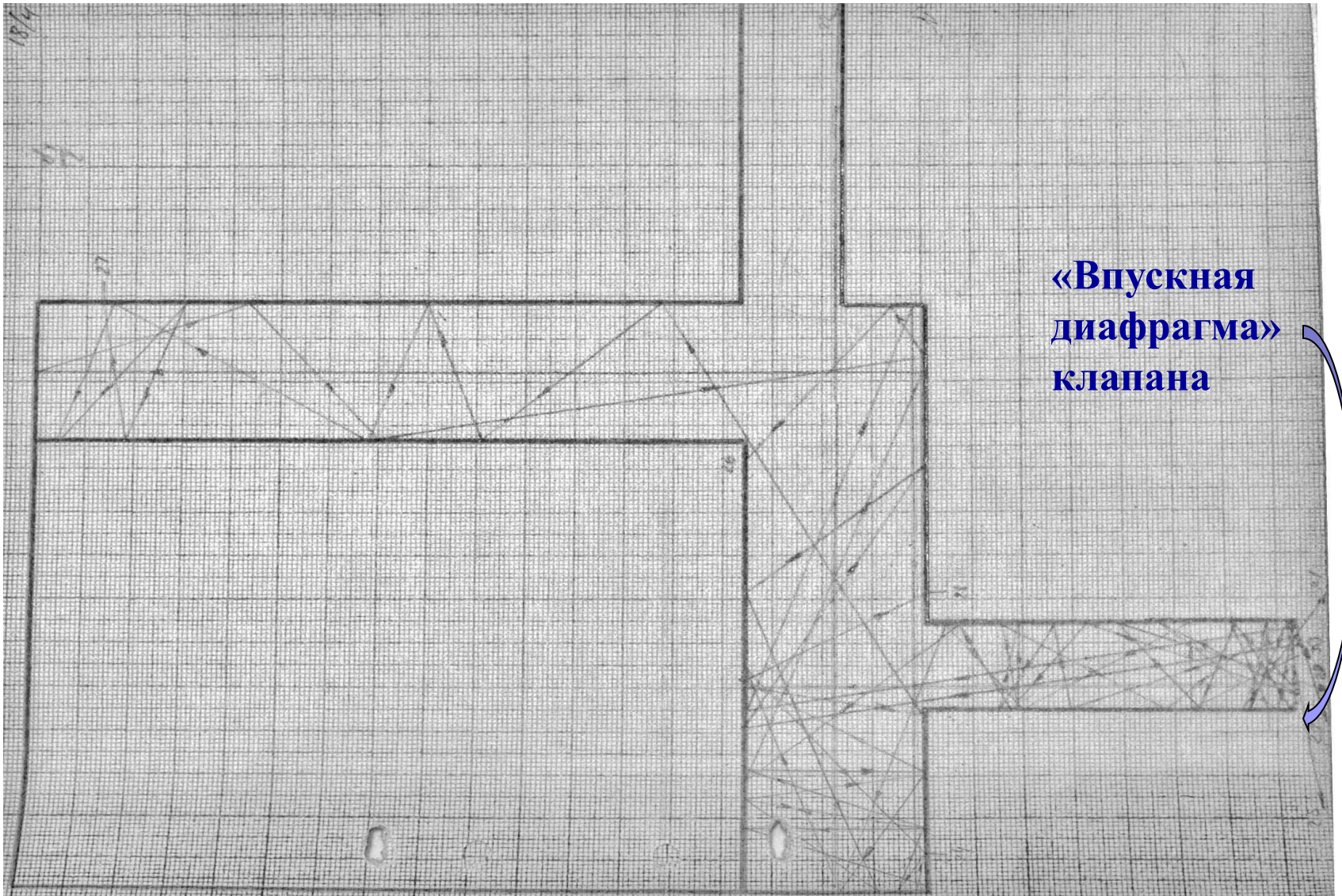
Пример распределения чисел от 1 до 17 с функцией распределения по закону cos φ выдаваемых **генератором случайных чисел** *(см. следующие слайды)*

12	6	15	14	10	6	5	10	14	4	16	4	7	9	6
10	6	2	11	15	12	9	7	3	12	2	17	5	4	9
13	15	9	12	14	8	11	3	5	1	13	6	8	12	16
11	8	11	6	7	8	14	4	15	13	10	7	6	9	13
7	7	16	3	9	12	9	11	8	8	14	8	7	12	3

