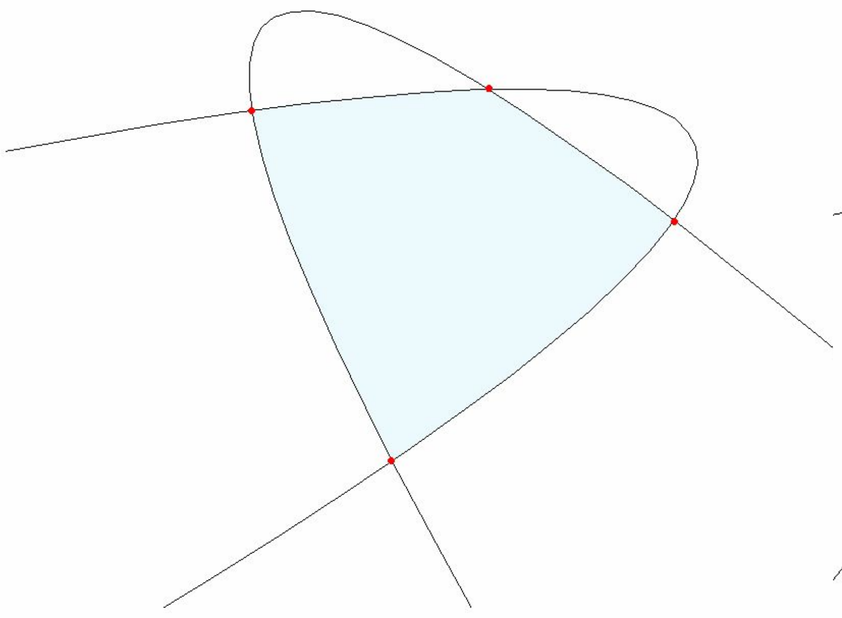
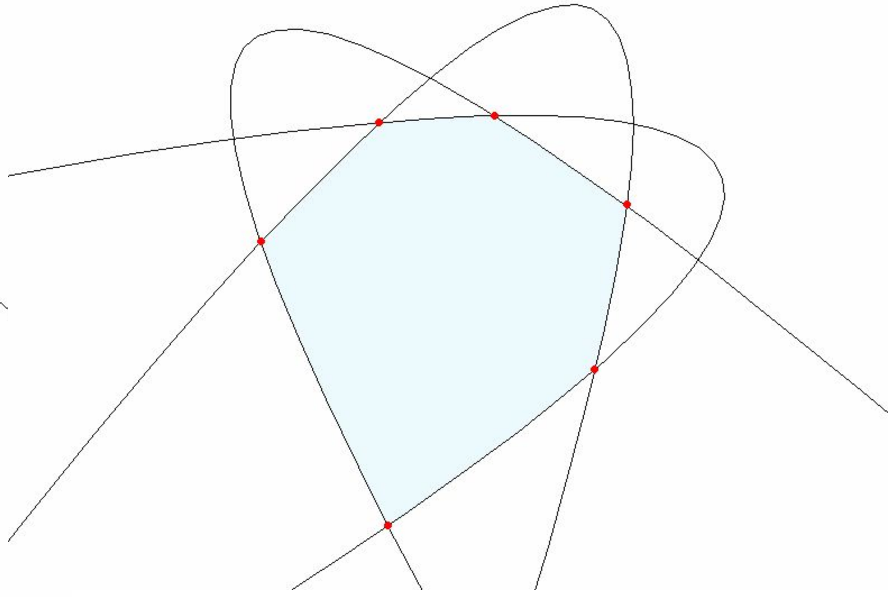
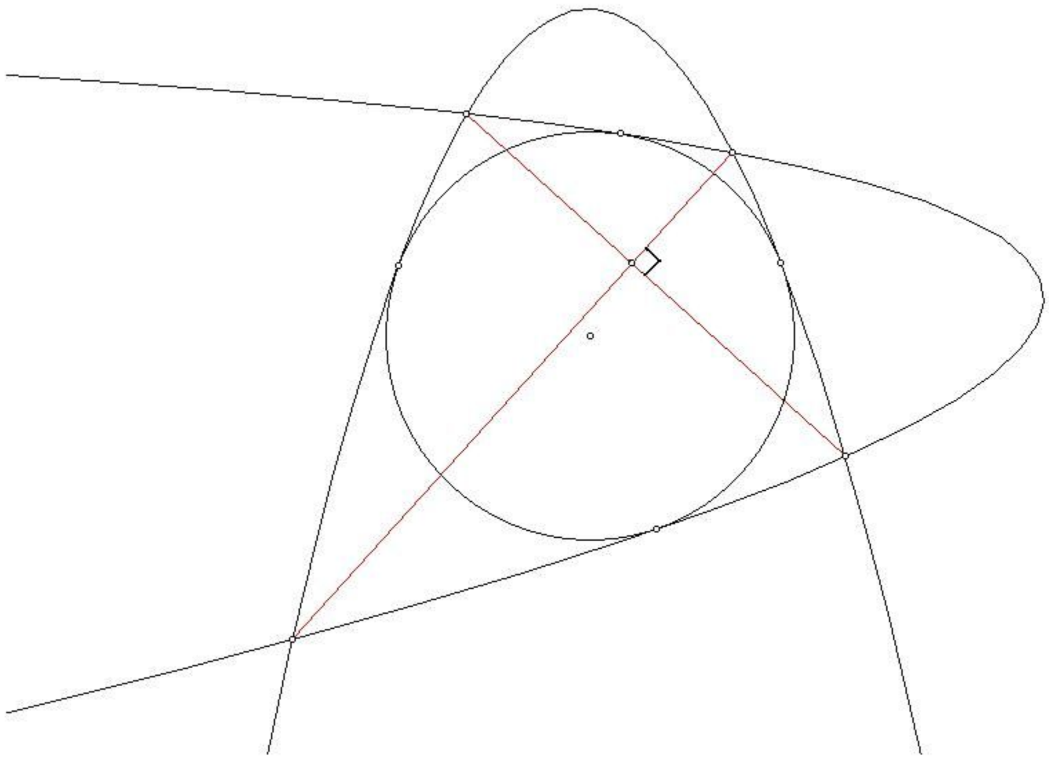
Параболические многоугольники

