

Треугольник

геометрия 7 класс

Тот, кто не знает
математики,
не может узнать никакой
другой науки и
даже не может обнаружить
своего невежества,
а потому не ищет от него
лекарства.

Роджер Бэкон, 1267 г.

*Работа учителя
математики
МОУ лицея №3
Г. Кропоткина*

План

Понятие треугольника.

*Медианы, биссектрисы и высоты
треугольника.*

Классификация треугольников.

Первый признак равенства треугольников.

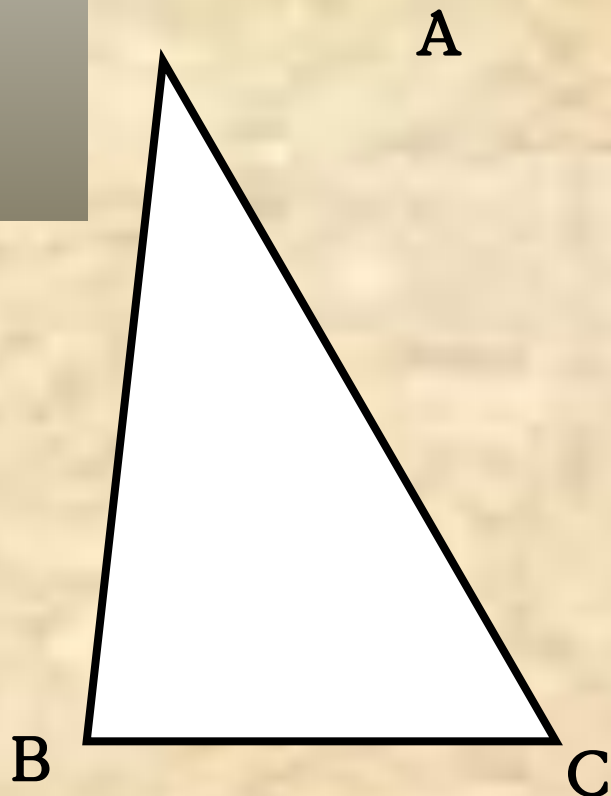
Второй признак равенства треугольников.

Третий признак равенства треугольников.

Тест .



Понятие треугольника



*A, B, C - вершины
треугольника*

*AB, BC, AC - стороны
треугольника*

$AB + BC + AC = P$, где

*P - периметр
треугольника*



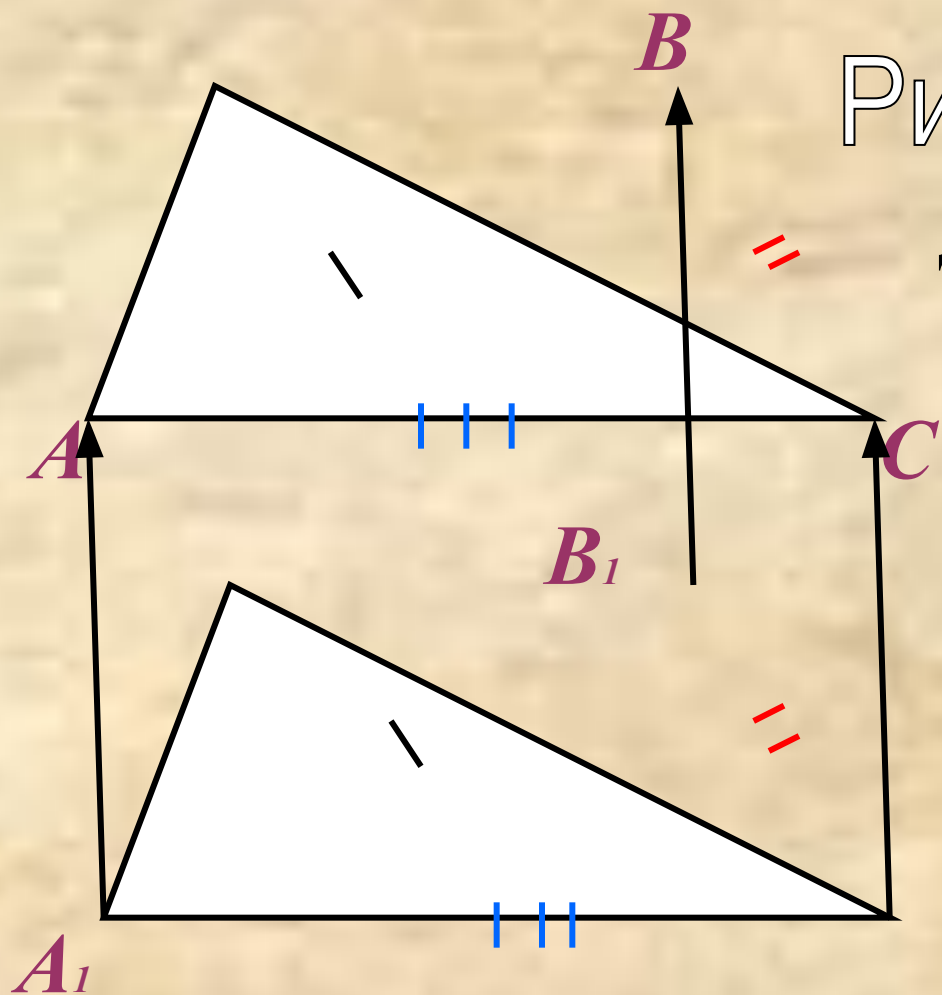


Рис 1

Два
треугольника
называются
равными
если их
можно
совместить
наложением.

Рис 1.



