ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ

11

LOGO

План урока

1. Уравнения с параметрами
2. Решение уравнений
3. Неравенства с параметрами
4. Решение неравенств

Уравнения с параметрами

В уравнениях иногда некоторые коэффициенты заданы не конкретными числами, а обозначены буквами. Такие буквы называются параметрами. Предполагается, что эти параметры могут принимать любые числовые значения. Так как параметры могут принимать любые числовые значения, то одно уравнение задает множество уравнений для всех возможных значений параметров.

Решить уравнение с параметром – значит для любого допустимого значения параметра найти множество всех корней заданного уравнения.

Основной принцип решения параметрических уравнений можно сформулировать так: необходимо разбить область изменения параметра на участки, такие, что при изменении параметра в каждом из них получающиеся уравнения можно решить одним и тем же методом. Отдельно для каждого участка находятся корни уравнения, выраженные через значения параметра.

Линейное уравнение ax+b=c с неизвестным x можно рассматривать как уравнение с параметрами a, b, c.

Его решением при $a \neq 0$

$$x = \frac{c-b}{a}$$

Квадратное уравнение $ax^2+bx+c=o$ с неизвестным x можно рассматривать как уравнение с параметрами a, b, c

$$(a \neq 0)$$

Решение уравнений с параметрами

1. Решить уравнение ax=3.

Решение:

Если $a \neq 0, x = \frac{3}{a}$

Если a=0, то 0x=3 уравнение решений не имеет.

Ответ: если a=0, то решений нет,

если $a \neq 0, x = \frac{3}{a}$

Решение уравнений с параметрами.

2. Решить уравнение: $(a-2)x=a-2$.

3. Решить уравнение: $ax-6=x-1$.

4.Решить уравнение : $(a^2-9)x=a+3$.

5. Решить уравнение: $(a-1)(a-5)x=a-5$.

6. Решить уравнение: $(a+5)(a-3)x=a^2-25$.

Квадратные уравнения с параметрами.

1. Решить уравнение $ax=x^2+3$.

Решение:

$$x^2 - ax + 3 = 0, D = a^2 - 12.$$

$$1) a^2 - 12 > 0, (a - 2\sqrt{3})(2 + 2\sqrt{3}) > 0, a \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$$

$$x_1 = \frac{a - \sqrt{a^2 - 12}}{2}$$

$$x_2 = \frac{a + \sqrt{a^2 + 12}}{2}$$

$$2) D = 0, a = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{a}{2}$$

$$3) D < 0, a \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$$

Корней нет

ОТВЕТ:

1

При

$$a \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$$

$$x_1 = \frac{a - \sqrt{a^2 - 12}}{2}$$

$$x_2 = \frac{a + \sqrt{a^2 - 12}}{2}$$

2

при

$$a = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{a}{2}$$

3

при

$$a \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$$

Уравнение не имеет решения

Квадратные уравнения с параметрами

2. Решите уравнение: $a^2x^2+ax=0$.

3.Решите уравнение: $ax^2+(2a^2-1)x-2a=0$.

4. Решите уравнение: $(a+1)x^2-2x+1-a=0$.

5. Решить уравнение: $ax^2-(2a+b)x+2b=0$.

6. Решите уравнение: $x^2-2ax+x+a^2-a-6=0$.

7. Найти все значения а, при которых уравнение имеет хотя бы один корень, если $x^2-2(a-1)x+2a+1=0$.

Домашнее задание:

1. Решите уравнение:

а) $(a^2-1)x=a+1$;

б) $a^2x=a(x+2)-2$;

в) $(a^2-1)x=a^2+3x+2$;

г) $ax^2+2ax+4=0$;

д) $(a-2)x^2+2(a-2)x+2=0$.

2. Для каждого значения а определите число корней уравнения

$$|5x-3|-7=a$$

УРОК 2

Проверка домашнего задания

1 вариант

1. $mx^2+3mx-m-2=0$
2. $(a+1)x^2-x+1-a=0$
3. При каком положительном значении параметра с уравнение $(2-c)x^2-2(1+c)x+4=0$ имеет равные корни?

2 вариант

1. $x^2-ax+2a+4=0$
2. $(k-5)x^2+3kx-k+5=0$
3. Найдите все значения параметра а, при которых корни уравнения $(2a-5)x^2-2(a-1)x+3=0$ равны

Решить уравнение

1. $$\frac{x}{m(x+1)}-\frac{2}{x+2}=\frac{3-m^2}{m(x+1)(x+2)}$$

2. $$\frac{(k+2)x^2}{(k+1)(x-2)}-\frac{2kx}{(k-1)(x-2)}=\frac{5}{k^2-1}+\frac{12-k^2-k}{(k^2-1)(x-2)}$$

Неравенства с параметрами

Решить неравенство с параметром – значит для любого допустимого значения параметра найти множество всех решений заданного неравенства.

