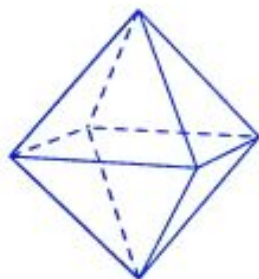
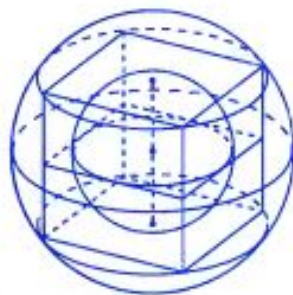
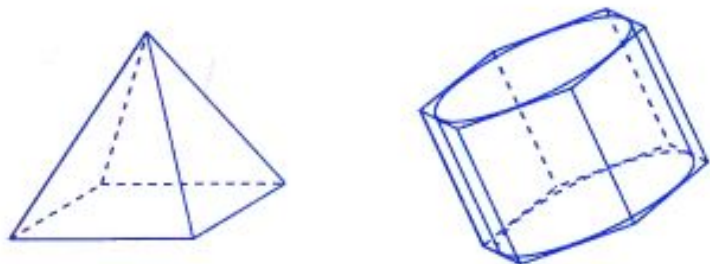


Смирнов В. А.

ГЕОМЕТРИЯ



Стереометрия

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ уровень С часть 1

задачи

№1.

№2.

№3.

№4.

№5.

№6.

№7.

№8.

№9.

№10

№11

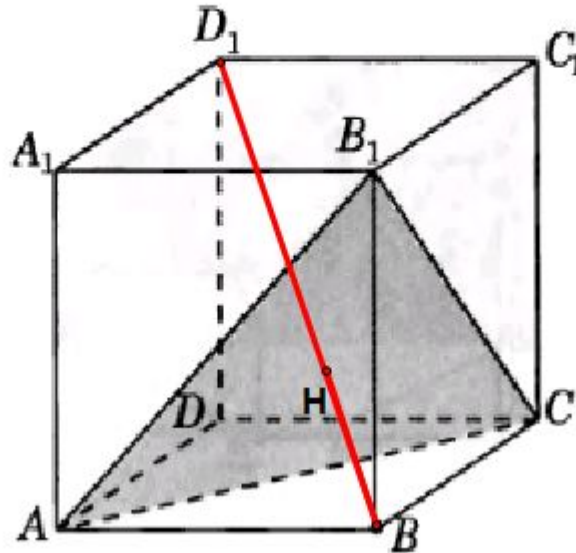
№12

Основные факты

Основная идея

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №1

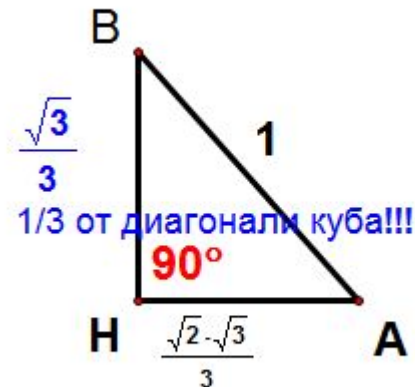
1. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки B до плоскости ACB_1 .



искомое расстояние

$расст.(B;ACB_1)=BH$
где H - центр $\triangle ACB_1$

выносной чертеж



радиус описанной окружности
р/с $\triangle AB_1C$ со стороной $\sqrt{2}$

ОТВЕТ

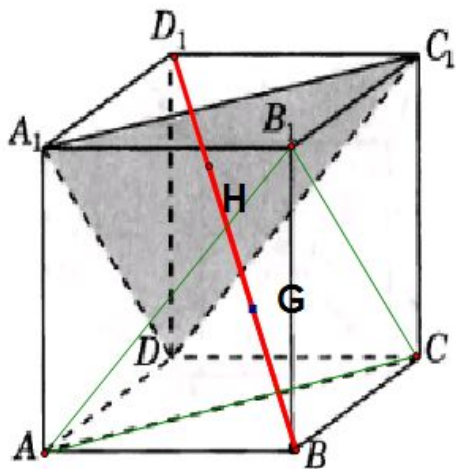
$$расст.(B;ACB_1)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№2

2. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки B до плоскости DA_1C_1 .