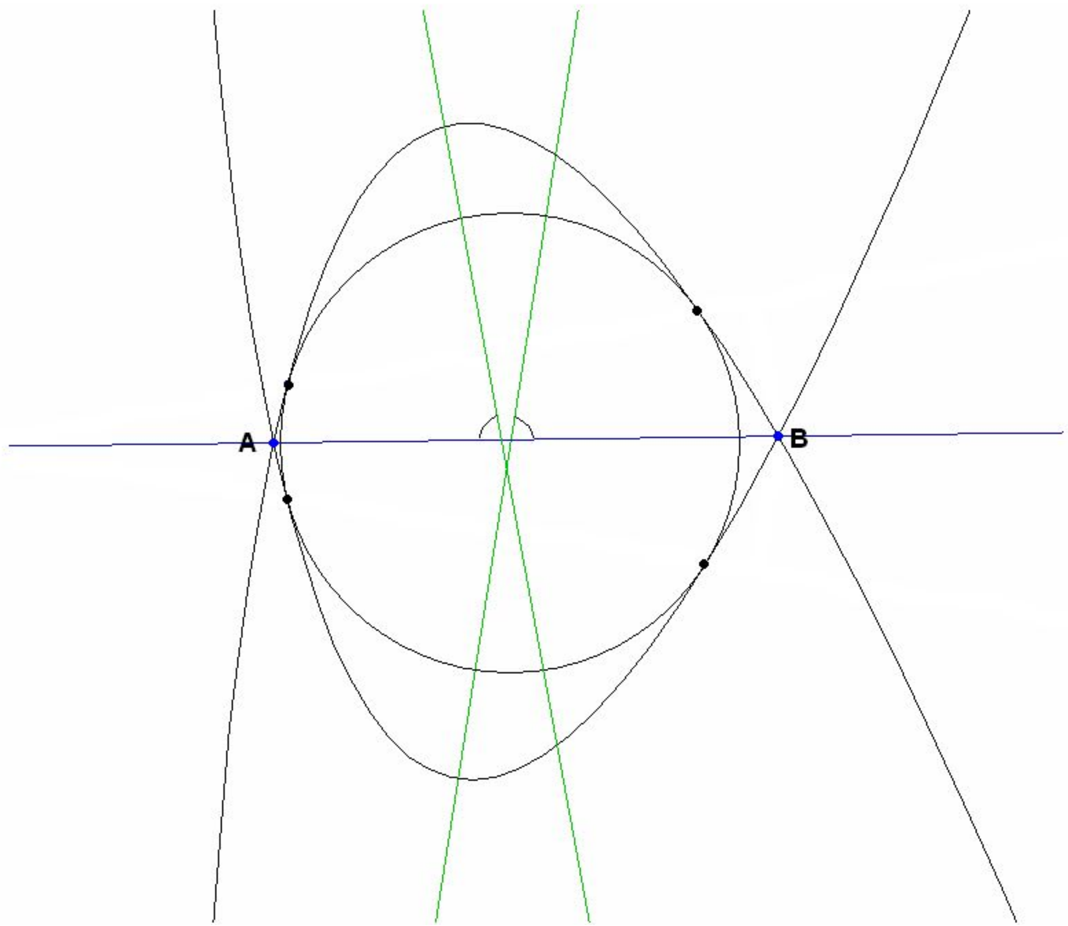




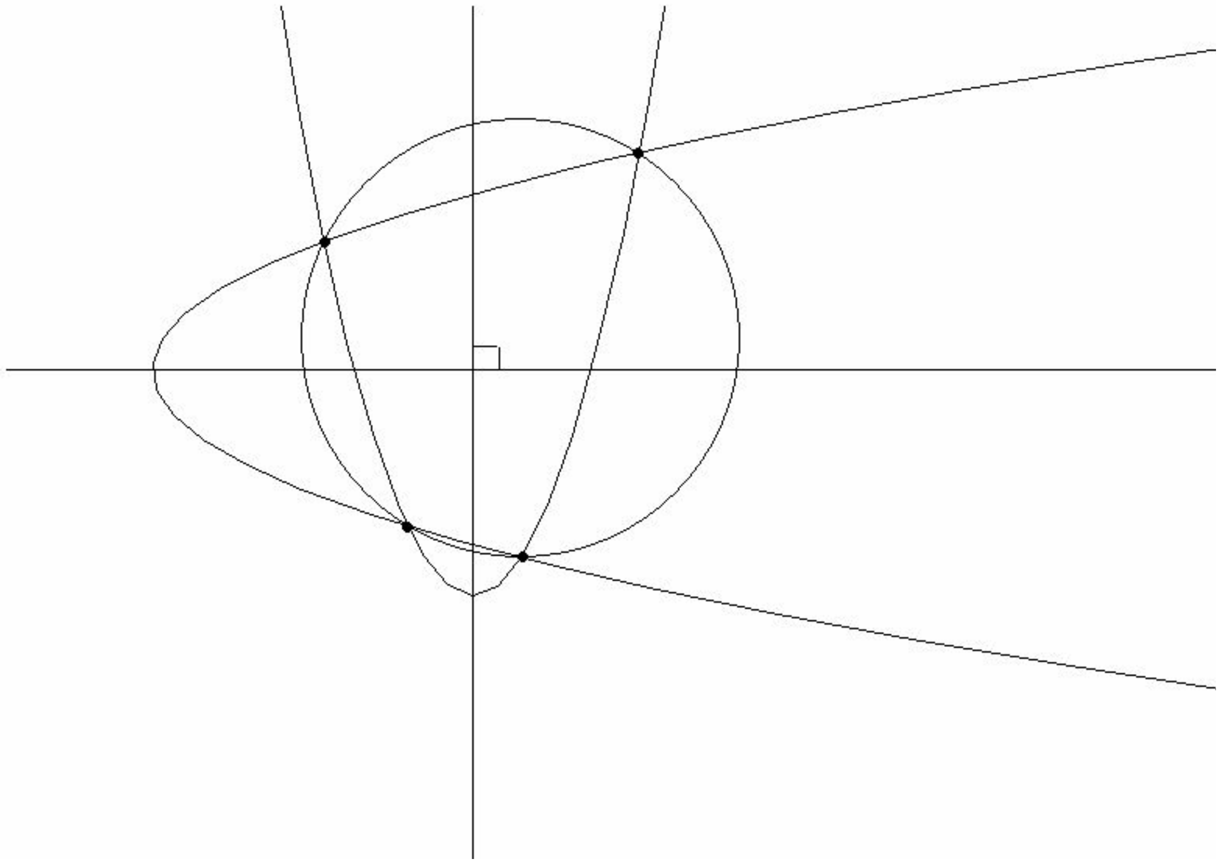
Теорема 1. Параболический четырёхугольник описан вокруг окружности тогда и только тогда, когда его диагонали перпендикулярны.



