

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc|cccc}
 \times \frac{1}{2} & 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\
 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\
 \Leftrightarrow & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\
 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2
 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду.

1. Получим в левом верхнем углу единицу.

Для этого домножим первую строку на  $\frac{1}{2}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{cccccc|cccc|cccc} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим в левом верхнем углу единицу.

2. «Обнулим» элементы в 1 столбце под единицей

Для этого ко 2-ой строке прибавим 1-ую, домноженную на -3.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{cccccc|cccc|cccc} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим в левом верхнем углу единицу.

2. «Обнулим» элементы в 1 столбце под единицей

Для этого ко 3-ой строке прибавим 1-ую, домноженную на -1.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{cccccc|cccc|cccc} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{cccccc|cccc|cccc} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{1}{2} & -8 & -7 & 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{1}{2} & -8 & -7 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим в левом верхнем углу единицу.

2. «Обнулим» элементы в 1 столбце под единицей

Для этого ко 4-ой строке прибавим 1-ую, домноженную на -3.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 & 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 & 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & \times \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 & 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ & & & & & & & & & & & & 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим в левом верхнем углу единицу.
2. «Обнулим» элементы в 1 столбце под единицей

Запишем над столбцами(строками), которые «приведены к ступенчатому виду» символ  $\checkmark$ , а над остальными запишем символ  $\times$ . Перейдем к пункту II.1.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \times(-2) & 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 14 & -9 & 6 & 12 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим единицу в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в 1 столбце под единицей

Для этого домножим 2-ю строку на (-2).



$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 14 & -9 & 6 & 12 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix} \quad \begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\ \Leftrightarrow 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.

2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Для этого к 3-ей строки прибавим 2-ую, домноженную на 1/2.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_5 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 7x_4 + x_5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 6 & 6 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 3 & 4 & -1 & 3 & 6 & 3 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 1 & 1 & -5 & 0 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 3 & 5 & -2 & 7 & 1 & 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & -3 & -6 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$
  

$$\begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 14 & -9 & 6 & 12 & \times \\ 0 & -\frac{1}{2} & -7 & \frac{1}{2} & 1 & -6 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix} \quad \begin{matrix} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & \frac{1}{2} & -8 & \frac{17}{2} & -8 & -7 & \times \end{matrix}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

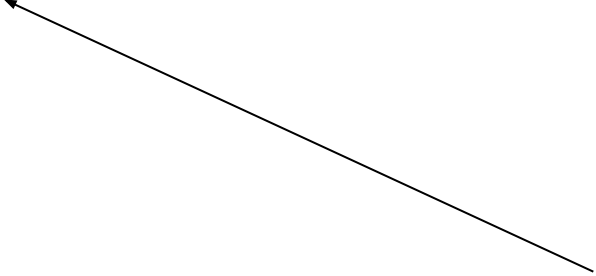
II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.

2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Для этого к 4-ой строке прибавим 2-ую, домноженную на  $-1/2$ .

$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\
 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\
 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\
 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times
 \end{array}$$



$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\
 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\
 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\
 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times
 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Для удобства скопируем полученную матрицу

✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×	
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Отметим, что в полученной матрице первые 2 строки и 2 столбца «ступенчатые» и перейдем к пункту II.1.

✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×	
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	×	-4	4	0	×	0	0	-1	4	-5	-1	×
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	0	-4	4	0	×

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Поменяем местами 3 и 4-ую строки

✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×	
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×	0	0	-1	4	-5	-1	×
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	0	-4	4	0	×
✓	✓	×	×	×	×															
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓														
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓														
0	0	1	-4	5	1	×														
0	0	0	-4	4	0	×														

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Домножим 3-ю строку на -1.

✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	0	-4	4	0	×	
✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	✓	×	×	×									
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓								
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓								
0	0	1	-4	5	1	×	0	0	1	-4	5	1	✓								
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×								

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Теперь и 3-ю строка и 3-ий столбец «ступенчатые».

✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	0	-4	4	0	×	
✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	✓	×	×	×									
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓								
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓								
0	0	1	-4	5	1	×	0	0	1	-4	5	1	✓								
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	1	-1	0	×								

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Домножим 4-ую строку на  $-1/4$ .



✓	×	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	×	×	×	×	
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	×	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	-4	4	0	×	0	0	-1	4	-5	-1	×
0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	-1	4	-5	-1	×	0	0	0	-4	4	0	×
✓	✓	×	×	×	×		✓	✓	✓	×	×	×		✓	✓	✓	✓	✓	✓	
1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓	1	$\frac{3}{2}$	2	$-\frac{1}{2}$	3	3	✓
⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓	⇔ 0	1	-14	9	-6	-12	✓
0	0	1	-4	5	1	×	0	0	1	-4	5	1	✓	0	0	1	-4	5	1	✓
0	0	0	-4	4	0	×	0	0	0	1	-1	0	×	0	0	0	1	-1	0	✓

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

Матрица ступенчатая. Поскольку ранг матрицы без последнего столбца равен рангу всей матрицы, то система совместна.

