Текстовые задачи

Предлагаемые задачи можно условно разбить на следующие типы задач:

- Задачи «на движение»;
- Задачи «на совместную работу»;
- Задачи на «планирование»;
- Задачи на « зависимость между компонентами арифметических действий»;
- Задачи на «проценты»;
- Задачи на « смеси»;
- Задачи на «разбавление»;
- Задачи с «буквенными коэффициентами»;
- Задачи на «оптимальное решение».
- Все предлагаемые задачи можно решать как с помощью составления уравнения (или неравенства), так и с помощью систем уравнений и неравенств.

1. Задачи на движение.

Некоторые указания к задачам на «движение»:

Основными компонентами этого типа задач являются:

а) пройденный путь (s); б) скорость (v); в) время (t). Зависимость между указанными величинами выражается известными формулами:

$$s = v \cdot t; \quad v = \frac{s}{t}; \quad t = \frac{s}{v}. \qquad (1)$$

(указанные величины должны быть в одной системе единиц, например: если путь в километрах, а время в часах, то скорость в километрах в час).

План решения обычно сводится к следующему:

- а) Выбираем одну из величин, которая по условию задачи является неизвестной. И обозначаем ее через x, y или z и т.д.
- б) Устанавливаем, какая из величин является по условию задачи известной.
- в) Третью (из оставшихся) величину выражаем через неизвестную (x) и известную с помощью одной из формул (1).
- г) Составляем уравнение на основании условия задачи, в котором указано, как именно изменилась (уменьшилась, увеличилась и т.д.) третья величина.

Заметим, что если два каких-либо тела начинают движение одновременно, то в случае, если они встречаются, каждое тело с момента выхода и встречи затрачивает, очевидно, одинаковое время. Аналогично обстоит дело и в случае, если одно тело догоняет другое.

Если же тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает времени больше то, которое выходит раньше.

В задачах на движение по реке необходимо помнить следующие формулы:

Vпо теч.= Vсоб.+Vтеч.;

Vпротив теч.=Vсоб.- Vтеч.;

$$V_{соб.} = \frac{V_{\text{по теч.}} + V_{\text{против теч.}}}{2}$$

Желательно запомнить, а лучше понимать:

- Если два тела двигаются ***из одной точки в одном направлении***, то скорость удаления одного из них от другого находится ***вычитанием*** меньшей скорости из большей скорости.
- Если два тела двигаются ***одновременно из одной точки в разные стороны***, то скорость удаления этих тел находится ***сложением*** скоростей данных тел.
- Если два тела начинают движение ***из разных точек навстречу друг другу*** одновременно, то скорости данных тел ***складываются.***
- Если два тела начинают движение ***из разных точек в разных направлениях***, то скорость удаления этих тел друг от друга находится ***сложением с***коростей данных тел.
- Если движение тел происходит ***из разных точек в одном направлении***, то скорость приближения одного из них (или скорость удаления одного из них к другому) находится ***вычитанием*** меньшей скорости из большей скорости.

Составление неравенств

Задача № 1.

Велосипедист отправляется из A в B. Расстояние от A до B равно 60 км; скорость велосипедиста постоянна. Не задерживаясь в B, он едет обратно с той же скоростью, но через час после выезда из B делает остановку на 20 минут. После этого он продолжает путь, увеличив скорость на 4 км/ч. В каких границах заключена скорость V велосипедиста, если известно, что на обратный путь от B до A он потратил времени не более, чем на путь от A до B?

Решение.

_1_. Пусть x (в км/ч) – первоначальная скорость велосипедиста.

Из условия задачи следует, что $t_{AB} = \frac{60}{x}$ x, а $t_{BA} = \frac{60-x}{x+4} + 1\frac{1}{3}$ ч.

_2._ Особенность задачи в том, что для решения требуется составить неравенство.

