

# ПИФАГОР



Древнегреческий философ и математик, прославившийся своим учением о космической гармонии и переселении душ. Предание приписывает Пифагору доказательство теоремы, носящей его имя. Великий Пифагор родился в 576 году до нашей эры. Прожив 80 лет, умер в 496 году до нашей эры. Известен как древнегреческий философ и педагог. Был сыном торговца Мнесарха, который брал его часто в свои поездки, благодаря которым у мальчика развились любознательность и желание познать новое. Пифагор – это прозвище, данное ему за красноречие (“Пифагор” - значит “убеждающий речью”). Вся жизнь Пифагора – легенда, дошедшая до нашего времени и рассказавшая нам о талантливейшем человеке древнего мира.

# История открытия теоремы

- Обычно открытие теоремы Пифагора приписывают древнегреческому философу и математику Пифагору (VI в. до н. э.). Но изучение вавилонских клинописных таблиц и древнекитайских рукописей (копий еще более древних манускриптов) показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора, возможно, за тысячелетия до него. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он открыл доказательство этой теоремы. Геометрия у индусов, как и у египтян и вавилонян, была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около XVIII века до н. э., также о ней было известно и в древнеиндийском геометрическо - теологическом трактате VII-V вв. до н. э. «Сутьва сутра» («Правила верёвки»).
- Но несмотря на все эти доказательства, имя Пифагора столь прочно сплавилось с теоремой Пифагора, что сейчас просто невозможно представить, что это словосочетание распадётся.





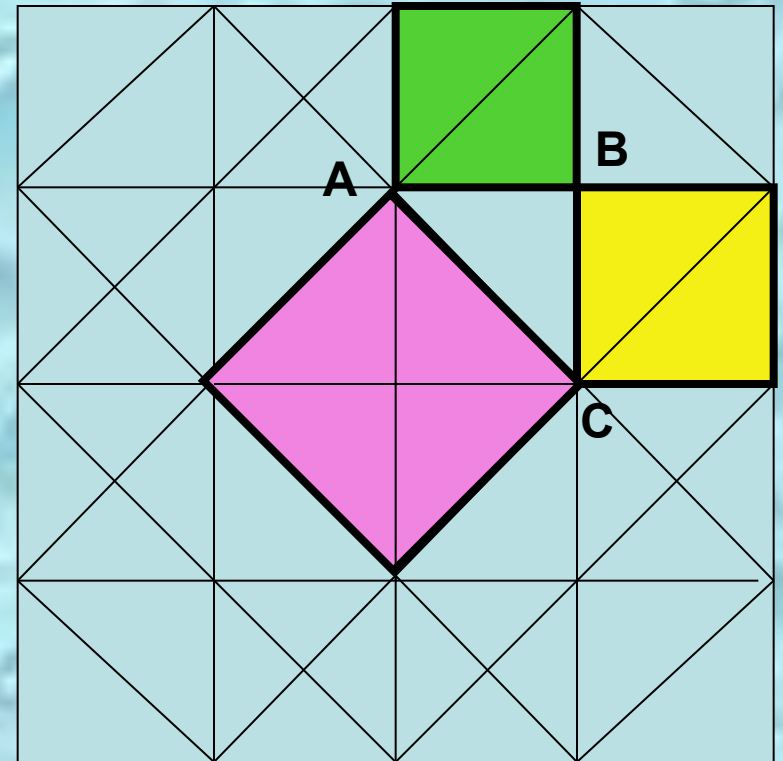
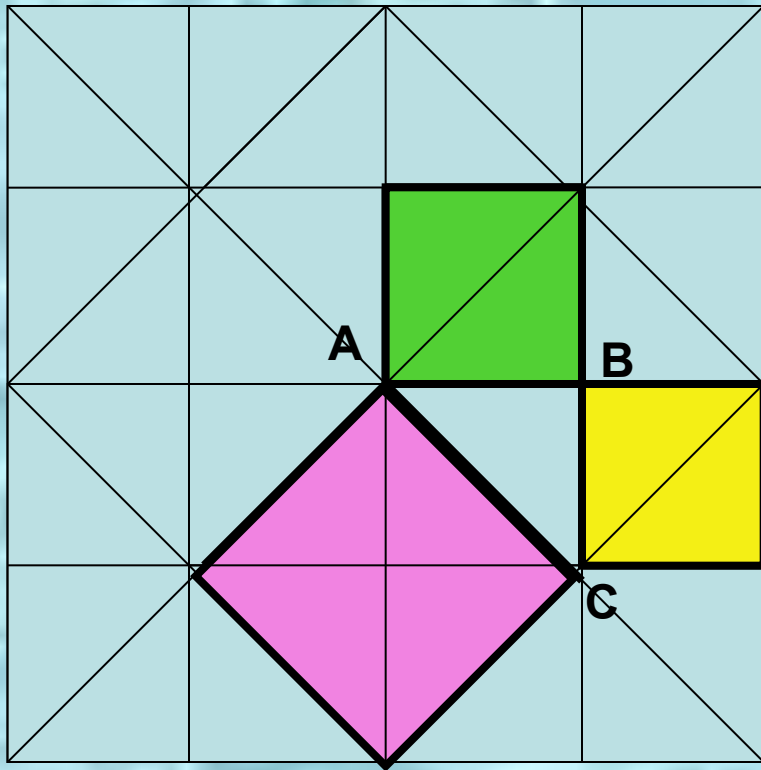
Способы

