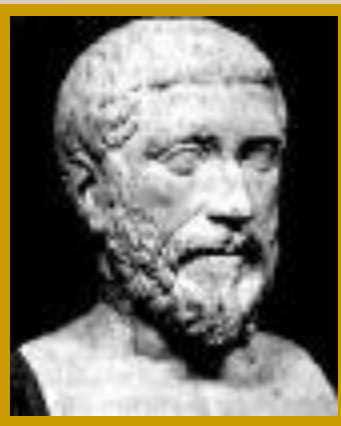




Теорема Пифагора и способы ее доказательства

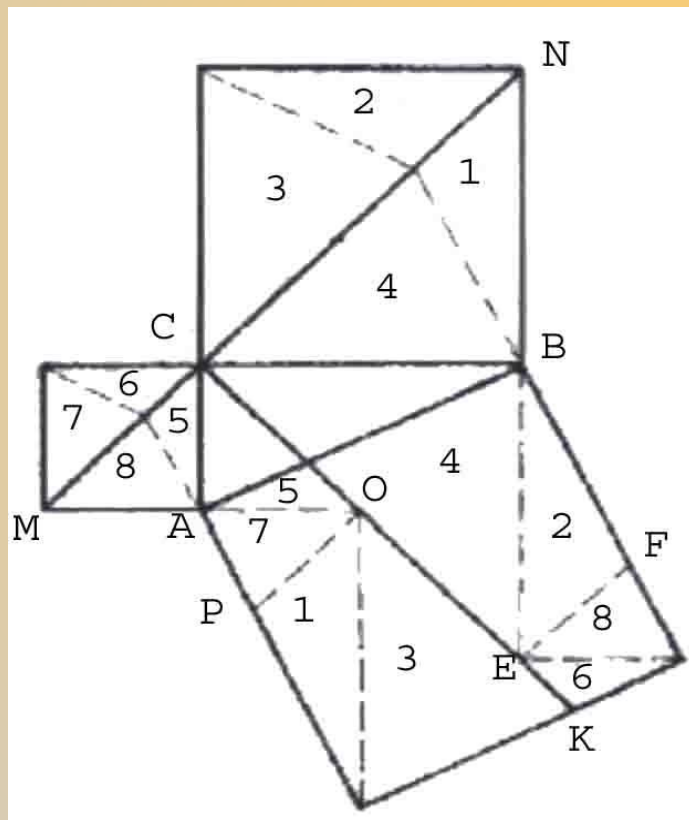
Сегодня не осталось
неисследованных континентов,
неизвестных морей и таинственных
островов, но гораздо интереснее
путешествия в мир знаний и его
открытий.



Из истории теоремы Пифагора

- ★ Знаменитый греческий философ и математик Пифагор жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Именно ему приписывают доказательство известной теоремы. Однако, эту теорему знали за много лет до Пифагора. В самом древнем дошедшем до нас китайском сочинении «Чжоу-би», написанном примерно за 600 лет до Пифагора, среди других предложений, содержится и теорема Пифагора. Еще раньше эта теорема была известна индусам. Пифагор не открыл это свойство, он, вероятно, первым сумел его обобщить и доказать.

Аддитивные доказательства.

