П И Ф А Г О Р

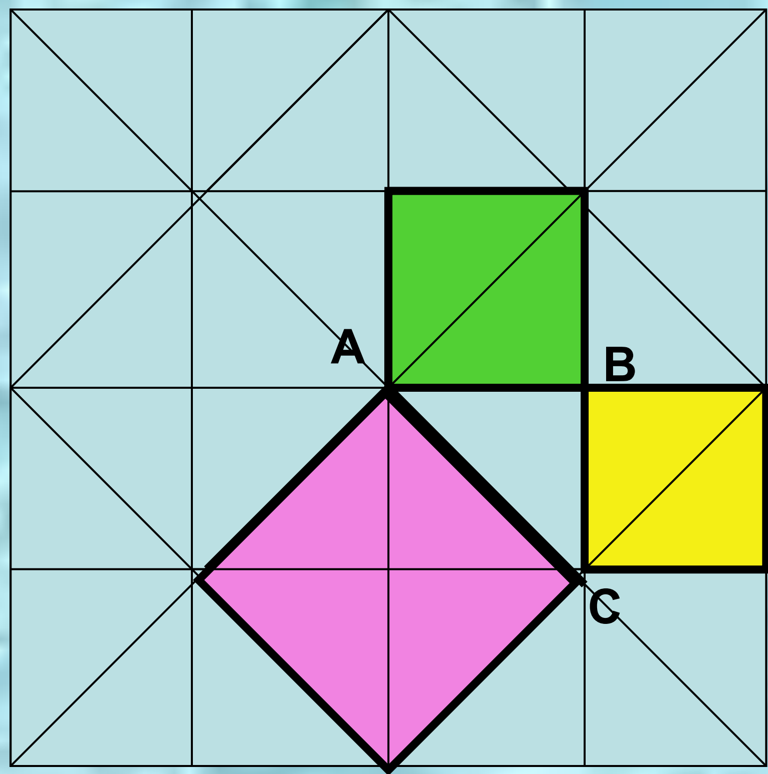
Древнегреческий философ и математик, прославившийся своим учением о космической гармонии и переселении душ. Предание приписывает Пифагору доказательство теоремы, носящей его имя. Великий Пифагор родился в 576 году до нашей эры. Прожив 80 лет, умер в 496 году до нашей эры. Известен как древнегреческий философ и педагог. Был сыном торговца Мнесарха, который брал его часто в свои поездки, благодаря которым у мальчика развились любознательность и желание познать новое. Пифагор – это прозвище, данное ему за красноречие (“Пифагор” - значит “убеждающий речью”). Вся жизнь Пифагора – легенда, дошедшая до нашего времени и рассказавшая нам о талантливейшем человеке древнего мира.

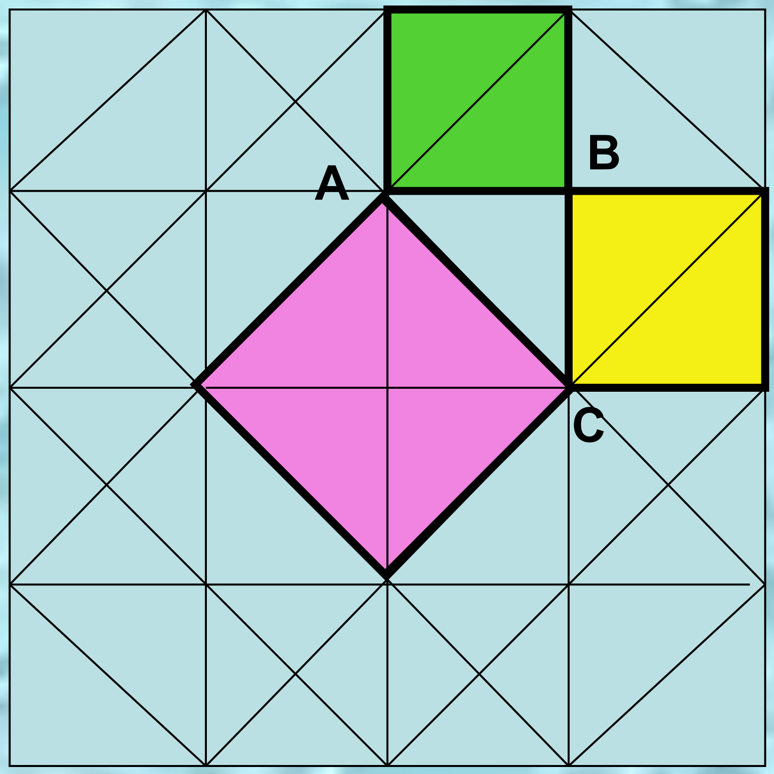
История открытия теоремы

- Обычно открытие теоремы Пифагора приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору (VI в. до н. э.). Но изучение вавилонских клинописных таблиц и древнекитайских рукописей (копий еще более древних манускриптов) показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора, возможно, за тысячелетия до него. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он открыл доказательство этой теоремы Геометрия у индусов, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около XVIII века до н. э., также о ней было известно и в древнеиндийском геометрическо - теологическом трактатеVII-V вв. до н. э. «Сульва сутра» («Правила верёвки»).
- Но несмотря на все эти доказательства, имя Пифагора столь прочно сплавилось с теоремой Пифагора, что сейчас просто невозможно представить, что это словосочетание распадётся.