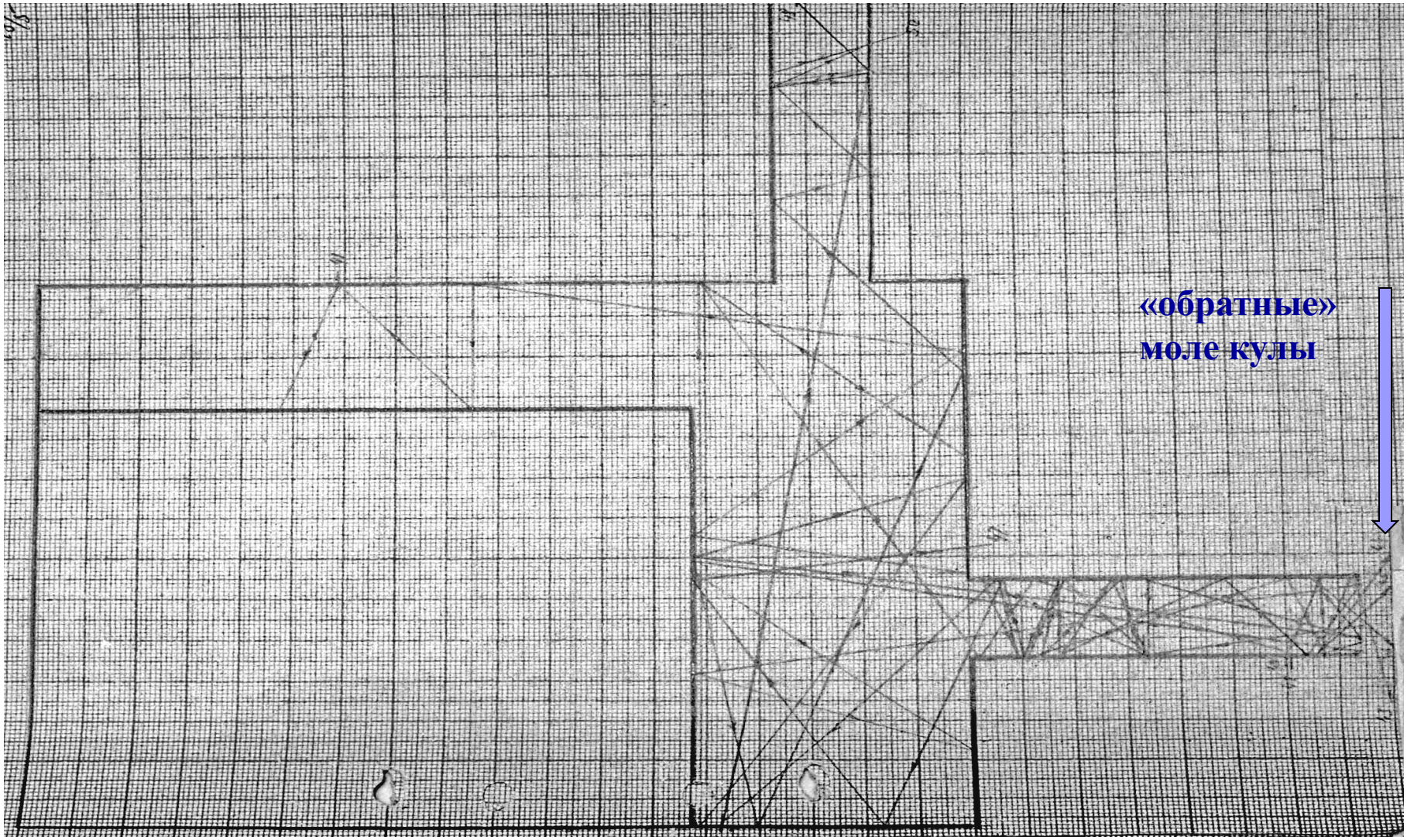
Геометрическая схема клапана КРУТ D_Y40 для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) **1 запуск 10 молекул**