Так как $t_{BA} < t_{AB}$, то $\frac{60-x}{x+4} + 1\frac{1}{3} \le \frac{60}{x}$

Решая это неравенство, получим:

$$\frac{x^2+16x-720}{x(x+4)} \le 0, \frac{(x-20)(x+36)}{x(x+4)} \le 0.$$

_3._ Следовательно, 0<X≤20.

<u>Ответ: 0< V ≤ 20 км/ч.</u>

Пройденный путь принимается за 1, а единственной данной величиной является время.

Задача № 2.

Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 часа 20 мин. Сколько времени понадобится каждому из них, чтобы пройти все расстояние, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 5 часов позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый?

Решение.

1. Особенностью этой задачи является то, что в ней нет никаких данных о пройденном расстоянии. В таких случаях удобно все расстоянии е принять за 1, тогда скорость

$V_1 = \frac{1}{x}$, $V_2 = \frac{1}{y}$ (где x часов – время второго пешехода).

2. Из условия задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x} + 3\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{y} = 1, \\ x - y = 5. \end{cases}$$

3. Решая эту систему, получим y =5, x = 10.

Ответ: 10 ч.; 5 ч.

Скорость выражена косвенно через время.

Задача № 3.

Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов в третий. Куда они договорились прибыть одновременно. Первый прибыл на место встречи через два часа, а второму, чтобы прибыть вовремя, надо было проезжать каждый километр на 1 минуту быстрее первого, так как его путь был длиннее на 6 км. Какова скорость каждого велосипедиста?

Решение.

1. Особенностью этой задачи является не прямое, а косвенное указание скорости велосипедистов.
2. Пусть первый велосипедист проезжал каждый километр за x мин, т.е. его скорость была $\frac{60}{x}$ км/ч. Тогда скорость второго $\frac{60}{x-1}$км/ч.
3. Составим уравнение и решим его:

$\frac{60}{x-1}\cdot 2-\frac{60}{x}\cdot 2=6$; x1=5, x2= - 4 (посторонний корень).

4. Следовательно, V1=$\frac{60}{5}$ = 12 км/ч, V2= $\frac{60}{4}$ = 15 км/ч.

- ***Ответ: 12 км/ч, 15 км/ч.***

Тела движутся по окружности.

Задача № 4.

По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот на 5 с скорее другой. При этом совпадения точек происходят каждый раз через

1 мин. Определите скорости точек.

Решение:

1. Пусть первая точка проходит полный оборот за x с , а вторая точка – за y с. Тогда

   V1= $\frac{60}{x} м/с = \frac{3600}{x} м/мин$, V2= $\frac{60}{y} м/с = \frac{3600}{y} м/мин$.

2. Будем полагать, что X < Y, тогда из условия задачи следует уравнение Y- X =5.
3. Так как точки встречаются каждую минуту, и первая движется быстрее, то она должна за одну минуту пройти полный круг 60 м и ещё столько, сколько успеет пройти за одну минуту вторая точка, т.е. $\frac{3600}{y}$ м/мин.
4. Отсюда имеем второе уравнение: $\frac{3600}{x} = \frac{3600}{y} + 60.$
5. Составим систему и решим её:

$$x - y = 5, \quad \frac{3600}{x} = \frac{3600}{y} + 60;$$

$$y = x + 5, \quad \frac{60}{x} = \frac{60}{y} + 1;$$

$$x = 15, \quad y = 20.$$

Тогда V1= $\frac{60}{15} = 4 м/с,$ V2= $\frac{60}{20} м/с.$

Ответ: 4 м/с; 3 м/с.

2. Задачи на совместную работу

Некоторые указания к задачам на совместную работу:

1. Основными компонентами этого типа задач являются:

а) работа; б) время; в) производительность труда (работа, выполненная в единицу времени).

2. План решения задачи обычно сводится к следующему:

а) Принимаем всю работу . которую необходимо выполнить, за единицу

б) Находим производительность труда каждого рабочего в отдельности, т.е. $\frac{1}{t}$, где t – время, за которое указанный рабочий может выполнить всю работу, работая отдельно.

