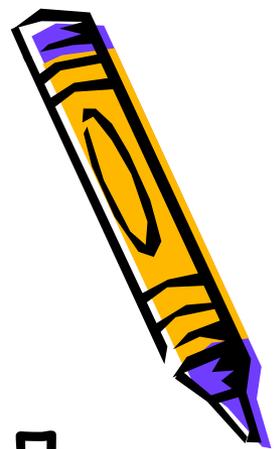




Системы счисления



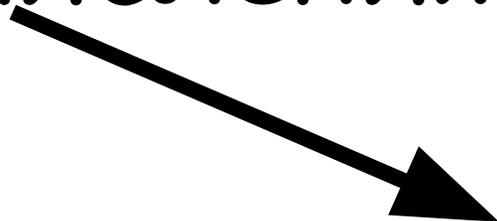
Система счисления



1. Это способ изображения чисел и соответствующие ему правила действия над числами.
2. Это способ записи чисел с помощью заданного набора цифр и знаков.

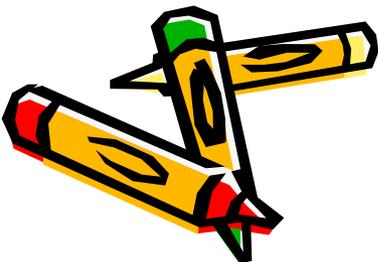
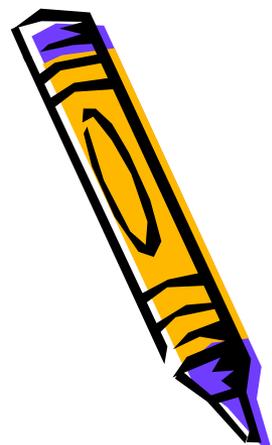


Все системы счисления



Позиционные

Непозиционные



Непозиционная С.С.



- В таких с.с. от положения знака в записи числа не зависит величина, которую он обозначает
- Пользовались египтяне, древние греки, римляне и другие народы.



Непозиционная С.С.

$$I=1$$

$$V=5$$

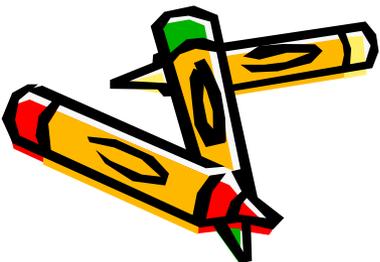
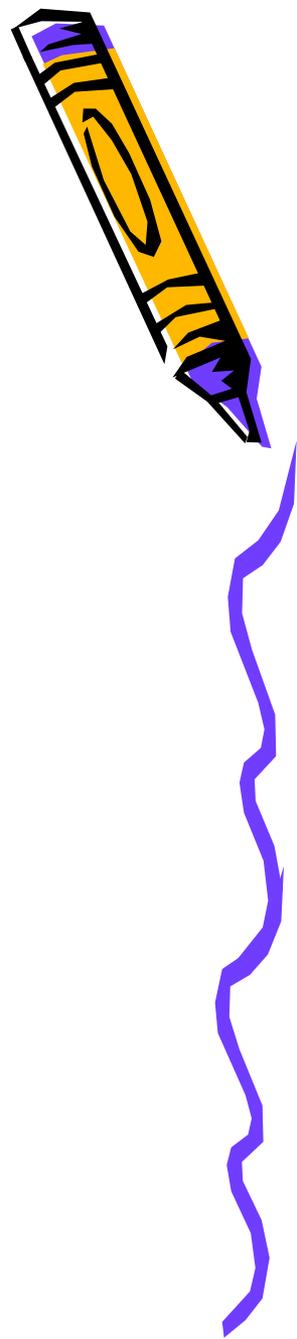
$$X=10$$