Каждый из треугольников можно наложить на другой так, что они полностью совместятся, т.е попарно совместятся их вершины и стороны. Таким образом, **если два треугольника равны, то элементы одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника.**

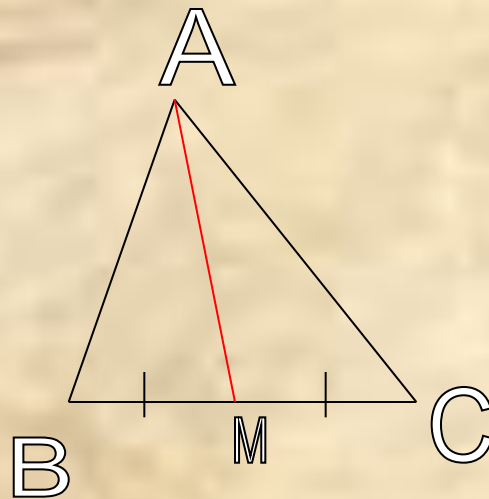
В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы, и обратно: против соответственно равных углов лежат равные стороны.



Медиана

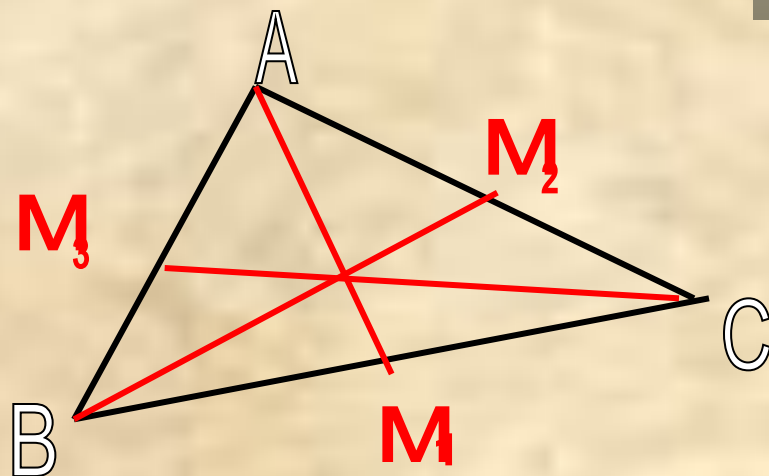
Отрезок, соединяющий
вершину треугольника с
серединой
противоположной стороны,
называется **медианой**
треугольника.

AM-медиана треугольника
ABC.



Любой треугольник
имеет три медианы.

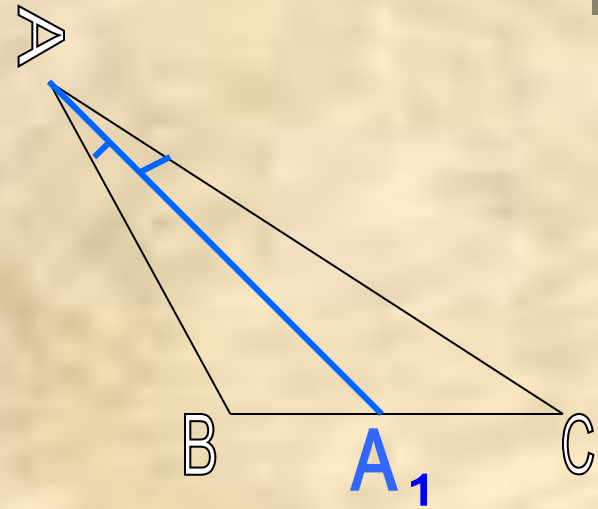
AM_1 , AM_2 , AM_3 –
медианы
треугольника ABC .



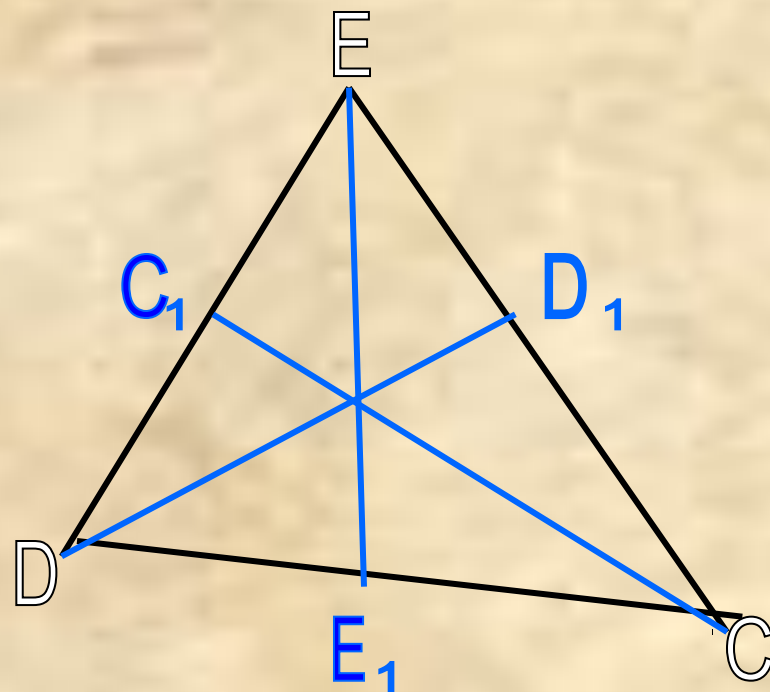
Биссектриса

Отрезок биссектрисы угла
треугольника,
соединяющий вершину
треугольника с точкой
противоположной
стороны,
называется **биссектрисой**
угла треугольника.

