

# Осевая симметрия

Геометрия 8 класс

*Учитель математики*

*МОУ СОШ№23*

*Козлова Наталия Вячеславовна*



# Содержание

- Симметрия
- Осевая симметрия
- Задачи
- Симметрия в геометрии, природе, архитектуре, поэзии
- Заключение

# Определение

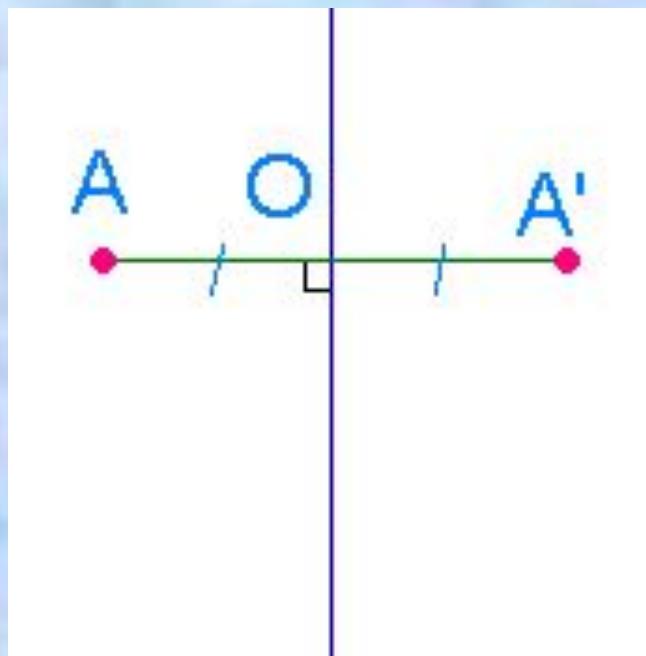


- Симметрия (от греч. Symmetria – соразмерность), в широком смысле – неизменность структуры материального объекта относительно его преобразований. Симметрия играет огромную роль в искусстве и архитектуре. Но ее можно заметить и в музыке, и в поэзии. Симметрия широко встречается в природе, в особенности у кристаллов, у растений и животных. Симметрия может встретиться и в других разделах математики, например при построении графиков функций.



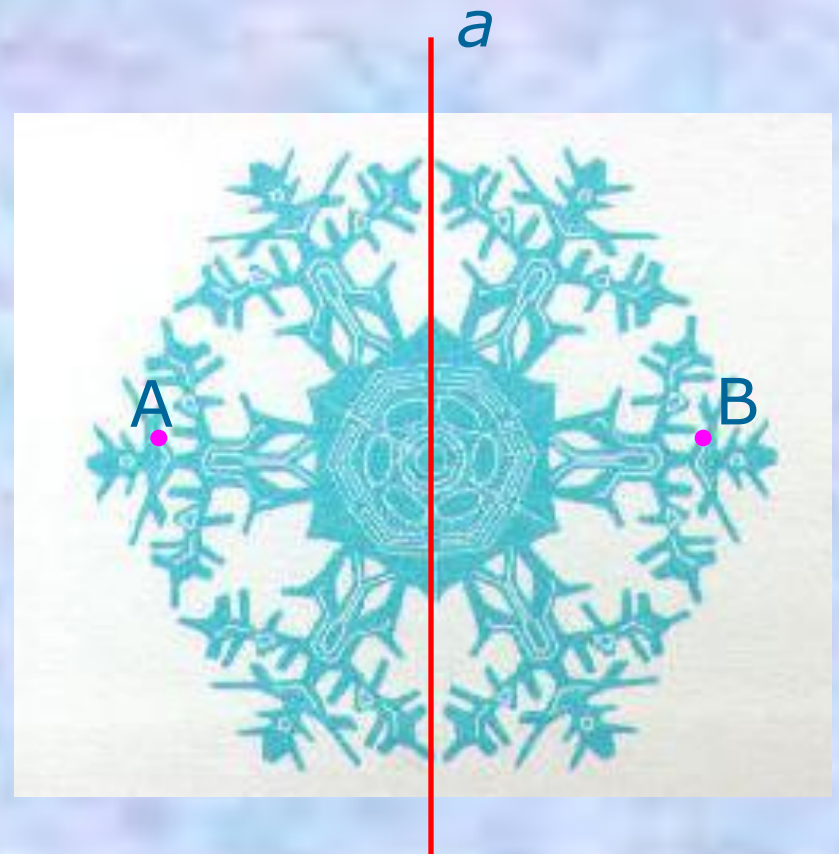
# Осевая симметрия

- Две точки, лежащие на одном перпендикуляре к данной прямой по разные стороны и на одинаковом расстоянии от нее, называются симметричными относительно данной прямой.