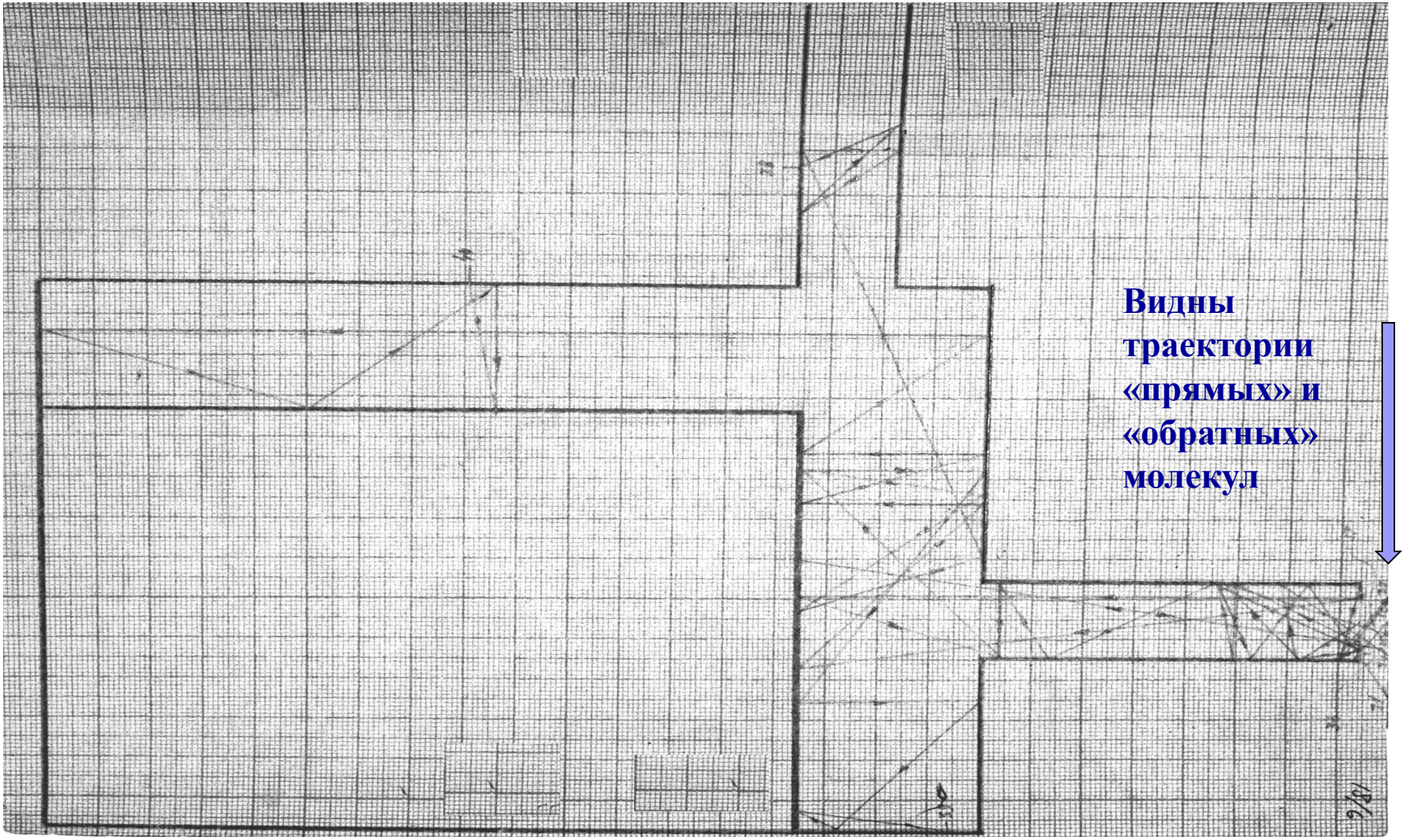
Геометрическая схема клапана КРУТ D_Y40 для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) 2 запуск 10 молекул



Геометрическая схема клапана КРУТ D_Y40 для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) 3 запуск 30 молекул