дополнительные построения

- 1). Диагональ куба в $\sqrt{3}$ раз больше ребра
- 2). "Треугольные плоскости" перпендикулярны диагонали куба
- 3). "Треугольные плоскости" делят диагональ куба на 3 равные части

искомое расстояние

расст.($B;A_1C_1D$)= BH
где H - центр $\triangle A_1C_1D$

ОТВЕТ

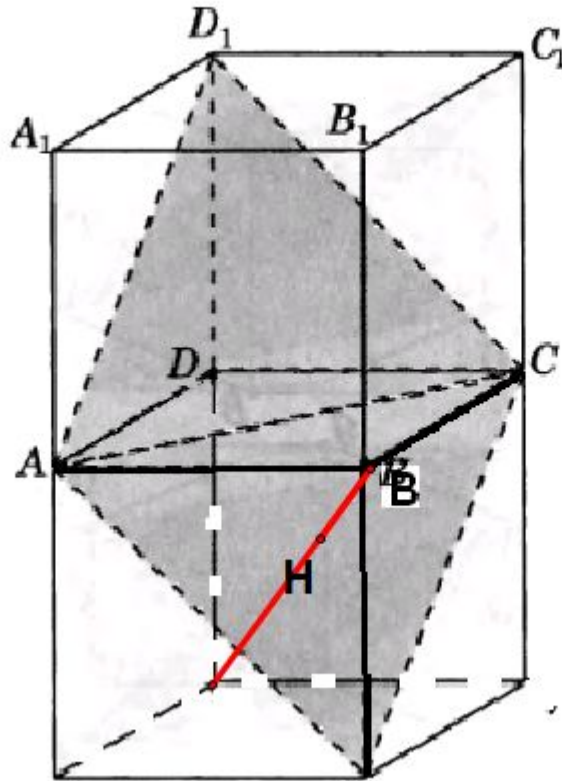
$$\text{расст.}(B;A_1C_1D)=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№3

3. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки B до плоскости ACD_1 .



искомое расстояние

$\text{расст.}(B; ACD_1) = BH$
где H - центр р/с Δ в
дополнительном кубе

$$\text{расст.}(B; ACD_1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

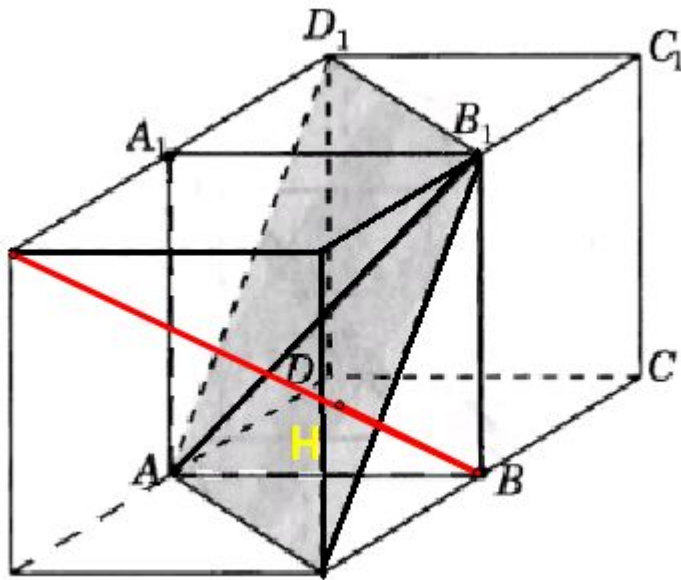
см. №1 *расстояние от вершины до
ближайшей треугольной плоскости*

**ОТВЕ
Т**



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №4

4. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки B до плоскости AB_1D_1 .