$$L=50$$

$$C=100$$

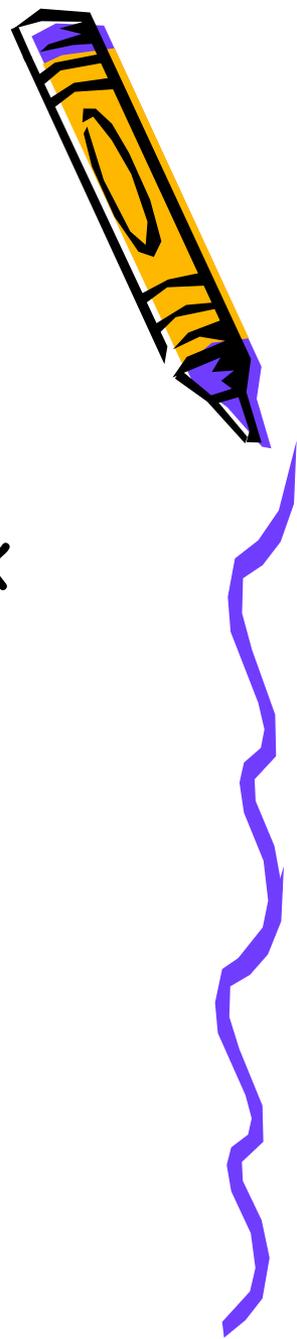
$$D=500$$

$$M=1000$$



Непозиционная С.С.

- ССХХХІІ
- Складывается из двух сотен, трех десятков и двух единиц и равно 232.



Непозиционная С.С.



Правила записи:

- Цифры записываются слева направо в порядке убывания и их значения складываются.
- Если слева записана меньшая цифра, а справа большая, то их значения вычитаются.



$$VI=5+1=6$$

$$IV=5-1=4$$

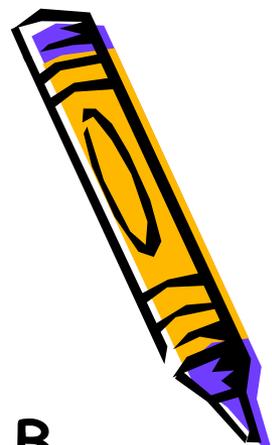


Непозиционная С.С.

- Были более или менее пригодны для выполнения сложения и вычитания, но непригодны для выполнения умножения и деления



Позиционная С.С.

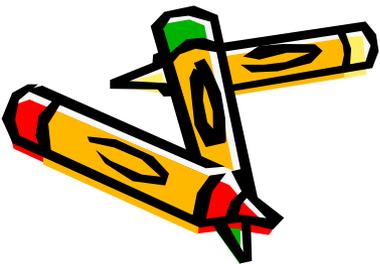


- Величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.
- **Основание позиционной С.С.** - количество используемых цифр
- $A_k p^k + A_{k-1} p^{k-1} + \dots + A_1 p + A_0 p^0$
 $p^0 = 1$

Где p - основание с.с.

a - цифры с.с

k - число целых разрядов



Позиционная С.С.

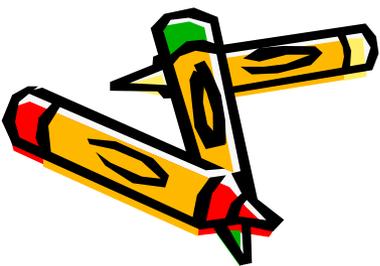
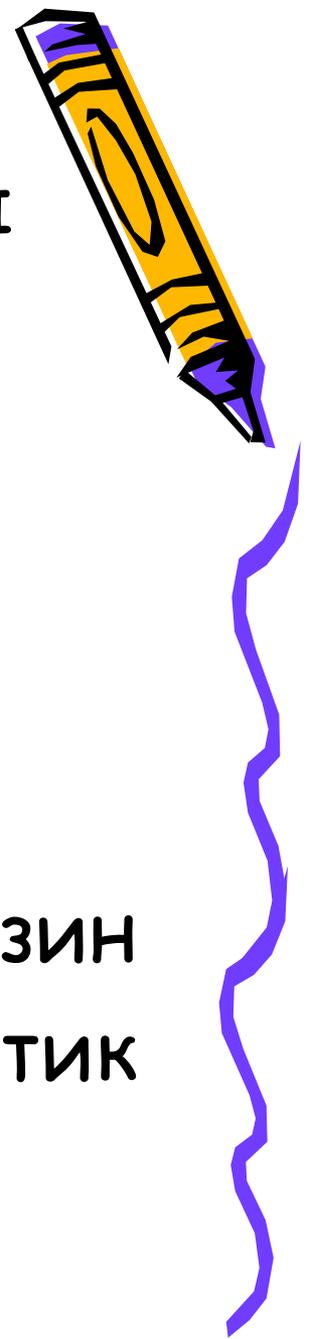


