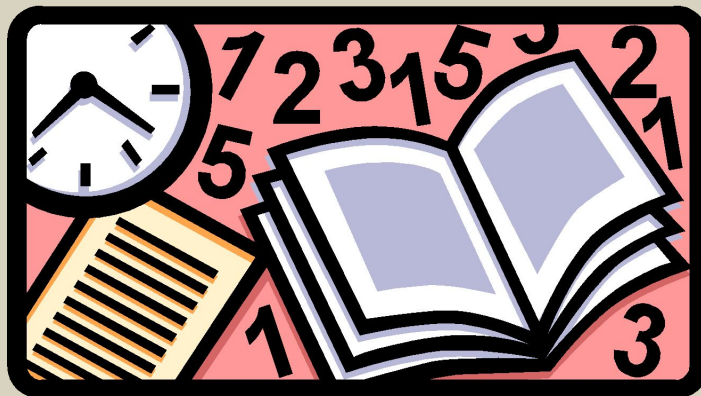


Средняя школа №46



***ШЕСТЬ УРОКОВ
ПО
КОМБИНАТОРИКЕ
В 7-м КЛАССЕ***

Тарасова А.М.

Белгород 2005

УРОК №1. Введение в комбинаторику

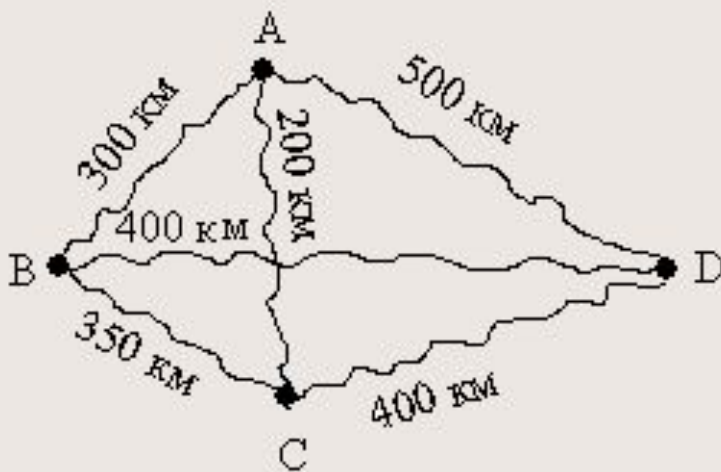
Задачи, в которых идет речь о всевозможных комбинациях объектов, называются **комбинаторными задачами**

Область математики, в которой изучают комбинаторные задачи, называется **комбинаторикой**



УРОК №1

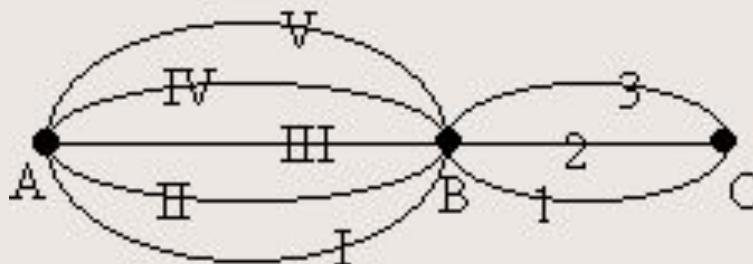
Задача. Путешественник хочет выехать из города А, посетить города В, С и D, после чего вернуться в город А. Какими путями можно это сделать?



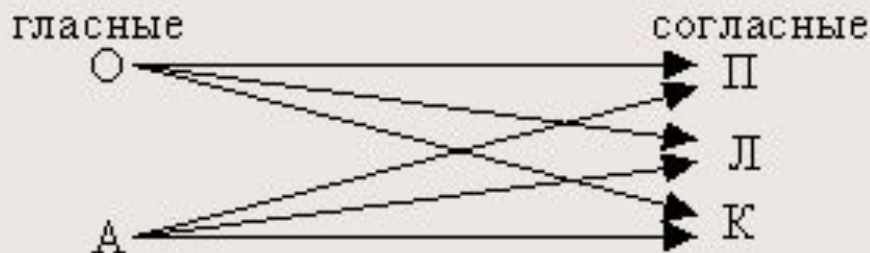
Путь	Длина пути в км
ABCDA	1550
ABDCA	1300
ACBDA	1450
ACDBA	1300
ADBCA	1450
ADCBA	1550

УРОК №1

Задача. Из города А в город В ведут 5 дорог, а из города В в город С - три дороги. Сколько путей, проходящих через В, ведут из города А в город С?



