

**МОУ СОШ № 5 – «Школа здоровья и развития»
г. Радужный**

Подобные треугольники

**Автор: Семенова Елена
Юрьевна**

Пропорциональные отрезки

Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, т.е.

$$\frac{AB}{CD}$$

Говорят, что отрезки AB и CD

пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1 , если

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$$

Подобные фигуры

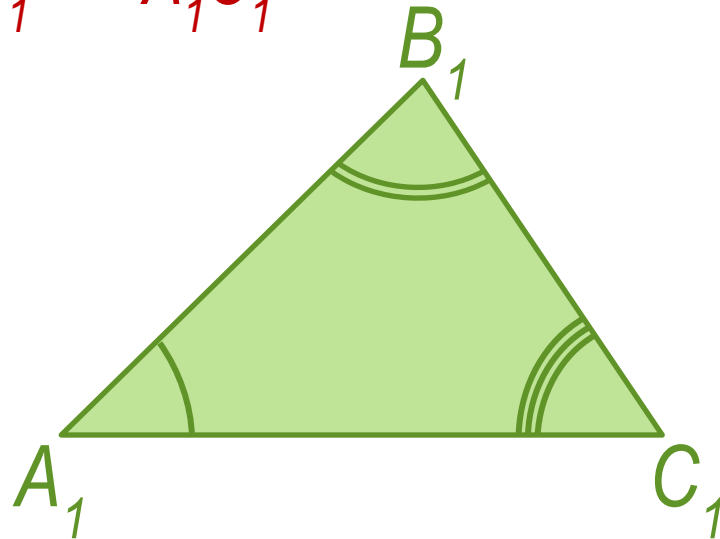
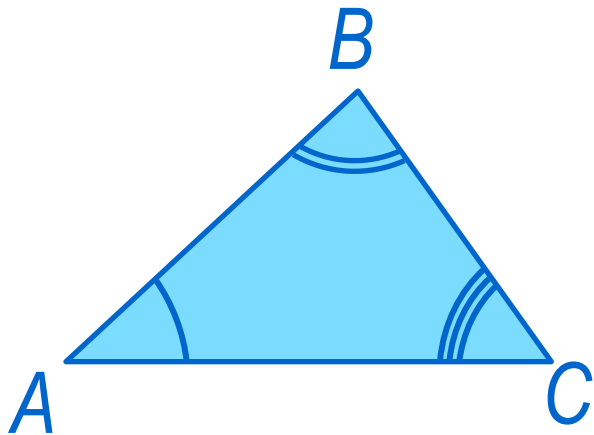


Подобные треугольники

Два треугольника называются **подобными**, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны **сходственным** сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C = \angle C_1 \quad (1)$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k \quad (2)$$

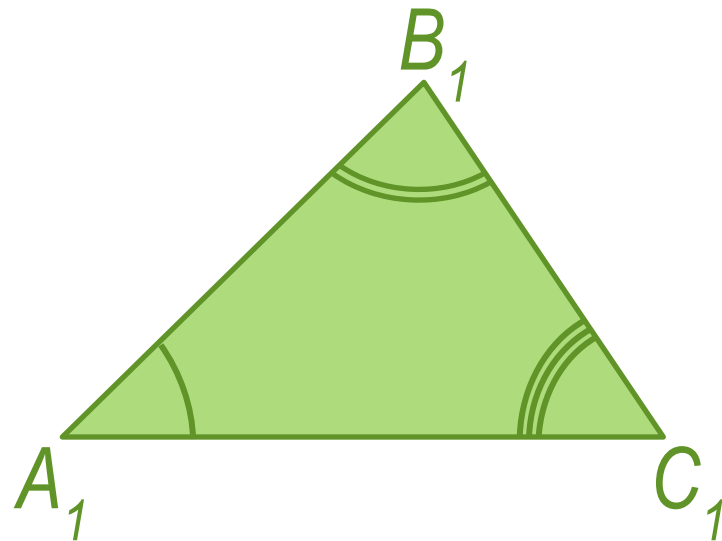
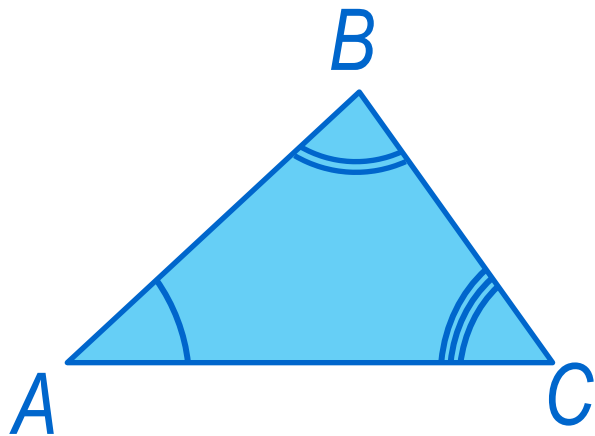


