Потенциальное (упругое) рассеяние

Частица массы *m* в поле рассеивающего потенциала *U(r)*:

$$\left(\frac{p^2}{2m}+U(r)\right)\psi(r)=\varepsilon\psi(r)$$

Волновая функция *ψ(r)* вдали от рассеивателя r → ∞

$$\psi(\mathbf{r})=e^{i\mathbf{kr}}+\frac{f(\vartheta)}{r}e^{ikr}$$

k* = (2*mε*)$^{1/2}$ *- волновой вектор,* $\hbar$ = 1, *f(θ) - амплитуда рассеяния

Поток рассеянных частиц, сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\frac{dN}{jd\Omega}, \qquad dN=v|\psi|^2dS=\frac{v|f|^2}{r^2}r^2d\Omega$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\vartheta)|^2,} \qquad \boxed{\sigma=\int|f(\vartheta)|^2d\Omega}$$

Фазовая теория рассеяния

Рассеяние на изотропном потенциале

Разложение волновой функции по парциальным волнам

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} A_{lm} R_l(r) Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

Радиальная часть R_l

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR_l}{dr}\right) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - 2mU(r)\right)R_l = 0,$$

$$r \to 0: \quad \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dR_l}{dr}\right) - \frac{l(l+1)}{r^2} R_l = 0, \quad R_l \propto r^l, 1/r^{l+1}$$

Асимптотическое поведение

$$r \to \infty: \quad \frac{d^2(rR_l)}{dr^2} = k^2 rR, \quad R_l^{(\pm)} = \frac{e^{\pm i(kr - \frac{\pi l}{2})}}{r}, \quad R_l^{(-)} = R_l^{(+)*}$$

$$R_l^{(\pm)}(r \to 0) \propto 1/r^{l+1}, \quad R_l = CR_l^{(+)} + C^* R_l^{(-)}, \quad C = -ie^{i\delta_l},$$

$$\boxed{R_l(r \to \infty) = \frac{2\sin(kr - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)}{r}, \quad R_l = -i(e^{i\delta_l} R_l^{(+)} - e^{-i\delta_l} R_l^{(-)}).}$$

Rl(-) - сходящаяся, Rl(+) расходящаяся, волна, $\boxed{\delta_l}$ - фаза рассеяния.

Разложение плоской волны

$$e^{i\mathbf{kr}} = 4\pi \sum_{l,m} i^l j_l(kr) Y^*_{lm}(\mathbf{k}) Y_{lm}(\mathbf{r})$$

***Сферические функции Бесселя** j_l, $j_0(x)=\sin(x)/x$*

$j_l(x)=(\pi/2x)J_{l+1/2}(x)$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dj_l(kr)}{dr}\right)+\left(k^2-\frac{l(l+1)}{r^2}\right)j_l(kr)=0,$$

$$j_l(kr\to\infty)=\sin(kr-\pi l/2)/kr,$$

$$\mathbf{k}\uparrow\mathbf{z}\quad Y_{lm}(\mathbf{k})=\sqrt{\frac{(2l+1)}{4\pi}}\delta_{m0},\quad e^{i\mathbf{kr}}=\sum_l i^l\sqrt{4\pi(2l+1)}\,j_l(kr)Y_{l0}(\mathbf{r})$$

Разложение $\psi(r)$

$$\psi(\mathbf{r})=\sum_{l,m}A_{lm}R_l(r)Y_{lm}(\vartheta,\varphi),\quad A_{lm}=\delta_{m0}\sqrt{4\pi(2l+1)}\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2k}$$

$$\psi(\mathbf{r}\to\infty)=\sum_l\sqrt{4\pi(2l+1)}\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2k}\frac{2\sin(kr-\frac{\pi l}{2}+\delta_l)}{r}Y_{0m}(\vartheta,\varphi)$$

$$\psi(\mathbf{r}\to\infty)=\sum_l\sqrt{4\pi(2l+1)}\,\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2ik}\left(\frac{e^{i\left(kr-\frac{\pi l}{2}+\delta_l\right)}}{r}-\frac{e^{-i\left(kr-\frac{\pi l}{2}+\delta_l\right)}}{r}\right)Y_{l0}(\vartheta,\varphi)$$

$$\psi(\mathbf{r})=e^{i\mathbf{kr}}+\sqrt{4\pi}\sum_l\frac{\sqrt{(2l+1)}}{2k}\frac{e^{ikr}}{r}\left(e^{i2\delta_l}-1\right)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)=e^{i\mathbf{kr}}+\frac{f(\vartheta)}{r}e^{ikr}$$