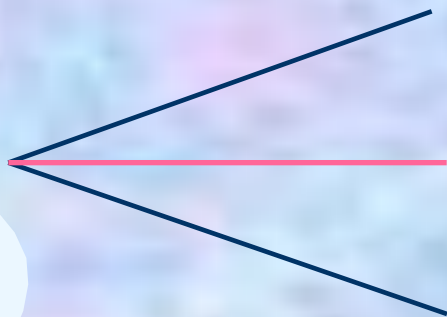




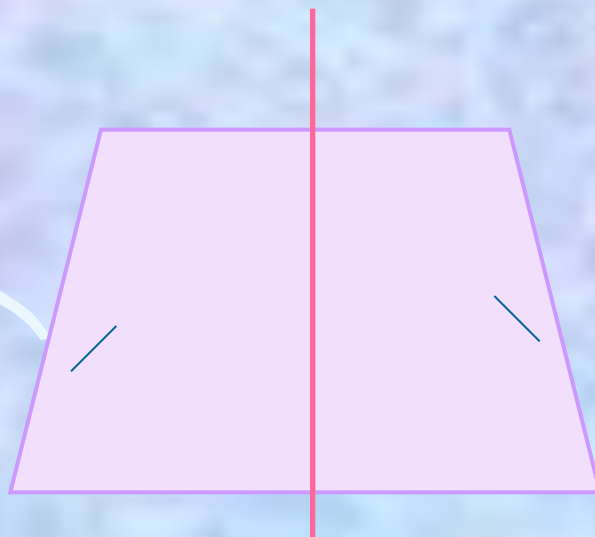
- Фигура называется симметричной относительно прямой  $a$ , если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой  $a$  также принадлежит этой фигуре.



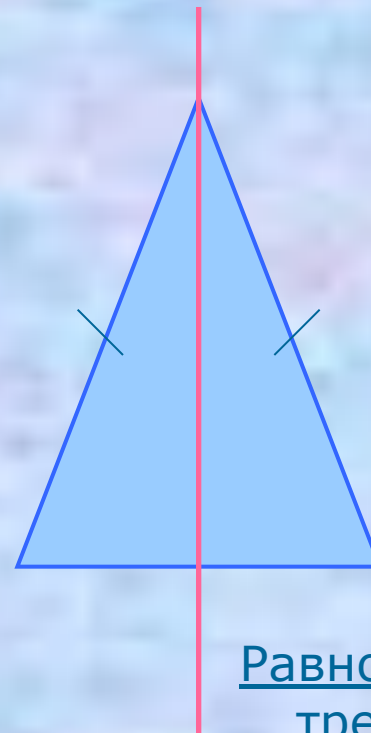
# Фигуры, обладающие одной осью симметрии