Способы доказательства теоремы Пифагора

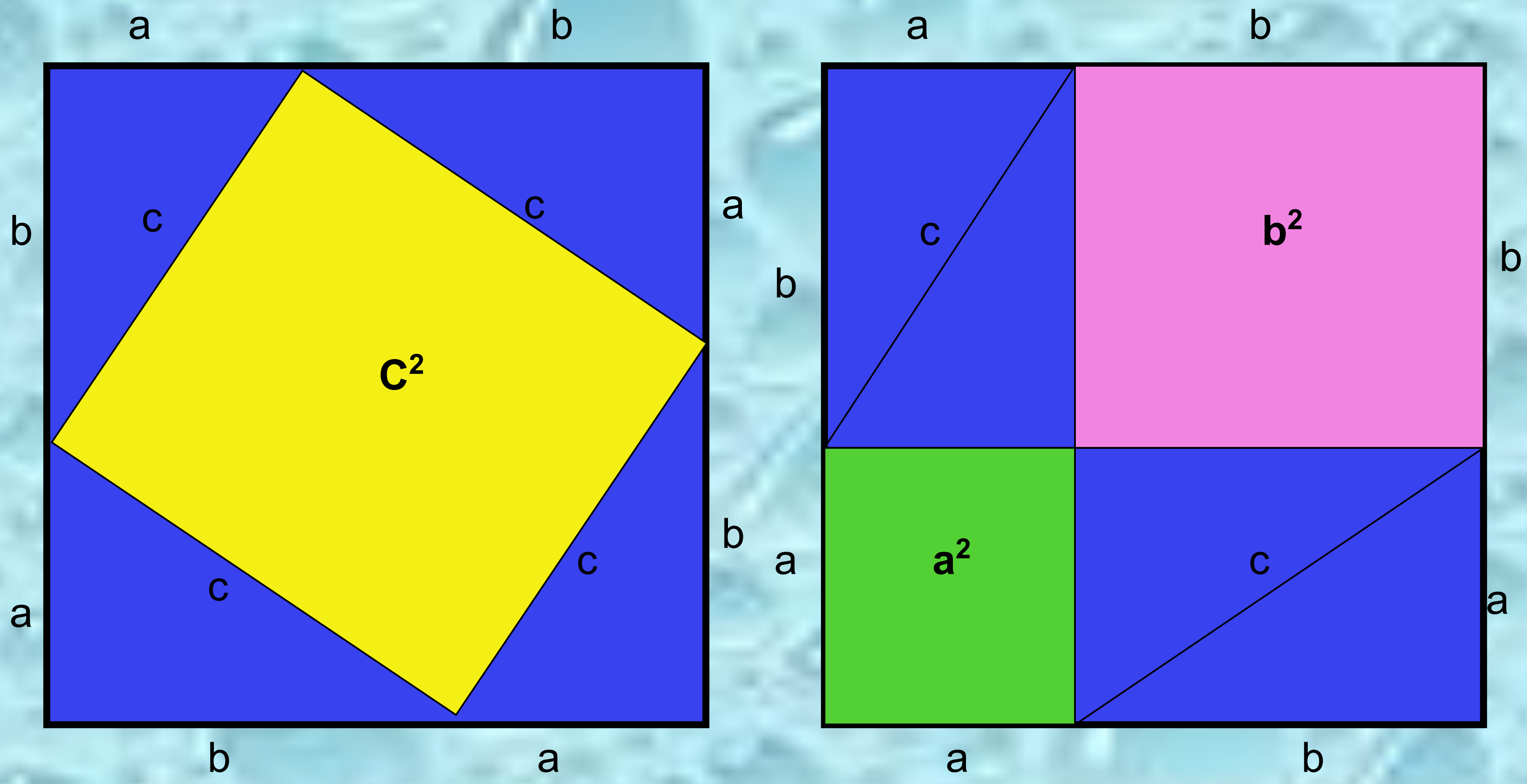
Да, путь познания не гладок.
Но знайте вы со школьных лет:
Загадок больше, чем разгадок
И поискам предела нет!