в) Находим ту часть всей работы, которую выполняет каждый рабочий отдельно, за то время, которое он работал.

г) Составляем уравнение, приравниваем объём всей работы (т.е. единицу) к сумме слагаемых, каждое из которых есть часть всей работы, выполненная отдельно каждым из рабочих (если, разумеется, в условии сказано, что при совместной работе всех рабочих выполнен весь объём работы).

3. Следует заметить, что в указанных задачах не всегда сравнивается выполненная работа. Основанием для составления уравнения может служить также указанное в условии соотношение затраченного времени или производительности труда.

Вычисление неизвестного времени работы

Задача № 5

Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать заданный участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна бригада, а заканчивала ремонт участка дороги одна вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в своё рабочее время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

Решение:

1.Пусть вся работа может быть выполнена первой бригадой за x дней, а второй – за y дней.

2.Принимая всю работу за единицу, имеем:

$\frac{1}{x}$ - производительность первой бригады,

$\frac{1}{y}$ - производительность второй бригады,

$\frac{1}{x} \cdot 18$ - часть работы, которую могла выполнить первая бригада за 18 дней,

$\frac{1}{y} \cdot 18$ – часть работы, которую могла выполнить вторая бригада за 18 дней.

3.Составление уравнения.

Так как обе бригады, работая совместно, могли выполнить всю работу за 18 дней, то на основании этого имеем

$$\frac{1}{x} \cdot 18 + \frac{1}{y} \cdot 18 = 1.$$

4. Далее из условия задачи следует, что первая бригада выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы, следовательно, она затратила на это $\frac{2}{3}\cdot x$ дней, а вторая бригада выполнила $\frac{1}{3}$ всей работы, следовательно, она затратила на это $\frac{1}{3}\cdot y$ дней

5. Так как всего было затрачено 40 дней, то можно составить второе уравнение: $\frac{2}{3}\cdot x+\frac{1}{3}\cdot y=40.$

6.Составим систему уравнений и решим её:

$$\begin{cases} \frac{1}{x}\cdot 18+\frac{1}{y}\cdot 18=1, \\ \frac{2}{3}\cdot x+\frac{1}{3}\cdot y=40. \end{cases}$$

Имеем $x_1 = 24$, $x_2 = 45$; $y_1 = 72$, $y_2 = 30$.

7.Так как производительность второй бригады была выше, чем первой, то условию задачи удовлетворяют $x = 45$ и $y = 30$.

Ответ: 45 дней, 30 дней.

Путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа

Задача № 6.

Два поезда отправляются из двух пунктов А и В навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из А выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из В. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 ч расстояние между ними составит $\frac{1}{4}$ расстояния между пунктами А и В.

За какие промежутки времени каждый поезд

проходит весь путь?

Решение:

1.На первый взгляд эта задача кажется типичной задачей на движение. Однако следует обратить внимание на то, что в ней нет никаких данных о пройденном пути. Поэтому будем рассматривать эту задачу как задачу на совместную работу, где всю работу (пройденный путь) примем за единицу.

2.Полагая, что первый поезд пройдет весь путь за х часов, а второй- у часов, и учитывая, что первый вышел на два часа раньше, составим уравнение $\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{2}\cdot y=2.$

3.Скорость каждого поезда будет соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$, следовательно,

$$\frac{1}{x}\cdot 2+\frac{1}{y}\cdot 2=\frac{3}{4}$$

4.Составим систему уравнений и решим ее:

$$\begin{cases}\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{2}\cdot y=2,\\ \frac{1}{x}\cdot 2+\frac{1}{y}\cdot 2=\frac{3}{4.}\end{cases}$$

Получим х=8 , у = 4.

<u>Ответ: 8 ч, 4 ч.</u>

Задачи на «бассейн», который одновременно наполняется разными трубами.

Задача № 7.