- 2749
- $2 * 10^3 + 7 * 10^2 + 4 * 10^1 + 9 * 10^0$
- $2000 + 700 + 40 + 9 = 2749$
- 384,9506
- $3 * 10^2 + 8 * 10 + 4 + 9 * 10^{-1} + 5 * 10^{-2} + 6 * 10^{-4} =$
 $300 + 80 + 4 + 0,9 + 0,05 + 0,0006 = 384,9506$

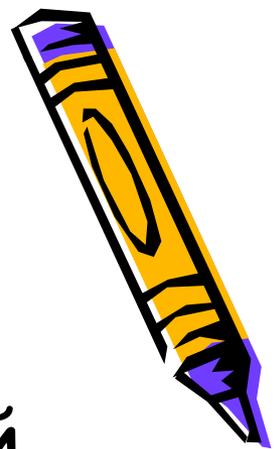


Преимущества десятичной системы счисления не математические, а зоологические. Если бы у нас на руках было не десять пальцев, а восемь, то человечество пользовалось восьмиричной системой.

Н.Н. Лузин
математик



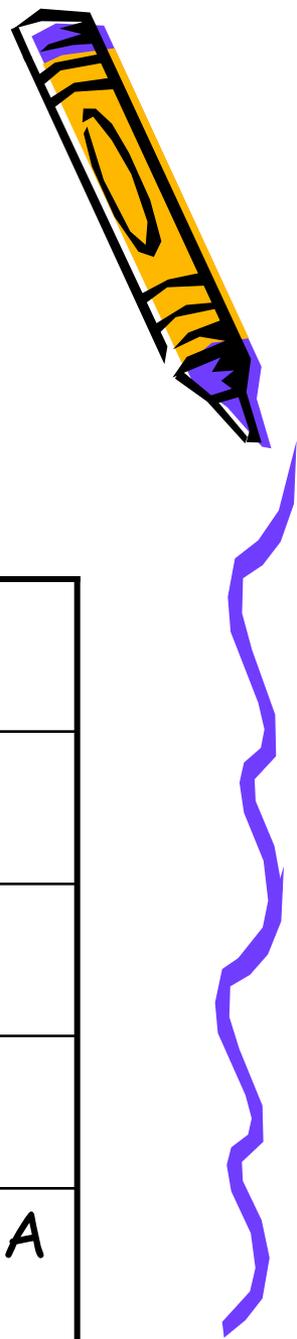
Позиционная С.С.



- Для записи чисел в позиционной системе с основанием n нужно иметь алфавит из n цифр. Обычно для этого при $n \leq 10$ используют n первых арабских цифр, а при $n > 10$ к десяти арабским цифрам добавляют буквы.

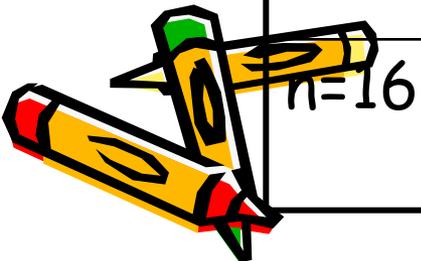


Позиционная С.С.



Вот примеры алфавитов нескольких систем:

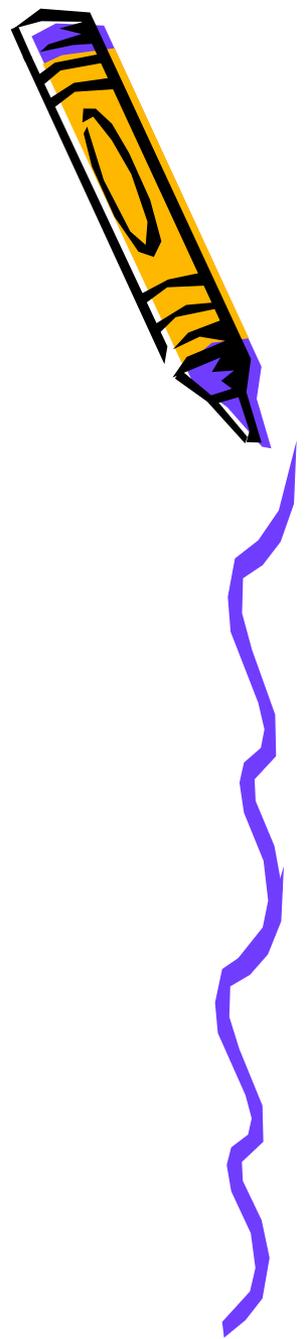
Основание	Система	Алфавит
$n=2$	Двоичная	01
$n=3$	Троичная	012
$n=8$	Восьмиричная	01234567
$n=16$	шестнадцатиричная	0123456789A BCDEF



Позиционная С.С.

- Основание системы, к которой относится число обозначается подстрочным индексом:

101101_2 , 3671_8 , $3B8E_{16}$



Перевод чисел из одной с.с. в другую

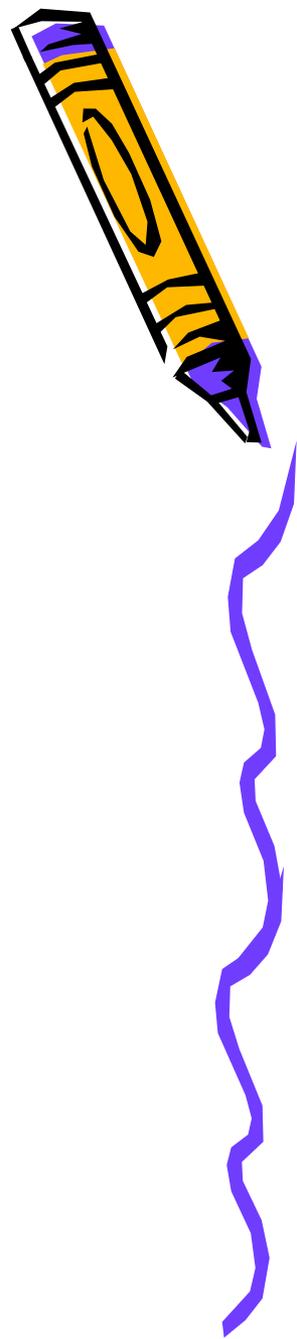


- $112_3 = 1 * 3^2 + 1 * 3^1 + 2 * 3^0 = 9 + 3 + 2 = 14$
- $101101_2 = 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$
- Обратный перевод:
 $15_{10} = 8 + 4 + 2 + 1 = 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 = 1111_2$



Перевод чисел из одной с.с. в другую

- Как перевести $157_{10} = ?_2$



Сложение в двоичной с.с.



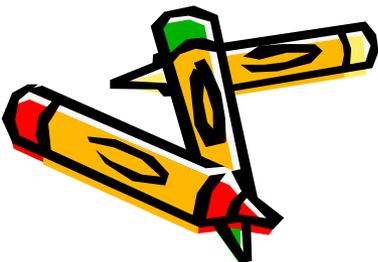
- В основе сложения чисел в двоичной системе счисления лежит таблица сложения одноразрядных двоичных чисел.

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=10$$





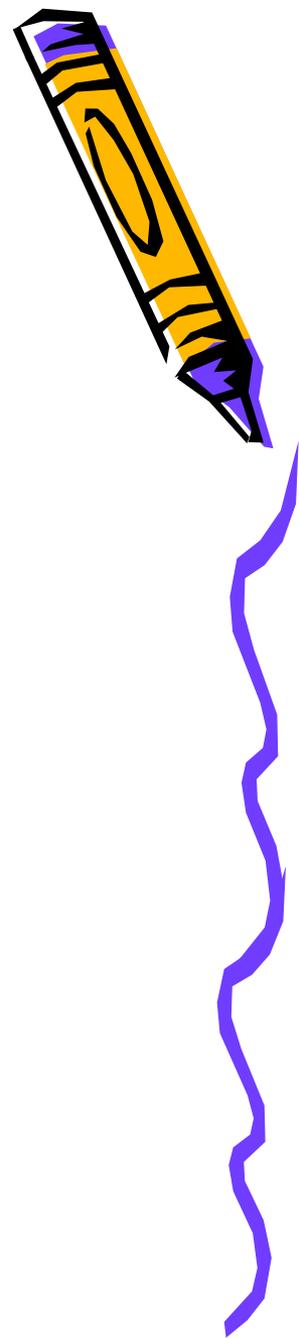
Сложение в двоичной с.с.