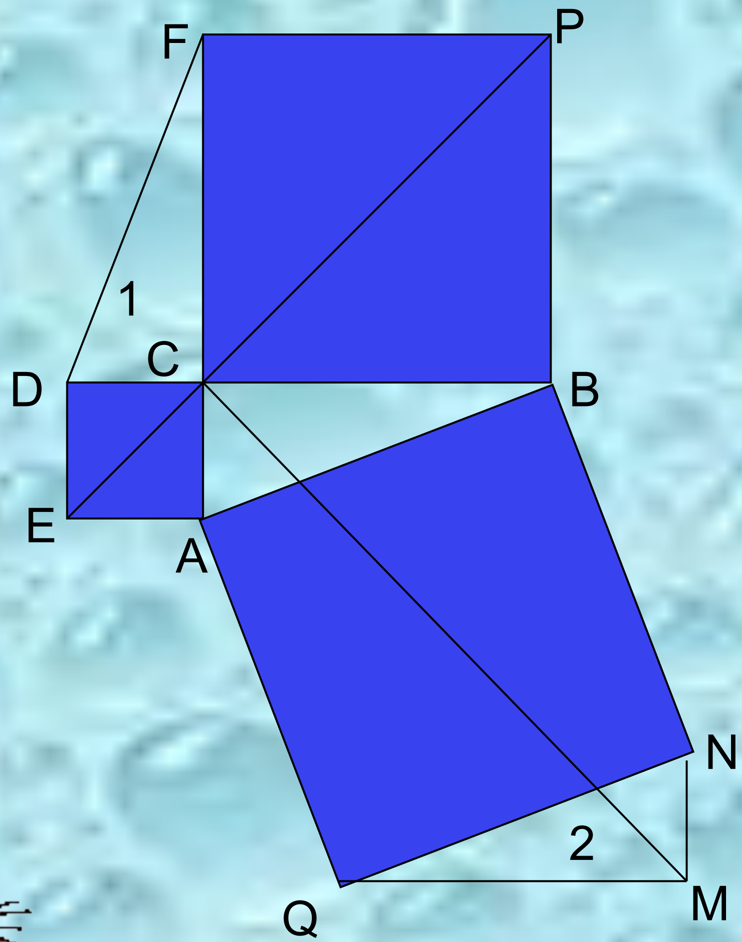
Простейшее доказательство

Достаточно взглянуть на мозаику из цветных треугольников и квадратов, чтобы убедиться в справедливости теоремы для треугольника ABC: квадрат, построенный на гипотенузе, содержит четыре треугольника, а на каждом катете построен квадрат, содержащий два треугольника.



Равновеликость фигур

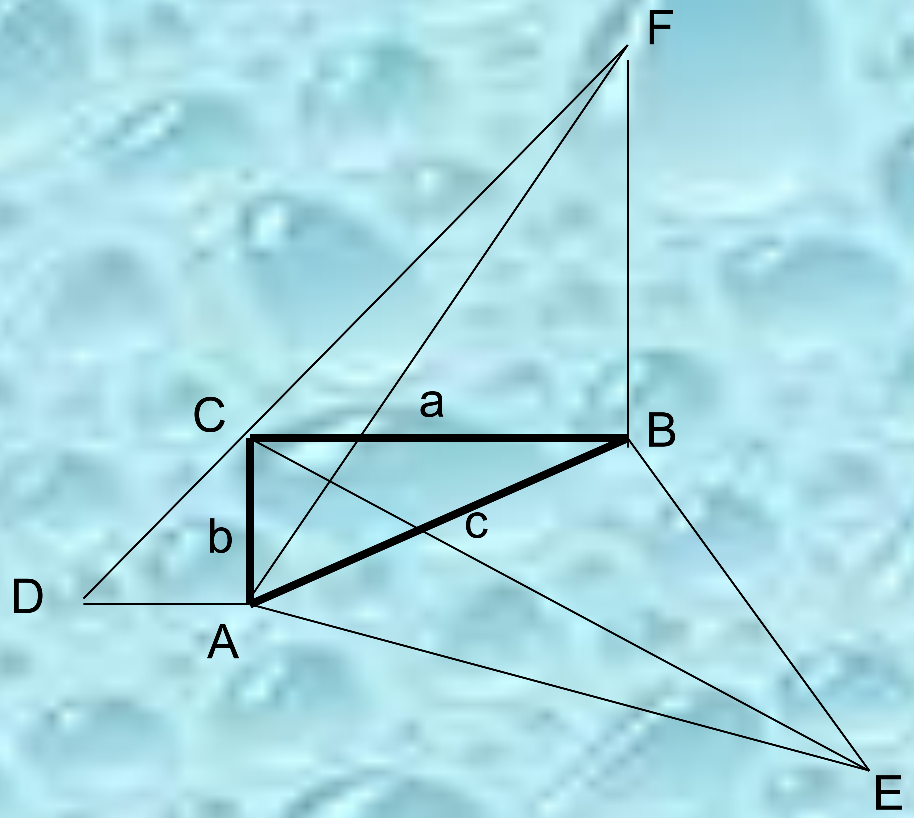
На рисунке изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна a+b. Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами a, b., то остаются равные площади, т.е. $c^2 = a^2 + b^2$.