доказательства

теоремы

Пифагора

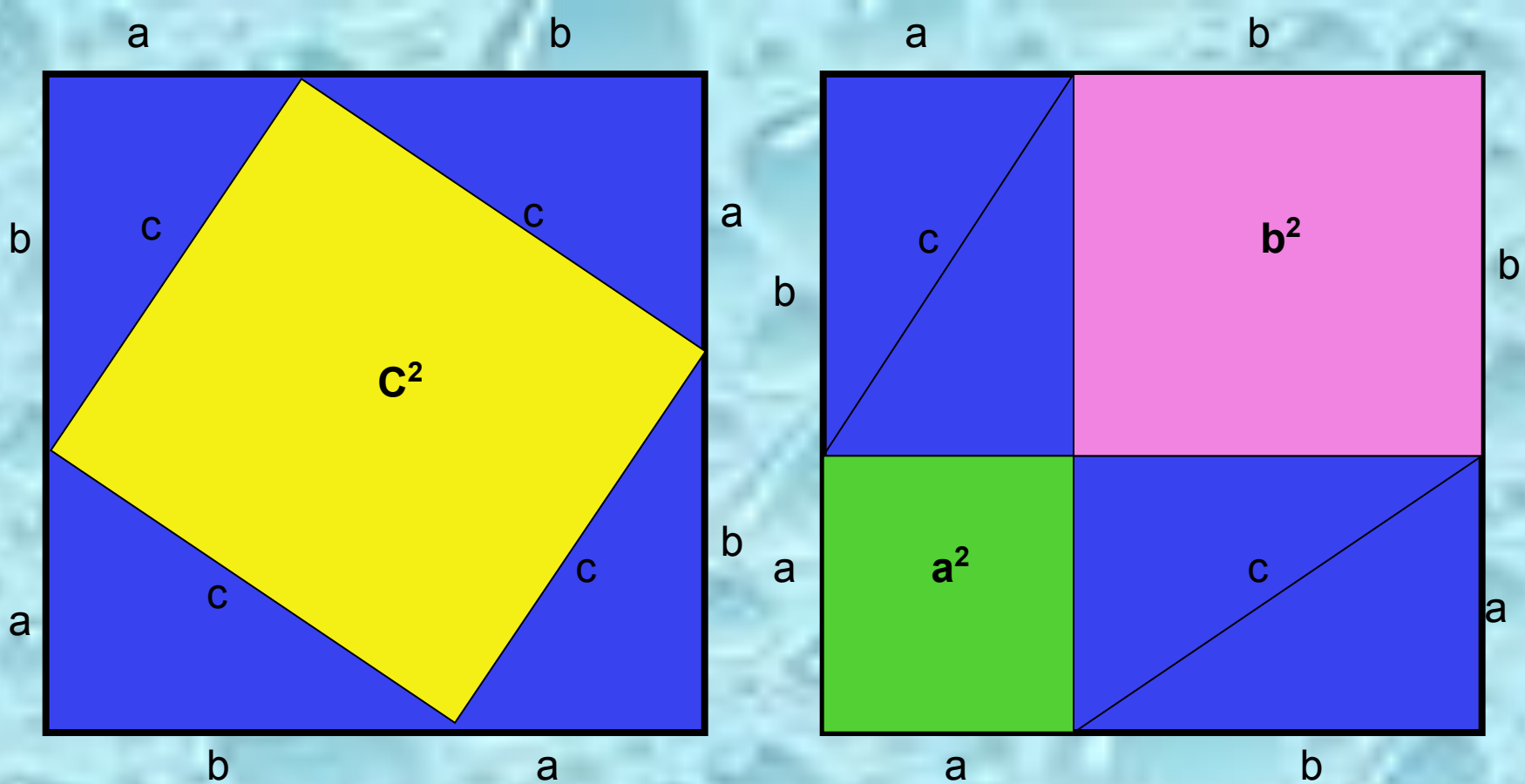
Да, путь познания не гладок.  
Но знаете вы со школьных лет:  
Загадок больше, чем разгадок  
И поискам предела нет!



## Простейшее доказательство

Достаточно взглянуть на мозаику из цветных треугольников и квадратов, чтобы убедиться в справедливости теоремы для треугольника  $ABC$ : квадрат, построенный на гипотенузе, содержит четыре треугольника, а на каждом катете построен квадрат, содержащий два треугольника.