Угол



Равнобедренная трапеция



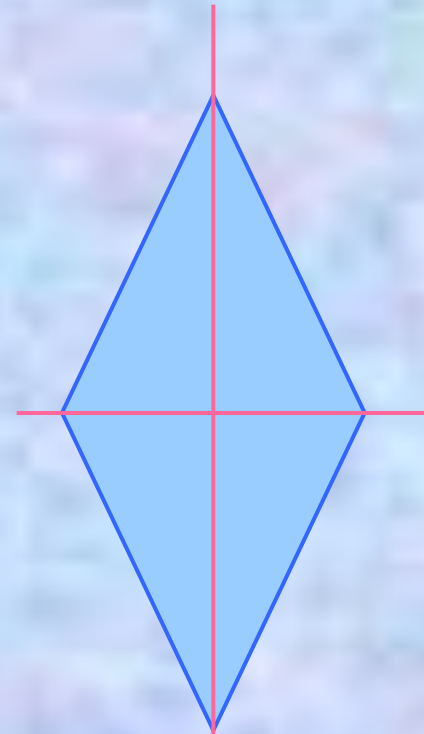
Равнобедренный  
треугольник



# Фигуры, обладающие двумя осями симметрии



Прямоугольник

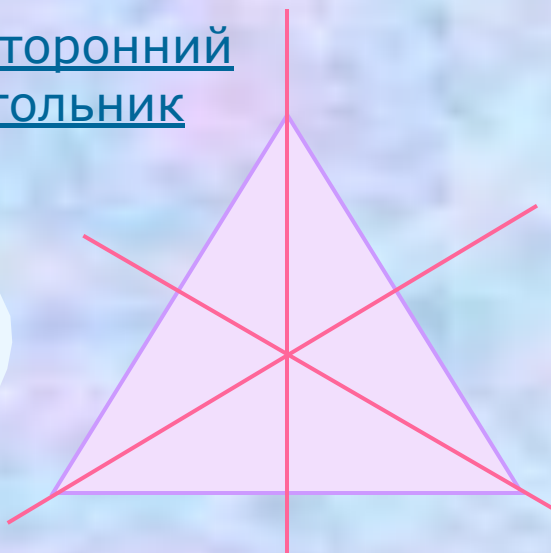


Ромб

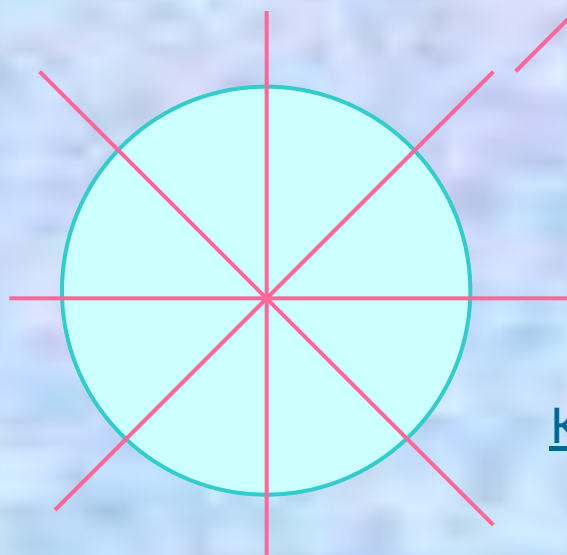
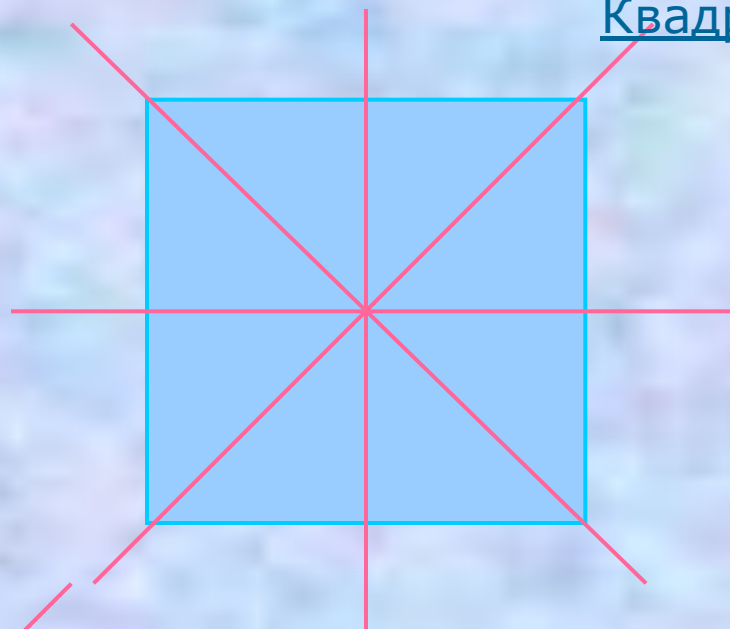


# Фигуры, имеющие более двух осей симметрии

Равносторонний  
треугольник



Квадрат

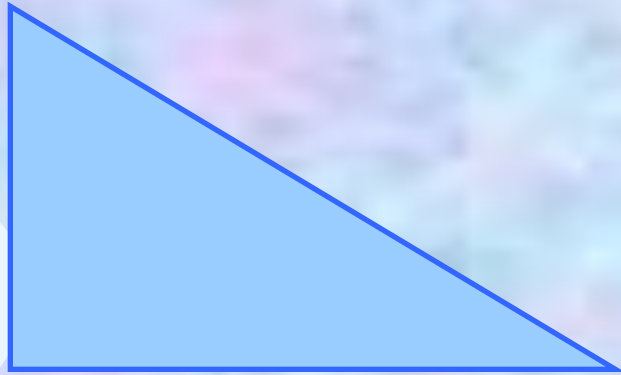


Круг

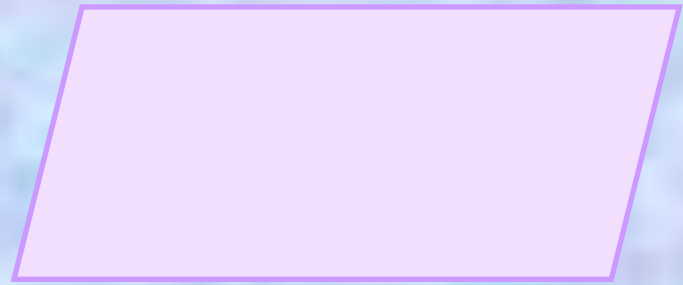




# Фигуры, не обладающие осевой симметрией



Произвольный  
треугольник



Параллелограмм



Неправильный  
многоугольник

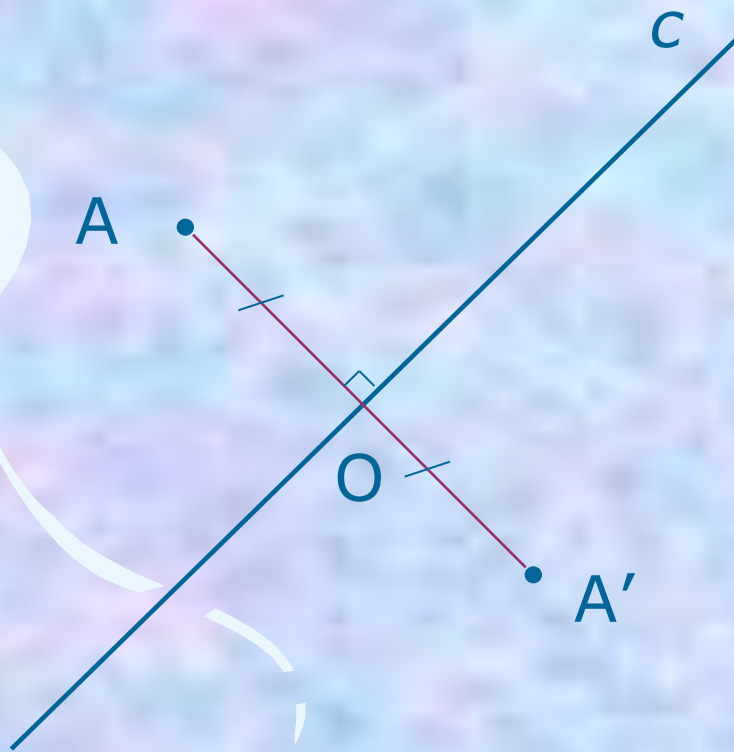


# Построение

- ? точки, симметричной данной
- ? отрезка, симметричного данному
- ? треугольника, симметричного данному