На рисунке изображена обычная Пифагорова фигура прямоугольный треугольник ABC с построенными на его сторонах квадратами. К этой фигуре присоединены треугольники 1 и 2, равные исходному прямоугольному треугольнику.

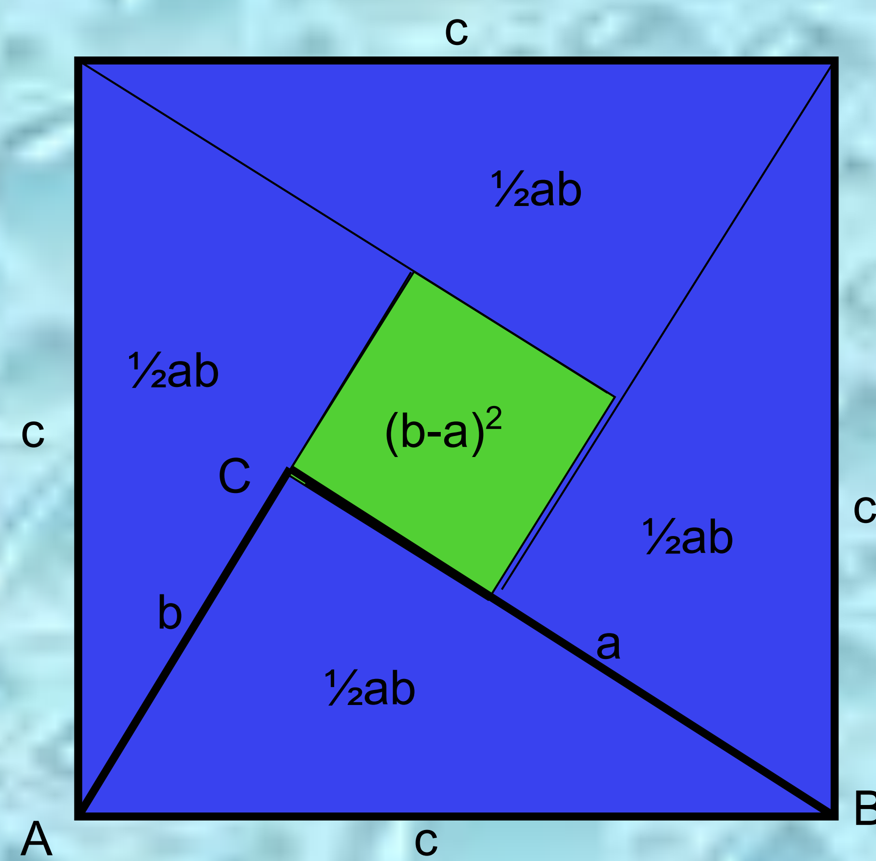
Справедливость теоремы Пифагора вытекает из равновеликости шестиугольников AEDFPB и ACBNMQ. Здесь прямая EP делит шестиугольник AEDFPB на два равновеликих четырехугольника, прямая CM делит шестиугольник ACBNMQ на два равных четырехугольника; поворот плоскости на 90^0 вокруг центра A отображает четырехугольник AEPB на четырехугольник ACMQ.

Это доказательство впервые дал Леонардо да Винчи.