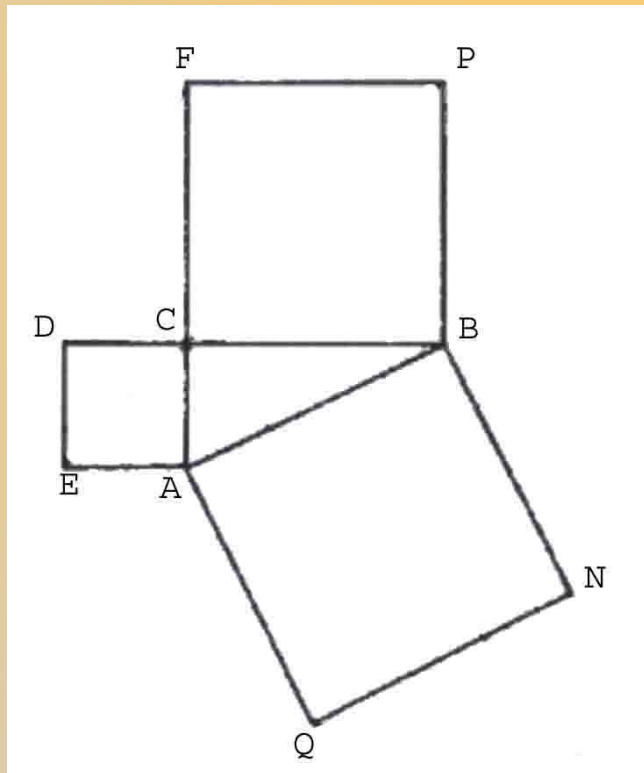


Эти доказательства основаны на разложении квадратов, построенных на катетах, на фигуры, из которых можно сложить квадрат, построенный на гипотенузе

.Доказательство Эйнштейна основано на разложении квадрата, построенного на гипотенузе, на 8 треугольников.

Если мы хотим дать знать внеземным цивилизациям о существовании разумной жизни на Земле, то следует посылать в космос изображение Пифагоровой фигуры.

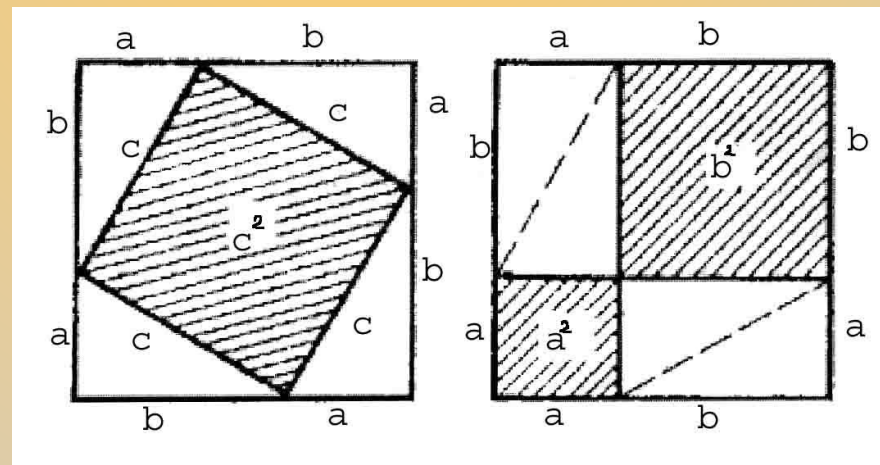
★ Пифагорова фигура.



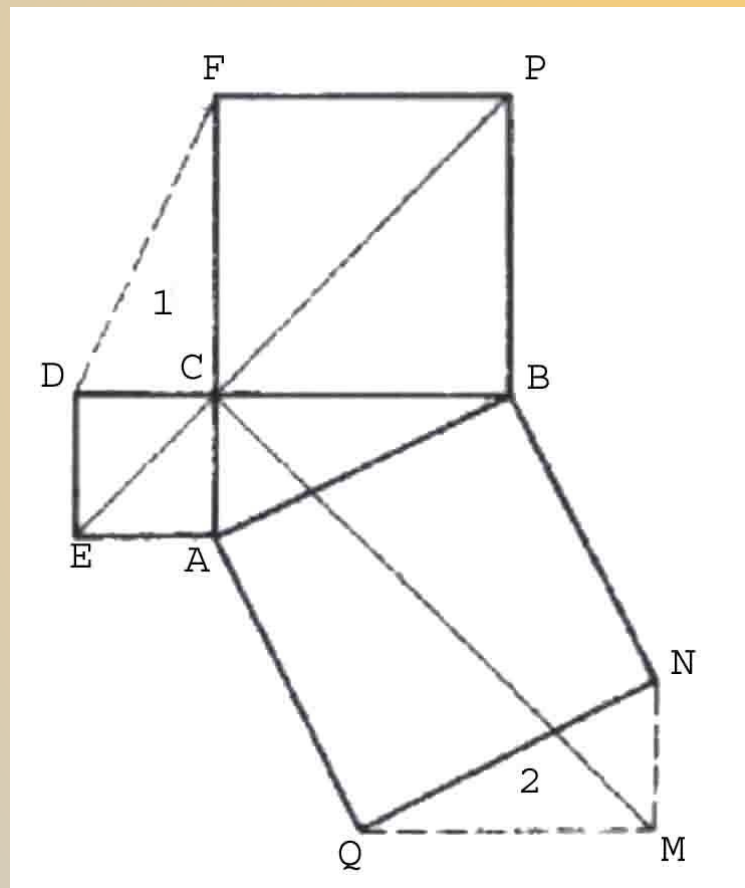
★ Известно более полутора тысяч доказательств теоремы Пифагора. Самостоятельное открытие теоремы Пифагора будет интересно современным школьникам.