Примеры:

Решить неравенство ax<2.

Решение: если a=0, то 0x<2 верно при любых значениях x.

Если a>0, тогда $x < \frac{2}{a}$

Если a<0, тогда $x > \frac{2}{a}$

Неравенства

Решите неравенство:

- $ax>3$;
- $5x-a>ax-3$;
- $a(ax-4x)>a+2-4x$;
- $(x-a)(x-3)\leq 0$.

Самостоятельная работа

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО:

1. $2ax+5>a+10x$;
2. $mx-6 \leq 2m-3x$;
3. $(m-1)x<5m$.

Решить линейное неравенство

1. $x-2\frac{a-1}{a}\le\frac{2}{3a}(x+1)$

2. $\frac{2x-m}{(m-2)(x+3)}-\frac{m}{m-2}\langle\frac{3}{x+3}$

3. $\frac{ax-3}{x-3}-\frac{a}{2}\langle a-1$

Домашнее задание

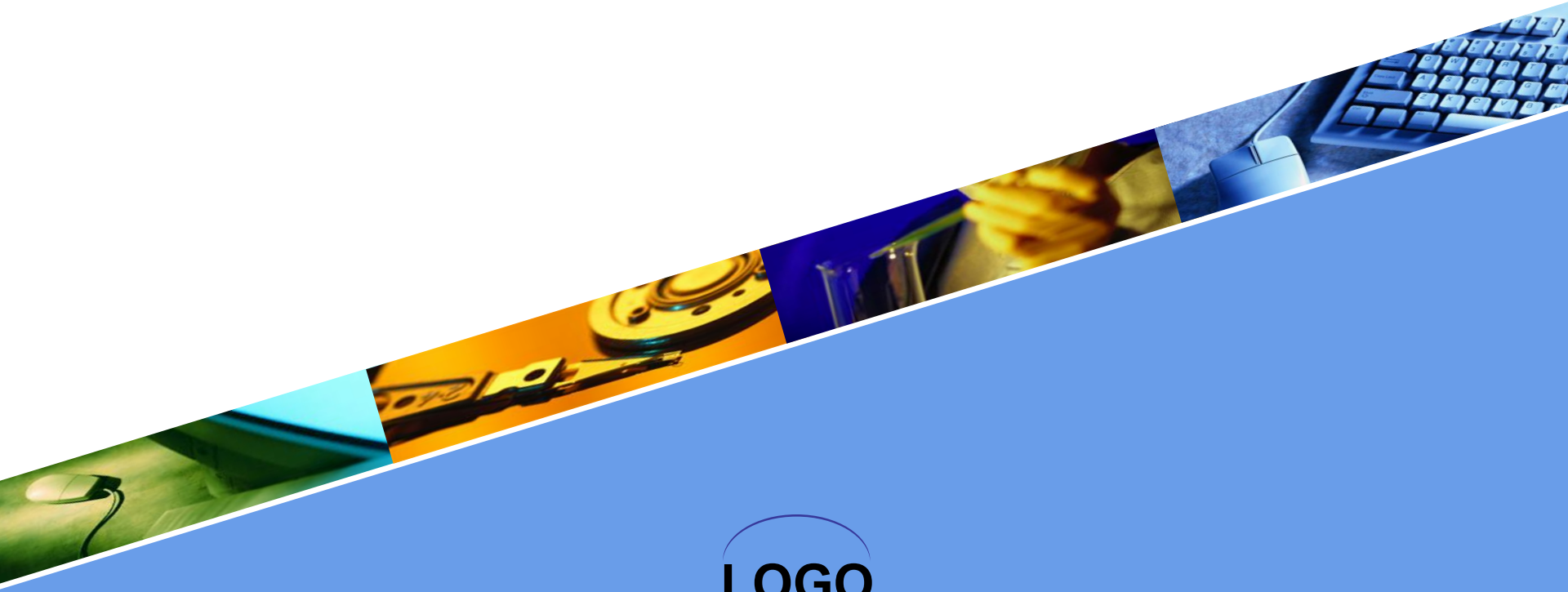
1. Сколько решений имеет уравнение в зависимости от значений параметра

$$\left|x^2 - 4|x| + 2\right| = a$$

2. Найдите значение параметра к, при котором система имеет бесконечно много решений

$$\begin{cases} (k+2)x + 3y = 9 + 3k, \\ x + (k+4)y = 2. \end{cases}$$

Спасибо за урок



LOGO