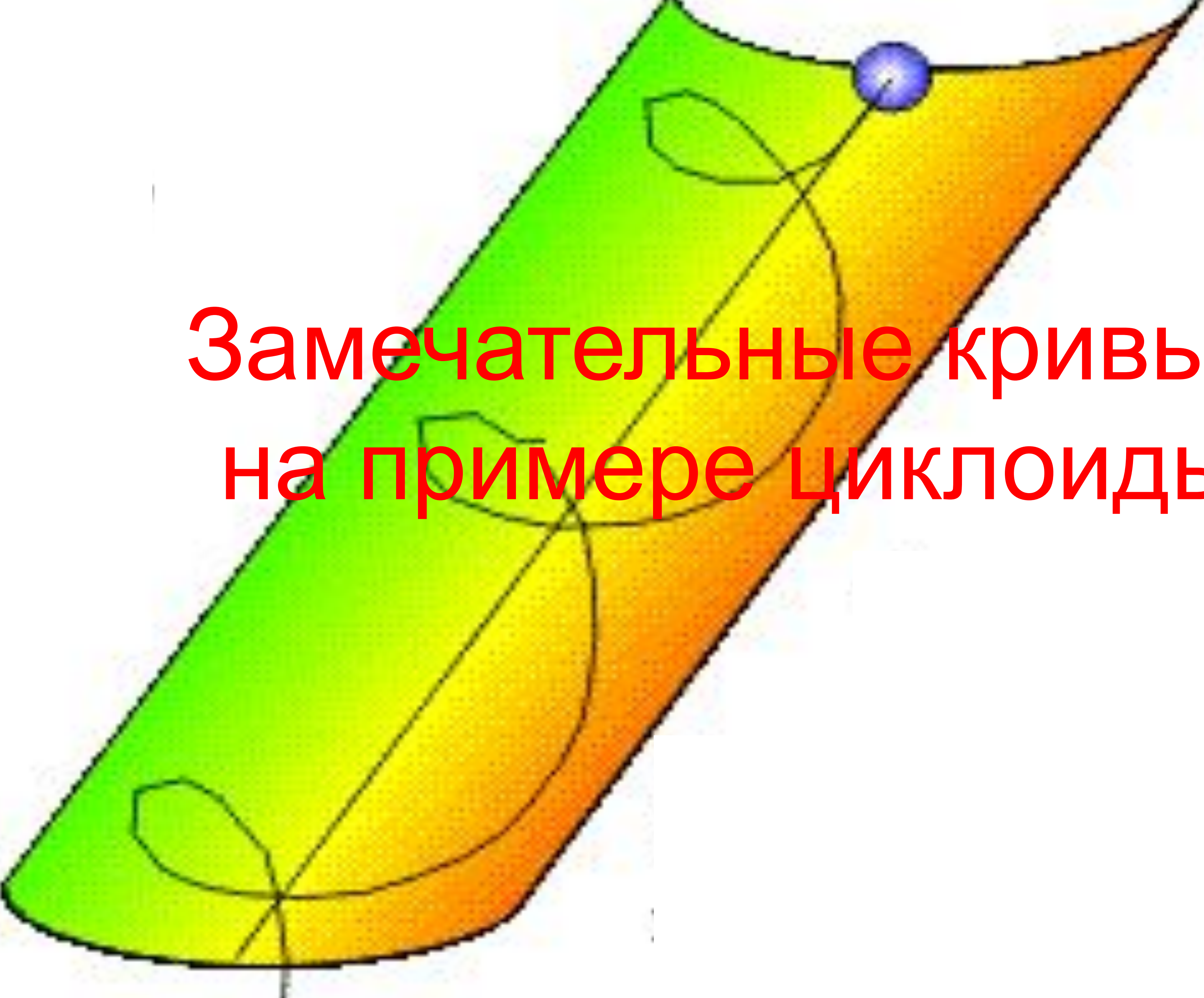
Замечательные кривые на примере циклоиды