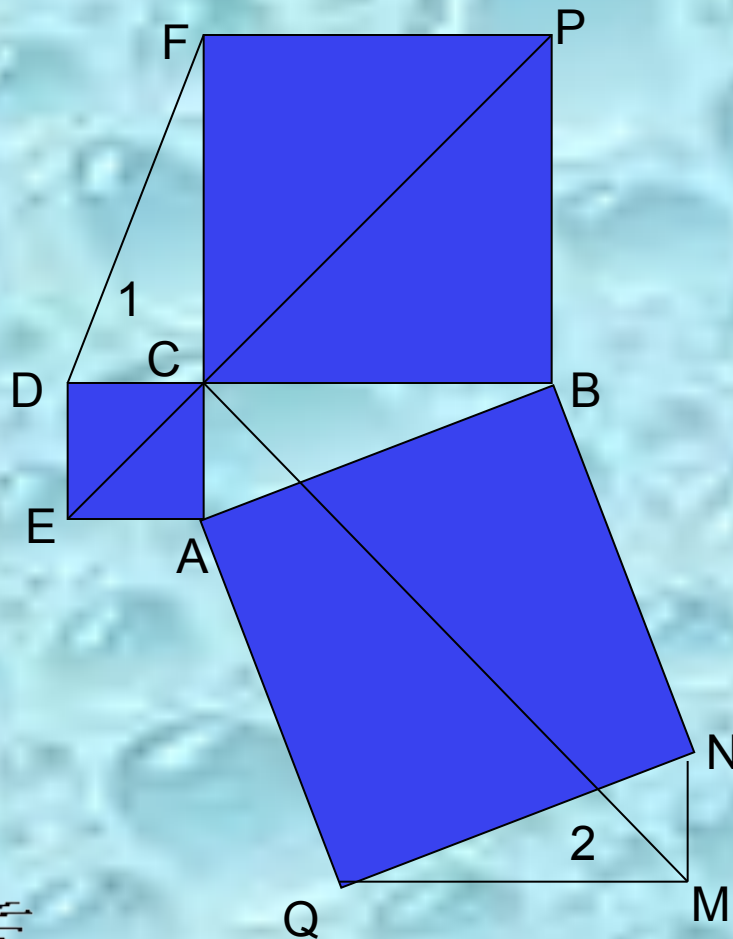


### Равновеликость фигур

На рисунке изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна  $a+b$ . Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами  $a$ ,  $b$ ., то остаются равные площади, т.е.  $c^2 = a^2 + b^2$ .





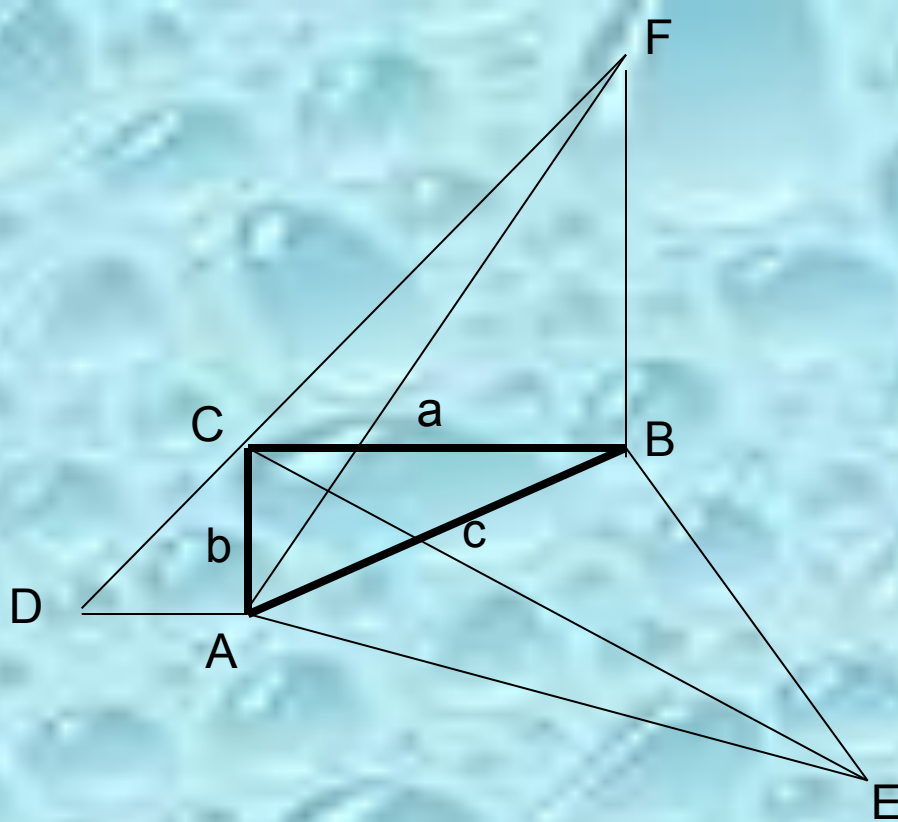


На рисунке изображена обычная Пифагорова фигура прямоугольный треугольник ABC с построенными на его сторонах квадратами. К этой фигуре присоединены треугольники 1 и 2, равные исходному прямоугольному треугольнику.