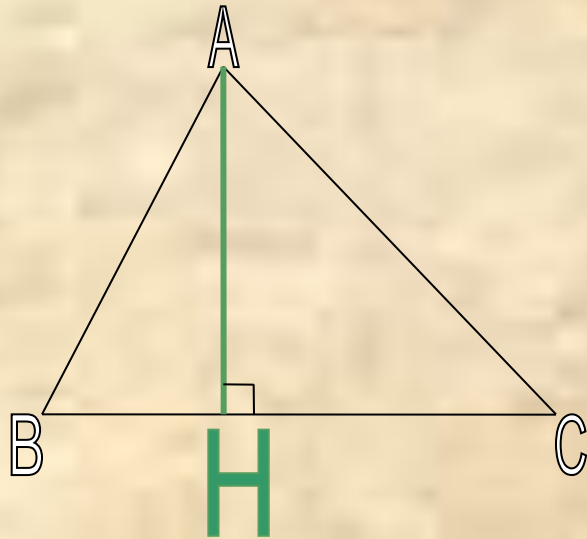
AA_1 - биссектриса $\angle A$
треугольника ABC .



Любой треугольник
имеет три
биссектрисы.
 CC_1 , DD_1 и EE_1 -
биссектрисы
треугольника CDE .



Высота

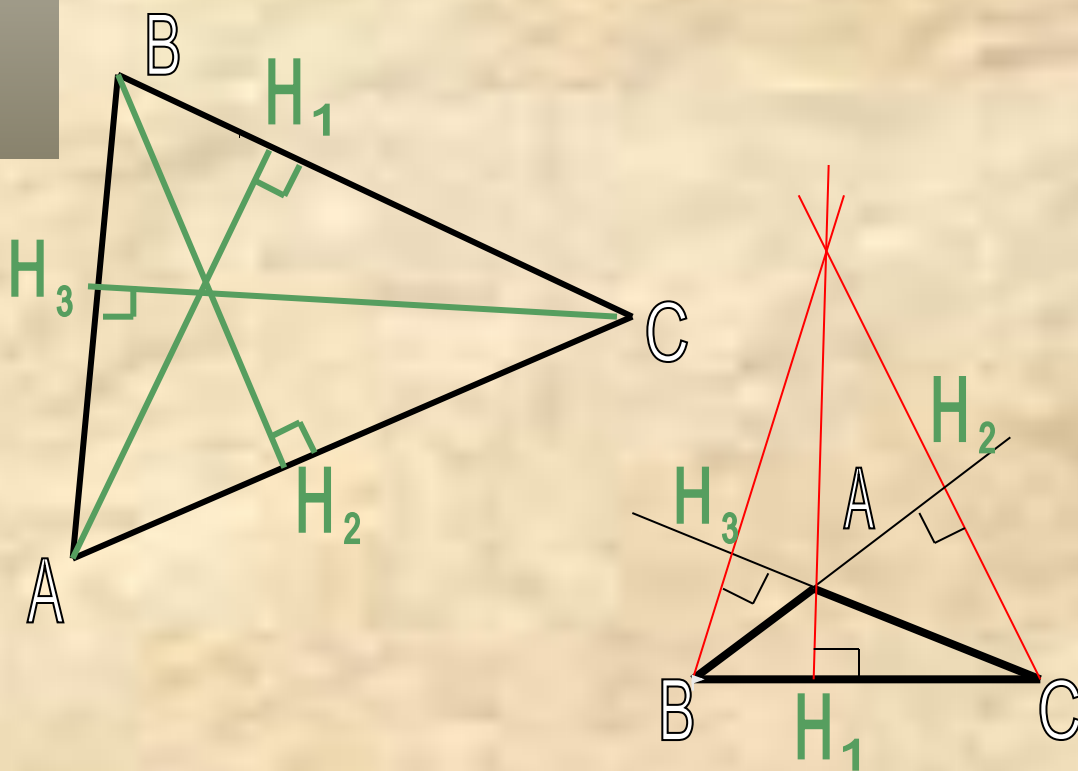


Перпендикуляр,
проведенный из
вершины
треугольника
к прямой, называется
высотой
треугольника.

АН-высота треугольника
ABC



Любой треугольник имеет три высоты.



На рисунках
отрезки AH_1 ,
 BH_2 , CH_3 –
высоты
треугольника
ABC.



*Медианы, биссектрисы и высоты
треугольника обладают
замечательными свойствами:*

**в любом треугольнике медианы
пересекаются в одной точке;
биссектрисы пересекаются в одной
точке; высоты или их продолжения
также пересекаются в одной точке**



Классификация треугольников

По сторонам

разносторонний

равнобедренный

равносторонний

По углам

остроугольный

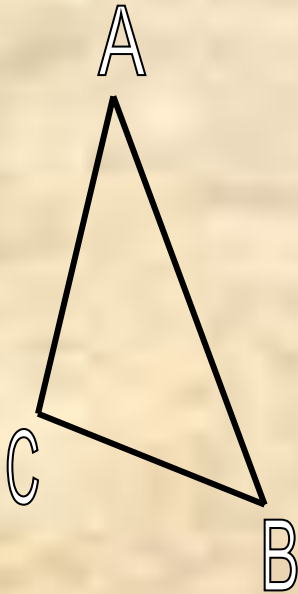
тупоугольный

прямоугольный



Разносторонний

Треугольник называется
разносторонним, если он
имеет разные стороны и углы.