<u>Теорема 2.</u> Две параболы пересекаются в двух точках *A* и *B.* Окружность, вписанная в обе параболы, существует тогда и только тогда, когда оси парабол образуют равные углы с прямой *AB.*



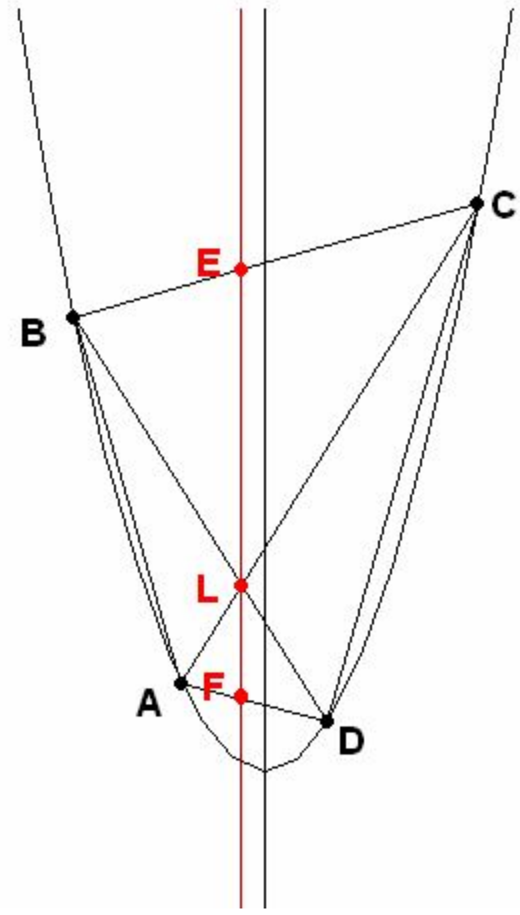
Теорема 3. Параболический четырёхугольник является вписанным (то есть его вершины лежат на одной окружности) тогда и только тогда, когда оси образующих его парабол перпендикулярны.



Теорема 4. Любой параболический четырёхугольник можно перевести аффинным преобразованием во вписанный в окружность и описанный вокруг окружности параболический четырёхугольник.