Подобные треугольники

$$\begin{aligned} \angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1; \angle C \\ = \angle C, \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k \end{aligned}$$

k – коэффициент подобия

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Отношение площадей подобных треугольников

Теорема

Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
 k – коэффициент подобия

Доказать: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = k^2$

Доказательство: Т.к. $\angle A = \angle A_1$, то по теореме об отношении площадей треугольников

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1}$$

По формуле (2) $\frac{AB}{A_1B_1} = k$; $\frac{AC}{A_1C_1} = k \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = k^2$

Свойство биссектрисы треугольника

Утверждение

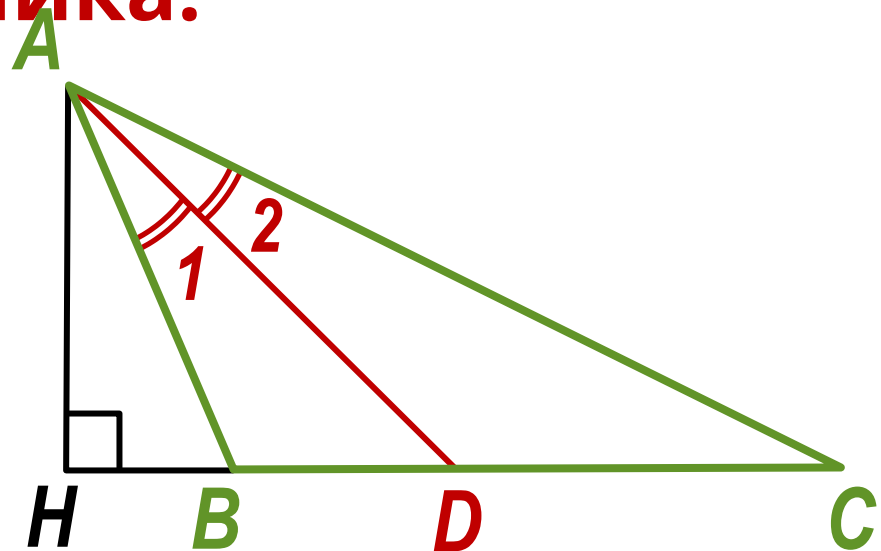
Биссектриса треугольника делит противоположащую сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

Дано: $\triangle ABC$

AD – биссектриса

AH – высота

Доказать: $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$



Свойство биссектрисы треугольника

Доказать: $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$.

Доказательство: Т.к. $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$ имеют общую высоту

АН, поэтому $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BD}{CD}$ (1).

С другой стороны, эти же треугольники имеют равные

углы ($\angle 1 = \angle 2$),
поэтому $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD} = \frac{AB}{AC}$ (2).

Из равенств (1) и (2) получаем $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$.

Ч.т.д.

Самостоятельная работа

Вариант 1

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle KMN$;
 $\angle B = \angle M$; $\angle C = \angle N$; $\angle A = 30^\circ$;
 $AC = 3\text{ см}$; $MN = 4\text{ см}$; $KN = 6\text{ см}$.

Найти: а) BC ; $\angle K$;
б) $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle KMN}}$

в) отношение, в котором биссектриса угла C делит сторону AB .

Вариант 2

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$;
 $\angle B = \angle Q$; $\angle C = \angle R$; $\angle A = 40^\circ$;
 $AB = 6\text{ см}$; $PR = 4\text{ см}$; $PQ = 3\text{ см}$.

Найти: а) AC ; $\angle P$;
б) $\frac{S_{\triangle PQR}}{S_{\triangle ABC}}$

в) отношение, в котором биссектриса угла P делит сторону RQ .