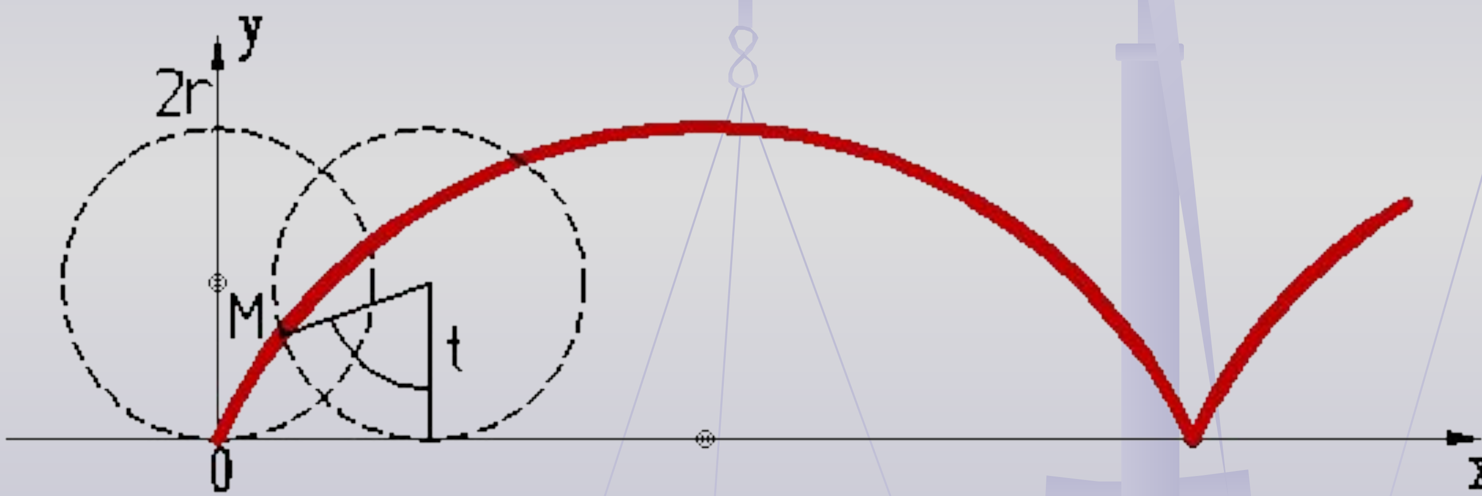


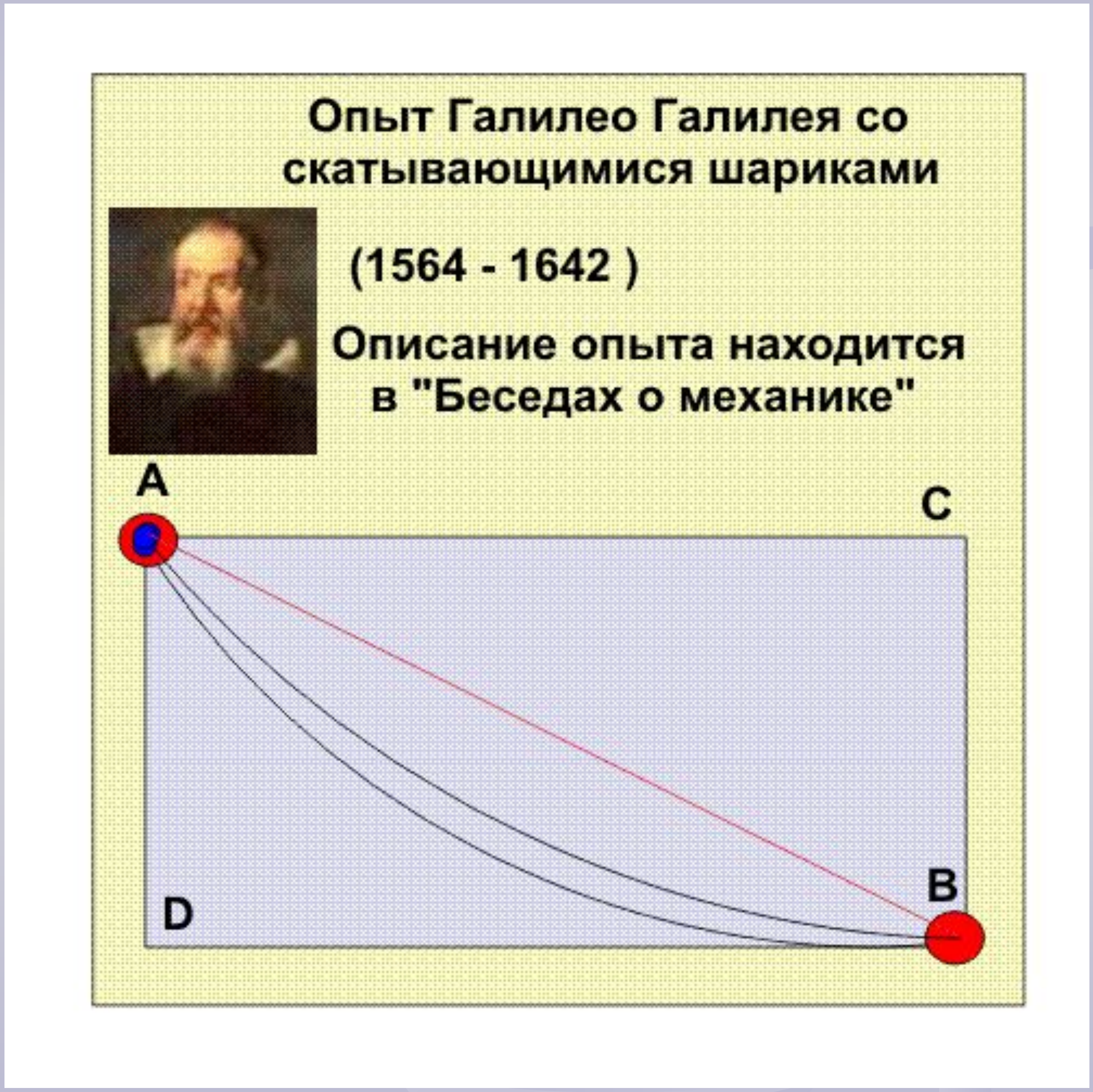
Замечательные кривые

Зовут меня ученые - кривая.
Я - линия довольно не простая:
Есть у меня изгибы, повороты,
И есть прямые слуги асимптоты.
Прямая ломит напролом, ломая шею.
Я ж обойти преграды все сумею,
А максимум и минимум известны
Кривую делает особо интересной
И как не хорохорится прямая,
Довольно точна линия такая
Представит синусоиду простую,
Взять только амплитуду нулевую.
И коль соображаешь ты, братишка,
Тогда при мне не задавайся слишком
Ведь знают все детсадовцы любые,
Что в голове извилины кривые!
Но, между прочим, и для разгильдяя
Живет во мне надежда неплохая:
Лентяй из двоек вылезет,
Когда «кривая вывезет».