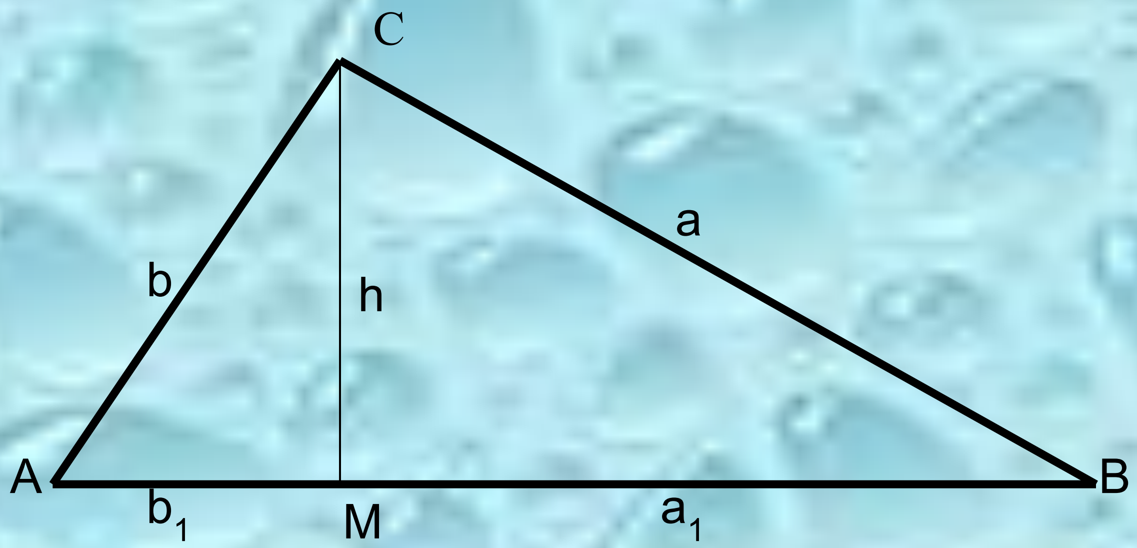


Оригинальное доказательство, предложенное Гофманом. Здесь треугольник ABC с прямым углом C; отрезок BF перпендикулярен CB и равен ему, отрезок BE перпендикулярен AB и равен ему; отрезок AD перпендикулярен AC и равен ему; точки F, C, D принадлежат одной прямой; четырехугольники ADFB и ACBE равновелики, так как ABF = ECB; треугольники ADF и ACE равновелики; отнимем от обоих равновеликих четырехугольников общий для ник треугольник ABC, получим $1/2a^2 + 1/2b^2 = 1/2c^2$

Этот рисунок иллюстрирует доказательство великого индийского математика Бхаскари. Рисунок сопровождало лишь одно слово СМОТРИ!



$c^2 = 4(\frac{1}{2}ab) + (b-a)^2$. После раскрытия скобок и мы получим знаменитую формулу Пифагора.



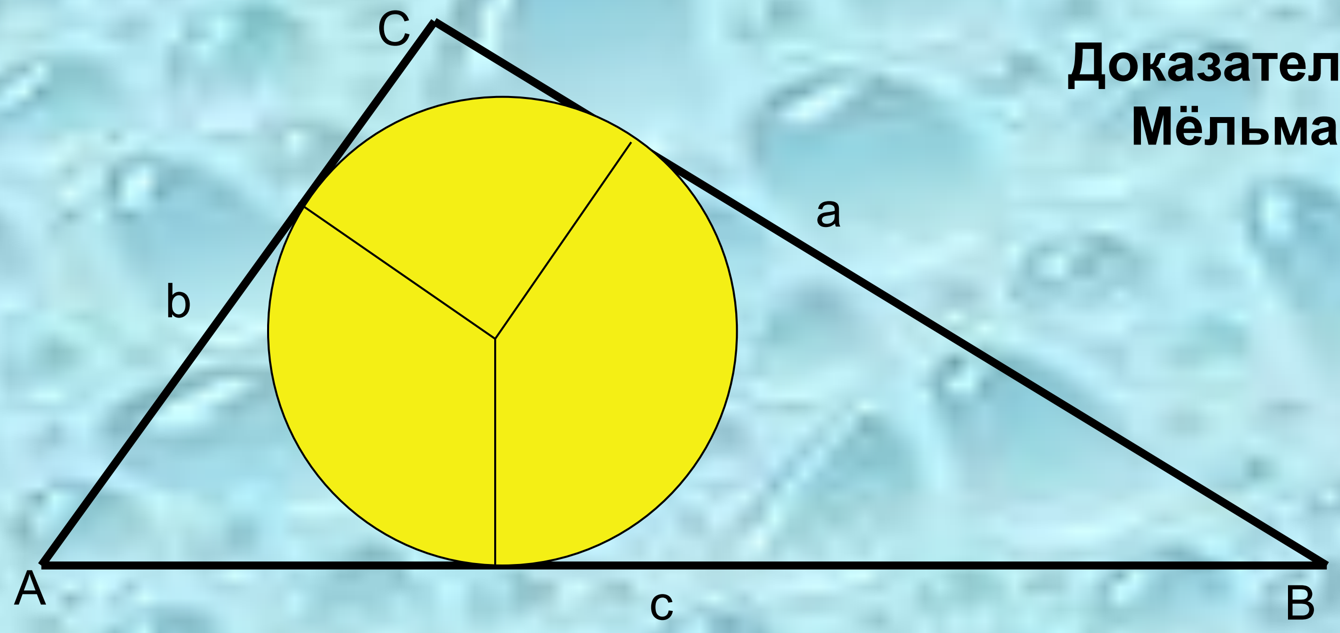
Приведем в современном изложении одно из доказательств, принадлежащих Пифагору.

На рисунке треугольник АВС – прямоугольный, С – прямой угол, ($CM \perp AB$) b_1 - проекция катета b на гипотенузу, a_1 – проекция катета на гипотенузу, h – высота треугольника, проведенная к гипотенузе.