Если две трубы открыть одновременно, то бассейн наполнится
за 2 ч 24 мин. В действительности же сначала была открыта
только первая труба в течение одной четверти времени, которое
необходимо второй трубе, чтобы наполнить бассейн, действуя
отдельно. Затем действовала вторая труба также в течение одной
четверти времени, которое необходимо первой, чтобы одной
наполнить бассейн, после чего оказалось, что остается наполнить
$\frac{11}{24}$ полной вместимости бассейна.

Сколько времени необходимо для наполнения бассейна каждой трубой в отдельности?

Решение:

1.Пусть первая труба наполняет бассейн за х часов, а вторая наполнит бассейн за у часов, тогда производительность каждой трубы будет соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$ в час (примем объём воды в бассейне за единицу).

2.Из условия следует, что первая труба наполнила $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{4}\cdot y$ часть бассейна, вторая труба $\frac{1}{y}\cdot\frac{1}{4}x$ часть бассейна, а вместе они наполнили $1-\frac{11}{24}=\frac{13}{24}$ части бассейна.

Отсюда $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{4}\cdot y+\frac{1}{4}\cdot x\cdot\frac{1}{y}=\frac{13}{24}.$

3.Так как обе трубы при одновременной работе наполняют весь бассейн за 2 ч 24 мин, то $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 2\frac{2}{5}=1.$

4. Составим систему и решим её:
$$\begin{cases} \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}x\cdot\frac{1}{y}=\frac{13}{24}, \\ \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\cdot 2\frac{2}{5}=1; \end{cases}$$

Полагая $\frac{x}{y}=a$ имеем:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=\frac{3}{2}, \\ a=\frac{2}{3}, \end{array}\right. \\ 12y+12x=5xy. \end{cases}$$

Отсюда получим, что если x=4, то y =6, а если же x = 6, то y = 4. Очевидно, результаты однозначны. Будем полагать, что первая труба работала быстрее.

Ответ: 4 ч; 6 ч.

3. Задачи на планирование

К задачам этого раздела относятся те задачи, в которых выполняемый объём работы известен или его нужно определить (в отличие от задач на совместную работу).
При этом сравнивается работа, которая должна быть выполнена по плану. и работа, которая выполнена фактически. Так же как и в задачах на совместную работу, основными компонентами задач на планирование являются

а) работа (выполненная фактически и запланированная);

б) время выполнения работы (фактическое и запланированное);

в) производительность труда (фактическая и запланированная).

Замечание.
В некоторых задачах этого раздела вместо выполнения работы дается количество участвующих в её выполнении рабочих.

Задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы.

Задача № 8.

Ученик токаря вытачивает шахматные пешки для определенного числа комплектов шахмат.
Он хочет научиться изготовлять ежедневно на2 пешки больше, чем теперь, тогда такое же задание он выполнит на 10 дней быстрее. Если бы ему удалось научиться изготовлять ежедневно на 4 пешки больше, чем теперь, то срок выполнения такого же задания уменьшился бы на 16 дней. Сколько комплектов шахмат обеспечивает пешками этот токарь, если для каждого комплекта нужно 16 пешек?

Решение:

1.Пусть токарь вытачивает x пешек для определенного числа комплектов шахмат. Будем также полагать, что в день он вытачивает y пешек. Тогда задание он выполнит

за $\frac{x}{y}$ дней.

2.Соответственно если он будет вытачивать в день (y+2) пешки или (y+4), то

выполнит задание за $\frac{x}{x+y}$ дня или $\frac{[}{y+4}$ дня.

На основании условия задачи
составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{x}{y+2} = 10, \\ \frac{x}{y} - \frac{x}{y+4} = 16; \end{cases}$$

Отсюда x = 240
и y = 6.

4.Так как на каждый комплект нужно 16 пешек, то число комплектов равно 240 : 16 = 15.

Ответ: 15.

Задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы.

Задача № 9.