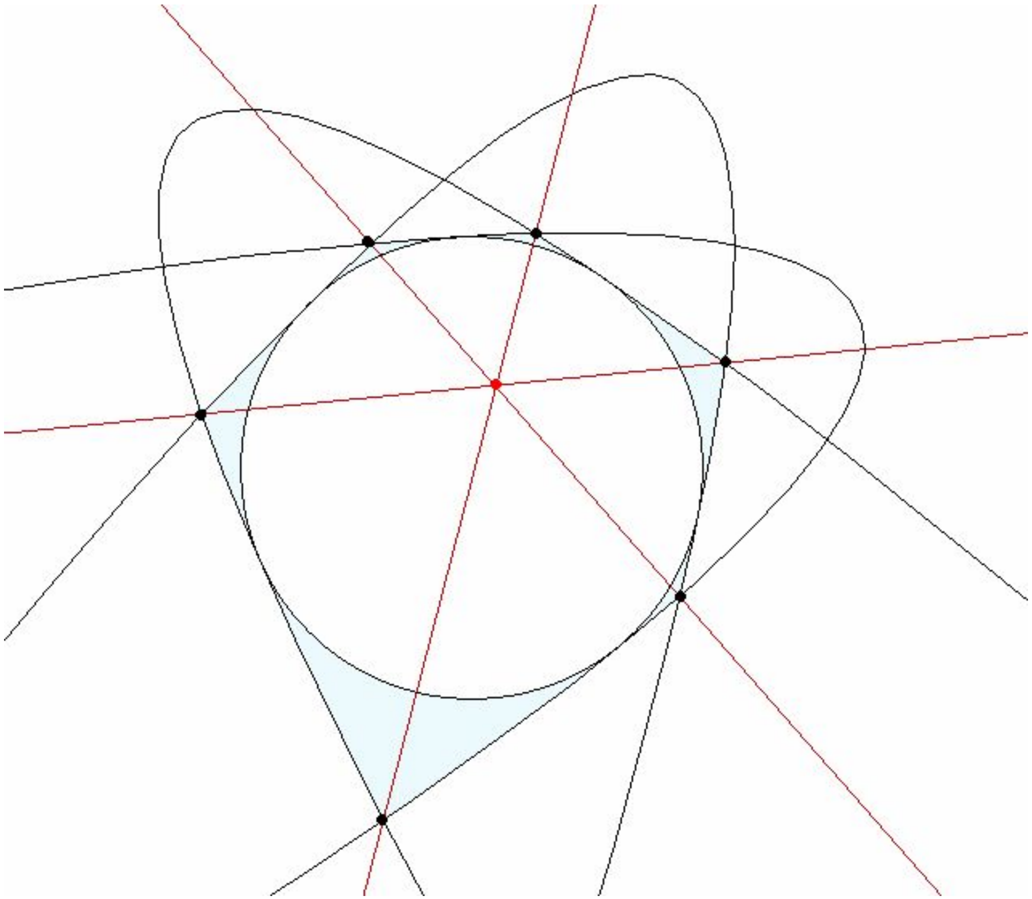
Аффинным называют преобразование плоскости, которое представимо в виде композиции нескольких параллельных проекций. Аффинное преобразование переводит каждую прямую в прямую, а параллельные прямые — в параллельные.

Теорема 5. Если на параболе лежат четыре точки *A, B, C* и *D,* то осевая прямая, связанная с *BC* и *AD,* параллельна оси параболы.