*Доказательства, основанные на
использовании понятия равновеликости
фигур*

- ★ Это доказательства, в которых квадрат, построенный на гипотенузе данного прямоугольного треугольника «складывается» из таких же фигур, что и квадраты, построенные на катетах.



Доказательства методом достроения



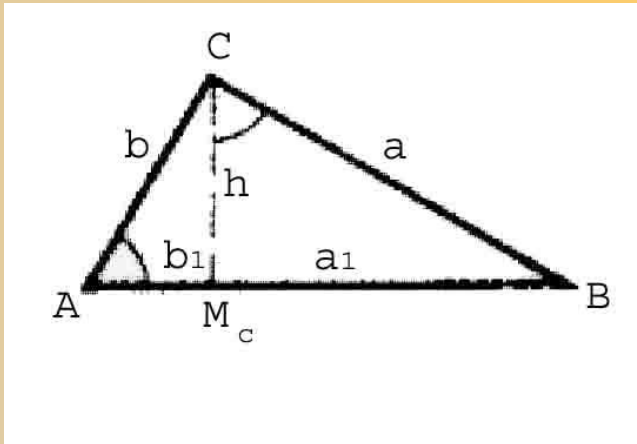
Сущность этого метода состоит в том, что к квадратам, построенным на катетах, и к квадрату, построенному на гипотенузе, присоединяют равные фигуры таким образом, чтобы получились равновеликие фигуры.

На рисунке обычная Пифагорова фигура. К этой фигуре присоединены треугольники 1 и 2, равные исходному прямоугольному треугольнику

Справедливость теоремы Пифагора вытекает из равновеликости шестиугольников $AEDFRB$ и $ACBNTM$.

Прямая EF делит шестиугольник $AEDFRB$ на два равновеликих четырехугольника, прямая CM делит шестиугольник $ACBNTM$ на два равновеликих четырехугольника; поворот плоскости на 90° вокруг центра A отображает четырехугольник $AEPB$ на четырехугольник $ACMQ$

Алгебраический метод доказательства.



ABC-прямоугольный
треугольник, C-прямой угол, b_1 -
проекция катета b на
гипотенузу, a_1 - проекция катета
 a на гипотенузу, h - высота
треугольника