Планом предусмотрено, что предприятие на протяжении нескольких месяцев изготовит 6000 насосов. Увеличив производительность труда, предприятие стало изготовлять в месяц на 70 насосов больше, чем было предусмотрено, и на один месяц раньше установленного срока Перевыполнило задание на 30 насосов.

На протяжении скольких месяцев было предусмотрено выпустить 6000 насосов?

Решение:

1.Пусть за x месяцев было предусмотрено выполнение нового задания. Тогда за (x-1) месяцев было выпущено 6030 насосов.

2.В месяц по плану предприятие планировало выпускать $\frac{6000}{x}$ насосов, а фактически выпустило в месяц $\frac{6030}{x-1}$ насосов

3.Из условия задачи следует уравнение:

$$\frac{6000}{x} - \frac{6030}{x-1} = 70.$$

4.Решая уравнение, получим $x_1 = 10$, $x_2 = -\frac{60}{7}$ (не удовлетворяет условию задачи).

<u>Ответ: На протяжении 10 месяцев.</u>

Задача № 10.

Бригада каменщиков взялась уложить 432 м^3 кладки, но в действительности на работу вышло на 4 человека меньше. Сколько всех каменщиков в бригаде, если известно, что каждому работавшему каменщику пришлось укладывать на 9 м^3 больше, чем первоначально предлагалось?

Решение:

1. Пусть в бригаде х каменщиков. Тогда по условию задачи на работу вышло (х-4) каменщика.

2. Каждый каменщик должен был по плану уложить $\frac{432}{x}$ М^3 кладки фактически же каждый уложил $\frac{432}{x-4}$ м^3.

3. Из условия следует уравнение $\frac{432}{x-4}-\frac{432}{x}=9$

решая которое находим х = 16.

Ответ: 16.

4. Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий

Составление уравнений в задачах данного раздела вытекает непосредственно из условия задачи.

Задачи, в которых требуется найти сумму слагаемых, каждое из которых составляет ту или иную часть искомой суммы

Задача № 11.

Трое изобретателей получили за своё изобретение премию в размере 1410 р., причем второй получил того, что получил первый, и еще 60 р., а третий получил денег второго и ещё 30 рублей. Какую премию получил каждый?

Решение:

1. Пусть первый изобретатель получил х рублей.
2. Тогда второй получил $\left(\frac{1}{3}x + 60\right)$ рублей, третий получил

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x + 60\right) + 30 = \left(\frac{x}{3} + 50\right)$$ рублей.

3. Из условия следует: $x + \frac{1}{3}x + 60 + \frac{x}{9} + 50 = 1410,$ откуда Х=900,

$$\frac{1}{3} \cdot 900 + 60 = 360; \quad \frac{900}{9} + 50 = 150.$$

Ответ: 900 р., 360 р., 150 р.

Задачи, в которых используется формула двузначного числа

Задача № 12.

Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.

Решение:

1. Пусть x – цифра десятков,
   y – цифра единиц,
   10x + y – искомое двузначное число.
2. Из условия задачи следует:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 10x + y - 9 = 10y + x; \end{cases}$$

Отсюда получим, что $x = 3$, $y = 2$.

($x = -2$ – не подходит, т.к. x – цифра)

Ответ: 32.

Задачи, в которых слагаемые пропорциональны некоторым числам (или дано их отношение)

Задача № 13.

Числители трех дробей пропорциональны числам 1, 2, 5, а знаменатели соответственно пропорциональны числам 1, 3, 7. Среднее арифметическое этих дробей равно $\frac{200}{441}$.

Найти эти дроби.

Решение:

1. Числители дробей: x, 2x, 5x (по условию задачи).
2. Знаменатели дробей: y, 3y, 7y (по условию задачи).