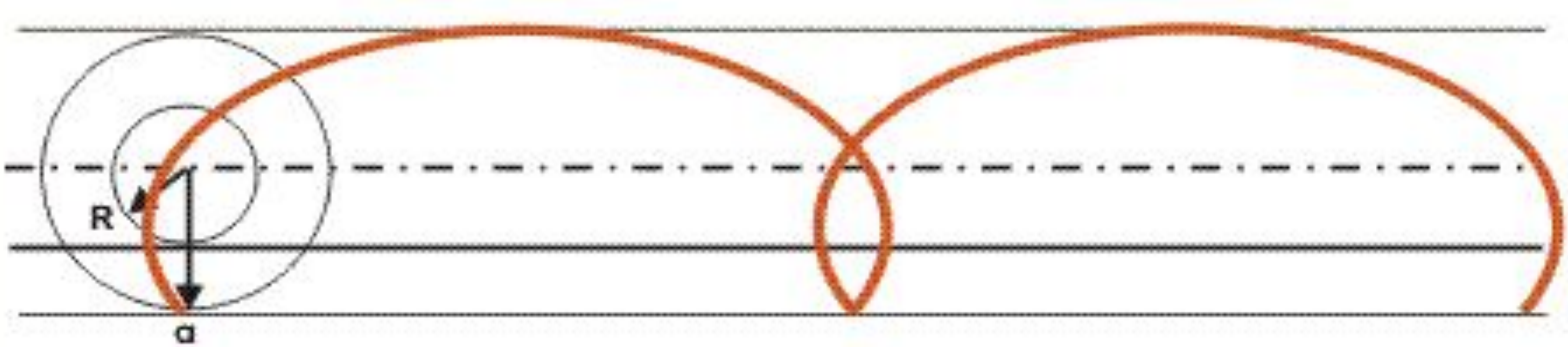
Циклоида

Кривая, которую описывает точка, закрепленная на окружности, катящейся без скольжения по прямой линии, называется циклоидой.

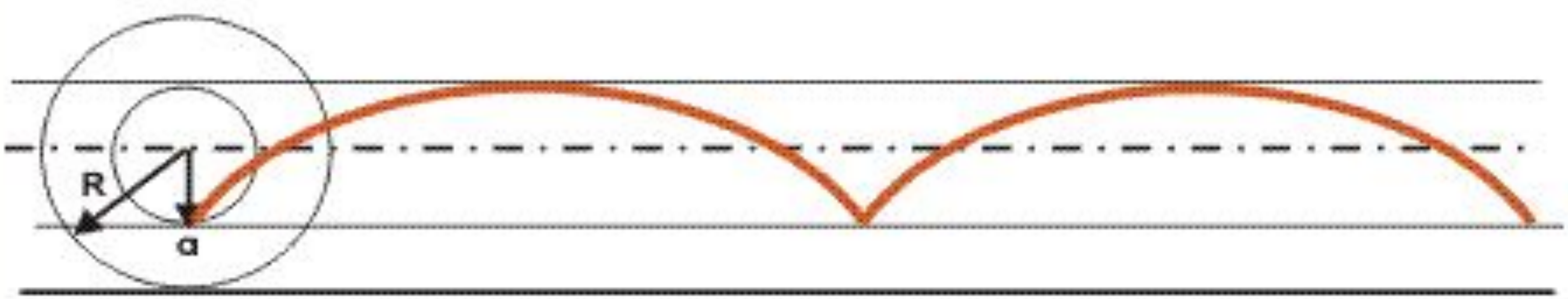



Опыт Галилео Галилея со скатывающимися шариками
(1564 - 1642)
Описание опыта находится в "Беседах о механике"
A
C
B
D

Примерный вид графика удлиненной циклоиды



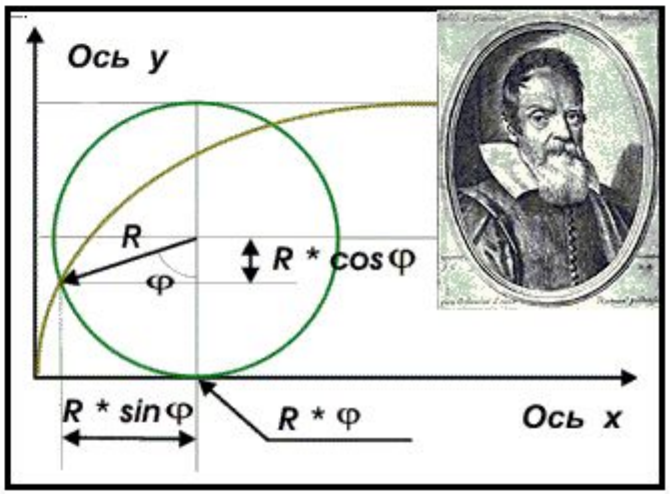
Примерный вид графика укороченной циклоиды