# Построение точки, симметричной данной



1.  $AO \perp c$

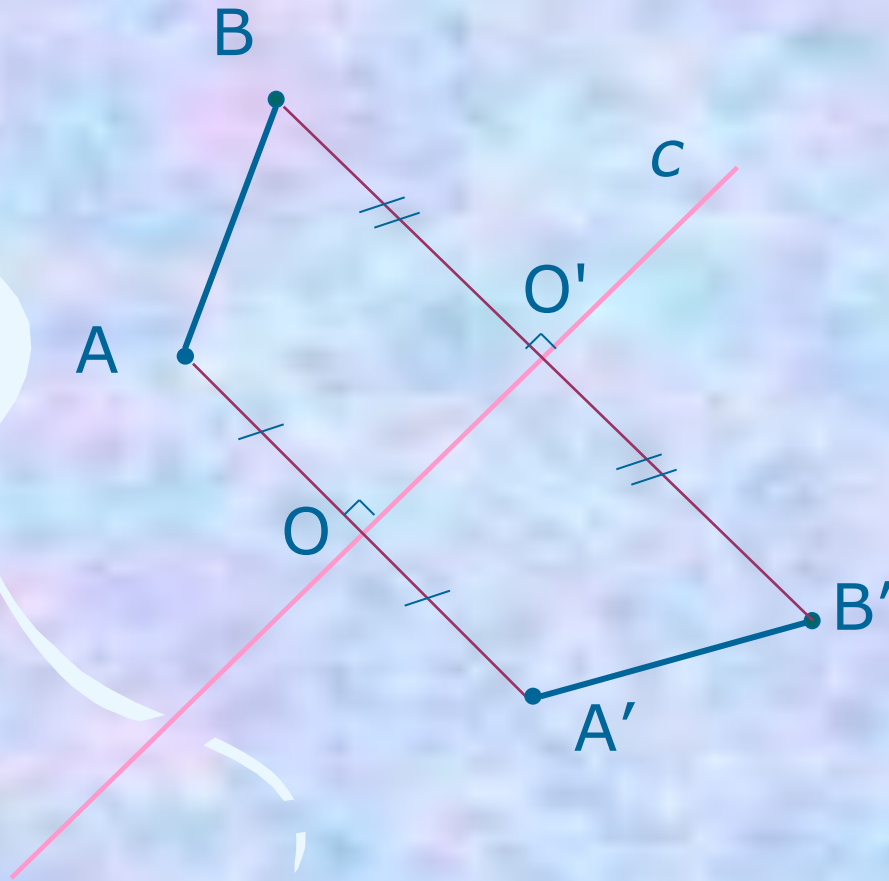
2.  $AO = OA'$



Определение



# Построение отрезка, симметричного данному



1.  $AA' \perp c, AO = OA'$ .
2.  $BB' \perp c, BO' = O'B'$ .
3.  $A'B'$  – искомый отрезок.