Справедливость теоремы Пифагора вытекает из равновеликости шестиугольников AEDFPB и ACBNMQ. Здесь прямая EP делит шестиугольник AEDFPB на два равновеликих четырехугольника, прямая CM делит шестиугольник ACBNMQ на два равных четырехугольника; поворот плоскости на  $90^\circ$  вокруг центра A отображает четырехугольник AEPB на четырехугольник ACMQ.



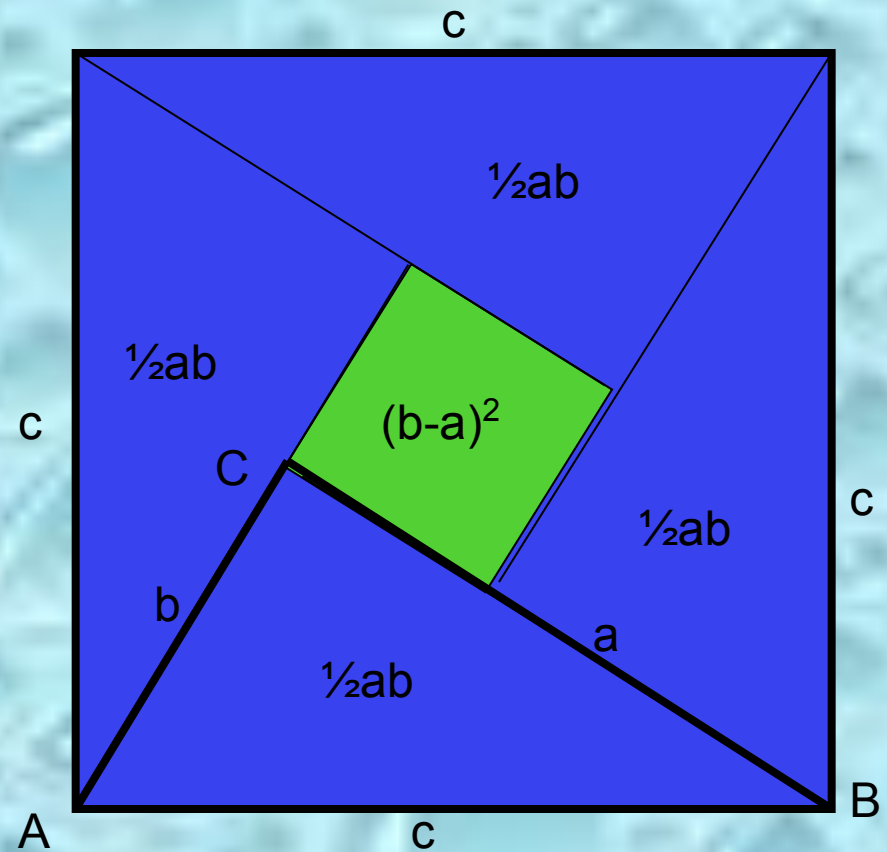
Это доказательство впервые дал Леонардо да Винчи.



Оригинальное доказательство, предложенное Гофманом. Здесь треугольник ABC с прямым углом C; отрезок BF перпендикулярен CB и равен ему, отрезок BE перпендикулярен AB и равен ему; отрезок AD перпендикулярен AC и равен ему; точки F, C, D принадлежат одной прямой; четырехугольники ADFB и ACBE равновелики, так как  $\angle ABF = \angle ECB$ ; треугольники ADF и ACE равновелики; отнимем от обоих равновеликих четырехугольников общий для них треугольник ABC, получим  $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}c^2$