- Важно обратить внимание на то, что при сложении двух единиц производится перенос в старший разряд.
- В качестве примера сложим в столбик двоичные числа 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1001_2 \end{array}$$

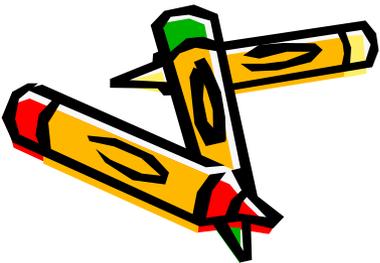


Проверим правильность вычислений

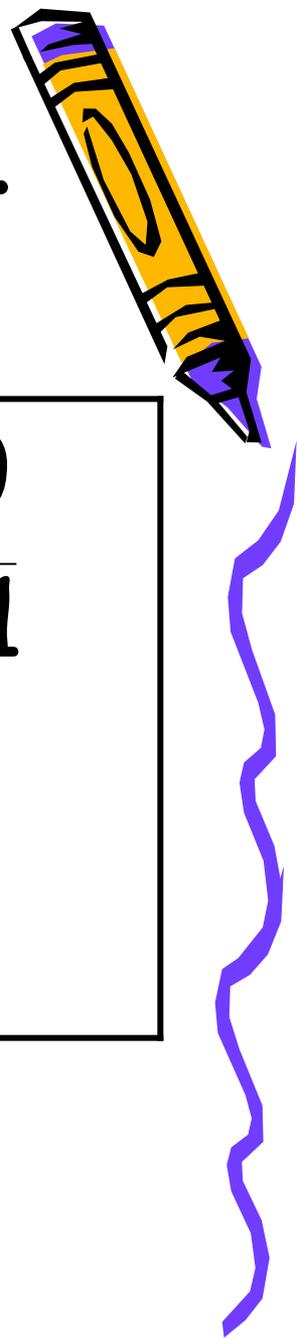


- $110_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{10}$
- $11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3_{10}$
- $1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{10}$
- $6_{10} + 3_{10} = 9_{10}$

Сложение выполнено верно.



Вычитание в двоичной с.с.



- В основе вычитания двоичных чисел лежит таблица вычитания одноразрядных двоичных чисел.
- При вычитании из меньшего числа (0) большего (1) производится заем из старшего разряда

$$0-0=0$$

$$0-1=\bar{1}\bar{1}$$

$$1-0=1$$

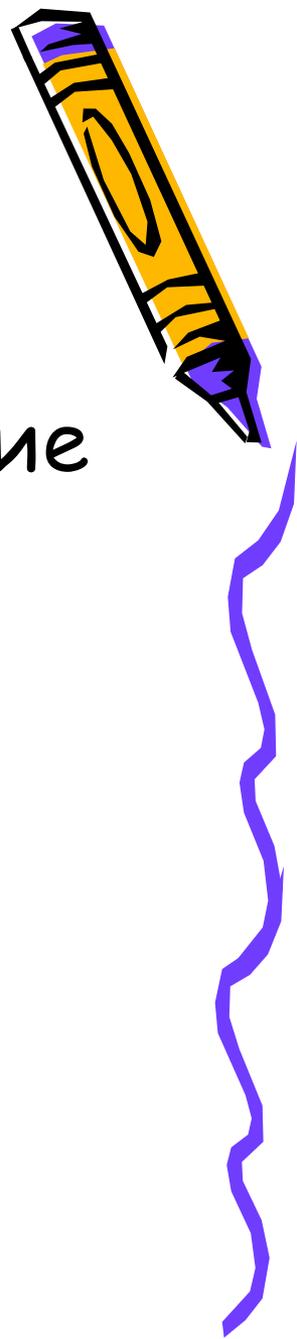
$$1-1=0$$



Вычитание в двоичной с.с.