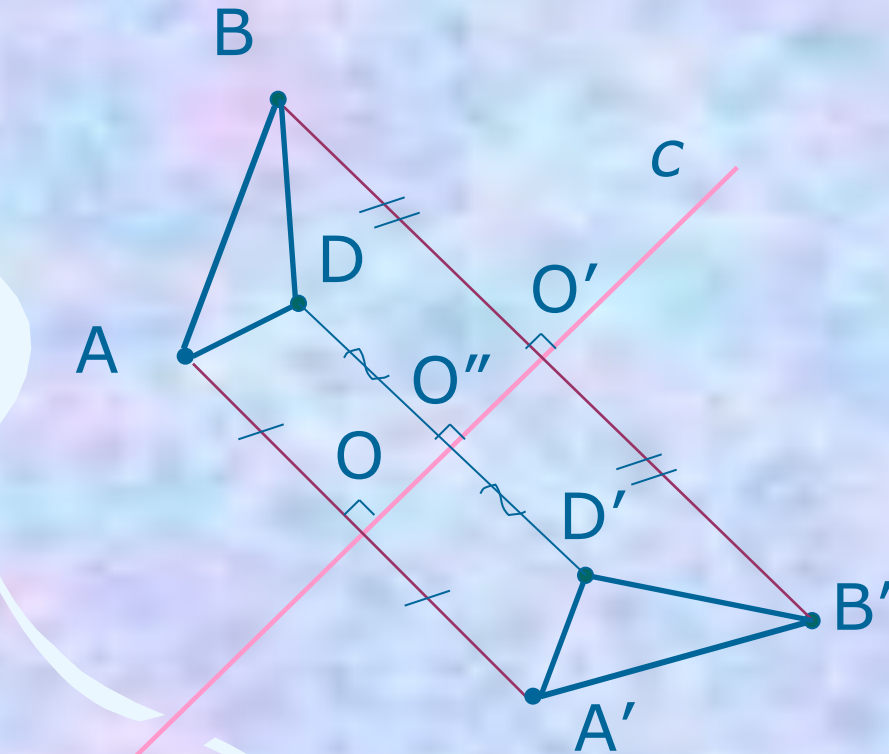


Определение





# Построение треугольника, симметричного данному



1.  $AA' \perp c$   $AO = OA'$
2.  $BB' \perp c$   $BO' = O'B'$
3.  $DD' \perp c$   
 $DO'' = O''D'$
4.  $\triangle A'B'D'$  –  
искомый  
треугольник.



[Определение](#)



# Задачи

1. Отрезок  $AB$ , перпендикулярный прямой  $c$ , пересекает ее в точке  $O$  так, что  $AO \neq OB$ . Симметричны ли точки  $A$  и  $B$  относительно прямой  $c$ ?
2. Прямая  $a$  пересекает отрезок  $MK$  в его середине под углом, отличным от прямого. Симметричны ли точки  $M$  и  $K$  относительно прямой  $a$ ?
3. Точки  $A$  и  $B$  расположены в различных полуплоскостях с границей  $p$  так, что отрезок  $AB$  перпендикулярен прямой  $p$  и делится ею пополам. Симметричны ли точки  $A$  и  $B$  относительно прямой  $p$ ?

# Задачи

1. Отрезок  $AB$ , перпендикулярный прямой  $c$ , пересекает ее в точке  $O$  так, что  $AO \neq OB$ . Симметричны ли точки  $A$  и  $B$  относительно прямой  $c$ ?

Ответ: нет

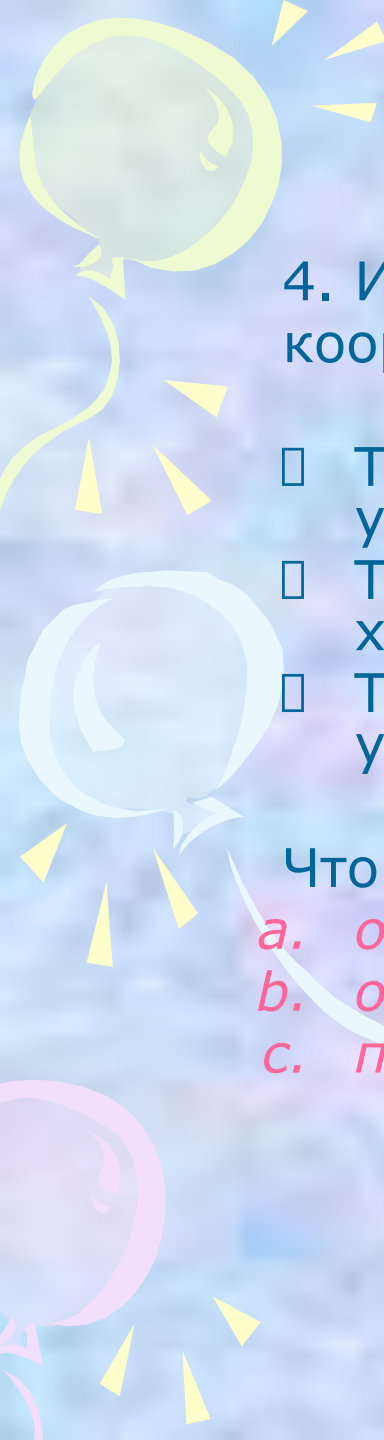
2. Прямая  $a$  пересекает отрезок  $MK$  в его середине под углом, отличным от прямого. Симметричны ли точки  $M$  и  $K$  относительно прямой  $a$ ?

Ответ: нет

3. Точки  $A$  и  $B$  расположены в различных полуплоскостях с границей  $p$  так, что отрезок  $AB$  перпендикулярен прямой  $p$  и делится ею пополам. Симметричны ли точки  $A$  и  $B$  относительно прямой  $p$ ?

Ответ: да





4. Изобразите точку  $A$ , лежащую в I четверти координатной плоскости.

- Точка  $B$  симметрична точке  $A$  относительно оси  $y$ .
- Точка  $C$  симметрична точке  $B$  относительно оси  $x$ .
- Точка  $D$  симметрична точке  $C$  относительно оси  $y$ .

Что вы можете сказать:

- a. о точках  $A$  и  $D$*
- b. о фигуре  $ABCD$*
- c. при каком условии  $ABCD$  будет квадратом*








*Ответ:*

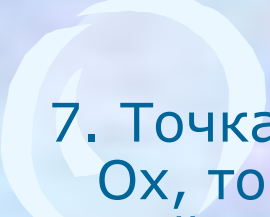
- а. Точки  $A$  и  $D$  симметричны относительно оси  $x$ .
- б.  $ABCD$  – прямоугольник
- с. Если расстояния от точки  $A$  до оси  $x$  и  $y$  будут равными





5. Относительно какой из координатных осей симметричны точки  $M(7;2)$  и  $K(-7;2)$ ?