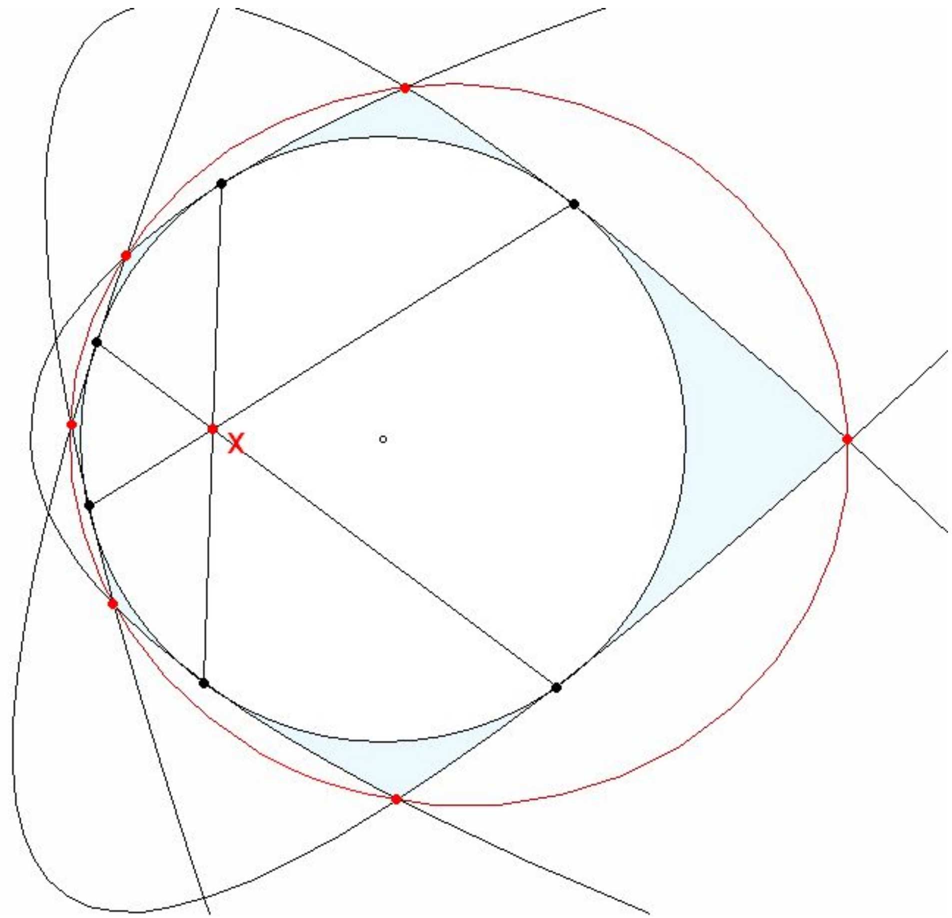


BE* : *EC* = *AF* : *FD

Теорема 6. Диагонали описанного параболического шестиугольника пересекаются в одной точке.

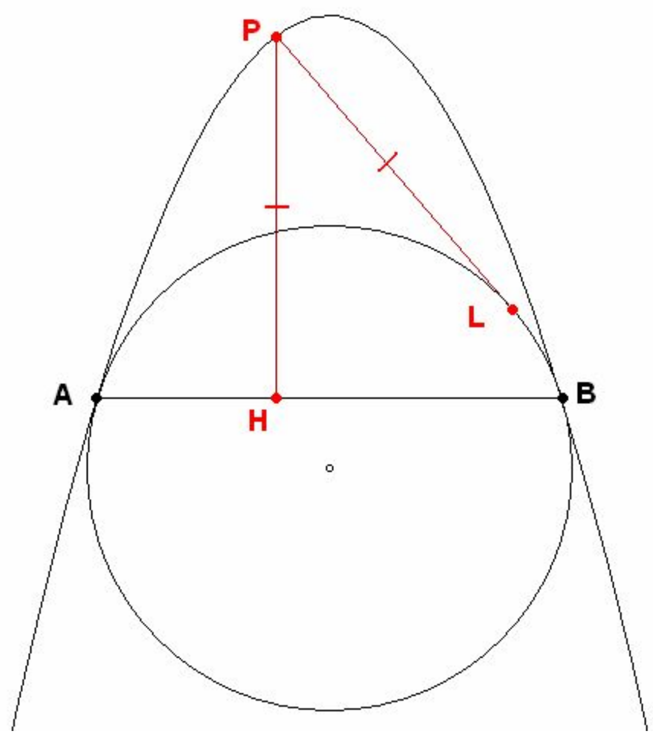


Теорема 7. Если внутри окружности взята точка и через эту точку проведены хорды, делящие плоскость на *2n* равных углов, а через концы каждой хорды проведены параболы, касающиеся (чёрной на рисунке) окружности в *2n* точках, то вершины параболического *2n*-угольника, образованного этими параболами, лежат на (красной) окружности.



Теорема 8. *Если в два параболоида вписана сфера, то точки пересечения параболоидов лежат в двух перпендикулярных плоскостях.*

<u>Основная лемма.</u> Расстояние от любой точки параболы до прямой, проходящей через точки касания вписанной окружности, равно длине касательной, проведённой из этой точки к параболе.



Вывод теоремы 1 из основной леммы. Поскольку каждая из точек *A*, *B*, *C*, *D* равноудалена от (чёрных на рисунке) прямых, проходящих через точки касания, то эти точки лежат на кресте биссектрис.