

Комплексные числа и арифметические операции над НИМИ.

i — мнимая единица

$$i^2 = -1$$

$$N \subset Z \subset G \subset R \subset C$$

- N множество натуральных чисел;
- Z множество целых чисел;
- G множество рациональных чисел;
- R множество действительных чисел;
- C множество комплексных чисел.

Комплексным числом называют
сумму действительного числа и
чисто мнимого числа и
обозначают

$$z = a + bi$$

где i – мнимая единица,
 a и b - действительные числа.

Два комплексных числа называются равными, если равны их действительные и мнимые части, т.е.

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow a = c, b = d$$

Суммой (разностью) двух
КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ является
КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО:

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= a + bi + c + di = \\ &= (a + c) + (b + d)i \end{aligned}$$

Произведением комплексных чисел является комплексное число:

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

$$z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di) =$$

$$= ac + bci + adi + bdi^2 =$$

$$= (ac - bd) + (bc + ad)i$$

Если у комплексного числа
сохранить действительную часть
и поменять знак у мнимой части,
то получится комплексное число,
сопряженное данному, которое
обозначается

$$z = a + bi \quad \text{комплексное число;}$$

$$\bar{z} = a - bi \quad \text{сопряженное число.}$$

Для того, чтобы разделить два комплексных числа, нужно делимое и делитель умножить на число, сопряженное делителю, т.е.

$$\begin{aligned}\frac{a + bi}{c + di} &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \\ &= \frac{ac + bci - adi - bdi^2}{c^2 - (di)^2} = \\ &= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}\end{aligned}$$