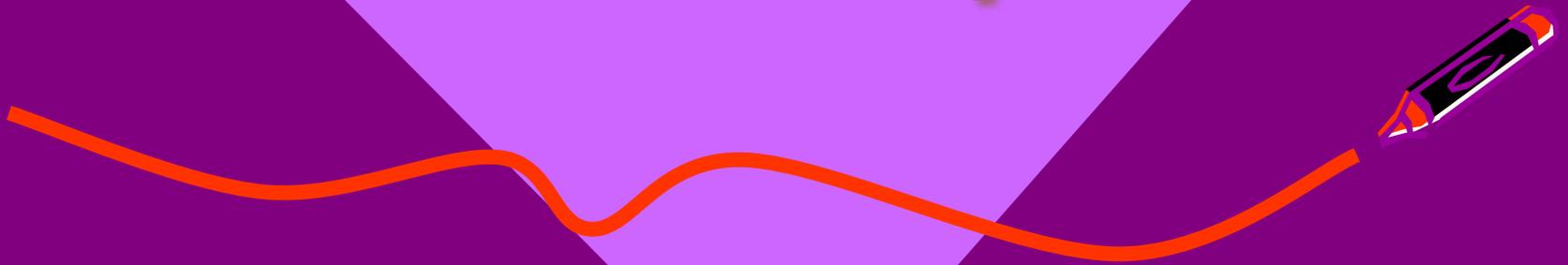


Векторы!!



# ПОНЯТИЕ ВЕКТОРОВ

Многие физические величины, например сила, скорость, характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве.



