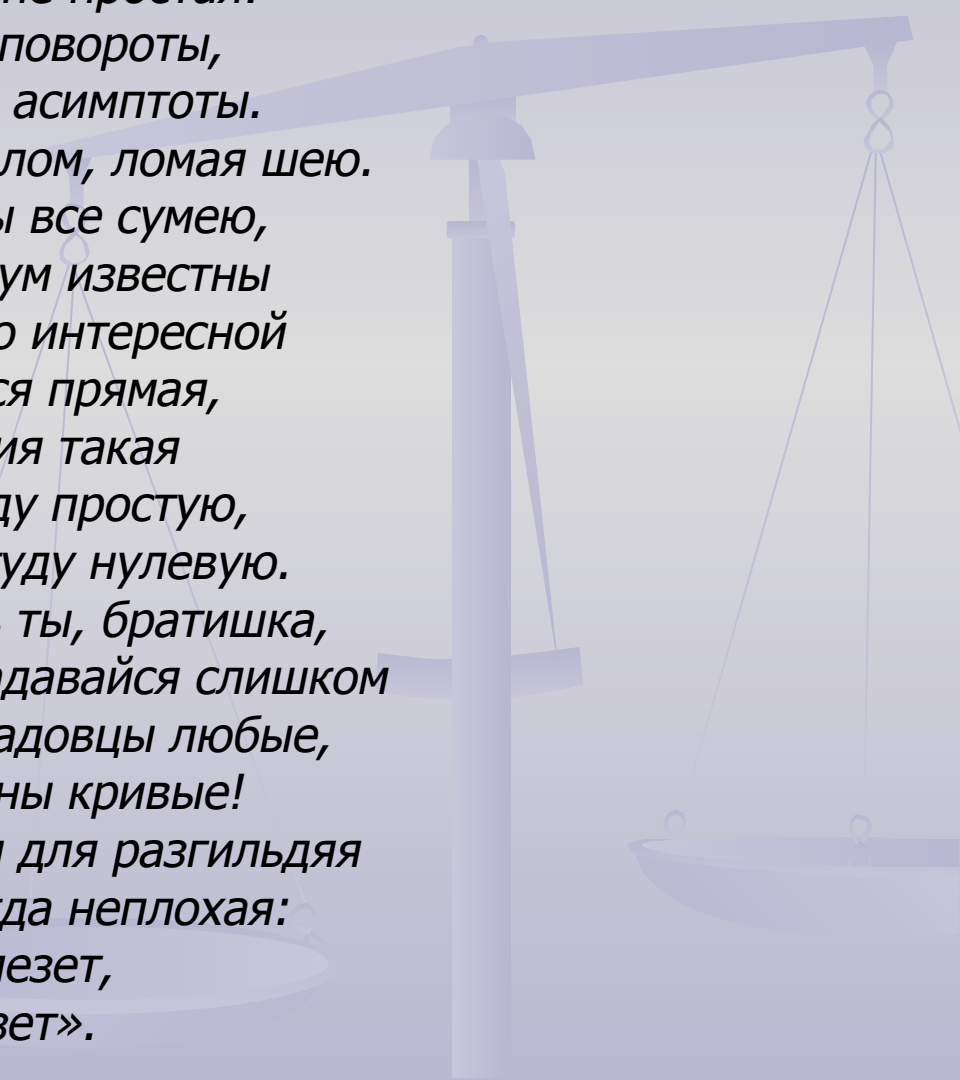
A diagram showing a portion of a cycloid curve on a surface with a color gradient from green to orange. A blue dot is placed on the curve, and a thin black line connects it to the bottom of the curve. The text is overlaid in the center of the image.