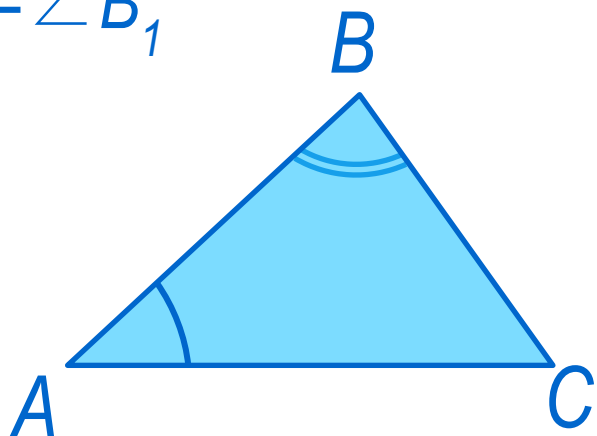
Первый признак подобия треуголь

Теоре

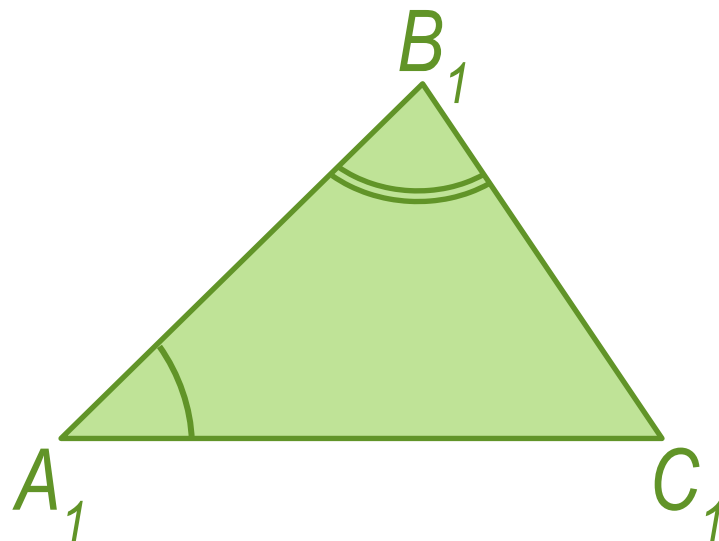
Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$;

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle A_1; \angle B \\ &= \angle B_1 \end{aligned}$$



Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



Первый признак подобия треугольн

Доказательство:

По теореме о сумме углов треугольника

$$\left. \begin{array}{l} \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \\ \angle C_1 = 180^\circ - (\angle A_1 + \angle B_1) \end{array} \right| \Rightarrow \angle C = \angle C_1$$

Таким образом, $\angle A = \angle A_1$; $\angle B = \angle B_1$; $\angle C = \angle C_1$.

Тогда по теореме об отношении площадей треугольников

$$\begin{aligned} \text{из } \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} &= \frac{AB \cdot AC}{A_1B_1 \cdot A_1C_1} = \frac{CA \cdot CB}{C_1A_1 \cdot C_1B_1} = \frac{BA \cdot BC}{B_1A_1 \cdot B_1C_1} \Rightarrow \\ &\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \quad \text{Ч.т.д.} \end{aligned}$$

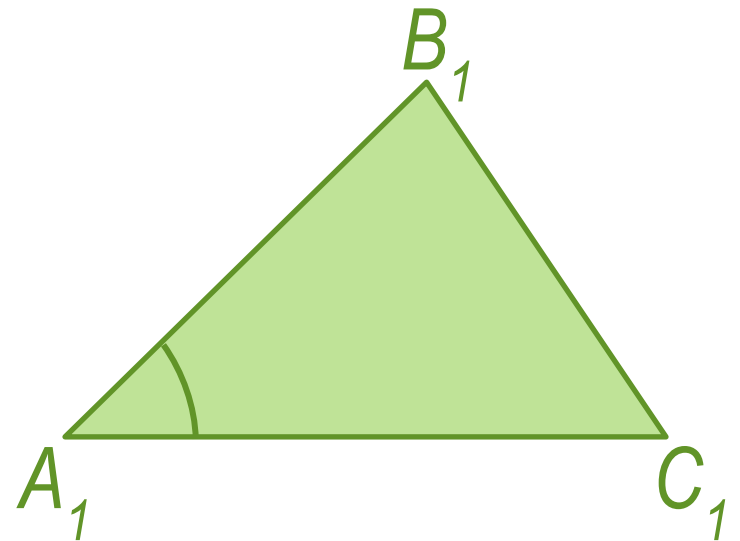
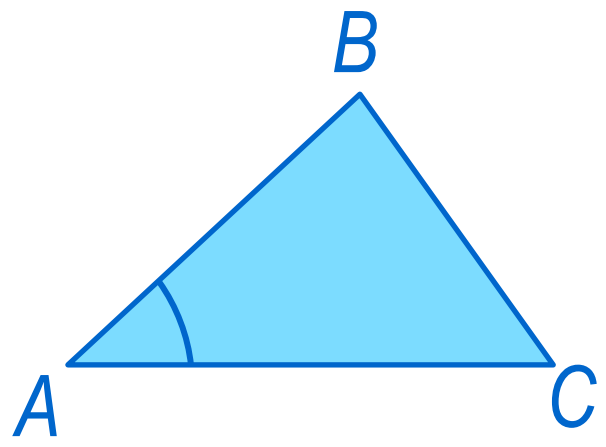
Второй признак подобия треуголь

Теоре

Если ~~два~~ стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие ~~треугольники подобны.~~

Дано: $\triangle ABC; \triangle A_1B_1C_1;$
 $\angle A = \angle A_1; \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$



Третий признак подобия треуголь

Теоре

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$; $\triangle A_1B_1C_1$;

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