Такие  
физические  
величины  
называются

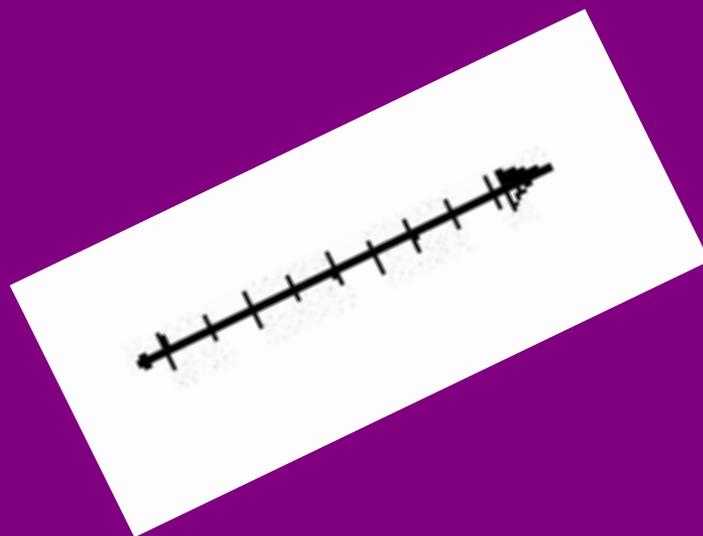
НАПРАВЛЕННЫМ ОТРЕЗКОМ

*или*

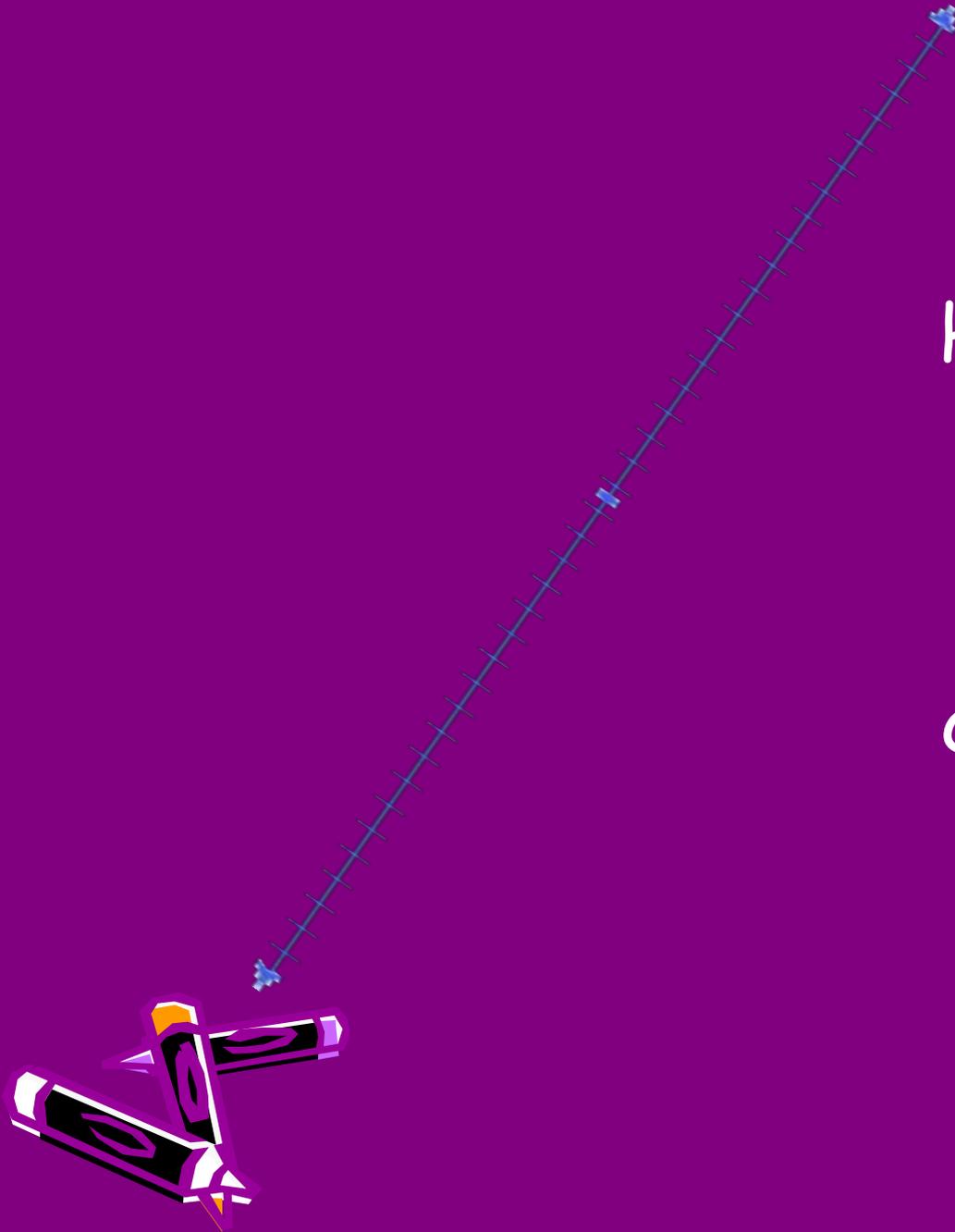
ВЕКТОРОМ



Рассмотрим  
произвольный  
отрезок. Его  
концы  
называются  
граничными  
точкам отрезка.



На отрезке  
можно указать  
два  
направления:  
от одной точки к  
другой и  
наоборот.



Чтобы выбрать одно из  
направлений,  
одну граничную точку  
отрезка  
назовем *началом*  
*отрезка,*



а другую – *концом* и  
будем считать, что  
отрезок направлен от  
начала к концу.



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Отрезок, для которого  
указано,

какая из его граничных точек  
считается началом,  
а какая – концом,

называется

**НАПРАВЛЕННЫМ ОТРЕЗКОМ**

ИЛИ

**ВЕКТОРОМ.**



На рисунках  
вектор  
изображается  
отрезком со  
стрелкой,  
показывающей  
направление  
вектора.





Векторы обозначают  
двумя заглавными  
латинскими буквами  
со  
стрелкой над ними,  
например  $\overrightarrow{AB}$ .



Первая буква  
обозначает  
начало вектора,  
вторая - конец.



Векторы часто  
обозначают и одной  
строчной латинской  
буквой со стрелкой  
над ней:  $a$ ,  $b$ ,  $c$



Любая точка  
плоскости также  
является  
вектором.  
В этом случае  
вектор называется  
НУЛЕВЫМ.



Начало нулевого  
вектора совпадает с  
его концом, на  
рисунке такой  
вектор  
изображается  
одной точкой.



Если точка, изображающая нулевой вектор, обозначена буквой  $M$ , то данный нулевой вектор можно обозначить так:  $\vec{MM}$ .



Нулевой вектор  
обозначается также  
символом  $0$ .



Длина вектора  $AB$

(вектора  $a$ )

обозначается

так:  $|AB|$  ( $|a|$ ). Длина

нулевого вектора

считается равной 0:  $|0| =$

0



Длиной или модулем  
ненулевого вектора  $AB$   
называется длина отрезка  $AB$ .



# Равенство векторов

Ненулевые векторы  
называются

Коллинеарными,  
если они лежат либо  
на одной, либо на  
параллельных прямых;



Нулевой вектор  
считается  
коллинеарным  
любому  
вектору.



Если два  
ненулевых вектора  
 $a$  и  $b$  коллинеарны, то  
они могут быть  
направлены либо  
одинаково, либо  
противоположно.



В первом случае  
векторы  $a$  и  $b$   
называются

сонаправленными,  
а во втором –

противоположно  
направленными



Сонаправленность  
векторов  $a$  и  $b$   
обозначается  
следующим  
образом:  $a \parallel b$ .





Если же векторы  
 $a$  и  $b$

противоположны  
и направлены,  
то это  
обозначают так:

$$a \hat{=} b$$



Начало нулевого  
вектора совпадает  
с его концом,  
поэтому нулевой  
вектор не имеет  
какого - либо  
определенного  
направления.



Нулевой вектор  
сонаправлен с  
любым  
вектором.



Векторы называются

**Равными**

если они сонаправлены

и их длины равны.



# Отложение вектора от данной точки

От любой точки  
М можно  
отложить вектор,  
равный данному  
вектору  $a$ , и  
притом только  
один.