Амплитуда рассеяния $f(\vartheta)=\sum_l(2l+1)\frac{\left(e^{i2\delta_l}-1\right)}{2ik}P_l(\cos(\vartheta))$

S матрица $S_l=e^{i2\delta_l}$ **Парциальная амплитуда** $f_l=\frac{S_l-1}{2ik}$

Разложение амплитуды рассеяния

$$\boxed{f(\vartheta)=\sum_l(2l+1)\,f_l P_l(\cos\vartheta)}$$

Сечение рассеяния

$$\sigma = \int |f(\vartheta)|^2 d\Omega = 2\pi \int_0^{\pi} |f(\vartheta)|^2 \sin(\vartheta) d\vartheta$$

$$\int_0^{\pi} P_l(\cos\vartheta) P_{l'}(\cos\vartheta) \sin(\vartheta) d\vartheta = \frac{2\delta_{ll'}}{2l+1}$$

$$\sigma = \sum_l \sigma_l = 4\pi \sum_l (2l+1) |f_l|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2\delta_l$$

Парциальное сечение $\boxed{\sigma_l = 4\pi(2l+1)|f_l|^2 = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)\sin^2\delta_l}$

Максимальное парциальное сечение $\sigma_{l\,\max} = \frac{4\pi}{k^2}(2l+1)$

$$\boxed{R_l(r) \to \delta_l \to \sigma}$$

Условие унитарности

Парциальная волна $\psi_l = e^{2i\delta_l}\psi_l^{(+)} - \psi_l^{(-)} = S_l\psi_l^{(+)} - \psi_l^{(-)}$

Расходящаяся волна $\psi_l^{(+)} = R_l^{(+)}(r)Y_{l0}(\mathbf{n})$

Сходящаяся волна $\psi_l^{(-)} = R_l^{(-)}(r)Y_{l0}(\mathbf{n})$

Суперпозиция парциальных волн

$$\psi = \sum_l A_l\psi_l = \sum_l A_l S_l\psi_l^{(+)} - A_l\psi_l^{(-)} = \sum_l B_l\psi_l^{(+)} - A_l\psi_l^{(-)}$$

Матрица рассеяния S $\boxed{(B) = (S)(A), \quad S_{ll'} = \delta_{ll'}e^{2i\delta_l}}$

Унитарность S матрицы $\boxed{|S_{ll}| = 1, \quad SS^{+} = 1}$

Сохранение числа частиц $|B_l| = |A_l|, \quad j_l^{(-)} = j_l^{(+)}$

Оптическая теорема

$$S_l = 1 + 2ikf_l, \quad S_l S_l^* = 1, \quad f_l - f_l^* = 2if_l f_l^*, \quad \boxed{\mathrm{Im}\{f_l\} = k|f_l|^2}$$

$$\mathrm{Im}\{1/f_l\} = -k, \quad \boxed{f_l = \frac{1}{g_l - ik}}$$

$$\mathrm{Im}\{f(0)\} = \sum_l (2l+1)\,\mathrm{Im}\{f_l\} = \sum_l (2l+1)k|f_l|^2 = \frac{k\sigma}{4\pi}$$

$$\boxed{\mathrm{Im}\{f(0)\} = \frac{k\sigma}{4\pi}}$$

Закон сохранения числа частиц

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{kr}} + \frac{f(\vartheta)}{r} e^{ikr}$$

Плотность потока частиц $\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{v} + v\frac{|f(\vartheta)|^2}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{j}_{\text{int}}$

$$\oint \mathbf{j}\, d\mathbf{S} = 0, \quad \oint \mathbf{v}\, d\mathbf{S} = 0, \quad \oint v\frac{|f(\vartheta)|^2}{r^3}\mathbf{r}\, d\mathbf{S} = v\sigma, \quad \oint \mathbf{j}_{\text{int}} d\mathbf{S} + v\sigma = 0$$

$$\oint \mathbf{j}_{\text{int}} d\mathbf{S} = 2\pi v \int_0^1 \left(e^{ikr(\cos\vartheta - 1)} f^*(\vartheta) + e^{-ikr(\cos\vartheta - 1)} f(\vartheta)\right) r d\cos\vartheta =$$

$$\frac{2\pi v}{ik}\left(f^*(0) - f(0)\right) = -\sigma v, \quad \boxed{\operatorname{Im}\{f(0)\} = \frac{k}{4\pi}\sigma}$$