$$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$$

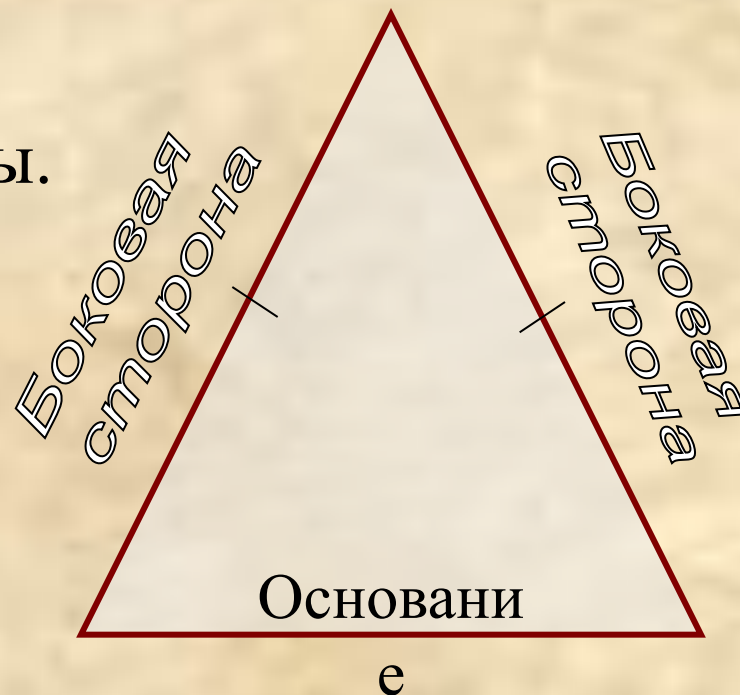
$$AB \neq BC \neq CA$$



Равнобедренный

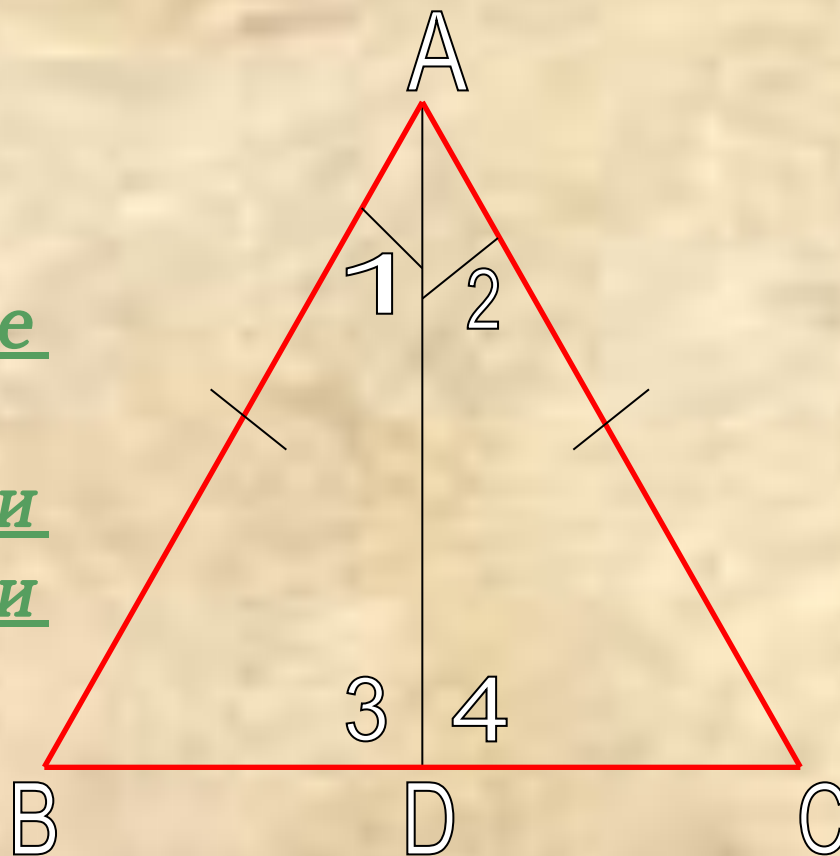
Треугольник называется
равнобедренным,
если две его стороны равны.

Равные стороны
называются *боковыми
сторонами*, а третья
сторона – *основанием*
равнобедренного
треугольника.



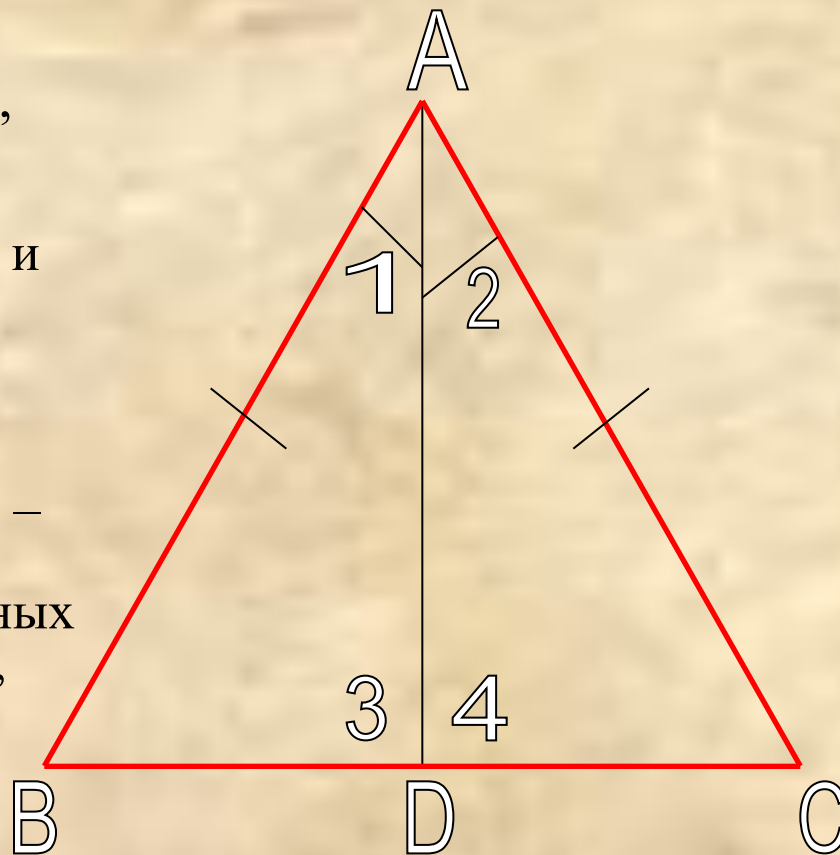
Теорема

В
равнобедре
нном
треугольни
ке углы при
основании
равны.