3. Дроби: $\frac{x}{y}, \frac{2x}{3y}, \frac{5x}{7y}.$

4. Из условия задачи следует:

$$\left(\frac{x}{y}+\frac{2x}{3y}+\frac{5x}{7y}\right):3=\frac{200}{441}; \qquad \frac{50x}{63y}=\frac{200}{441}.$$

$\frac{x}{y}=\frac{4}{7}$ – первая дробь

$\frac{2x}{3y}=\frac{8}{21}$ – вторая дробь

$\frac{5x}{7y}=\frac{20}{49}$ – **третья дробь**

Ответ: $\frac{4}{7}, \frac{8}{21}, \frac{8}{21},$

Задачи, где неизвестные являются членами прогрессии (или пропорции)

Задача № 14.

Для оплаты пересылки четырех бандеролей понадобились 4 различные почтовые марки на общую сумму 2 р. 80 к. Определить стоимость марок, приобретенных отправителем, если эти стоимости составляют арифметическую прогрессию, а самая дорогая марка в 2,5 раза дороже самой дешевой.

Решение:

1. Пусть x рублей – стоимость самой дешевой марки.
2. Тогда 2,5x рублей – стоимость самой дорогой марки.
3. Стоимость всех четырех марок по условию есть сумма членов арифметической прогрессии, т. е. ,

$$\frac{x+2,5x}{2}\cdot 4 = 2,8$$

, x = 0,4.

4. Из формулы общего члена прогрессии имеем: $a_4=a_1+3d$, 2,5 = x + 3d, 1 = 0,4 + 3d, d = 0,2. a_2= 0,4 +0,2 = 0,6, a_3= 0,6 + 0,2 = 0,8.

Ответ: 0,4; 0,6; 0,8; 1.

5. Задачи на проценты

Задачи этого раздела входят как составная часть в решение других типовых задач. Заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, легко свести данную задачу на проценты к задаче на части.

Задачи, решаемые арифметическим способом

Задача № 15.

Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили ещё на 15% и, наконец, после перерасчета произвели снижение ещё на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение:

Эту задачу проще решить чисто арифметическим путем, не составляя уравнения.

1. Пусть первоначальная цена товара x рублей, что соответствует 100%.
2. Тогда после первого снижения цена товара будет x – 0,2x = 0,8x (р.).
3. После второго снижения 0,8x – 0,15·0,8x = 0,68x (р.).
4. После третьего снижения 0,68x- 0,68x·0,1 = 0,612x (р.).
5. Всего цена товара снизилась на

x – 0,612x = 0,388x (р.).

x - 100%,

0,385x - y%;

$$y\% = \frac{0{,}388x \cdot 100\%}{x} = 38{,}8\%.$$

Ответ: На 38,8%.

Задачи, в которых известно, сколько процентов одно число составляет от другого

Задача № 16.

Первое из неизвестных чисел составляет 140% второго, а отношение первого к третьему равно $\frac{14}{11}$. Найти эти числа, если разность между третьим и вторым на 40 единиц меньше числа, составляющего 12,5% суммы первого и второго чисел.

Решение: 1. Пусть второе число – х. Тогда первое число –

1,4х, третье число - $\frac{11}{14} \cdot 1{,}4x = 1{,}1x.$

2. Из условия задачи следует уравнение

$$1{,}1x - x = 0{,}125(1{,}4x + x) - 40.$$

3. Решая уравнение, получим х = 200. 1,4х = 280, 1,1х = 220.

Ответ: 280, 200, 220.

Задачи, в которых известно, на сколько процентов одно число больше(или меньше) другого

Задача № 17.

За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 2 р. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 1 р. 82 к. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

Решение:

1. Пусть стоимость первого продукта x рублей.
2. Стоимость 1 кг второго продукта y рублей.
3. Стоимость 1 кг первого продукта после подорожания

$$x + 0{,}15x = 1{,}15x.$$

4. Стоимость 1 кг второго продукта после снижения

$$y - 0{,}25y = 0{,}75y.$$

5. Из условия задачи следует

$$\begin{cases} x + 10y = 2, \\ 1{,}15x + 0{,}75 \cdot 10y = 1{,}82. \end{cases}$$

6. Решая систему уравнений, получим x = 0,8, y = 0,12.