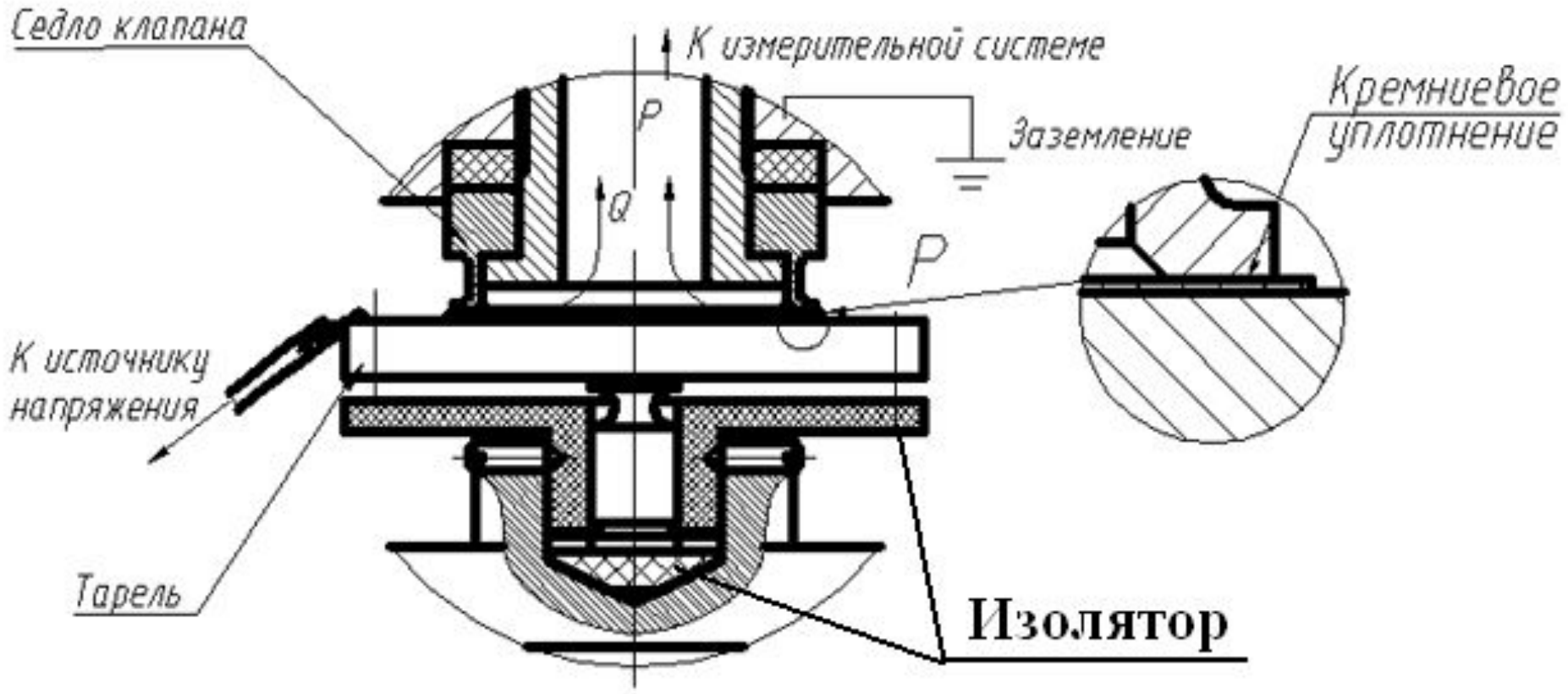


Геометрическая схема клапана КРУТ D_Y40 для расчёта его проводимости методом МК в 2D системе координат (На базе исходной с учётом 3х мерного движения молекул) 4 запуск 10 молекул

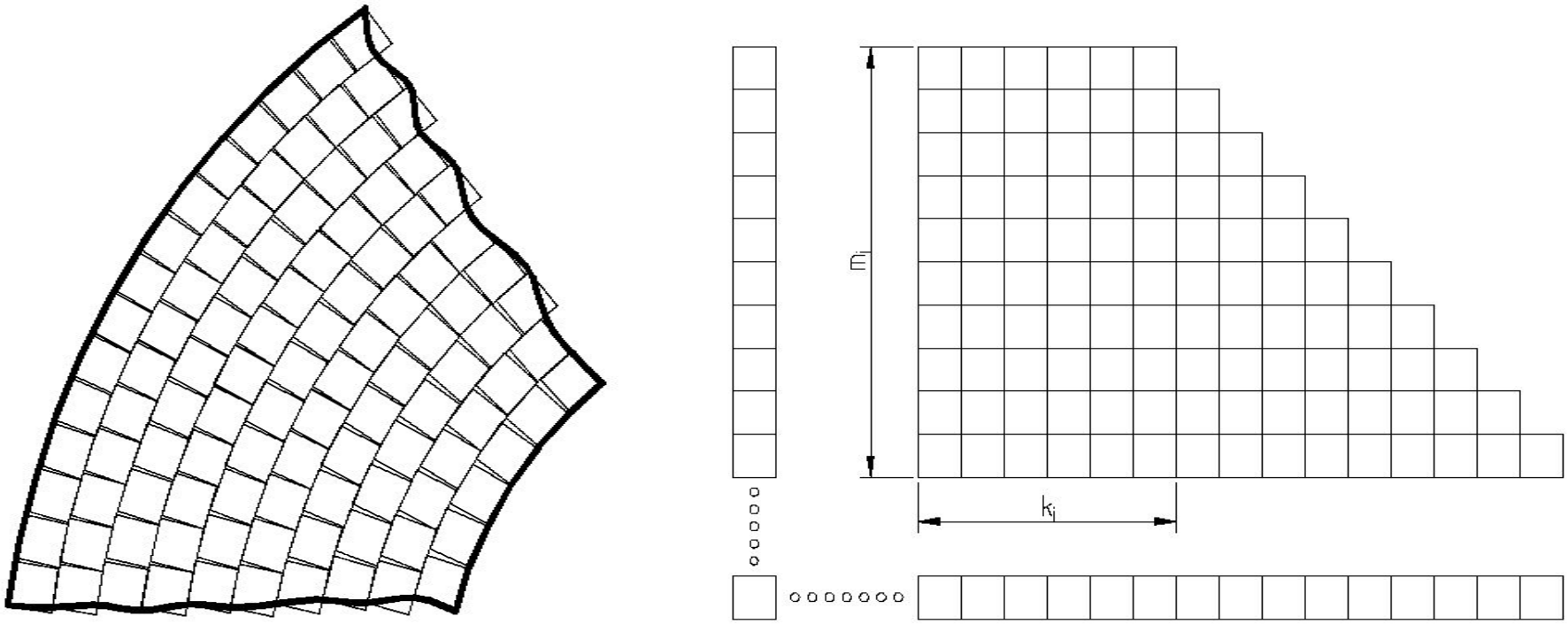


Далее рассмотрен расчёт проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

(Схема работы клапана создаваемого на каф. МТ-11 представлена ниже)



Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло На рис. представлены элементы модели, использованные для расчёта суммарной проводимости плоского уплотнения:
слева- сегмент кольца, покрытый сканами; справа-трубопровод, эквивалентный сегменту кольца (сектор кольца уплотнения, с наложенными на него сканами)



Элементы процесса расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

В вакуумной технике для расчета проводимости сложных разветвленных трубопроводов часто пользуются методом электрических аналогий. При последовательном соединении n элементов вакуумной системы с известными проводимостями U_i общая проводимость системы (1)

$$\frac{1}{U_{посл}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{U_i}$$

При параллельном соединении n элементов вакуумной системы ее общая проводимость U равна сумме проводимостей всех элементов . (2)

$$U_{пар} = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

Для n последовательно соединенных элементов вакуумной системы формула принимает вид: (3)

$$\frac{1}{P_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_{0i}} - (n-1)$$

где

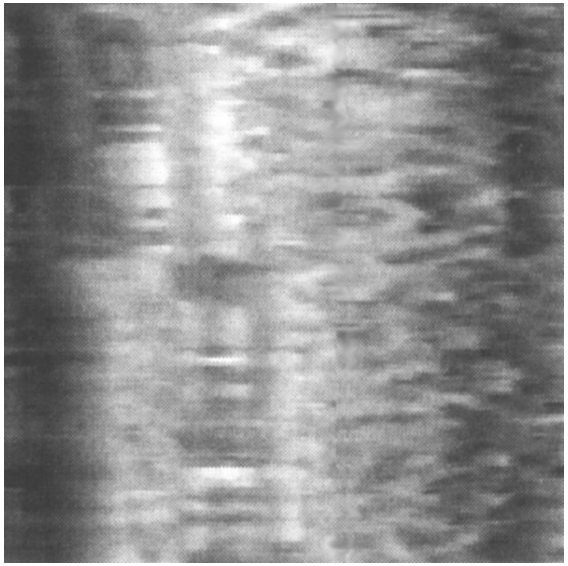
P_{0i} – вероятность прохождения молекулы через i-й элемент вакуумной системы (коэффициент Клаузинга);

P_0 – суммарная вероятность прохождения частицы через n последовательно соединенных элементов вакуумной системы

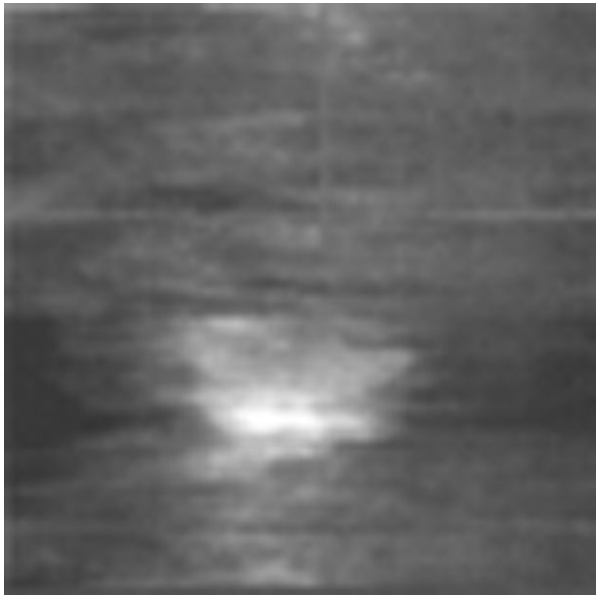
Вид сканов поверхностей элементов уплотнения клапана :