6. Точки  $A(5;...)$  и  $B(...;2)$  симметричны относительно оси  $Ox$ .  
Запишите их пропущенные координаты.



7. Точка  $A(-2;3)$ ,  $B$  - симметричная ей точка относительно оси  $Ox$ , точка  $C$  - симметричная точке  $B$  относительно оси  $Oy$ .  
Найдите координаты точки  $C$ .

8. Точка  $A(3;1)$ ,  $B$  - симметричная ей точка относительно прямой  $y = x$ . Найдите координаты точки  $B$ .



Проверь себя

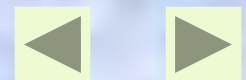
# Проверь себя

5. Ответ: Оу.

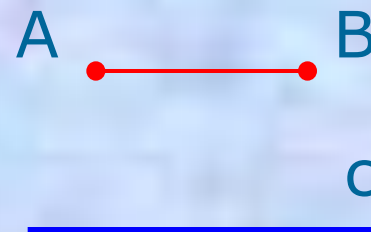
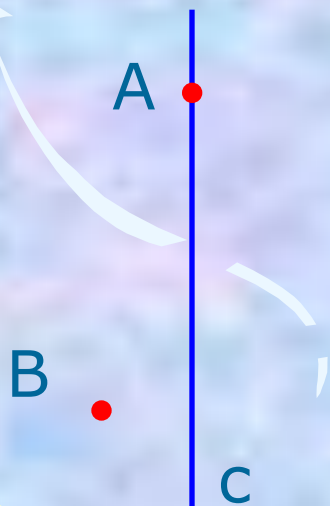
6. Ответ: А(5;-2) и В(5;2).

7. Ответ: С(2;-3).

8. Ответ: В(1;3)

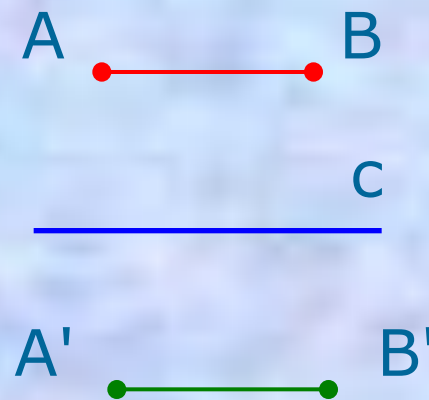
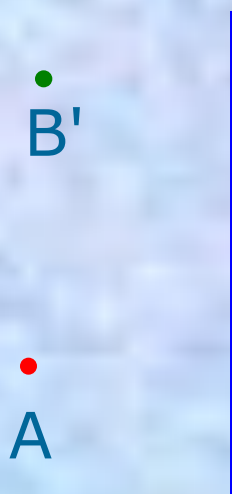
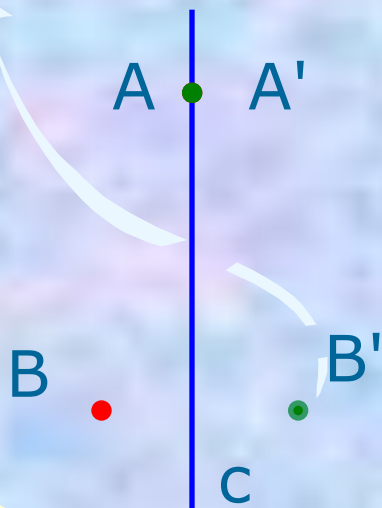


9. Для каждого из случаев, представленных на рисунке, постройте точки  $A'$  и  $B'$ , симметричные точкам  $A$  и  $B$  относительно прямой  $c$ .

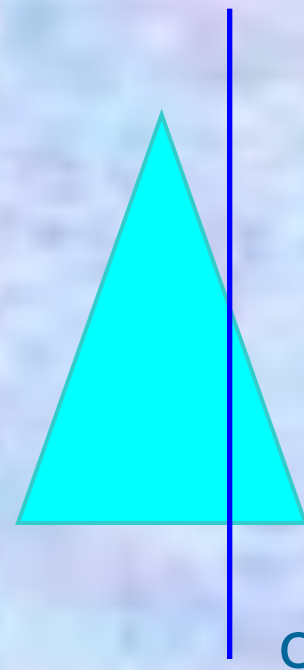
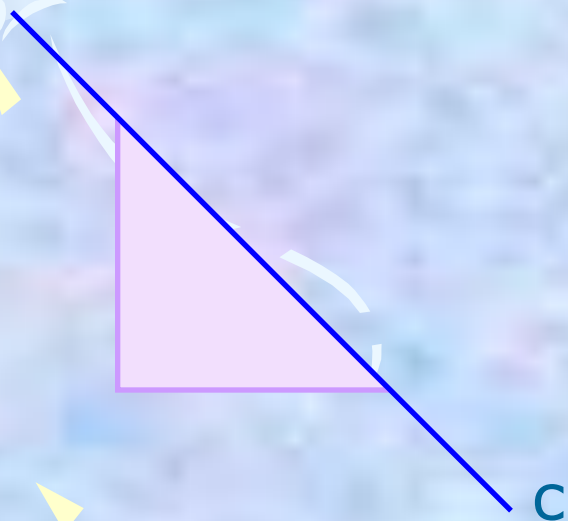