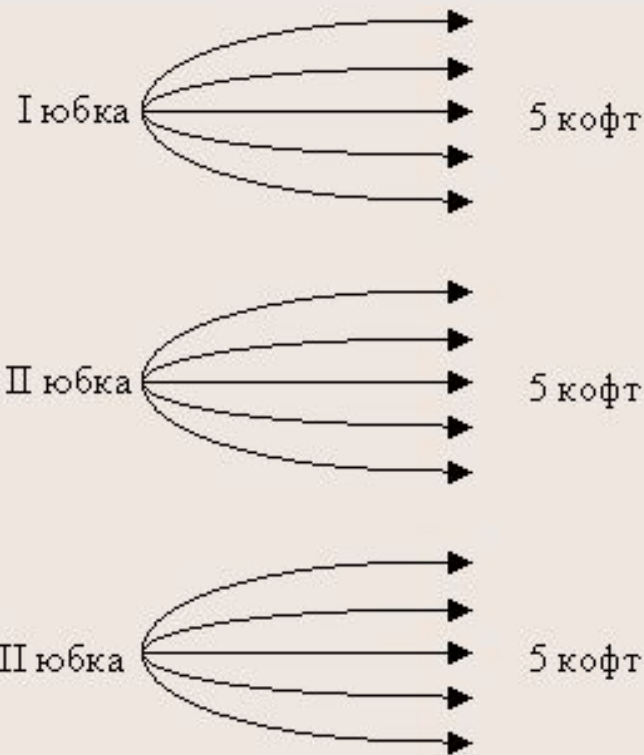
Задача. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «полка»?



УРОК №1

Задача. У Светланы 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету.

Сколько различных комбинаций одежды имеется у Светланы?



Получается 15 различных комбинаций одежды.

УРОК №1

Задача. Начальник пригласил несколько человек на совещание. Каждый участник совещания, входя в кабинет, пожимал руки всем присутствующим. Сколько человек участвовало в совещании, если было всего 78 рукопожатий?

Задача. На дискотеку собрался почти весь класс – 22 человека. Лена танцевала с семью мальчиками, Нина – с восьмью, Вера – с девятью и т.д. до Ирины, которая танцевала со всеми мальчиками из этого класса. Сколько мальчиков было в этом классе?

УРОК №2. Факториал

Устные упражнения.

1. В киоске продают 5 видов конвертов и 4 вида марок. Сколькими способами можно купить конверт и марку?
2. Изменяя порядок слов, составьте предложения: «Я мою руки».
3. Разложите на простые множители число 30. Сколькими способами можно записать в виде простых множителей число 30?

УРОК №2

Определение.

Произведение первых n натуральных чисел, т. е. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ называют « n -факториал» и обозначают $n!$ ($1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$ («эн факториал»))

Например, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

Главное свойство факториала следует из определения:

$$\underline{(n+1)! = (n+1) \cdot n!}$$

Подставим в эту формулу $n=0$.

Получим: $1! = 1 \cdot 0!$, откуда **$0! = 1$**

УРОК №2

2. Решить уравнения:

а) $2!x - 3!(x + 2) = 4x$; г) $7x - 2x = 5!$;

б) $\frac{4!(x - 3)}{2} - \frac{2!x}{3} = 9\frac{1}{3}$; д) $(x - 2!)^2 - x^2 = -48$;

в) $(5! - 3!)x + 5x = 238$; е) $(x - 3!)(x + 3!) - x^2 = -18x$.