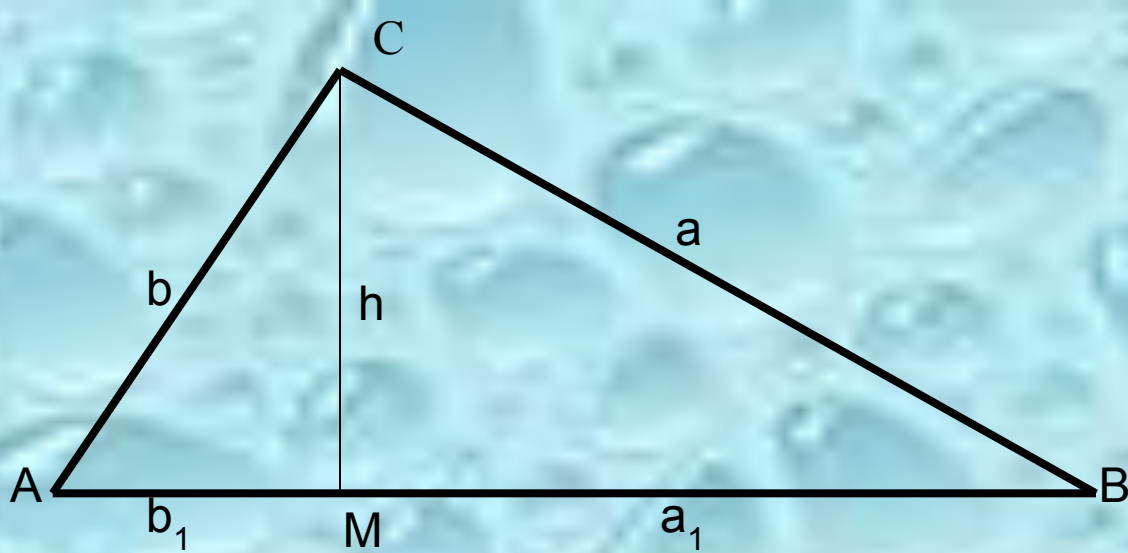
Этот рисунок иллюстрирует доказательство великого индийского математика Бхаскари. Рисунок сопровождало лишь одно слово СМОТРИ!



$c^2 = 4(\frac{1}{2}ab) + (b-a)^2$ . После раскрытия скобок и мы получим знаменитую формулу Пифагора.







Приведем в современном изложении одно из доказательств, принадлежащих Пифагору.

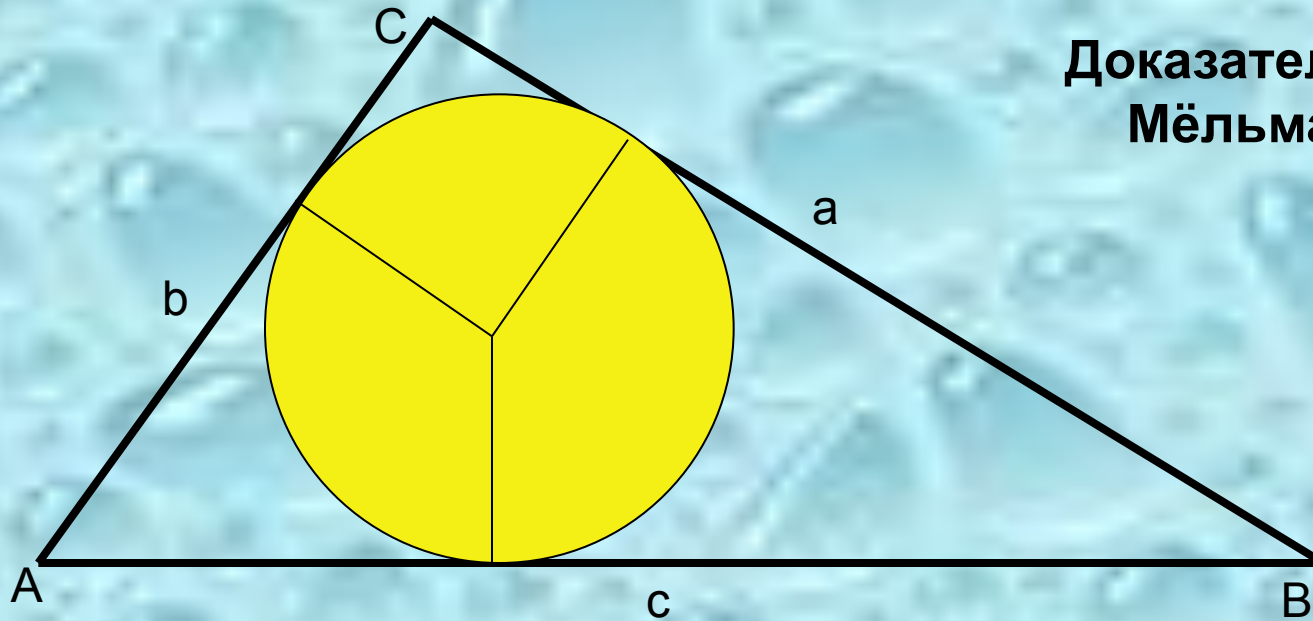
На рисунке треугольник  $ABC$  – прямоугольный,  $C$  – прямой угол,  $(CM \perp AB)$   $b_1$  - проекция катета  $b$  на гипотенузу,  $a_1$  – проекция катета на гипотенузу,  $h$  – высота треугольника, проведенная к гипотенузе.

Из того что треугольник  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle ACM$ , следует  $b^2 = cb_1$ ; из того что  $\triangle ABC$  подобен  $\triangle BCM$  следует  $a^2 = ca_1$ . Складывая почленно равенства, получим  $a^2 + b^2 = cb_1 + ca_1 = c(b_1 + a_1) = c^2$ .