**Замечательные кривые  
на примере циклоиды**

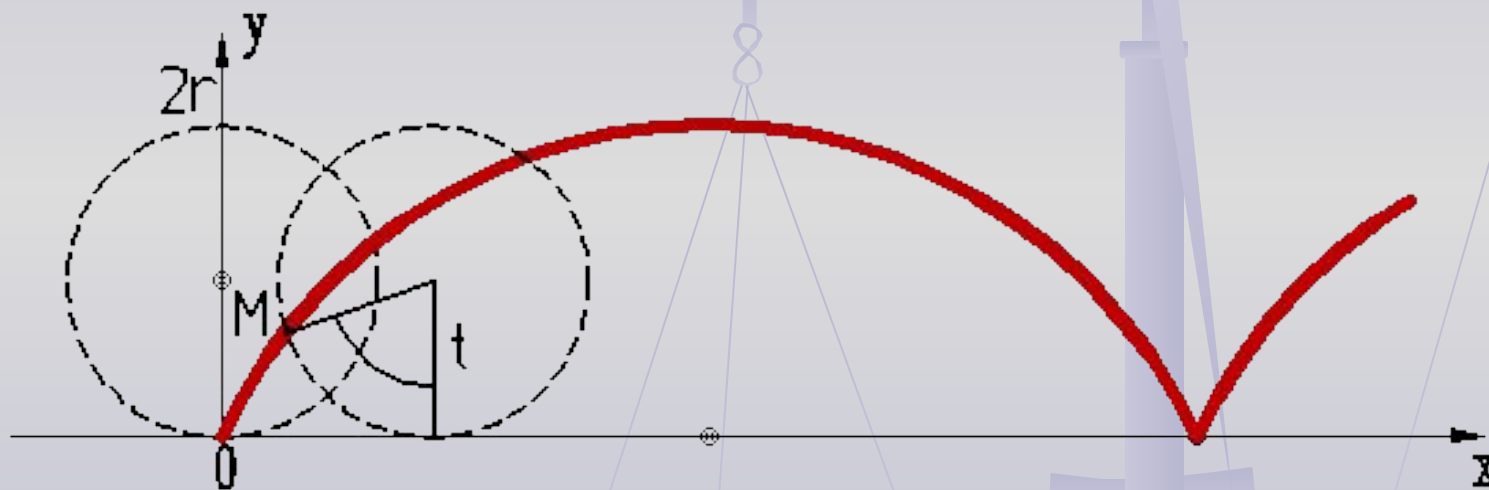
# Замечательные кривые

*Зовут меня ученые - кривая.  
Я - линия довольно не простая:  
Есть у меня изгибы, повороты,  
И есть прямые слуги асимптоты.  
Прямая ломит напролом, ломая шею.  
Я ж обойти преграды все сумею,  
А максимум и минимум известны  
Кривую делает особо интересной  
И как не хорохорится прямая,  
Довольно точна линия такая  
Представит синусоиду простую,  
Взять только амплитуду нулевую.  
И коль соображаешь ты, братишка,  
Тогда при мне не задавайся слишком  
Ведь знают все детсадовцы любые,  
Что в голове извилины кривые!  
Но, между прочим, и для разгильдяя  
Живет во мне надежда неплохая:  
Лентяй из двоек вылезет,  
Когда «кривая вывезет».*



# Циклоида

Кривая, которую описывает точка, закрепленная на окружности, катящейся без скольжения по прямой линии, называется циклоидой.