Условие унитарности S матрицы в представлении плоских волн

$$\psi_{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) = e^{ikr\mathbf{n}\mathbf{n}'} + \frac{f(\mathbf{n},\mathbf{n}')}{r}e^{ikr}, \quad |\mathbf{n}| = |\mathbf{n}'| = 1, \mathbf{n} \uparrow \mathbf{k}, \mathbf{n} \uparrow \mathbf{n}' \uparrow \mathbf{r}$$

$$\psi = \int F(\mathbf{n})\psi_{\mathbf{n}} d\mathbf{n} = \int F(\mathbf{n}) e^{ikr\mathbf{n}\mathbf{n}'} d\mathbf{n} + \frac{e^{ikr}}{r}\int F(\mathbf{n}) f(\mathbf{n},\mathbf{n}') d\mathbf{n} =$$

$$2\pi i F(-\mathbf{n}')\frac{e^{-ikr}}{kr} - 2\pi i F(\mathbf{n}')\frac{e^{ikr}}{kr} + \frac{e^{ikr}}{r}\int F(\mathbf{n}) f(\mathbf{n},\mathbf{n}') d\mathbf{n} =$$

$$-\frac{2\pi i}{k}\left(\frac{e^{ikr}}{r} SF(\mathbf{n}') - F(-\mathbf{n}')\frac{e^{-ikr}}{r}\right),$$

$$S = 1 + 2ikf, \quad fF(\mathbf{n}') = \frac{1}{4\pi}\int F(\mathbf{n}) f(\mathbf{n},\mathbf{n}') d\mathbf{n},$$

$$SS^{+} = 1. \quad f - f^{+} = 2ikff^{+},$$

$$f(\mathbf{n},\mathbf{n}') - f^{*}(\mathbf{n}',\mathbf{n}) = \frac{ik}{2\pi}\int f(\mathbf{n},\mathbf{n}'') f^{*}(\mathbf{n}'',\mathbf{n}') d\mathbf{n}'',$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}', \quad \mathrm{Im}\{f(\mathbf{n},\mathbf{n})\} = \frac{k\sigma}{4\pi}$$

Приближение Борна

Условие приближения $mUa^2 << 1, \quad Ua\ /v << 1 \quad ka >> 1$

Вероятность рассеяния $dW = 2\pi \left|\langle \mathbf{k}'|U|\mathbf{k}\rangle\right|^2 \delta\left(\frac{k^2}{2} - \frac{k'^2}{2}\right)\frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^3}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dW}{jd\Omega} = \frac{2\pi}{v}\int \left|\langle \mathbf{k}'|U|\mathbf{k}\rangle\right|^2 \delta\left(\frac{k^2}{2m} - \frac{k'^2}{2m}\right)\frac{k'^2\,dk'}{(2\pi)^3} = \boxed{\frac{m^2}{(2\pi)^2}\left|\langle \mathbf{k}'|U|\mathbf{k}\rangle\right|^2},$$

$$\langle \mathbf{k}'|U|\mathbf{k}\rangle = \int U(\mathbf{r})e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}}d\mathbf{r} = U(\mathbf{q}), \quad \mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k},$$

$$U(\mathbf{q}) = 4\pi\int_0^\infty U(r)\frac{\sin(qr)}{q}dr, \quad \boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4m^2\left[\int_0^\infty U(r)\frac{\sin(qr)}{q}dr\right]^2}$$

Квазиклассическое приближение

Квазиклассический предел

$$\lambda << a, \quad \lambda = h/p,$$

$$\hbar \to 0, \quad ka = pa/\hbar >> 1,$$

$$l = \rho p/\hbar >> 1, \quad \delta_l >> 1,$$

$$\vartheta \approx U(\rho)/E >> \hbar/\rho p = 1/l$$

Классические траектории движения

$$f(\vartheta) = \sum_l (2l+1) f_l P_l(\cos\vartheta) \approx$$

$$\approx \frac{1}{k}\sum_l \sqrt{\frac{l}{2\pi \sin\vartheta}}\left[e^{i\left(2\delta_l - (l+\frac{1}{2})\vartheta - \frac{\pi}{4}\right)} - e^{i\left(2\delta_l + (l+\frac{1}{2})\vartheta + \frac{\pi}{4}\right)}\right],$$

$$2\frac{d\delta_l}{dl} \pm \vartheta = 0, \quad l = k\rho, \quad \vartheta = \vartheta(\rho),$$