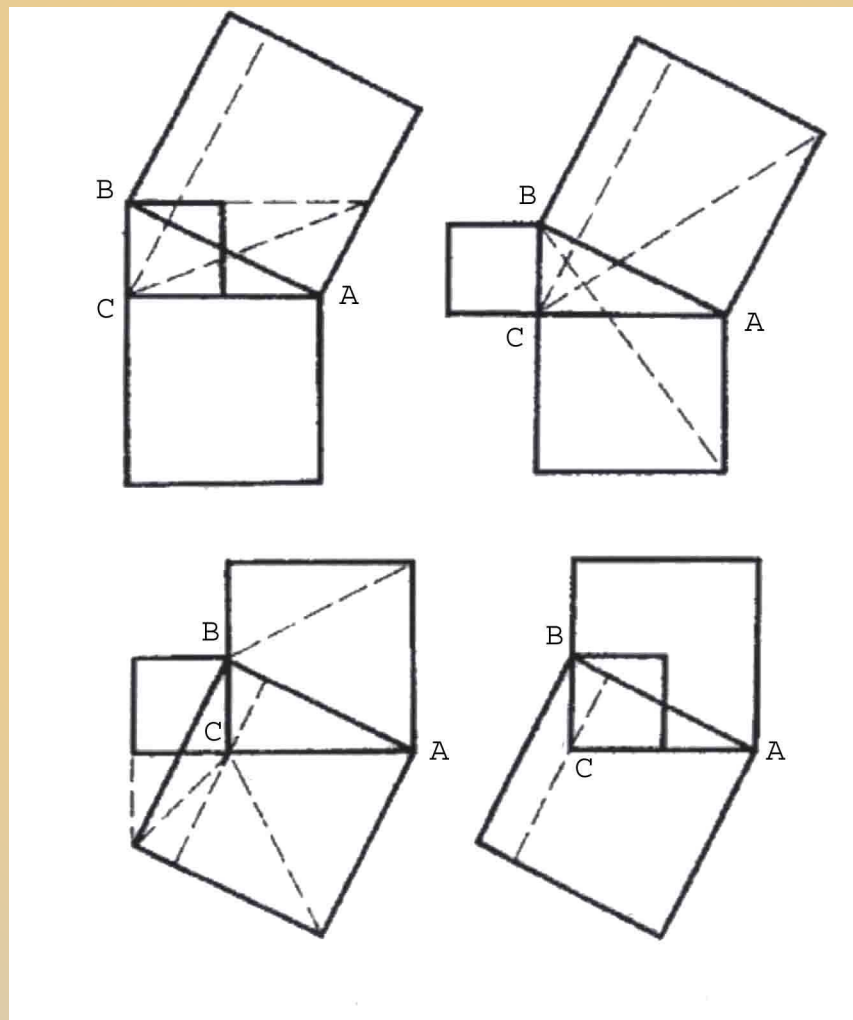
Из того, что треугольник ABC
подобен треугольнику ACM
следует $b^2 = c * b_1$ (1)

Из того, что треугольник ABC
подобен треугольнику BCM
следует $a^2 = c * a_1$ (2)

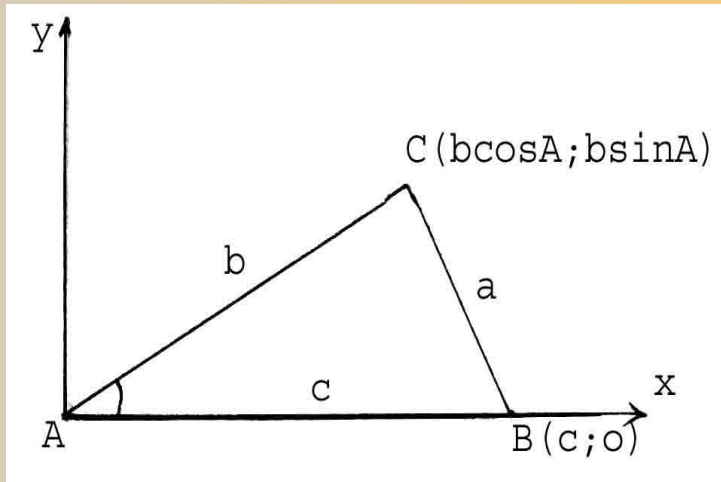
Складывая почленно равенства
(1) и (2) получим

$$a^2 + b^2 = c b_1 + c a_1 = c (b_1 + a_1) = c^2.$$

Придумай свой способ доказательства теоремы Пифагора или по рисункам самостоятельно докажи эту теорему.



Теорема косинусов, как обобщённая теорема Пифагора.



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Пусть в треугольнике ABC $AB=c$, $BC=a$ и $CA=b$. Докажем, что $a^2=b^2+c^2-2bccosA$. Введём систему координат с началом в точке A так, как показано на рисунке. Тогда $B(c;0)$, $C(bcosA;bsinA)$

$$\begin{aligned} BC^2=a^2 &= (bcosA-c)^2+b^2sin^2A= \\ &= b^2cos^2A+b^2sin^2A-2bccosA+c^2=b^2+c^2-2bccosA. \end{aligned}$$