- Для примера производим вычитание двоичных чисел 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ + 11_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$



Умножение чисел в двоичной с.с.

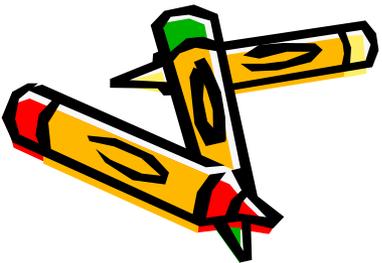
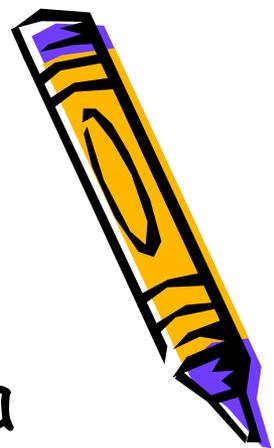
- В основе умножения лежит таблица умножения одnorазрядных двоичных чисел.

$$0 * 0 = 0$$

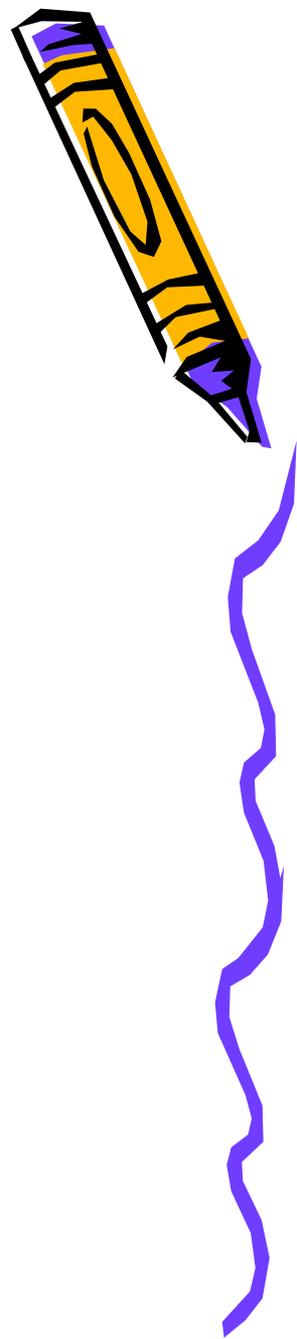
$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

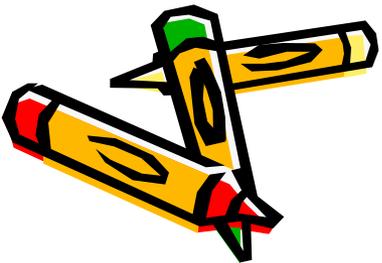


Умножение чисел в двоичной с.с.

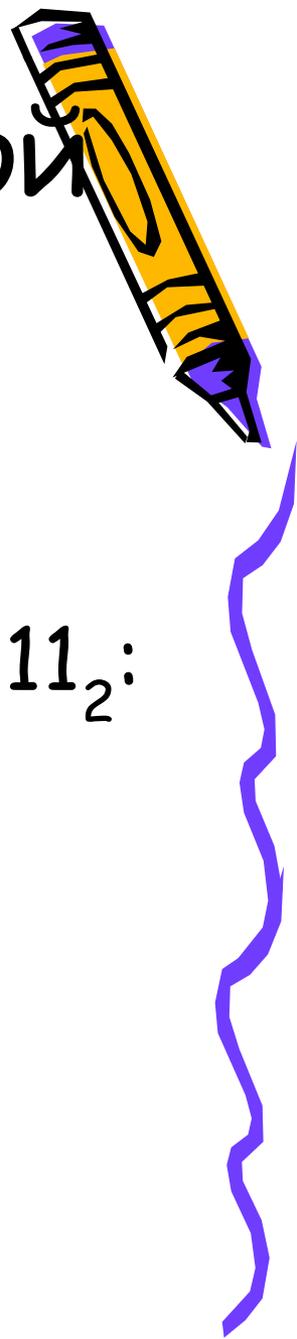


- Рассмотрим пример умножения двоичных чисел 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r} * \quad 110_2 \\ \quad 11_2 \\ \hline \quad 110 \\ \quad 110 \\ \hline 10010_2 \end{array}$$