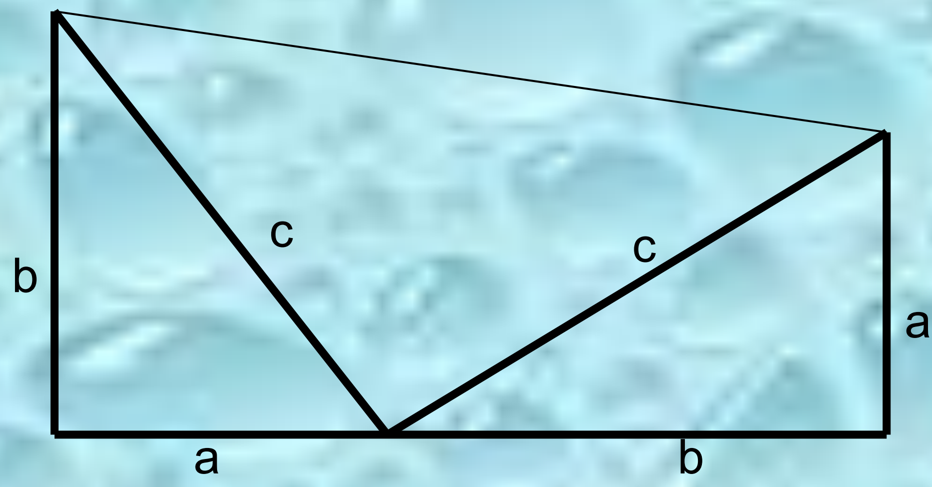
Из того что треугольник ΔABC подобен ΔACM, следует $b^2 = cb_1$; из того что ΔABC подобен ΔBCM следует $a^2 = ca_1$. Складывая почленно равенства, получим $a^2 + b^2 = cb_1 + ca_1 = c(b_1 + a_1) = c^2$.

Если Пифагор действительно предложил такое доказательство, то он был знаком и с целым рядом важных геометрических теорем, которые современные историки математики обычно приписывают Евклиду.