3. Решить систему уравнений:

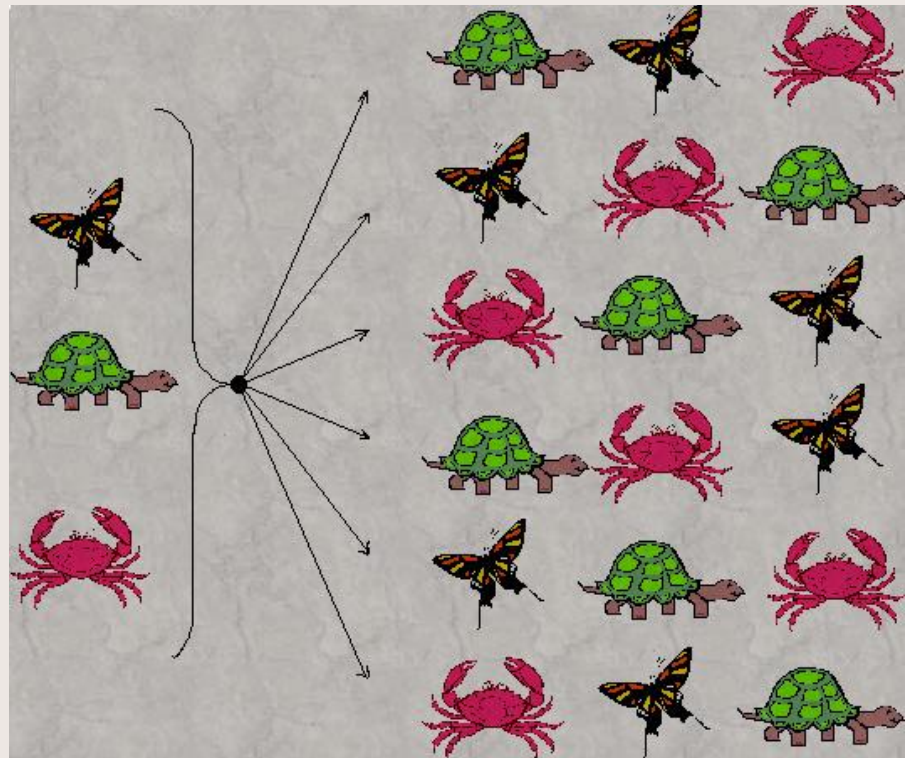
$$\begin{cases} 2!x - 3!y = 20, \\ 3!x + 2!y = 40. \end{cases}$$

4. Упростить:

а) $\frac{(n+1)!}{n!}$; б) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$; в) $\frac{n!}{(n-2)!}$; г) $\frac{n!}{n(n-1)}$.

УРОК №3. Перестановки

Пусть элементами будут бабочка, черепаха и рак. Составим всевозможные соединения, которые отличаются порядком расположения элементов.



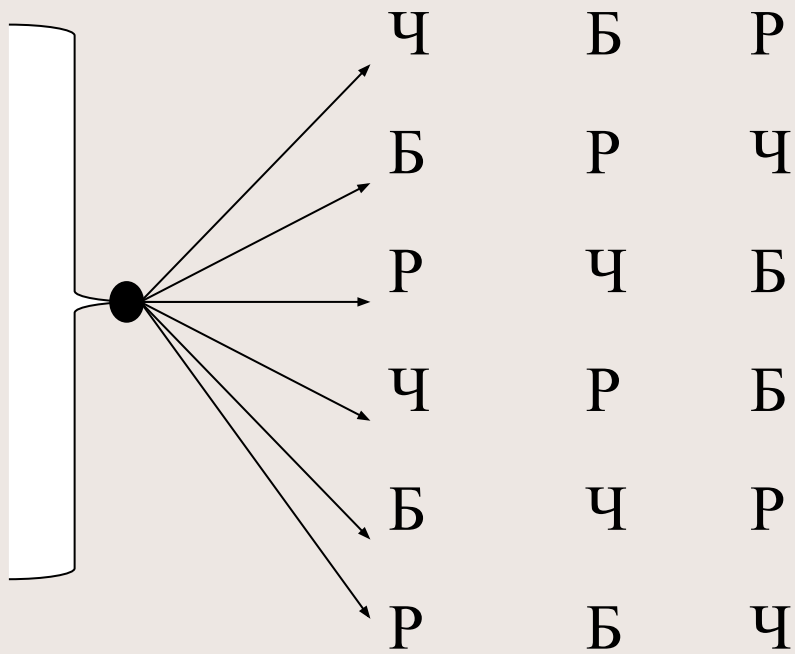
УРОК №3

В тетрадях ведутся записи:

Б (бабочка)

Ч (черепаха)

Р (рак)



УРОК №3

Задача. Антон, Борис и Виктор купили 3 билета на футбол на 1-е, 2-е, 3-е места первого ряда стадиона. Сколькими способами мальчики могут занять эти места?