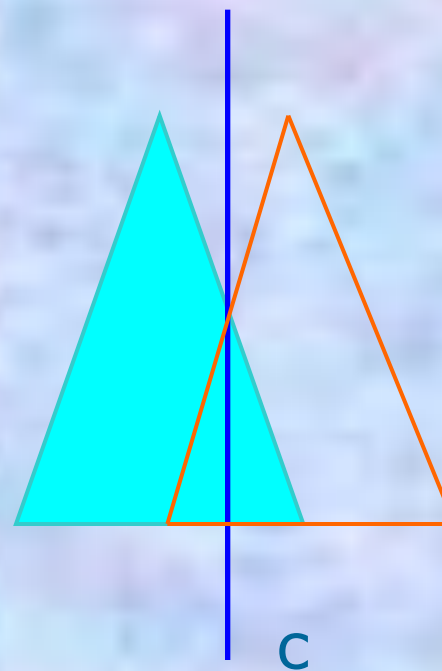
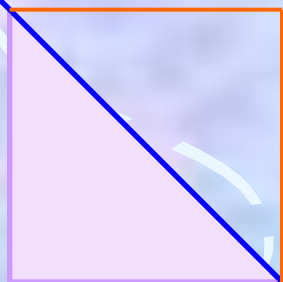
9. Для каждого из случаев, представленных на рисунке, постройте точки  $A'$  и  $B'$ , симметричные точкам  $A$  и  $B$  относительно прямой  $c$ .

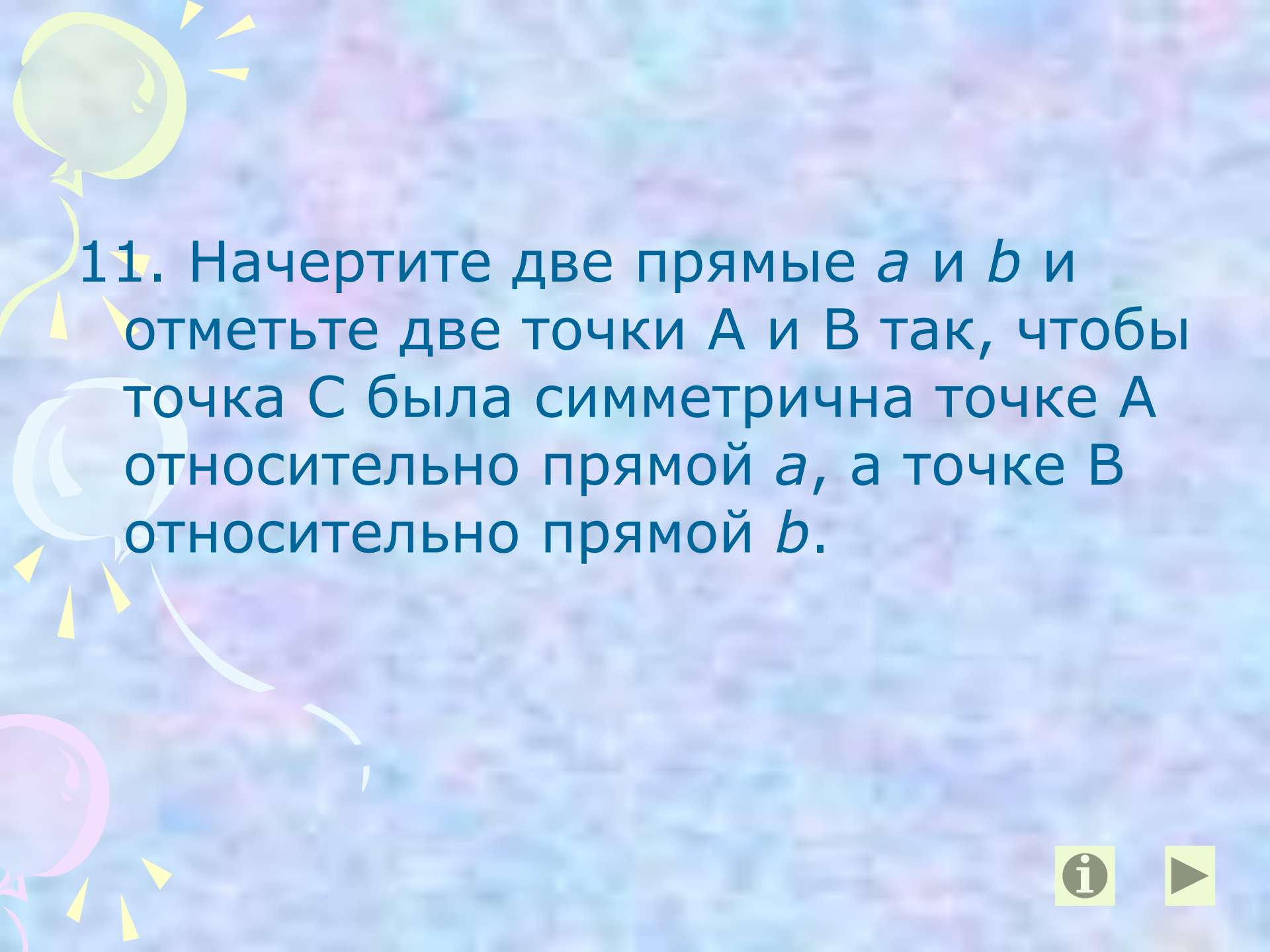


10. Постройте треугольники,  
симметричные данным, относительно  
прямой  $c$ .