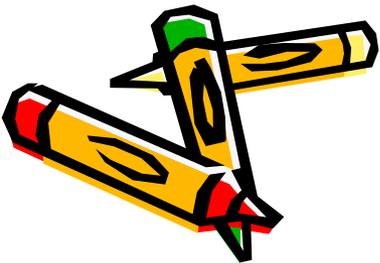


Деление чисел в двоичной с.с.



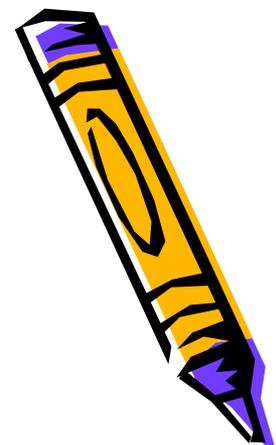
- Выполняется подобно операции деления в десятичной с.с.
- Разделим двоичное число 110_2 и 11_2 :

$$\begin{array}{r|l} 110_2 & 11_2 \\ - 11 & 10_2 \\ \hline 0 & \end{array}$$



Задания

1. Чему равны в десятичной с.с. следующие числа: XI, IX, LX, CLX, MDCXLVIII.
2. Запишите римскими цифрами числа: 13; 99; 666; 444; 1692



Задания

3. Переведите числа из одной системы счисления в другую:

$$56_{10} = ?_2$$

$$23C_{16} = ?_{10}$$

$$56_{10} = ?_5$$

$$123_5 = ?_{10}$$

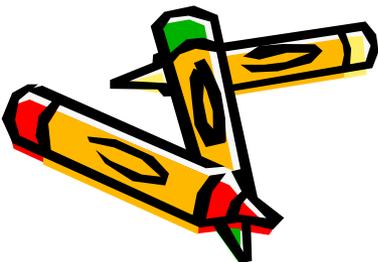
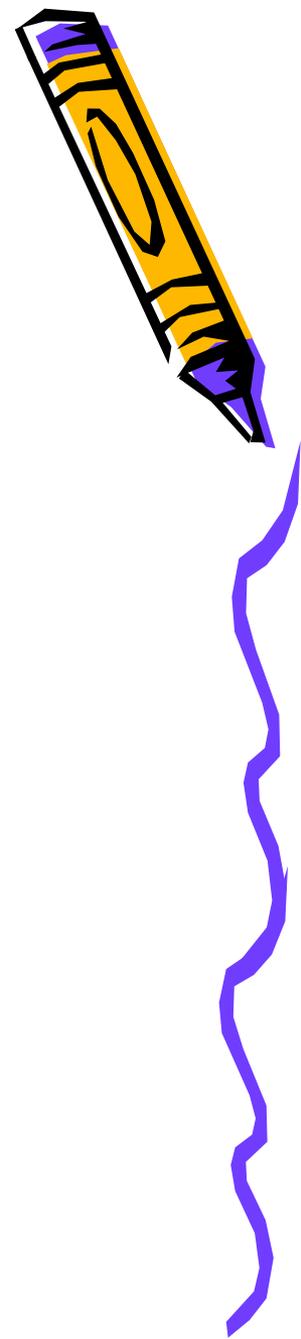
$$1111_2 = ?_{10}$$

$$56_{10} = ?_8$$

$$178_8 = ?_{10}$$

$$232_8 = ?_{10}$$

$$2A,4_{16} = ?_{10}$$



ОТВЕТЫ:

$$56_{10} = 111000_2$$

$$23C_{16} = 572_{10}$$

$$56_{10} = 211_5$$

$$123_5 = 38_{10}$$

$$1111_2 = 15_{10}$$

$$56_{10} = 70_8$$

$$174_8 = 124_{10}$$

$$232_8 = 154_{10}$$

$$2A4_{16} = 676_{10}$$