**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

$\text{расст.}(B; AB_1D_1) = BH$
где H - центр р/с Δ в
дополнительном кубе

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; AB_1D_1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

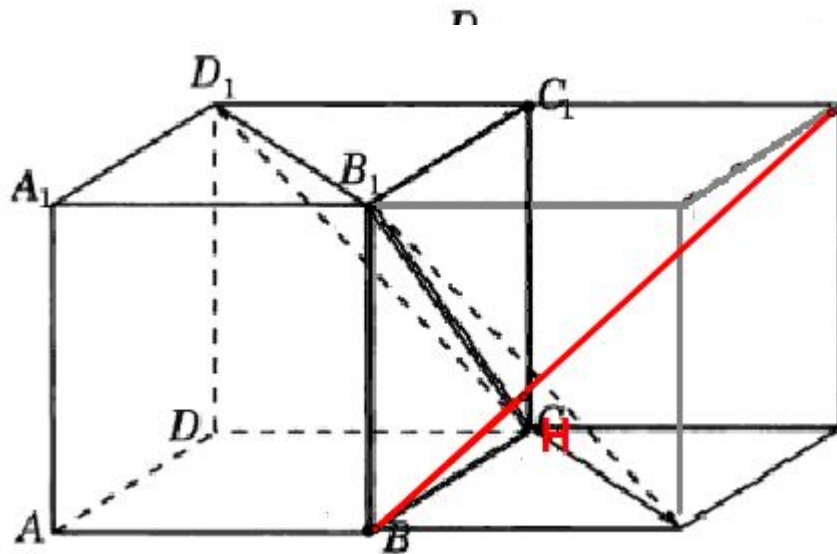
см. №1 *расстояние от вершины до
ближайшей треугольной плоскости*



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№5

5. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки B до плоскости CB_1D_1 .



**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

$расст.(B;CB_1D_1)=BH$
где H - центр р/с Δ в
дополнительном кубе

**ОТВЕ
Т**

$$расст.(B;CB_1D_1)=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

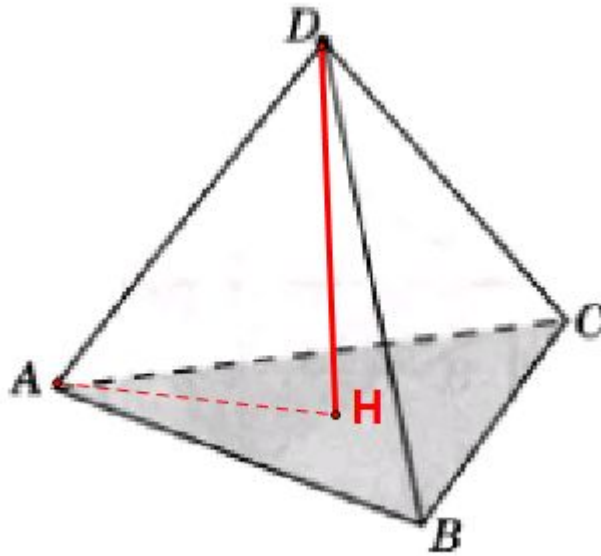
см. №1 расстояние от вершины до
ближайшей треугольной плоскости



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№6

6. В единичном тетраэдре $ABCD$ найдите расстояние от точки D до плоскости ABC .

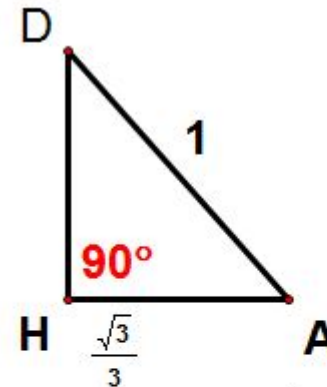


**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

$$\text{расст.}(D;ABC)=DH$$

где H - центр $\triangle ABC$

РЕШЕНИЕ



радиус описанной окружности
р/с $\triangle ABC$ со стороной 1

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(D;ABC)=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$DH=\sqrt{1^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