К определению циклоиды

$x = a\varphi - R\sin\varphi$; $R < a$ − укороченная циклоида

$y = a - R\cos\varphi$; $R < a$ − удлиненная циклоида



Уравнение циклоиды

$$x = R \cdot (\phi - \sin(\varphi));$$
$$y = R \cdot (1 - \cos(\varphi))$$

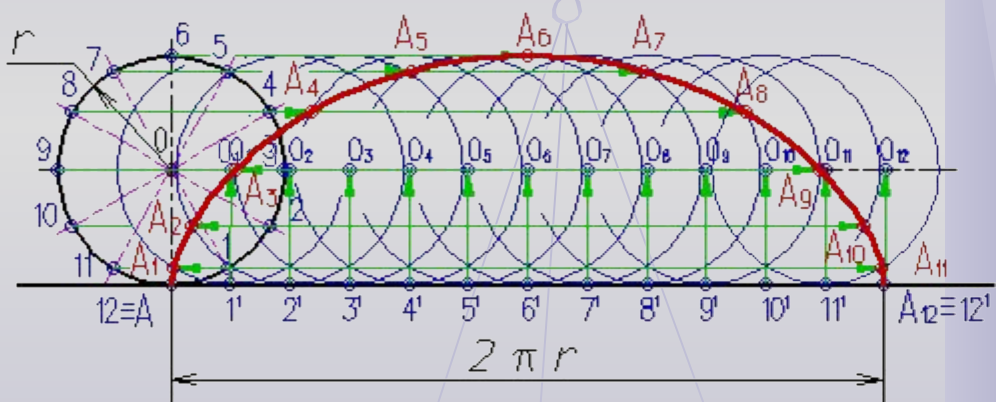
Галилео Галилей
(1564 - 1642)

Циклоида

Циклоида - "связанная с кругом. Название и сама кривая появилась впервые в работах Галилея. Существуют и другие ее названия - рулетта или трохоида.

Определяется как кривая, которую описывает точка обода колеса, катящегося без проскальзывания по прямой линии.

Последовательное построение циклоиды



Построение циклоиды производится в следующей последовательности:
На направляющей горизонтальной прямой откладывают отрезок АА12, равный длине производящей окружности радиуса r, (2pr);
Строят производящую окружность радиуса r, так чтобы направляющая прямая была касательной к неё в точке А;
Окружность и отрезок АА12 делят на несколько равных частей, например на 12;
Из точек делений 11, 21, ...121 восстанавливают перпендикуляры до пересечения с продолжением горизонтальной оси окружности в точках 01, 02, ...012;
Из точек деления окружности 1, 2, ...12 проводят горизонтальные прямые, на которых делают засечки дугами окружности радиуса r;
Полученные точки А1, А2, ...А12 принадлежат циклоиде.

Задачи на применение полученных знаний

- 1. Имеет ли циклоида:

  а) оси симметрии;

  б) центр симметрии?
- 2. Предположим, что круг без скольжения катится по прямой. Как мы знаем, точки на его окружности будут описывать циклоиды.

  Нарисуйте кривую, которую будет описывать:

  а) точка А, закрепленная внутри круга (укороченная циклоида);

  б) точка В, закрепленная вне круга (удлиненная циклоида)
- 3. Нарисуйте траекторию движения вершины правильного n-угольника, катящегося по прямой аналогично окружности при: а) n = 3; б) n = 4; б) n = 6.
- 4. Докажите, что касательная к циклоиде перпендикулярна отрезку, соединяющему точку касания и точку соприкосновения окружности с прямой, по которой она катится.

Выводы по проекту

- **Задача** направлена на расширение кругозора учащихся, интересующихся изучением кривых различного порядка.
- **Методы обработки информации:** обобщение, анализ, сопоставление с известными фактами, аргументированные выводы.
- **Цель:** ознакомить учащихся с дополнительными материалами по теме построение кривых на примере циклоиды, помочь разобраться со схемой построения кривых.
- **Результат:** создание методического пособия для желающих самостоятельно овладеть теоретическими знаниями в данной области.