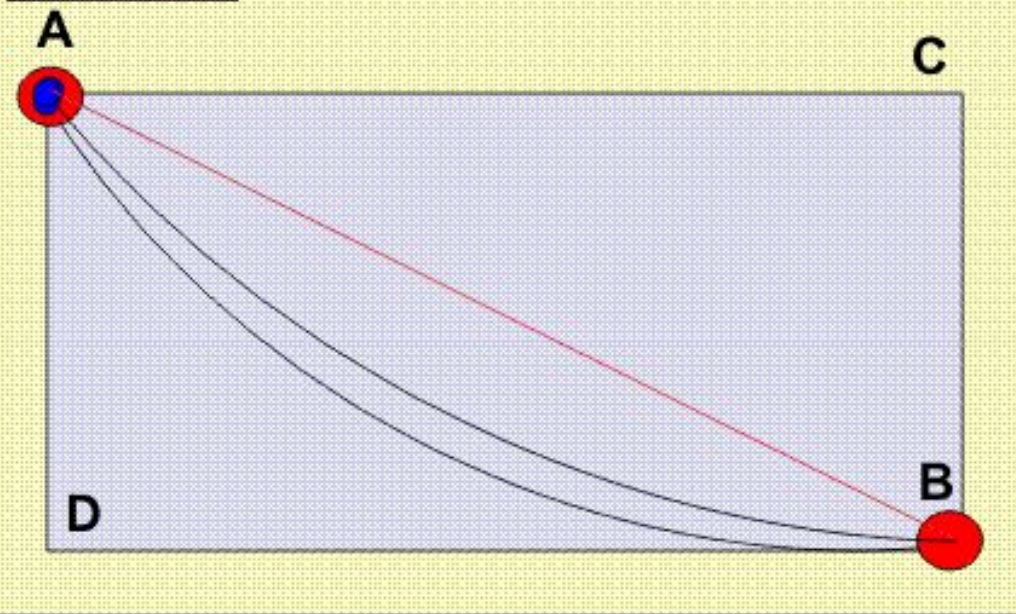


## Опыт Галилео Галилея со скатывающимися шариками



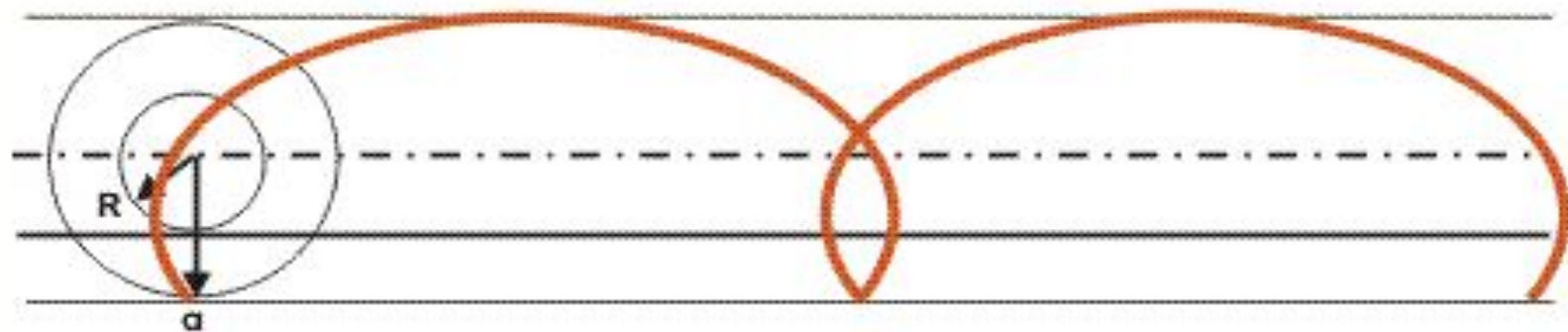
(1564 - 1642 )

Описание опыта находится  
в "Беседах о механике"

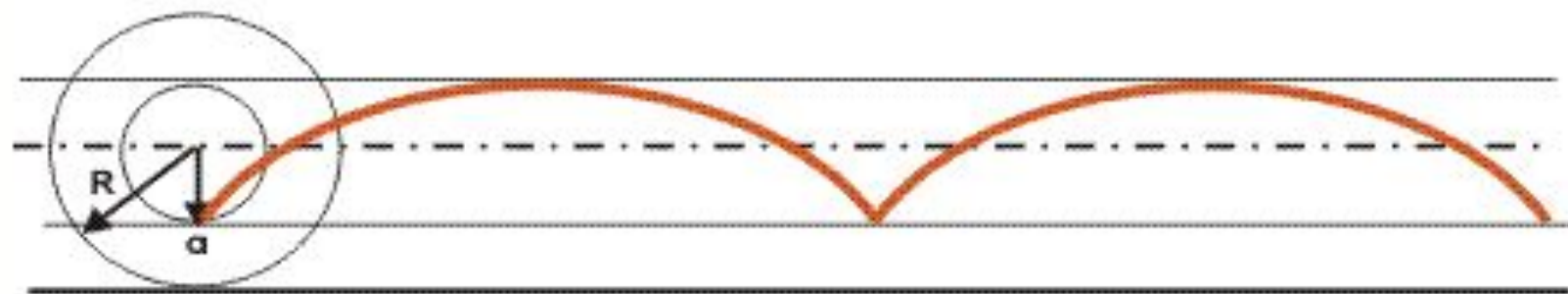




Примерный вид графика удлиненной циклоиды



Примерный вид графика укороченной циклоиды

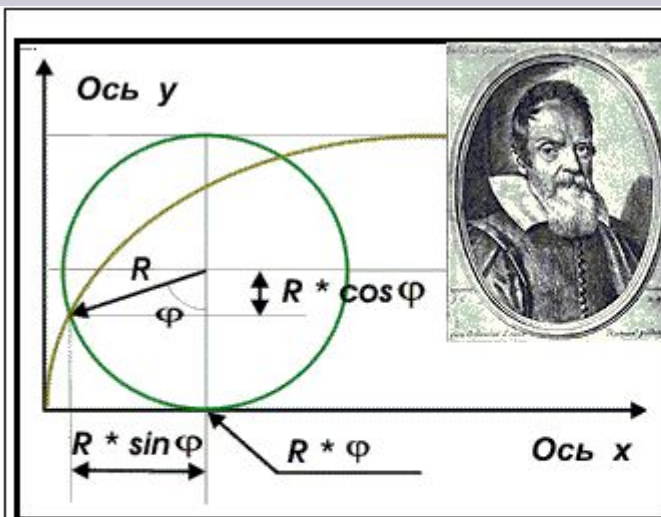


## К определению циклоиды



$x = a \cdot \varphi - R \sin \varphi$ ;  $R < a$  — укороченная циклоида

$y = a - R \cos \varphi$ ;  $R < a$  — удлиненная циклоида



### Галилео Галилей (1564 - 1642)

#### Циклоида

Циклоида - "связанная с кругом. Название и сама кривая появилась впервые в работах Галилея. Существуют и другие ее названия - рулетта или трохоида.