по т. Пифагора

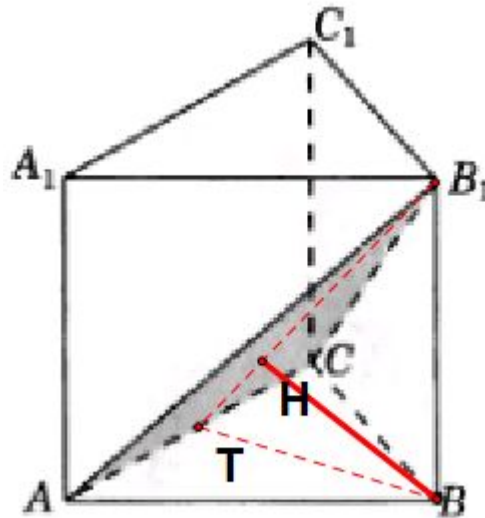


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №7

7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ACB_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

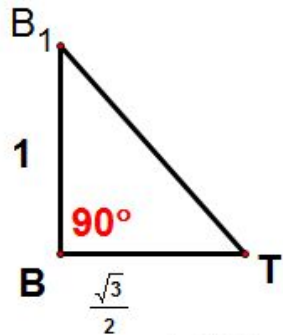
расст.($B; ACB_1$) = BH
где $BH \perp B_1T$
 T - середина AC



**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; ACB_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

РЕШЕНИЕ



высота p/c $\triangle ABC$ со стороной 1

высота прямоугольного \triangle

$$BH = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

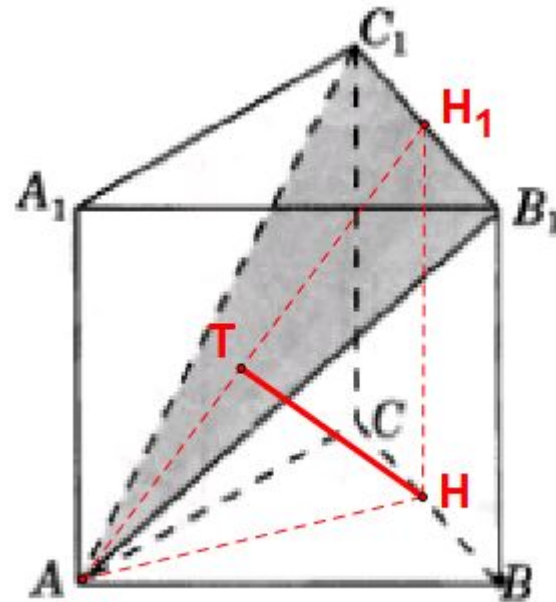
№8

8. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости AB_1C_1 .

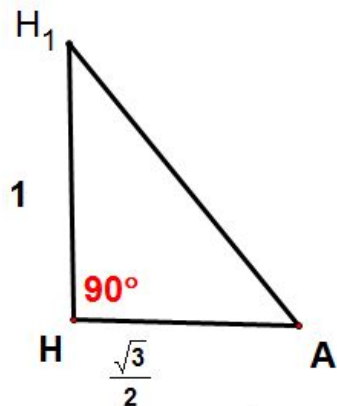
ИСКОМОЕ

Р. $\text{расст.}(B; AB_1C_1) = HT$,
 где H - середина BC
 H_1 - середина B_1C_1
 $HT \perp AH_1$

$CB \parallel AC_1B_1$ (т.к. $CB \parallel C_1B_1$)
 точку B заменили на точку H



РЕШЕНИЕ



высота р/с $\triangle ABC$ со стороной 1

высота прямоугольного \triangle

$$HT = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

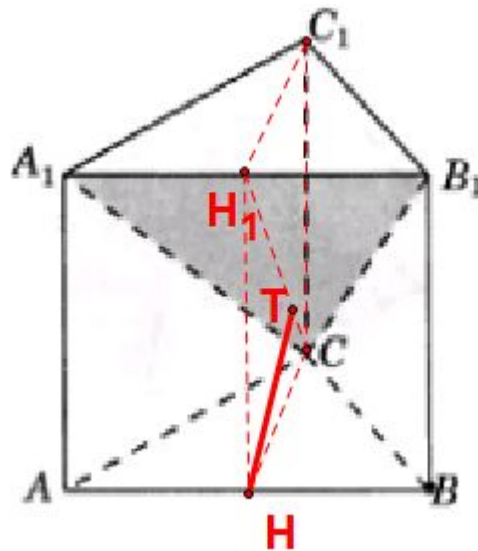
ОТВЕ
Т

$$\text{расст.}(B; AB_1C_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №9

9. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости CA_1B_1 .