Доказательство:

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC с основанием BC и докажем, что $\angle B = \angle C$. Пусть AD – биссектриса треугольника ABC . Треугольники ABD и ACD равны по первому признаку равенства треугольников ($AB = AC$ по условию, AD – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, так как AD – биссектриса). В равных треугольниках против равных сторон лежат равные углы, поэтому $\angle B = \angle C$. **Теорема доказана.**

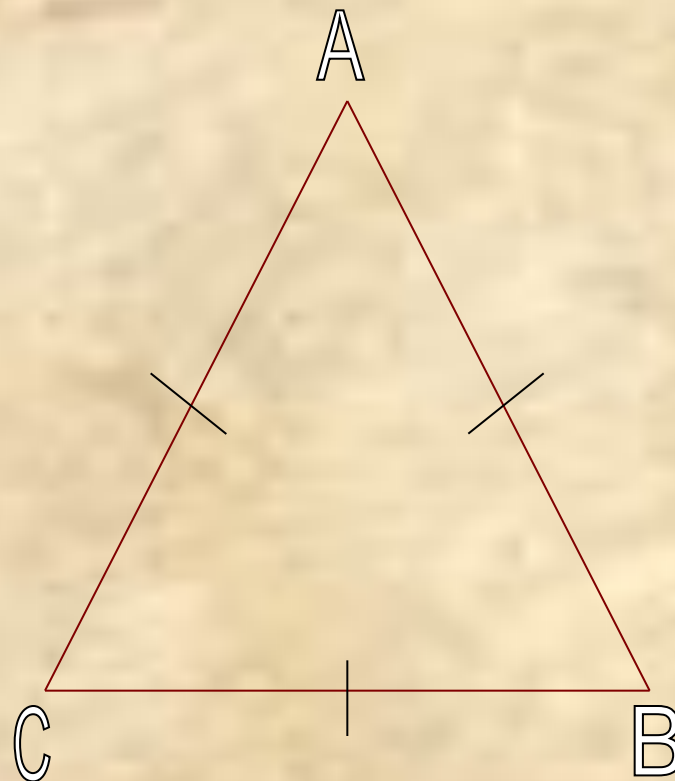


Равносторонний

Треугольник, все
стороны которого
равны, называется
равносторонним
или **правильным**

$$AB=BC=CA$$

$$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$$



Первый признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



Первый признак равенства треугольников

Дано:

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

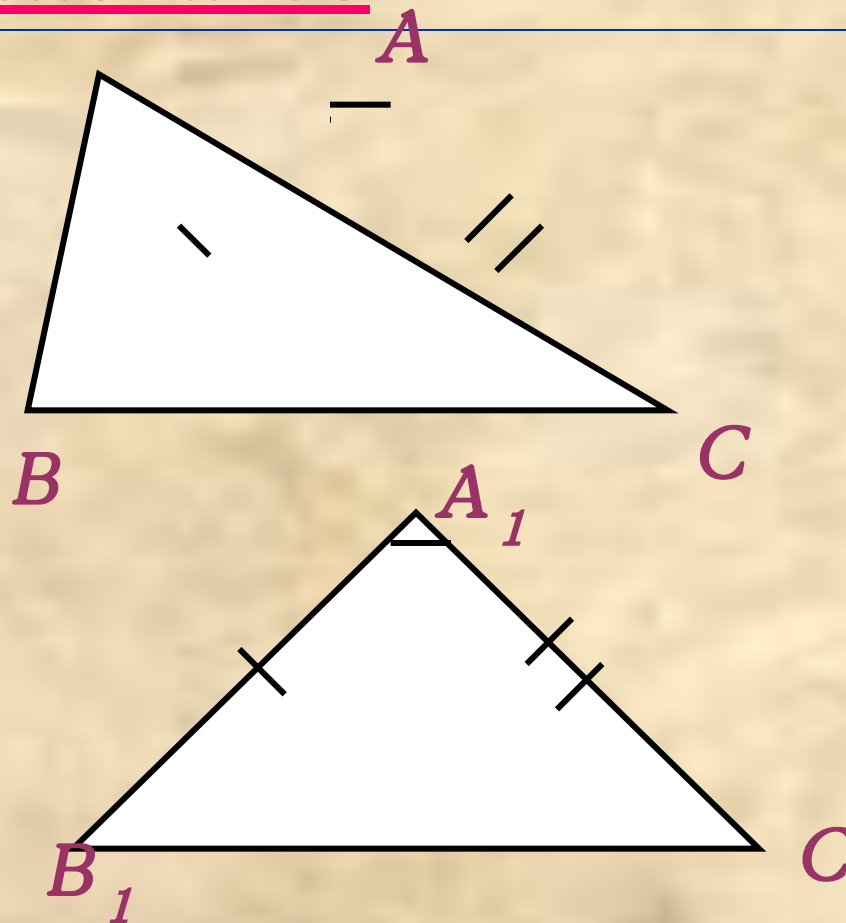
$AB = A_1B_1,$

$AC = A_1C_1,$

$\angle A = \angle A_1.$

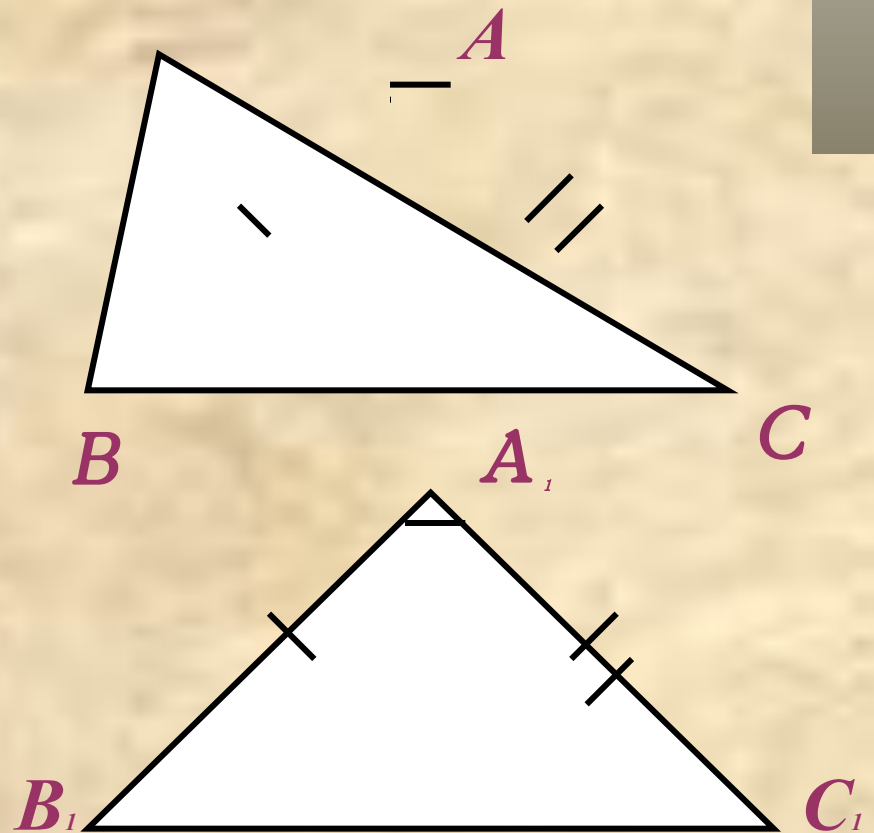
Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1.$



Доказательство

Так как $\angle A = \angle A_1$, то треугольник ABC можно наложить на треугольник $A_1B_1C_1$ так, что вершина A совместится с вершиной A_1 , а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи A_1B_1 и A_1C_1 . Поскольку $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, то сторона AB совместится со стороной A_1B_1 , а сторона AC - со стороной A_1C_1 ; в частности, совместятся точки B и B_1 , C и C_1 . Следовательно, совместятся стороны BC и B_1C_1 . Итак, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, значит, они равны. **Теорема доказана.**



Второй признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны



Второй признак равенства треугольников

Дано:

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

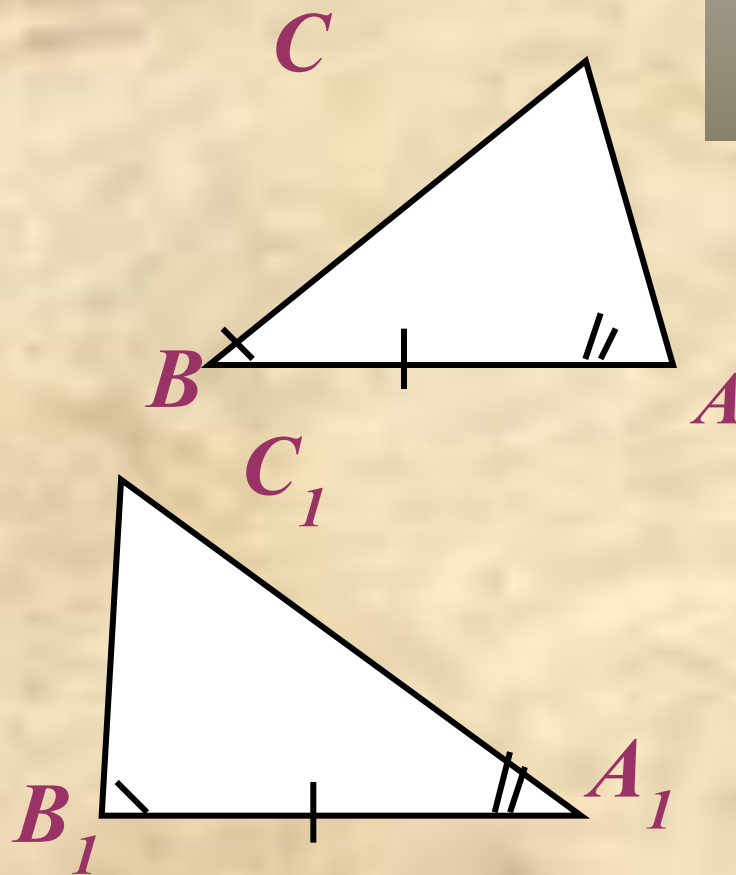
$BA = B_1A_1,$

$\angle B = \angle B_1,$

$\angle A = \angle A_1.$

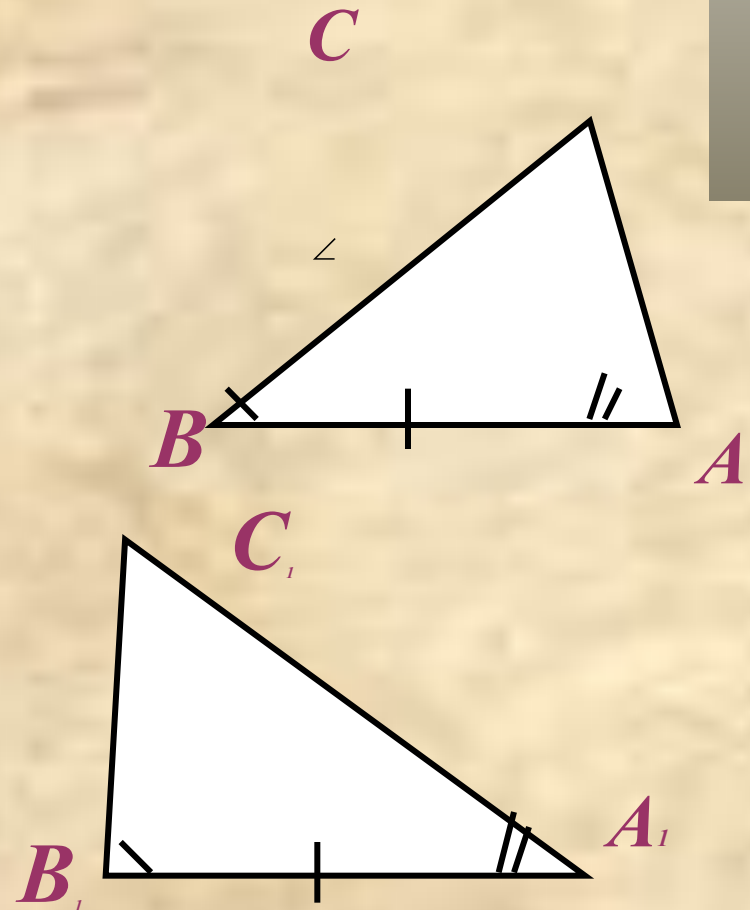
Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Доказательство

Наложим треугольник ABC на $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1 , сторона AB – с равной ей стороной A_1B_1 , а вершины C и C_1 оказались по одну сторону от прямой A_1B_1 . Так как $\angle A = \angle A_1$ и $AB = A_1B_1$, то сторона AC наложится на луч A_1C_1 , а сторона BC – на луч B_1C_1 . Поэтому вершина C – общая точка сторон AC и BC – окажется лежащей как на луче A_1C_1 , так и на луче B_1C_1 и, следовательно, совместится с общей точкой этих лучей – вершиной C_1 . Значит, совместятся стороны AC и A_1C_1 , BC и B_1C_1 . Итак, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ полностью совместятся, поэтому они равны. **Теорема доказана.**



Третий признак равенства треугольников

ТЕОРЕМА

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



Третий признак равенства треугольников

Дано:

$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$

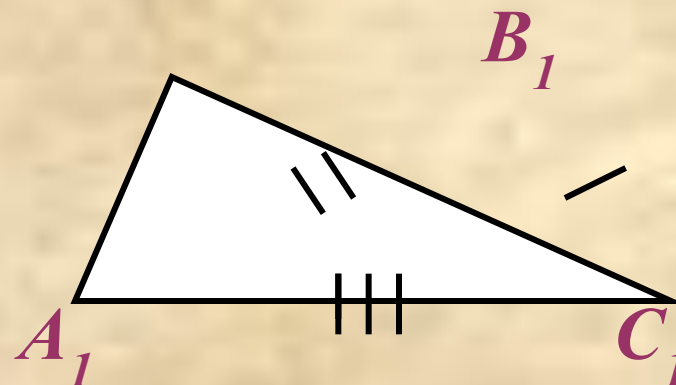
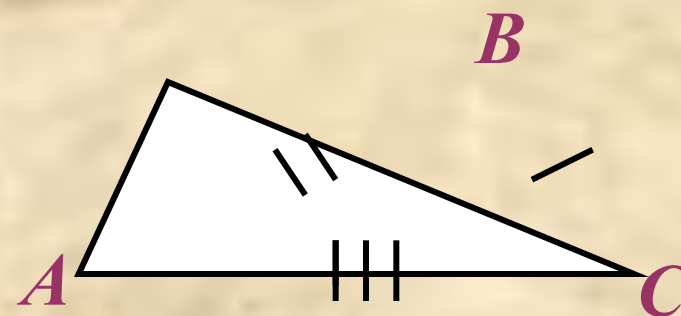
$AC = A_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$BC = B_1C_1$

Доказать:

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

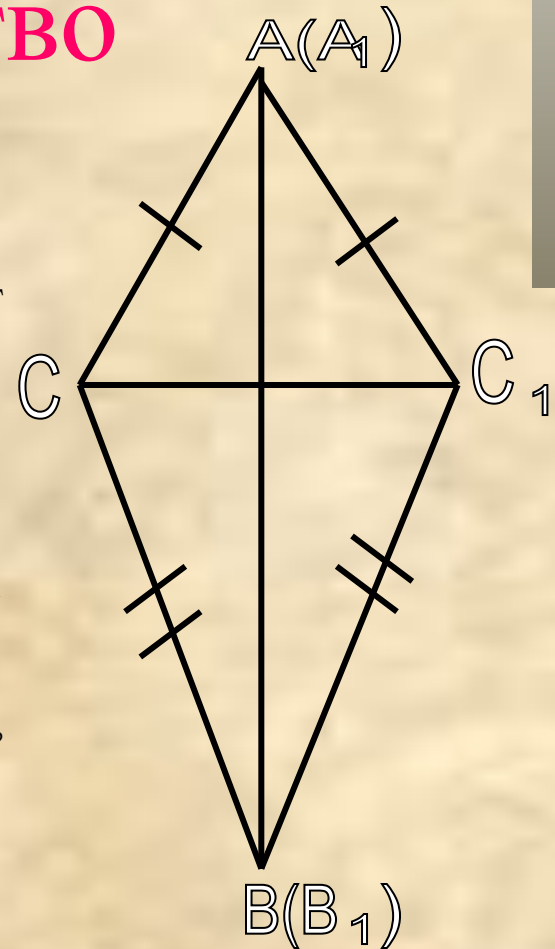


Доказательство

Приложим треугольник ABC к треугольнику $A_1B_1C_1$ так, чтобы вершина A совместилась с вершиной A_1 , вершина B – с вершиной B_1 , а вершины C и C_1 оказались по разные стороны от прямой A_1B_1 .