Классическое сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{l}{k^2 \sin(\vartheta)}\left|\frac{dl}{d\vartheta}\right| = \frac{\rho}{\sin(\vartheta)}\left|\frac{d\rho}{d\vartheta}\right|$$

Приближение WKB, Приближение эйконала

$$E >> U, \quad ka >> 1$$

Квазиклассическая волновая функция

$$rR_l \propto \sin\left(\frac{1}{\hbar}\int_{r_0}^{r}\sqrt{2m\left(E-U(r)\right)-\frac{\hbar^2(l+1/2)^2}{r^2}}\,dr+\frac{\pi}{4}\right),$$

$$\delta_l=\frac{1}{\hbar}\int_{r_0}^{\infty}\sqrt{2m\left(E-U(r)\right)-\frac{\hbar^2(l+1/2)^2}{r^2}}\,dr+\frac{\pi}{4}-$$

$$-\frac{1}{\hbar}\int_{r_0}^{\infty}\sqrt{2mE-\frac{\hbar^2(l+1/2)^2}{r^2}}\,dr-\frac{\pi}{4}. \quad 2m\left(E-U(r_0)\right)=\frac{\hbar^2(l+1/2)^2}{r_0{}^2}$$

Квазиклассическая фаза рассеяния

$$\delta_l \approx -\frac{1}{\hbar^2}\int_{r_0}^{\infty}\frac{mU(r)dr}{\sqrt{k^2-\frac{l^2}{r^2}}}, \quad k^2=\frac{l^2}{r_0{}^2}$$

Квазиклассическая фаза рассеяния

$$\delta_l \approx -\frac{1}{\hbar^2}\int_{l/k}^{\infty}\frac{mU(r)dr}{\sqrt{k^2-\frac{l^2}{r^2}}}, \quad r^2 = z^2+\rho^2 = z^2+\left(\frac{l}{k}\right)^2,$$

$$\delta_l \approx -\frac{m}{\hbar^2 k}\int_0^{\infty}U\left(\sqrt{z^2+(l/k)^2}\right)dz, \quad \rho = \frac{l}{k}$$

$$\delta(\rho) = -\frac{1}{2\hbar v}\int_{-\infty}^{\infty}U\left(\sqrt{z^2+\rho^2}\right)dz,$$

$$2\delta = \int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{k^2-\frac{2m}{\hbar^2}U}\,dz - \int_{-\infty}^{\infty}k\,dz \approx -\frac{m}{\hbar^2 k}\int_{-\infty}^{\infty}U dz.$$

Эйконал

Квазиклассическая амплитуда рассеяния

$$f(\vartheta) = \sum_l (2l+1) f_l P_l(\cos\vartheta)$$

$$P_l(\cos\vartheta) \approx J_0(\vartheta l) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-i\vartheta l \cos\varphi} d\varphi, \quad l \gg 1, \quad \vartheta \ll 1$$

$$f(\vartheta) \approx \frac{1}{2\pi}\int 2l \frac{(e^{2i\delta_l} - 1)}{2ik} e^{-i\vartheta l \cos\varphi} d\varphi dl$$

Замена переменных

$$l \to \rho, \quad l = \rho k, \quad q = k\vartheta, \quad \delta_l = \delta(\rho = l/k), \quad S(\rho) = e^{2i\delta(\rho)},$$

$$f(\vartheta) \approx \frac{k}{2\pi i}\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} (S(\rho) - 1) e^{-i\mathbf{q}\rho} \rho d\rho d\varphi = \boxed{\frac{k}{2\pi i}\int (S(\rho) - 1) e^{-i\mathbf{q}\rho} d^2\rho}$$

Борновский предел

$$\delta(\rho) << 1, \quad (e^{2i\delta(\rho)} - 1) = 2i\delta(\rho) = -\frac{i}{\hbar v}\int_{-\infty}^{\infty} U\left(\sqrt{z^2+\rho^2}\right)dz,$$

$$f(\vartheta) \approx -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int U(r)e^{-i\mathbf{qr}}d\mathbf{r}$$

Сечение рассеяния

$$\sigma = \frac{4\pi}{k}\,\mathrm{Im}\{f(0)\} = 2\int \mathrm{Re}\{1 - S(\rho)\}d^2\rho = 4\int \sin^2(\delta(\rho))d^2\rho$$