**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

$расст.(B;CB_1A_1)=HT$,

где H - середина AB

H_1 - середина A_1B_1

$HT \perp CH_1$

решение аналогично №8

**ОТВЕ
Т**

$$расст.(B;CB_1A_1)=\frac{\sqrt{21}}{7}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№10

10. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости SAD .

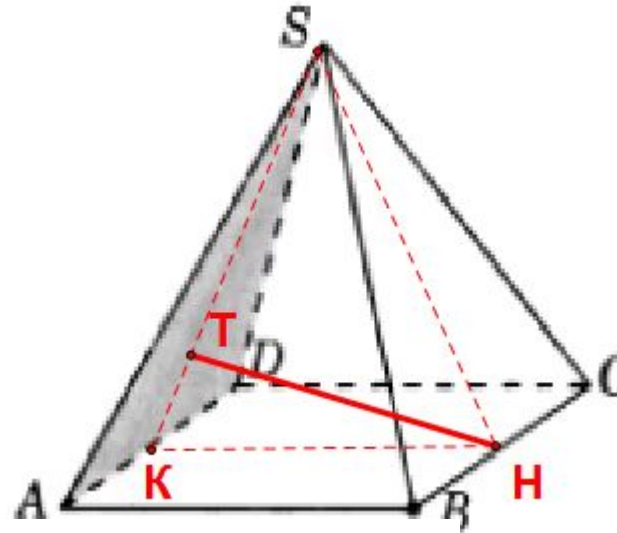
**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

$\text{расст.}(B;SAD)=HT$,
где H - середина BC
 K - середина AD
 $HT \perp SK$

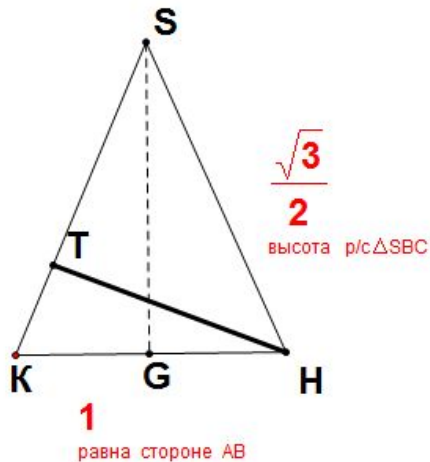
$CB \parallel SAD$ (т.к. $CB \parallel AD$)
точку B заменили на точку H

ОТВЕ

$$\text{расст.}(B;SAD) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



РЕШЕНИЕ



$$1). SG = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

по т.Пифагора

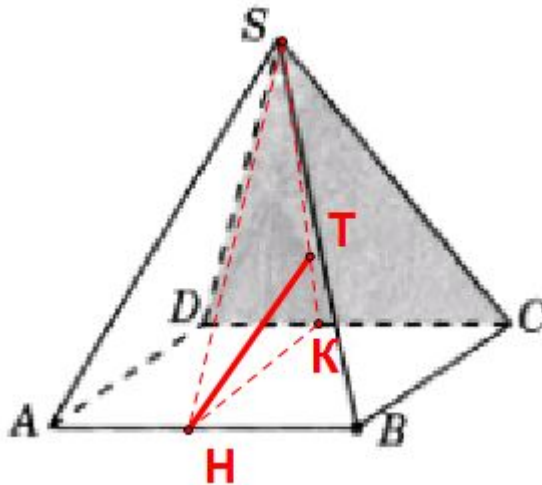
$$2). SG \cdot KH = HT \cdot SK$$

"площадной подход"

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = HT \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad HT = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №11

11. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости SCD .