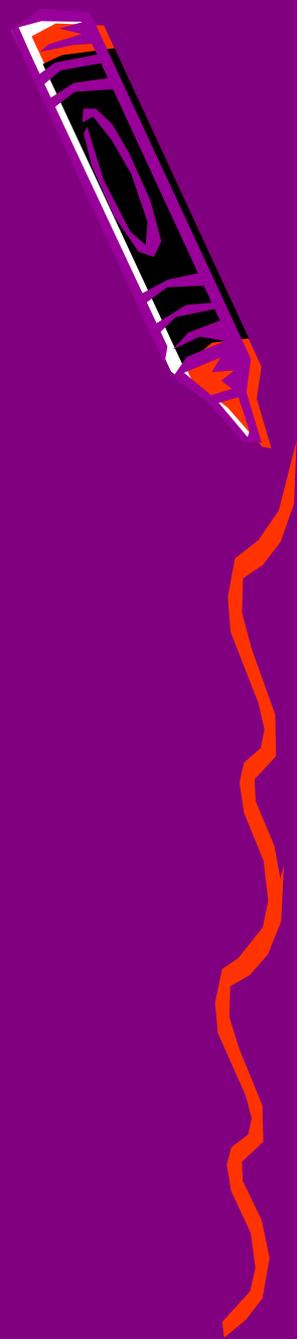


# Замечание.

Равные векторы,  
отложенные от  
разных точек, часто  
обозначают одной и  
той же буквой.



Иногда  
про такие векторы говорят,  
что это один и тот же  
вектор,  
но отложенный от разных  
точек.



# Сложение и вычитание Векторов

## Сумма двух Векторов



# Правило Треугольника

Пусть  $a$  и  $b$  два вектора. Отметим точку  $A$  и отложим от этой точки вектор  $AB$ , равный  $a$ .



Затем от точки  $B$   
отложим вектор  $BC$ ,  
равный  $b$ . Вектор  $AC$   
называется  
СУММОЙ ВЕКТОРОВ  
 $a$  и  $b$ .

Сумма векторов  
 $a$  и  $b$   
обозначается так:  
 $a+b$ .



Складывая по  
правилу  
треугольника  
произвольный  
вектор  $a$  с  
нулевым  
вектором,

получаем, что  
для  
любого вектора  $a$   
справедливо  
равенство  
 $a+0=a$



Правило  
треугольника можно  
сформулировать  
также следующим  
образом:

если  $A, B$  и  $C$  -  
произвольные точки,  
то  $AB+BC=AC$

Правило  
треугольника  
работает и для  
**КОЛЛИНЕАРНЫХ**  
векторов



# Правило Параллелограмма

## План построения.

1. От произвольной точки плоскости отложим вектор  $MN$ , равный вектору  $a$  и вектор  $MK$ , равный вектору  $b$ .





2. Построим до  
параллелограмма  
 $MNPQ$ .

3. Суммарный вектор -  
вектор  $MP$  -  
ДИАГОНАЛЬ пар-мма.



Правило  
параллелограмма  
не работает для  
коллинеарных  
векторов.





Для любых векторов  $a$ ,  $b$  и  $c$  справедливы равенства:

1.  $a+b=b+a$

(переместительный закон)

2.  $(a+b)+c=a+(b+c)$

(сочетательный закон)



# Правило Многоугольника

## План построения

1. От произвольной точки плоскости отложим вектор  $a$ , з-м от конца  $a$  отложим вектор, равный вектору  $b$  и т.д.

(последовательно)



2. Суммарный  
вектор - вектор,  
проведенный из  
начала первого в  
конец последнего.



# Вычитание Векторов

Разностью векторов  $a$  и  $b$  называется такой вектор, сумма которого с вектором  $b$  равна вектору  $a$ .



# 1 способ

## План построения

1. От произвольной точки плоскости отложим вектор  $OA$ , равный  $a$  и вектор  $OB$ , равный  $b$ .



2. Вектор  
разности  $a-b$  - это  
вектор  $BA$

$$a - b = c$$
$$c + b = a$$



2 способ.

Противоположные Векторы -  
противоположнонаправлены и  
равны по длине.

Для ЛЮБЫХ векторов  $a$  и  $b$   
справедливо равенство

$$a - b = a + (-b)$$



# Умножение Вектора на Число

Произведение ненулевого вектора  $a$  на число  $k$

называется вектор, модуль которого

равен  $|k| \cdot |a|$ , а направление совпадает с  $a$ , если  $k > 0$  и противоположно, если  $k < 0$ .





Из определения  
следует, что:

- 1) Произведение  
любого вектора на  $0$   
есть нулевой вектор;
- 2) Для любого числа  $k$  и  
любого  
вектора  $a$  векторы  $a$  и  
 $ka$  коллинеарны.



Для любых  
чисел  $k, l$  и  
любых векторов  
 $a, b$   
справедливы  
равенства:

1.  $(kl)a = k(la)$   
(сочетательный закон).

2.  $(k+l)a = ka + la$  (первый  
распределительный  
закон).

3.  $k(a+b) = ka + kb$  (второй  
распределительный  
закон)





КОНЕЦ