а) кремния; б) алюминия; в) меди

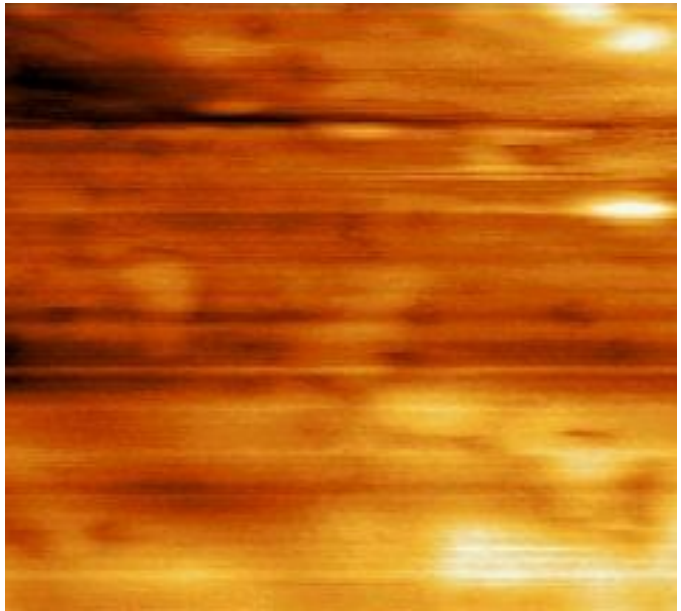
а)
1.969x1.969mkmx249nm



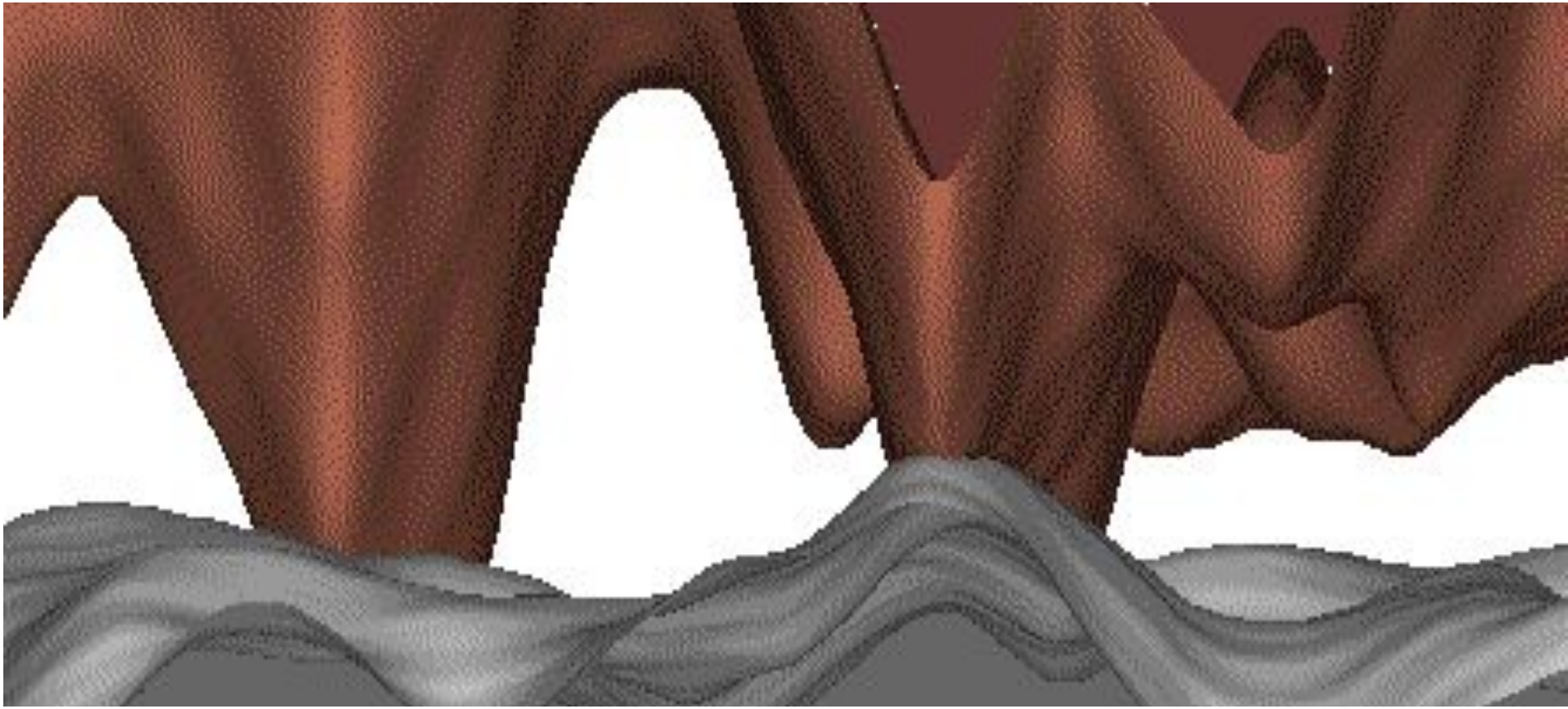
б)
1.969x1.969mkmx487.5nm



в) 5x5mkm x320nm