	1-е место	2-е место	3-е место
А(Антон)	А	Б	В
	А	В	Б
Б(Борис)	Б	А	В
	Б	В	А
В(Виктор)	В	А	Б
	В	Б	А

В этих задачах мы составили всевозможные соединения из трех элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.

УРОК №3

Определение.

Комбинации из n -элементов, отличающиеся друг от друга только порядком расположения в них элементов, называются *перестановками* из n элементов.

Перестановки из n элементов обозначают P_n и вычисляют по формуле

$$P_n = n! \text{ (пэ из эн).}$$

Например, $P_3 = 6$, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

УРОК №3

7) Сколько различных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4 при условии, что в каждом из этих чисел все цифры различны?

Решение.

$$P_5 = 5! = 120 .$$

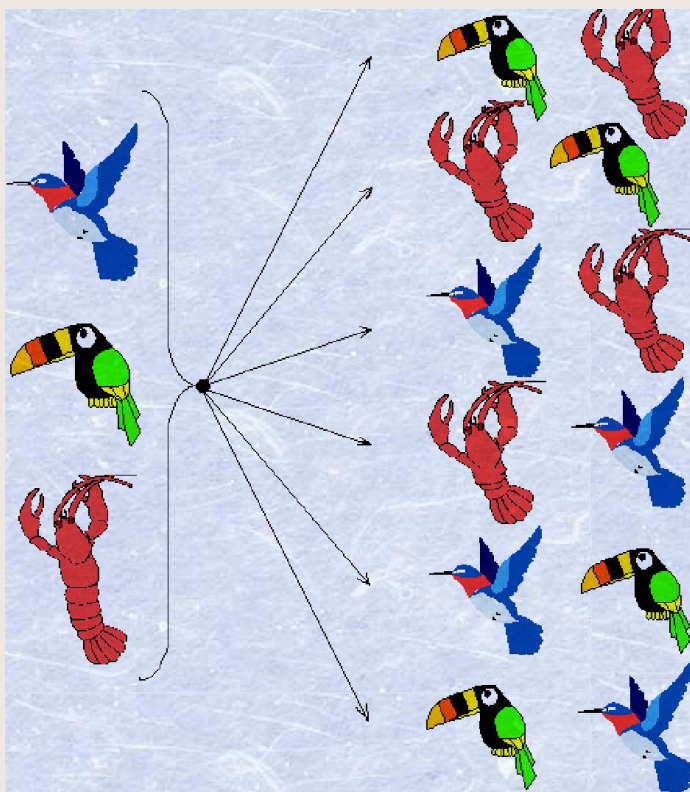
Так как число не может начинаться нулем, то надо вычесть количество чисел, первая цифра которых 0, Таких чисел будет $P_4 = 4! = 24$.

$$P_5 - P_4 = 120 - 24 = 96 .$$

Ответ: 96 чисел.

УРОК №4. Размещения

Колибри, тукан и рак – элементы, из которых будем составлять соединения по два элемента.



Пары отличаются либо составом элементов, либо их расположением в паре.

УРОК №4

Задача. Антон, Борис и Виктор приобрели два билета на футбольный матч на 1-е и 2-е места первого ряда стадиона. Сколько существует способов занять эти два места на стадионе?

Решение.

А(Антон) 1. А Б, 2.А В, 3.Б В .

Б (Борис)

В(Виктор)

(Если мальчики будут пересаживаться со своего места на место друга, то таких соединений будет 6).

УРОК №4

Полученные пары называются размещениями из трех элементов по два.

Определение.

Комбинации из n элементов по k , отличающиеся друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения, называются размещениями из n элементов по k .

Если будем иметь n элементов, а соединения будем брать по k элементов, то

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad (k \leq n)$$

$$A_n^k \quad (\quad - \text{ а из эн по ка})$$

УРОК №4

* Сколько надо взять элементов, чтобы число размещений из них по четыре было в 12 раз больше, чем число размещений из них по два?

Решение.

Пусть надо взять n элементов, тогда $A_n^4 = 12 \cdot A_n^2$,

...

$$n^2 - 5n - 6 = 0$$

(учащиеся 7-го класса представят $5n$ в виде суммы двух слагаемых);

$$n^2 + n - 6n - 6 = 0,$$

$$n(n+1) - 6(n+1) = 0,$$

$$(n+1)(n-6) = 0,$$

$$n = -1, n = 6.$$

По смыслу задачи $n = 6$.