Рассеяние медленных частиц

$ka \ll 1$

Волновая функция вне действия потенциала $r \gg a$

$$R_l(r \to \infty) = 2\sin(kr - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)/r =$$

$$2\sin(kr - \frac{\pi l}{2})\cos(\delta_l)/r + 2\cos(kr - \frac{\pi l}{2})\sin(\delta_l)/r$$

$$R_l(r > a) = 2j_l(kr)\cos(\delta_l) + 2y_l(kr)\sin(\delta_l)$$

Волновая функция в области действия потенциала $r < a$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR_l}{dr}\right) - \left(\frac{l(l+1)}{r^2} + 2mU(r)\right)R_l = 0$$

Сшивание волновых функций   a<r<1/k

$$\eta_l = \frac{R'_l}{R_l} = k\frac{j'_l(kr)\cos(\delta_l) + y'_l(kr)\sin(\delta_l)}{j_l(kr)\cos(\delta_l) + 2y_l(kr)\sin(\delta_l)}$$

$$tg(\delta_l) = -\frac{kj'_l(kr) - \eta_l j_l(kr)}{ky'_l(kr) - \eta_l y_l(kr)},$$

$$j_l(x << 1) \propto x^l,\ y_l(x << 1) \propto 1/x^{l+1},$$

$$tg(\delta_l) \approx (ka)^{2l+1}, \qquad f_l = \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2ik} \approx \frac{\delta_l}{k} \propto (ka)^{2l},$$

$$f(\vartheta) = f_0 = -\alpha,$$

$$\sigma = 4\pi\alpha^2$$

Резонансное рассеяние медленных частиц

резонанс в s - волне, $l = 0$

$$tg(\delta_0) = \frac{k\cos(ka) - \eta\sin(ka)}{k\sin(ka) + \eta\cos(ka)},$$

$$f_0 = \frac{1}{g_0 - ik} = \frac{1}{kctg(\delta_0) - ik},$$

$$g_0 = \frac{k\sin(ka) + \eta\cos(ka)}{k\cos(ka) - \eta\sin(ka)} k \approx \frac{\eta}{1 - \eta a},$$

$$\eta = \frac{\kappa\cos(\kappa a)}{\sin(\kappa a)}, \quad \kappa = \sqrt{2mU}$$

$$\alpha = -1/g_0 \approx a - 1/\eta = a - tg(\kappa a)/\kappa$$

Условие резонанса,

$$\eta = 0,\ g_0 = 0,\ \delta_0 = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\alpha \approx -1/\eta >> a$$

$$\chi(r > a) = e^{-\kappa r}, \quad \varepsilon = -\frac{\kappa^2}{2m}$$

$$\eta = -\kappa = -1/\alpha, \quad -g_0(k=0) = \alpha = \kappa$$

$$f_0 = \frac{-1}{\kappa + ik},$$

$$\sigma = \frac{4\pi}{\kappa^2 + k^2} = \frac{2\pi}{m} \frac{1}{(E + |\varepsilon|)},$$

$$f_0 = \frac{1}{g_0(k) - ik} = \frac{1}{-\kappa + r_0 k^2/2 - ik}$$

резонанс с $l \neq 0$

$$f_l = \frac{1}{g_l(k) - ik} = \frac{1}{g_l(0) + \frac{1}{2} g''_l k^2 - ik},$$

$$f_l \propto k^{2l}, \quad g_l(k) \propto 1/k^{2l}, \quad g_l(k) \approx \frac{b}{E^l}(\varepsilon - E),$$

$$f_l = \frac{-1}{\frac{b}{E^l}(E-\varepsilon) + ik} = \frac{1}{k}\frac{-\Gamma/2}{E - \varepsilon + i\Gamma/2}, \quad \Gamma = 2kE^l/b \propto k^{2l+1},$$

$$S = \frac{E - \varepsilon - i\Gamma/2}{E - \varepsilon + i\Gamma/2},$$

$$\sigma_l = \frac{\pi(2l+1)}{k^2}\frac{\Gamma^2}{(E-\varepsilon)^2 + \Gamma^2/4}$$