**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

расст.(B ; SDC) = HT ,
где H - середина AB
 K - середина DC
 $HT \perp SK$

решение аналогично №10

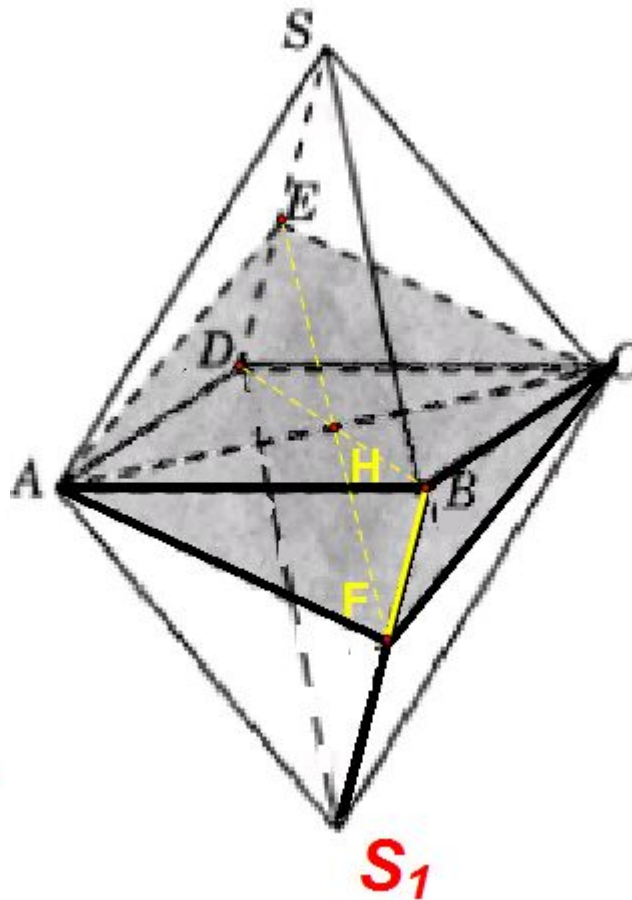
**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; SCD) = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №12

12. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, точка E — середина ребра SD . Найдите расстояние от точки B до плоскости ACE .



ИСКОМОЕ

расст.(B ; ACE) = BF
где H - центр квадрата $ABCD$
 $BF \perp EH$

F - середина BS_1 !!!

$BF \perp EH$ (по свойству квадрата SBS_1D)

$BF \perp AC$ (т.к. $AC \perp$ квадрату $DSBS_1$, а значит любой прямой в плоскости квадрата)

$EH; AC$ задают плоскость ACE

ОТВЕ

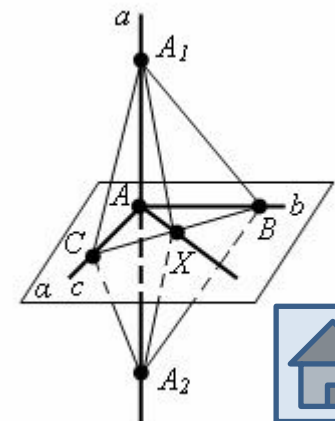
Т

$$\text{расст.}(B; ACE) = \frac{1}{2}$$



СПИСОК ВОПРОСОВ ТЕОРИИ (10 класс)

1. Определение прямой, перпендикулярной плоскости
2. Признак перпендикулярности прямой и плоскости
3. Теорема о связи параллельности и перпендикулярности двух прямых и плоскости
4. Теорема о связи параллельности и перпендикулярности двух плоскостей и прямой
5. Теорема о трех перпендикулярах
6. Теорема о расстоянии от прямой до параллельной ей плоскости
7. Свойство диагонали куба



перпендикуляра

к плоскости α , проходящего через точку

1. Найти плоскость β , проходящую через заданную точку B и перпендикулярную к какой-либо прямой c плоскости α
2. В найденной плоскости β ,
(в ней все прямые перпендикулярны выделенной прямой c)

построить прямую, проходящую через заданную точку B перпендикулярно к какой-либо другой прямой b данной плоскости α