УРОК №5. Сочетания

На рисунке имеем 4 элемента: половина киви, кисть винограда, лимон, помидор.

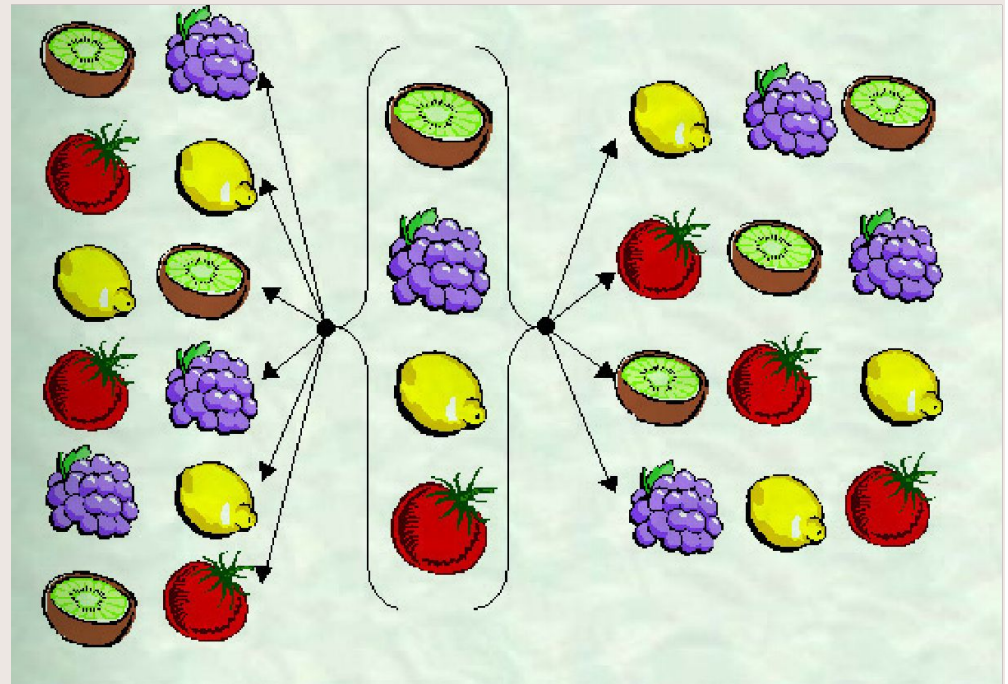
Слева создаются соединения по два элемента и

записываются C_4^2

Справа создаются соединения по три

элемента и записываются C_4^3

Пары и тройки отличаются составом элементов.



УРОК №5

Определение.

Комбинации из n элементов по k , отличающиеся друг от друга лишь составом элементов, называются сочетаниями из n элементов по k . ($k \leq n$).

Записывают и читают это так C_n^k (сочетания из n элементов по k).

Количество сочетаний можно посчитать по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, (k \leq n)$$

УРОК №6. Контрольная работа

Вариант 1

1. Найти: $A_8^2 - P_4$

2. Задача.

У лесника 3 собаки Астра (А), Вега (В) и Гриф(Г). На охоту лесник решил пойти с двумя собаками. Перечислить все варианты выбора лесником пары собак.

Сделать рисунок. Посчитать по формуле.

УРОК №6

3. Задача.

Сколькими способами 4 различных монеты можно разместить по двум карманам?

4. Задача.

В классе 35 учеников. 20 из них занимаются в математическом кружке, 11-в биологическом, а 10 ничем не занимаются. Сколько ребят занимаются и математикой, и биологией?

УРОК №6

Вариант 2

1. Найти : $A^5_7 + P_5$.

2. Задача.

Из трёх стаканов сока ананасового (а), брусничного (б) и виноградного(в)-Иван решил выпить последовательно два. Перечислить все способы , которыми это можно сделать.

Сделать рисунок. Посчитать по формуле.

УРОК №6

3. Задача.

Сколько существует способов выбора трёх ребят из 4-х желающих дежурить в столовой?

4. Задача.

Из 100 человек 85 знают английский. 80 - испанский, 75 - немецкий. Сколько человек заведомо знают все три языка?