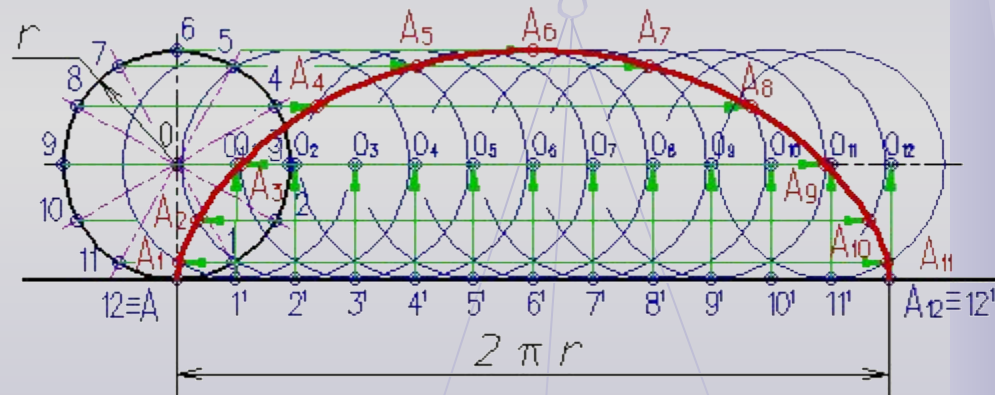
Определяется как кривая, которую описывает точка обода колеса, катящегося без проскальзывания по прямой линии.

#### Уравнение циклоиды

$$x = R \cdot (\phi - \sin(\phi));$$

$$y = R \cdot (1 - \cos(\phi))$$

# Последовательное построение ЦИКЛОИДЫ



Построение циклоиды производится в следующей последовательности:

На направляющей горизонтальной прямой откладывают отрезок  $AA_{12}$ , равный длине производящей окружности радиуса  $r$ , ( $2\pi r$ );

Строят производящую окружность радиуса  $r$ , так чтобы направляющая прямая была касательной к ней в точке  $A$ ;

Окружность и отрезок  $AA_{12}$  делят на несколько равных частей, например на 12;

Из точек делений  $11, 21, \dots, 121$  восстанавливают перпендикуляры до пересечения с продолжением горизонтальной оси окружности в точках  $O_1, O_2, \dots, O_{12}$ ;

Из точек деления окружности  $1, 2, \dots, 12$  проводят горизонтальные прямые, на которых делают засечки дугами окружности радиуса  $r$ ;

Полученные точки  $A_1, A_2, \dots, A_{12}$  принадлежат циклоиде.



# Задачи на применение полученных знаний

- 1. Имеет ли циклоида:
  - а) оси симметрии;
  - б) центр симметрии?
- 2. Предположим, что круг без скольжения катится по прямой. Как мы знаем, точки на его окружности будут описывать циклоиды.  
Нарисуйте кривую, которую будет описывать:
  - а) точка А, закрепленная внутри круга (укороченная циклоида);
  - б) точка В, закрепленная вне круга (удлиненная циклоида)
- 3. Нарисуйте траекторию движения вершины правильного  $n$ -угольника, катящегося по прямой аналогично окружности при:
  - а)  $n = 3$ ; б)  $n = 4$ ; в)  $n = 6$ .
- 4. Докажите, что касательная к циклоиде перпендикулярна отрезку, соединяющему точку касания и точку соприкосновения окружности с прямой, по которой она катится.

# Выводы по проекту

- **Задача** направлена на расширение кругозора учащихся, интересующихся изучением кривых различного порядка.
- **Методы обработки информации:** обобщение, анализ, сопоставление с известными фактами, аргументированные выводы.
- **Цель:** ознакомить учащихся с дополнительными материалами по теме построение кривых на примере циклоиды, помочь разобраться со схемой построения кривых.
- **Результат:** создание методического пособия для желающих самостоятельно овладеть теоретическими знаниями в данной области.