Если Пифагор действительно предложил такое доказательство, то он был знаком и с целым рядом важных геометрических теорем, которые современные историки математики обычно приписывают Евклиду.



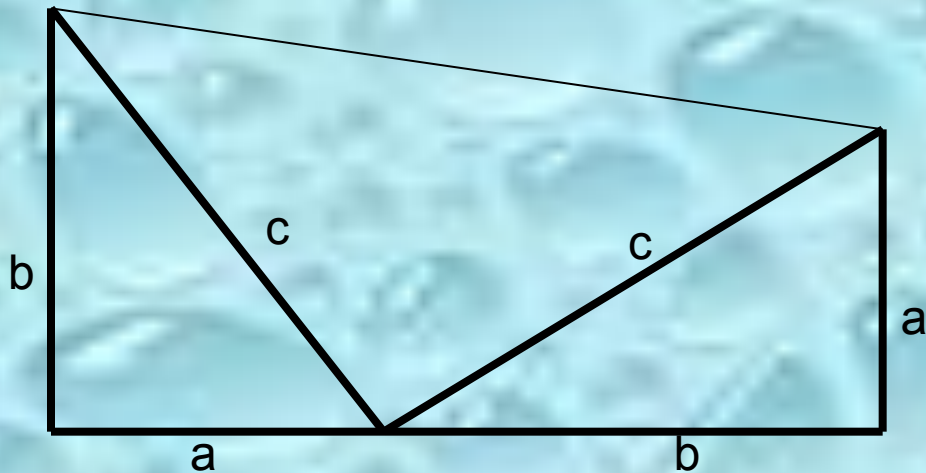
## Доказательство Мёльманна



Площадь данного прямоугольного треугольника, с одной стороны, равна  $0,5ab$ , с другой  $0,5pr$ , где  $p$  – полупериметр треугольника,  $r$  – радиус вписанной в него окружности ( $r = 0,5(a + b - c)$ ). Имеем:  $0,5ab = 0,5pr$ , и  $0,5ab = 0,5(a + b + c) \times 0,5(a + b - c)$ , отсюда  $c^2 = a^2 + b^2$ .





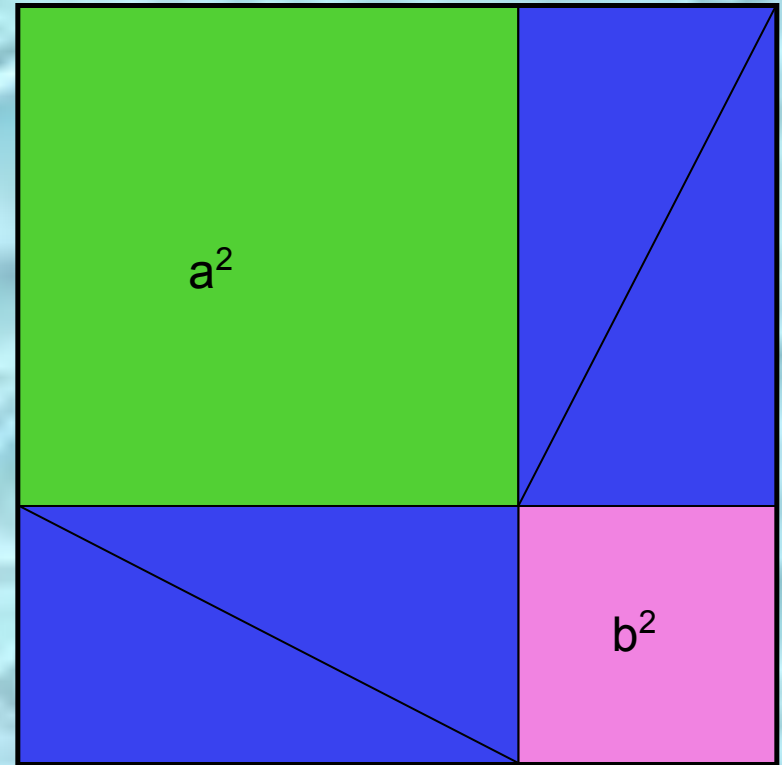
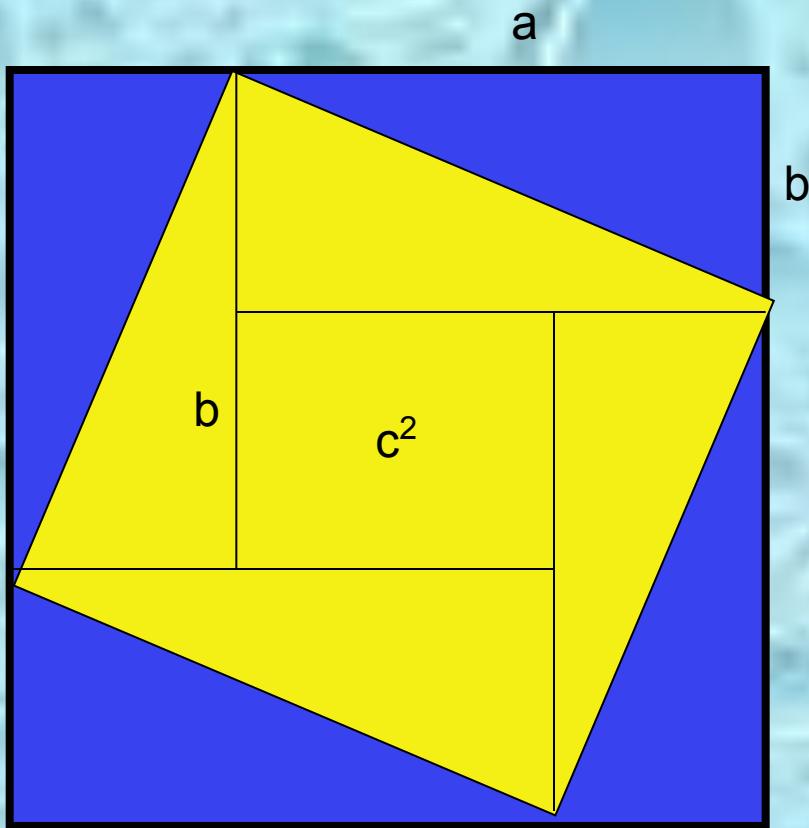