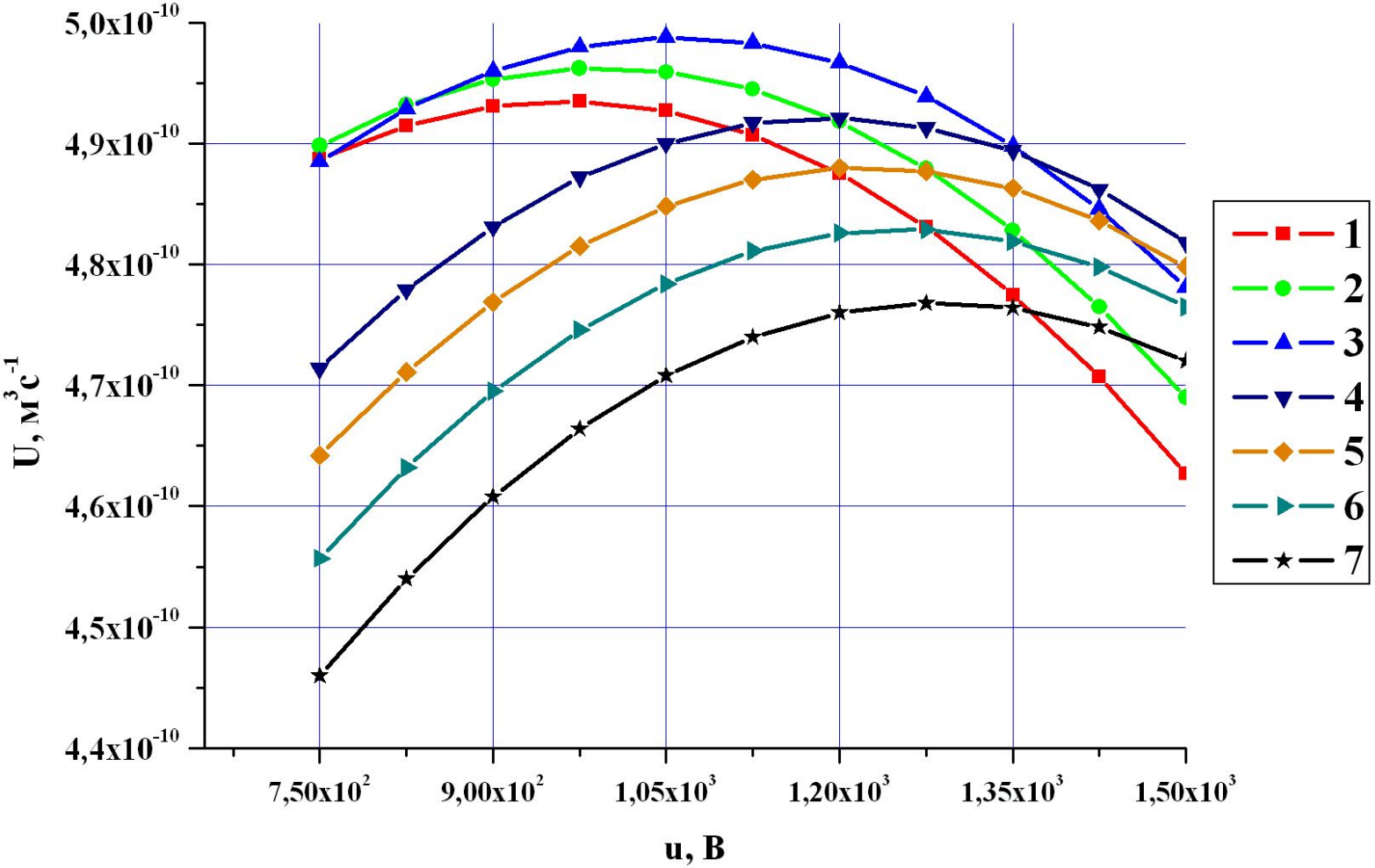


Компьютерная реконструкция нанозазора в уплотнении
между контактирующими поверхностями по сканам поверхностей :
тарели (нижняя поверхность)
и седла (верхняя поверхность).