10. Постройте треугольники,  
симметричные данным, относительно  
прямой  $c$ .





11. Начертите две прямые  $a$  и  $b$  и отметьте две точки  $A$  и  $B$  так, чтобы точка  $C$  была симметрична точке  $A$  относительно прямой  $a$ , а точке  $B$  относительно прямой  $b$ .





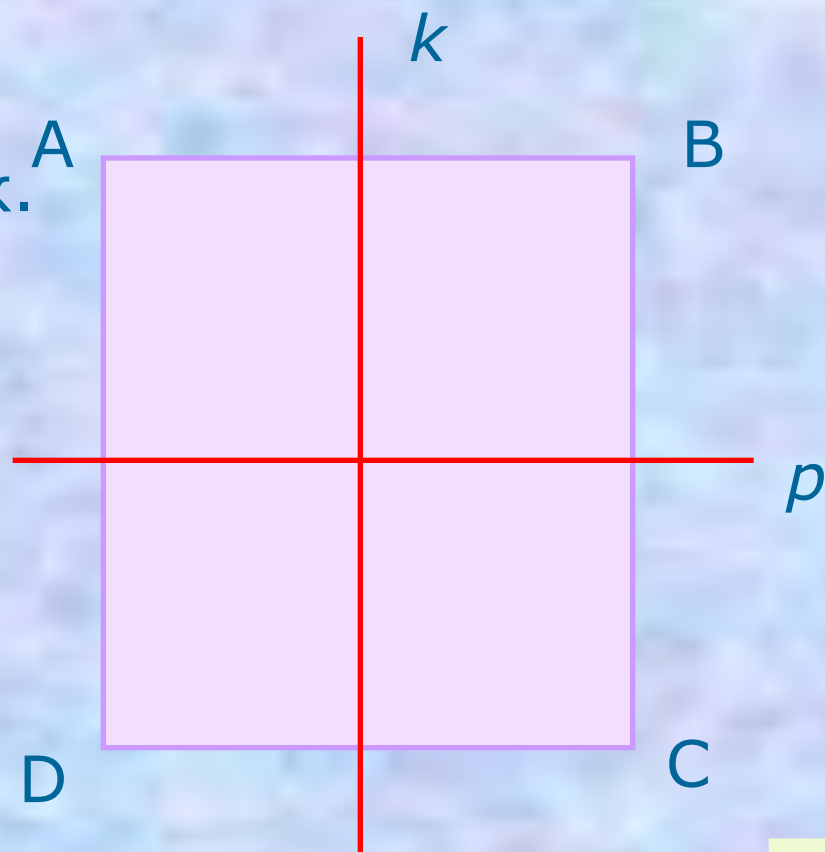
# Подсказка

- Для решения задачи рекомендуется сначала отметить точку  $C$ , а лишь потом отмечать точки  $A$  и  $B$ .



12. Прямые  $k$  и  $p$  – оси симметрии.

Докажите, что  $ABCD$  – прямоугольник.



Проверь себя

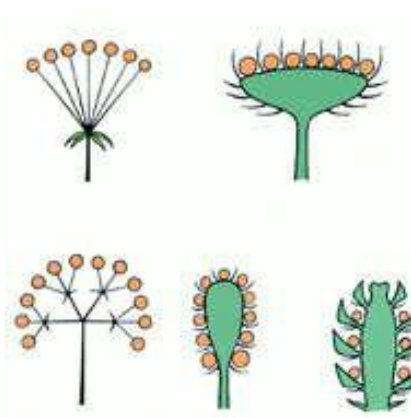


## Доказательство:

Так как  $k$  – ось симметрии, то  $\angle A = \angle D$ ,  
 $\angle B = \angle C$ . Так как  $p$  – ось симметрии, то  
 $\angle A = \angle B$ ,  $\angle C = \angle D$ . Тогда  
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ .  
ABCD – прямоугольник.



# Симметрия в природе





# В архитектуре





# Симметрия в поэзии

...В гранит оделася Нева;  
Мосты повисли над водами;  
—  
Темнозелеными садами  
Ее покрылись острова...

Пушкин А.С. «Медный всадник»



# Заключение

Симметрию можно обнаружить почти везде, если знать, как ее искать.

- ▶ Многие народы с древнейших времен владели представлением о симметрии в широком смысле – как об уравновешенности и гармонии. Творчество людей во всех своих проявлениях тяготеет к симметрии.
- ▶ Посредством симметрии человек всегда пытался, по словам немецкого математика Германа Вейля, «постичь и создать порядок, красоту и совершенство».