Доказательство Мёльманна

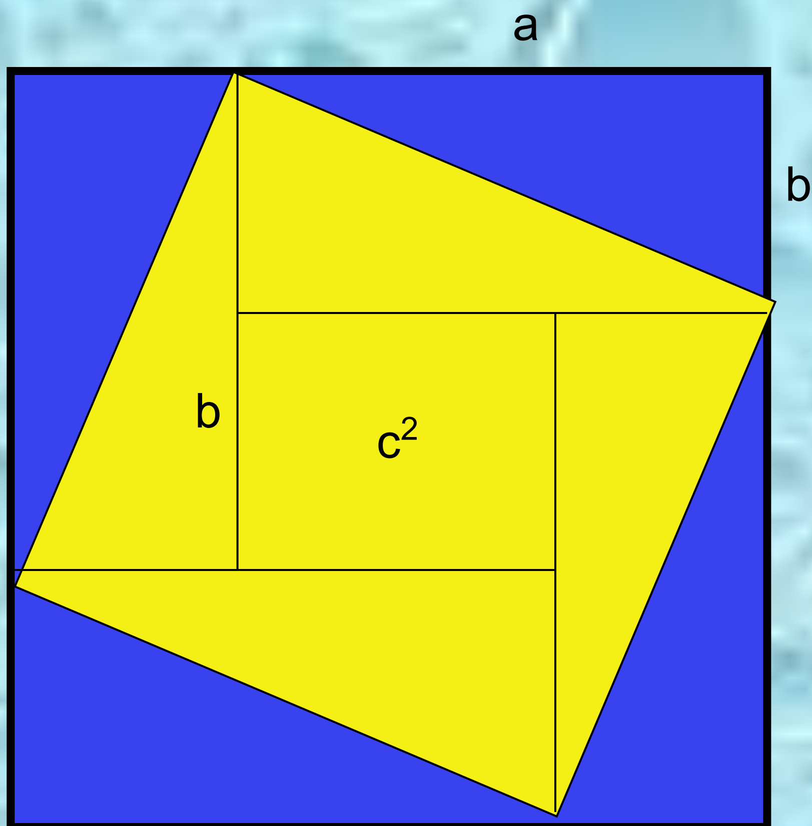


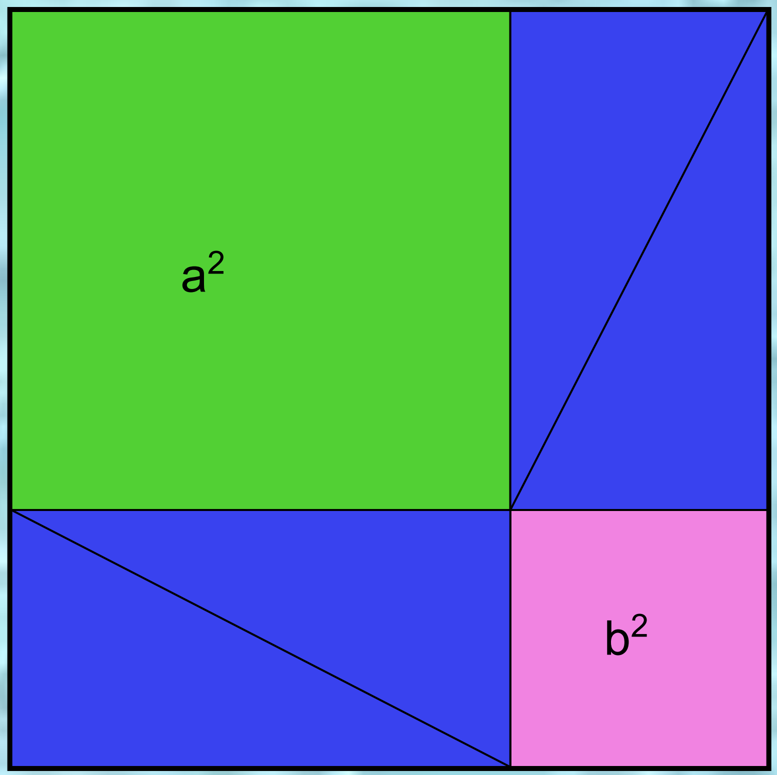
Площадь данного прямоугольного треугольника, с одной стороны, равна 0,5ab, с другой 0,5pr, где p – полупериметр треугольника, r – радиус вписанной в него окружности ($r = 0{,}5(a + b - c)$). Имеем: $0{,}5ab = 0{,}5pr$, и $0{,}5ab = 0{,}5(a + b + c) \times 0{,}5(a + b - c)$, отсюда $c^2 = a^2 + b^2$.



Доказательство Гарфилда

На рисунке три прямоугольных треугольника составляют трапецию. Поэтому площадь этой фигуры можно находить по формуле площади прямоугольной трапеции, либо как сумма площадей трех треугольников. В первом случае эта площадь равна $0,5(a+b) \times (a+b)$, во втором - $0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$. Тогда: $0,5(a+b) \times (a+b) = 0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$, и получим $c^2 = a^2 + b^2$.





На древнекитайском чертеже четыре равных прямоугольных треугольника с катетами **a** и **b** и гипотенузой **c** уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной a + b, а внутренний - квадрат со стороной **c**, построенной на гипотенузе.

Если квадрат со стороной **c** вырезать и оставшиеся 4 синих треугольника уложить в два прямоугольника, то ясно, что образовавшаяся пустота, с одной стороны равна c^2, а с другой $a^2 + b^2$, т.е. $c^2 = a^2 + b^2$. Теорема доказана.