Результаты расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло

Представлено изменение проводимости нанозазора U как функция изменения напряжения u электрического поля при различных значениях нормальной силы F: 1 – 476 Н; 2 – 493 Н; 3 – 526 Н; 4 – 594 Н; 5 – 610 Н; 6 – 627 Н; 7 – 644 Н



Пример расчёта проводимости нанозазора поляризационного клапана методом Монте-Карло выполненный М.В.Косинским (разработка группы «Прецизионный вакуумный привод» каф МТ-11)

Расчет проводимости трубопровода методом Монте-Карло

Формула проводимости (Клаузинга)

$$U=36.4KS_B\sqrt{\frac{T}{M}}$$

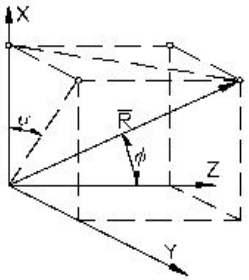
где
K – вероятность пролета частицы через трубопровод
S_B – площадь входной диафрагмы трубопровода
T – температура газа
M – молярная масса газа

$$K=\frac{N_{пр}}{N_{вх}+N_{пр}}$$

где
$N_{пр}$ – число пролетевших частиц
$N_{вх}$ – число вернувшихся частиц

Проекции вектора полета молекулы на оси координат

$$R_x=\eta\cos(2\pi\xi)$$
$$R_y=\eta\sin(2\pi\xi)$$
$$R_z=\sqrt{1-\eta^2}$$

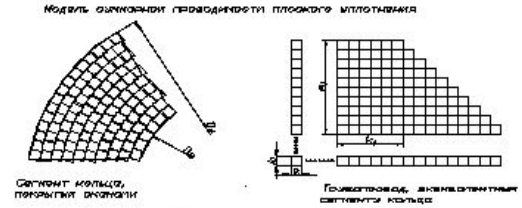


Система уравнений для поиска точки столкновения молекулы с поверхностью

$$\begin{cases} x=x_0+R'_x t \\ y=y_0+R'_y t \\ z=z_0+R'_z t \\ Z_i(x,y)-z=0 \end{cases}$$

Расчет суммарной проводимости плоского уплотнения

Модель суммарной проводимости плоского уплотнения



Формулы проводимости

$$U_{пар}=\sum_{i=1}^{n}U_i$$ – проводимость параллельно соединенных трубопроводов

$$U_{посл}=U_{\Delta}\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}P_{0i}-(n-1)}$$ – проводимость последовательно соединенных трубопроводов

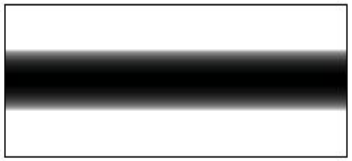
Суммарная проводимость кольца

$$U_{\Sigma}=\sum_{i=0}^{m_i-1}\frac{k_iU_{\Delta}K}{m_i-p(m_i-1)}$$

$$k_i=\frac{\pi D_B}{a}+\pi i-k_{i-1}$$ – число параллельно соединенных трубопроводов

$$m_i=\frac{D_H-D_B}{2b}-1$$ – число последовательно соединенных трубопроводов

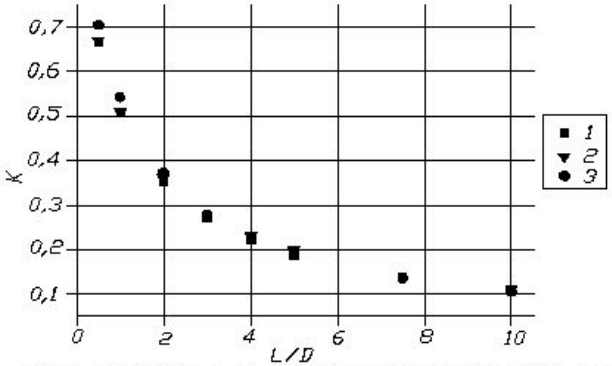
Проверка алогритма на тестовых сканах



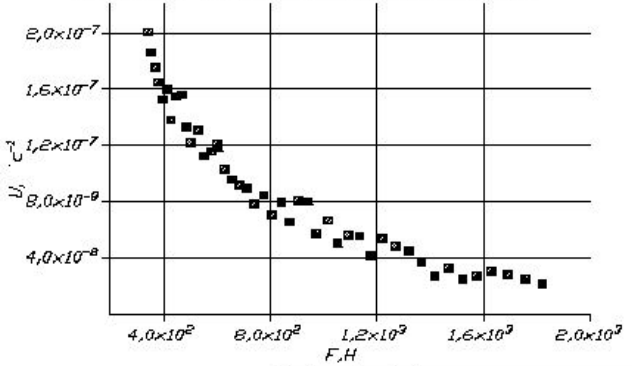
Тестовый скан L/D=5

Трехмерное изображение канала

Зависимость коэффициента Клаузинга k от параметра L/D цилиндрического трубопровода



Зависимость проводимости уплотнения от нормальной силы (результат компьютерного моделирования)



1. С.Б. Нестеров и др. Расчет сложных вакуумных систем. с.129
2. Вакуумная техника. под ред. Е.С.Фролова, В.Е.Минайчева с.51
3. Расчет по программе: прослежено 10000 частиц

Математическое моделирование