✓ × × × × ×	✓ ✓ × × × ×	✓ ✓ × × × ×
1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓	1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓	1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓
⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ×	⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ✓	⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ✓
0 0 0 -4 4 0 ×	0 0 0 -4 4 0 ×	0 0 -1 4 -5 -1 ×
0 0 -1 4 -5 -1 ×	0 0 -1 4 -5 -1 ×	0 0 0 -4 4 0 ×
✓ ✓ × × × ×	✓ ✓ ✓ × × ×	✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓
1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓	1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓	1 3/2 2 -1/2 3 3 ✓
⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ✓	⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ✓	⇔ 0 1 -14 9 -6 -12 ✓
0 0 1 -4 5 1 ×	0 0 1 -4 5 1 ✓	0 0 1 -4 5 1 ✓
0 0 0 -4 4 0 ×	0 0 0 1 -1 0 ×	0 0 0 1 -1 0 ✓
✓ × × × × ×		
1 0 23 -28/2 12 21		
⇔ 0 1 -14 9 -6 -12		
0 0 1 -4 5 1		
0 0 0 1 -1 0		

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.

2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. **Поскольку решения есть (иначе не имело бы смысл), то приведем к специально-ступенчатому виду.**

**К 1-ой строке прибавим 2-ую, домноженную на  $-3/2$ .**

$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & 0 & \left( \begin{array}{ccc} 23 & -14 & 12 & 21 \\ -14 & 9 & -6 & -12 \\ 1 & -4 & 5 & 1 \end{array} \right. & & & \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \end{array}$	$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times \\ 1 & 0 & 0 & 78 & -103 & -2 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & -47 & 64 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}$	$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \checkmark \end{array}$
--	---	--

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

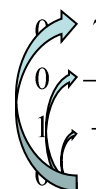
II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. **Приведем к специально-ступенчатому виду.**

**К 1-ой строке прибавим 3-ую, домноженную на -23.**

**К 2-ой строке прибавим 3-ю, домноженную на 14**

$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \times & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & 0 & 23 & -14 & 12 & 21 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}$	$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times \\ 1 & 0 & 0 & 78 & -103 & -2 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & -47 & 64 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}$ 	$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \times & \times & \times & \times \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & -1 & \times \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 & \times \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \\ 1 & \frac{3}{2} & 2 & -\frac{1}{2} & 3 & 3 & \checkmark \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & -14 & 9 & -6 & -12 & \checkmark \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 5 & 1 & \checkmark \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \checkmark \\ \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}$
---	---	--

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. **Приведем к специально-ступенчатому виду.**

**К 1-ой строке прибавим 4-ую, домноженную на -78.**

**К 2-ой строке прибавим 4-ю, домноженную на 47**

**К 3-ой строке прибавим 4-ю, домноженную на 4**

$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times \\
 \left[ \begin{array}{cccc|cc}
 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\
 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $R$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. Приведем к специально-ступенчатому виду.

Эта матрица Специально-ступенчатого вида SS(1,2,3,4).

Скопируем ее в верхний угол

$$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array} \quad \begin{cases} x_1 - 25x_5 = -2 \\ x_2 + 17x_5 = 2 \\ x_3 + x_5 = 1 \\ x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc} \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\ \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. Приведем к специально-ступенчатому виду.

Запишем эту матрицу в виде СЛУ.

$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{cases}
 x_1 - 25x_5 = -2 \\
 x_2 + 17x_5 = 2 \\
 x_3 + x_5 = 1 \\
 x_4 - x_5 = 0
 \end{cases}
 \quad
 \Leftrightarrow
 \begin{cases}
 x_1 = 25x_5 - 2 \\
 x_2 = 17x_5 - 2 \\
 x_3 = 1 - x_5 \\
 x_4 = x_5
 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \times & \times \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -25 & -2 \\
 \Leftrightarrow 0 & 1 & 0 & 0 & 17 & 2 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0
 \end{array}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. Приведем к специально-ступенчатому виду.

Поскольку была получена матрица типа  $SS(1,2,3,4)$ , то оставим в левой части переменные с номерами 1,2,3,4, а остальные переменные Перенесем в правую часть.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 25x_5 - 2 \\ x_2 = 17x_5 - 2 \\ x_3 = 1 - x_5 \\ x_4 = x_5 \end{cases}$$

Задача: решить СЛУ над полем  $\mathbf{R}$

Решение:

I. запишем в матричном виде.

II. Приведем к ступенчатому виду. Для этого

1. Получим 1 в левом верхнем углу подматрицы, помеченной символами X.
2. «Обнулим» элементы в столбце под единицей

III. Приведем к специально-ступенчатому виду.

Так выглядят решение СЛУ. Действительно, если подставить любое значение  $X_5$  и можно вычислить  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$  по этой системе, то будет найдено частное решение СЛУ.