.

6. Задачи на смеси

Задачи этого раздела вызывают наибольшие затруднения. Очень важно разобраться в самом тексте задачи. Необходимо научится расчленять такую задачу на ряд простейших.

Задачи, в которых отношение компонентов смеси задано в процентах

Задача № 18.

Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение:

1. Пусть 30%-ного раствора взято x граммов, а 10%-ного раствора взято y граммов.
2. Тогда из условия ясно, что x+y=600. Так как первый раствор 30%-ный, то в x граммах этого раствора содержится 0,3x граммов кислоты.
3. Аналогично в y граммах 10%-ного раствора содержится 0,1y граммов кислоты.
4. В полученной смеси по условию задачи содержится $600 \cdot 0{,}15 = 90$ г кислоты, откуда следует $0{,}3x + 0{,}1y = 90$.
5. Составим систему и решим её

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 0{,}3x + 0{,}1y = 90; \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 600, \\ 3x + y = 900. \end{cases}$$

6. В результате получим: $x = 150$, $y = 600 – 150 == 450$.

<u>Ответ: 150 г, 450 г.</u>

7. Задачи на разбавление

Задача № 19.

Из бака, наполненного спиртом, отлили часть спирта и долили до прежнего объёма водой, затем из бака отлили столько же литров смеси, сколько в первый раз отлили спирта, после чего в баке осталось 49 литров чистого спирта. Сколько литров спирта отлили в первый раз и во второй раз, если в баке содержалось 64 литра?

Решение:

1. Будем полагать, что х литров спирта отлили в первый раз. Тогда (64 – х) литров спирта осталось в баке.
2. После того как бак долили водой, в нем стало 64 л смеси. Следовательно, в 1 л смеси содержалось $\frac{64-x}{64}$ литров спирта.
3. Так как во второй раз отлили х литров смеси, то спирта отлили

   во второй раз $\left(\frac{64-x}{64}\right)\cdot x$ литров.

4. Из условия следует, что из бака всего отлили 64 – 49 = 15 л спирта.
5. Составим уравнение и решим его: Х + $\frac{(64-x)x}{64}=15.$

   Откуда х =8 или х = 120 (не удовлетворяет условию)

   Во второй раз отлили $\frac{(64-8)\cdot 8}{64}=7.$

Ответ: 8 л, 7 л.

Математический словарь

- Алфав**И**т – расположить по алфав**И**ту, в алфав**И**тном порядке.
- Асимт**О**та гиперболы (допустимо ас**И**мптота).(гр.)
- Апоф**Е**ма – апоф**Е**ма пирамиды, апоф**Е**ма правильного многоугольника.
- Вектор – в**Е**кторы, координаты в**Е**ктора, сумма в**Е**кторов.
- Гомот**Е**тия
- Коллине**А**рный – в**Е**кторы коллине**А**рны.
- Компл**Е**ксное число.
- Курс**И**в – выделено курс**И**вом.
- Пет**И**т – набрано пет**И**том.
- Упрост**И**ть.
- Ф**О**Рзац – таблица на ф**О**рзаце учебника.
- Первообр**А**зная функция.
- Симм**Е**трия.(гр.)

- Фал**Е**с Мил**Е**тский.(гр.)
- Евкл**И**д (гр.)
- Архим**Е**д.(гр.)
- Пифаг**О**р.(гр.)
- Нь**Ю**тон (ан.)
- М**а**ксвелл (ан.)
- Н**е**пер (ан.)
- Т**Е**йлор (ан.)
- Следует говорить: « Из единицы вычесть ноль целых две десятых»; « Синус единицы». Термин один используется при счете и в названиях чисел: « Одна целая одна десятая»;
- « Один карандаш».
- « От альфы до омеги» (гр., ж.р.)
- « 3у – три игрек, а не три игрека» (при чтении выражений название букв по падежам не изменяются)