### Доказательство Гарфилда

На рисунке три прямоугольных треугольника составляют трапецию. Поэтому площадь этой фигуры можно находить по формуле площади прямоугольной трапеции, либо как сумма площадей трех треугольников. В первом случае эта площадь равна  $0,5(a+b) \times (a+b)$ , во втором -  $0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$ . Тогда:  $0,5(a+b) \times (a+b) = 0,5ab + 0,5ab + 0,5c^2$ , и получим  $c^2 = a^2 + b^2$ .







На древнекитайском чертеже четыре равных прямоугольных треугольника с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$  уложены так, что их внешний контур образует квадрат со стороной  $a + b$ , а внутренний - квадрат со стороной  $c$ , построенной на гипотенузе.

Если квадрат со стороной  $c$  вырезать и оставшиеся 4 синих треугольника уложить в два прямоугольника, то ясно, что образовавшаяся пустота, с одной стороны равна  $c^2$ , а с другой  $a^2 + b^2$ , т.е.  $c^2 = a^2 + b^2$ . Теорема доказана.



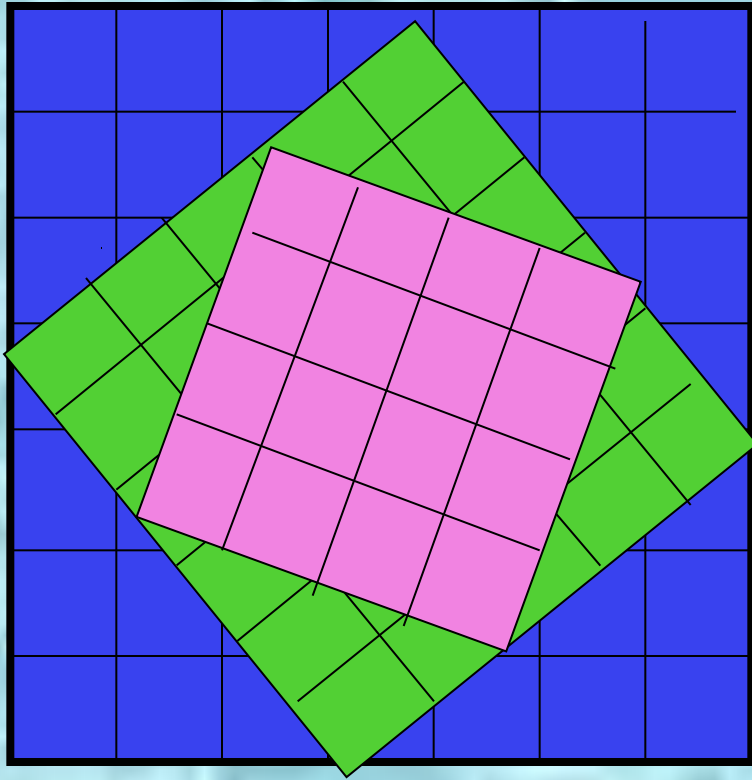
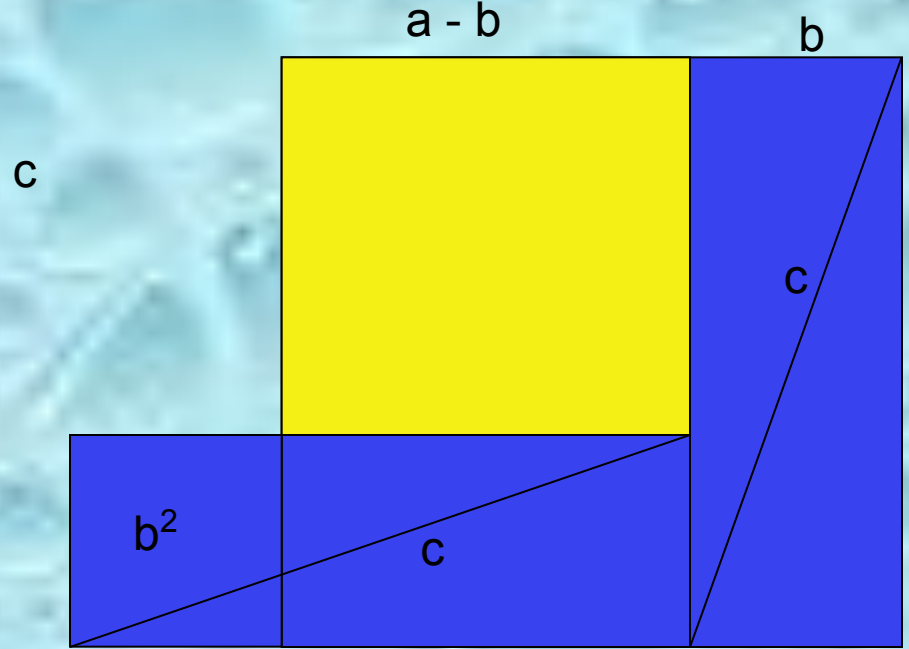
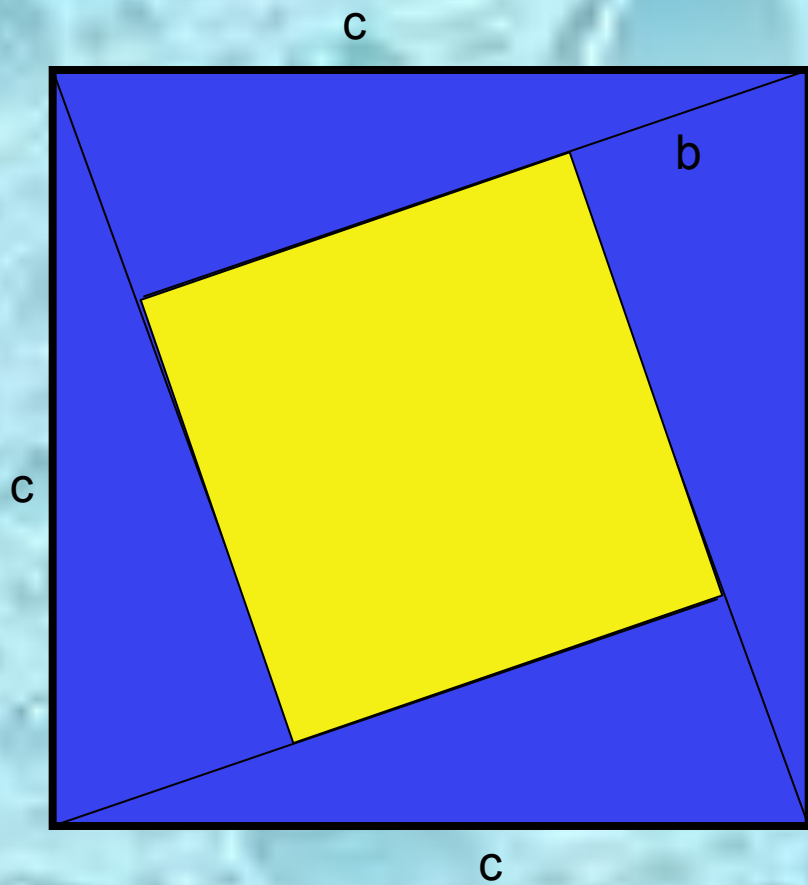


Чертёж воспроизведен из трактата «Чжоу –би...». Здесь теорема Пифагора рассмотрена для египетского треугольника с катетами 3, 4 и гипотенузой 5 единиц измерения. Квадрат на гипотенузе содержит 25 клеток, а вписанный в него квадрат на большом катете – 16. Ясно что оставшаяся часть содержит 9 клеток. Это и будет квадрат на меньшем катете.





c

Математики Древней Индии заметили, что для доказательства теоремы Пифагора достаточно использовать внутреннюю часть древнекитайского чертежа. В трактате древнейшего индийского математика 12 века Бхаскары, помещен чертеж с характерным для индийских доказательств словом: «Смотри!». Как видим, прямоугольные треугольники уложены здесь гипотенузой наружу и квадрат  $c^2$  перекладывается в «кресло невесты»  $a^2 + b^2$ .





# Спасибо !