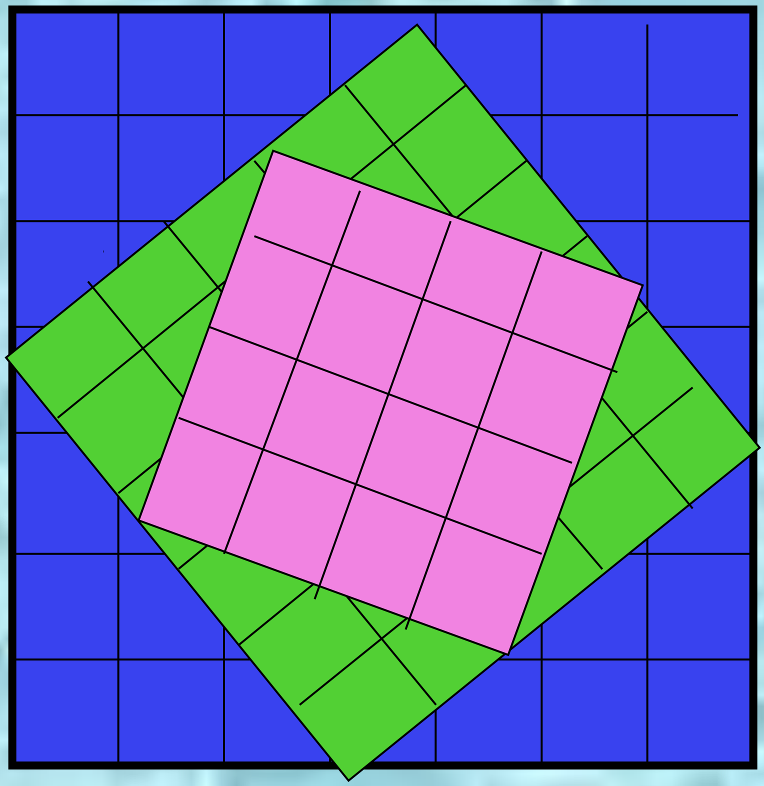
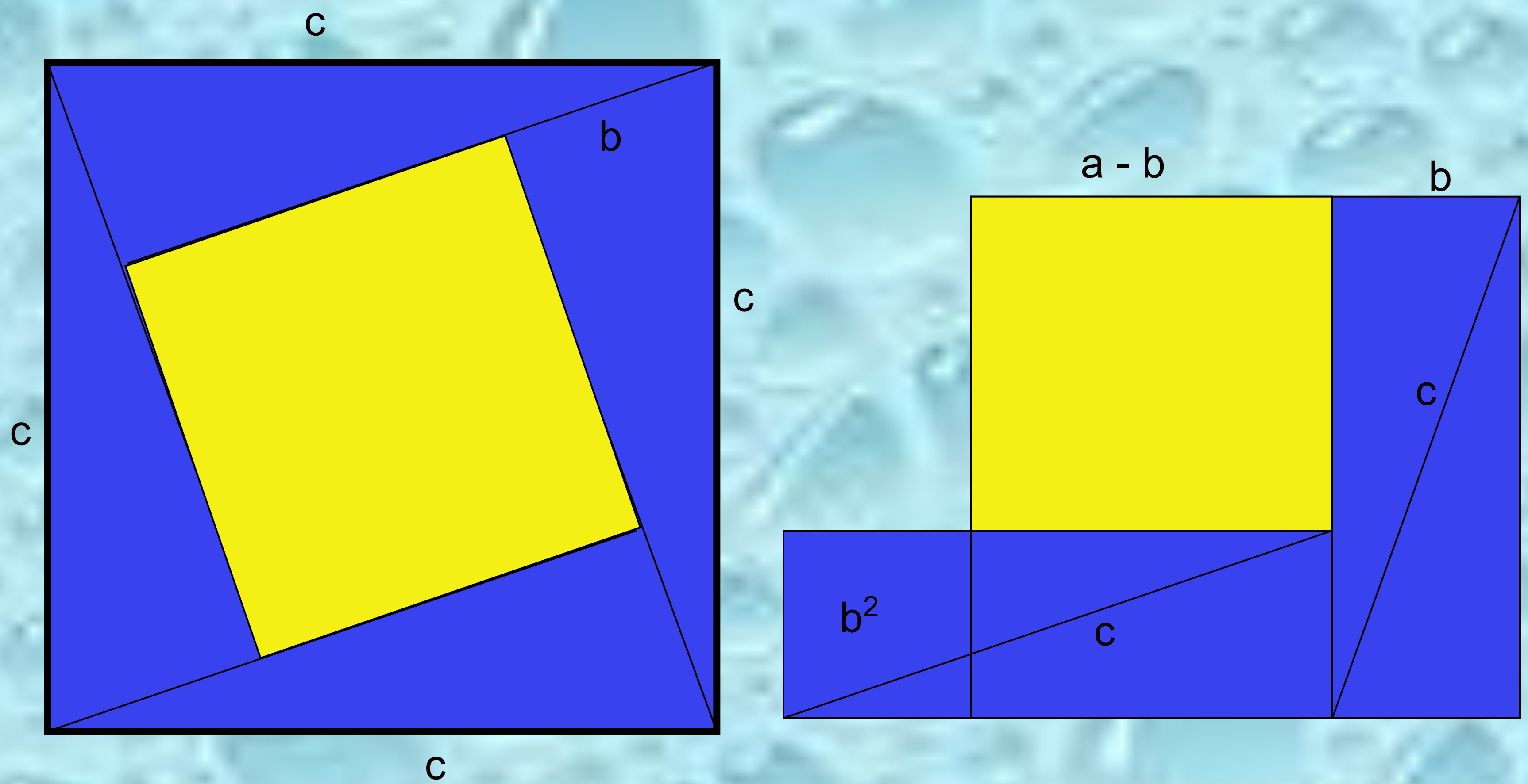


Чертёж воспроизведен из трактата «Чжоу –би…». Здесь теорема Пифагора рассмотрена для египетского треугольника с катетами 3, 4 и гипотенузой 5 единиц измерения. Квадрат на гипотенузе содержит 25 клеток, а вписанный в него квадрат на большом катете – 16. Ясно что оставшаяся часть содержит 9 клеток. Это и будет квадрат на меньшем катете.



Математики Древней Индии заметили, что для доказательства теоремы Пифагора достаточно использовать внутреннюю часть древнекитайского чертежа. В трактате древнейшего индийского математика 12 века Бхаскары, помещен чертеж с характерным для индийских доказательств словом: «Смотри!». Как видим, прямоугольные треугольники уложены здесь гипотенузой наружу и квадрат c^2 перекладывается в «кресло невесты» $a^2 + b^2$.

Спасибо !