Возможны три случая: луч C_1C проходит внутри угла $A_1C_1B_1$. Луч C_1C совпадает с одной из сторон этого угла. Луч C_1C проходит вне угла $A_1C_1B_1$. Рассмотрим первый случай. Так как по условию теоремы стороны AC и A_1C_1 , BC и B_1C_1 равны, то треугольники A_1C_1C и B_1C_1C – равнобедренные. По теореме о свойстве углов равнобедренного треугольника $\angle AC C_1 = \angle A_1C_1 C$, угол $\angle BC_1C = \angle B_1C C_1$, поэтому $\angle A_1C_1 B_1 = \angle ACB$. Итак, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$.

Следовательно, треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по первому признаку равенства треугольников. **Теорема доказана.**



Тест.

1. Для доказательства равенства треугольников ABC и DEF (рис 1) достаточно знать, что:

а) $AB=DF$; б) $AC=DE$; в) $AB=DE$.

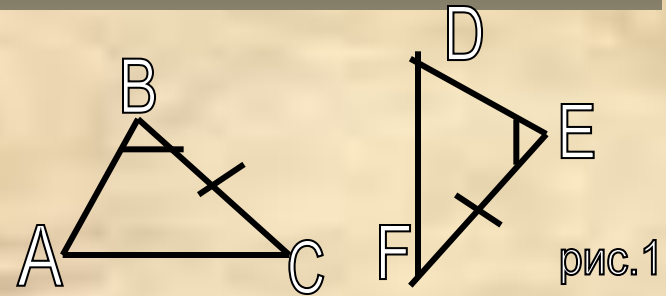


рис.1

2. Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF (рис 2) достаточно доказать, что:

а) $\angle A = \angle D$ б) $\angle B = \angle D$ в) $\angle A = \angle E$.

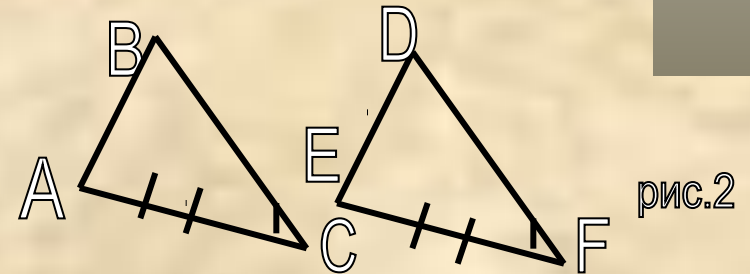


рис.2

3. Из равенства треугольников ABC и FDE (рис 3) следует, что:

а) $AB=FD$ б) $AC=DF$ в) $AB=EF$.

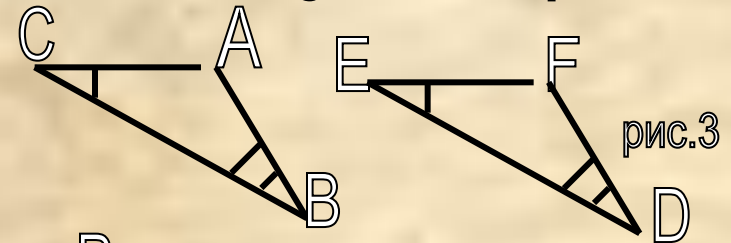


рис.3

4. Из равенства треугольников ABC и DEF (рис 4) следует, что:

а) $\angle B = \angle D$ б) $\angle A = \angle E$
 в) $\angle C = \angle F$.

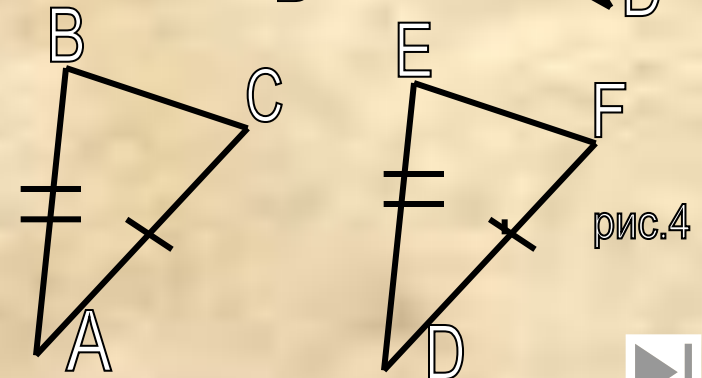


рис.4



5. В треугольнике ABC все стороны равны, и в треугольнике DEF все стороны равны. Чтобы доказать равенство треугольников ABC и DEF достаточно доказать, что :

а) $\angle B = \angle D$; б) $AB = DE$; в) $P_{ABC} = P_{DEF}$.

6. «Медиана в равнобедренном треугольнике является биссектрисой и высотой». Это утверждение :

а) верно всегда; б) всегда неверно; в) может быть верно.

7. В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом; б) в равнобедренном; в) в равностороннем.

8. Если в треугольнике два угла равны, то этот треугольник:

а) равнобедренный; б) равносторонний; в) прямоугольный.

9. Если треугольник равносторонний, то:

а) он равнобедренный; б) все его углы равны;

в) любая его биссектриса является медианой и высотой.



Ответы к тесту.

1. В
2. В
3. А
4. В
5. Б
6. В
7. Б
8. А
9. А,Б,В