Аналитические свойства S матрицы

$$\chi_{kl} = a_l(k)\chi_{kl}^{(+)}(r) - b_l(k)\chi_{kl}^{(-)}(r),$$

$$\chi_{kl}^{(\pm)}(r \to \infty) = e^{\pm i\left(kr - \frac{\pi l}{2}\right)}, \quad \chi_{kl}(0) = 0,$$

$$S_l(k) = \frac{b_l(k)}{a_l(k)} = \frac{\chi_{kl}^{(-)}(r)}{\chi_{kl}^{(+)}(r)}\Big|_{r=0}$$

k* ⟶ *-k $\chi_{-kl} = C\chi_{kl}$

$$\chi_{-kl}^{(\pm)} = (-1)^l \chi_{kl}^{(\mp)},$$

$$\boxed{S_l(-k) = 1/S_l(k)}$$

$t \longrightarrow -t$ $\qquad \chi^{*}_{kl} = C\chi_{kl}$

$$\chi^{(\pm)*}_{kl} = \chi^{(\mp)}_{kl},$$

$$(S_l(k))^* = 1/S_l(k)$$

$$S_l^*(k^*) = 1/S_l(k)$$

$$S_l(-k^*) = S_l^*(k),$$

k

$-k^*,\ S_l^*(k)$	$k,\ S_l(k)$
$-k,\ 1/S_l(k)$	$k^*,\ 1/S_l^*(k)$

Вещественная ось

$$S_l(k)S_l(k)^* = 1, \quad \mathrm{Im}\{\delta_l(k)\} = 0,$$

$$S_l(k) = 1 + 2ikf_l(k), \;\; f_l(k) = 1/(g_l - ik), \quad S_l(k) = \frac{g_l + ik}{g_l - ik},$$

$$g_l(-k) = g_l(k), \quad g_l = g_l(k^2)$$

Мнимая ось $\quad S_l^*(-k^*) = S_l(k), \quad \mathrm{Re}\{\delta_l(\pm i\,|k|)\} = 0$

Особенности S матрицы

Полюса S матрицы, связанные состояния $E=E_0<0$

$$k = k_0 = i\sqrt{-2mE_0}, \quad \chi^{(\pm)}_{k_0 l}(r\to\infty) = e^{\Box(|k_0| r + i\frac{\pi l}{2})},$$

$$\chi_{k_0 l} \propto \chi^{(+)}_{k_0 l}, \quad \chi^{(+)}_{k_0 l}(0) = 0, \quad S_l(k\to k_0)\to\infty, S_l(-k_0) = 0$$

Пример: *резонанс в s - волне, $ka << 1$*

$$S_l(k) = \frac{g_l + ik}{g_l - ik}, \quad l = 0, \quad g = \eta = -\kappa < 0,$$

$$S_l(k) = \frac{-\kappa + ik}{-\kappa - ik}, \quad k_0 = i\kappa, \quad E_0 = -\frac{\kappa^2}{2m},$$

Положение полюсов $k_0=k'+ik''$: $k''>0,\ k'=0$; $k''<0,\ k'_1=-\ k'_2$

$$S_l^{-1}(k_0=k'+ik'')=0,\ \chi_{k_0 l}\propto\chi_{k_0 l}^{(+)}\xrightarrow[r\to\infty]{}e^{ik'r-k''r},$$

$$E_0=(k'+ik'')^2/2m,\quad \mathrm{Im}\{E_0\}=0,\quad k'k''=0$$

Условие непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}\int|\Psi|^2 dV=-\oint \mathbf{j}\,d\mathbf{S}=\frac{i}{2m}\oint\left(\Psi^*\nabla\Psi-\Psi\nabla\Psi^*\right)d\mathbf{S}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R|\chi|^2 dr=\frac{i}{2m}\left(\chi^*\frac{d}{dr}\chi-\chi\frac{d}{dr}\chi^*\right)_{r=R}$$

$$\chi_{k_0 l}=\chi_{k_0 l}^{(+)}\xrightarrow[r\to\infty]{}e^{ik'r-k''r-\frac{i}{2m}(k'^2-k''^2+2ik'k'')t},$$

$$\chi_{k_0 l} = \chi_{k_0 l}^{(+)} \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{ik'r - k''r - \frac{i}{2m}(k'^2 - k''^2 + 2ik'k'')t},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|\chi|^2 = \frac{2k'k''}{m}|\chi|^2,$$

$$\frac{2k'k''}{m}\int_0^R |\chi|^2 dr = -\frac{k'}{m}e^{-2k''R},$$

$$\boxed{k''<0; \quad k''>0,\, k'=0.}$$

Полюса на нефизическом листе k"<0, резонансы k"<<k'

$$S_l(k) = \frac{(k-k_0^*)(k-k_0)}{(k-k_0)(k+k_0^*)}e^{2i\delta^{(0)}(k)},$$

$$(k-k_0)(k+k_0^*) = (k-ik'')^2 - k'^2 \approx k^2 - k'^2 - 2ikk'',$$

$$E_0 = \frac{k'^2}{2m}, \Gamma = \frac{k|k''|}{m}, \quad \Gamma << E_0, \quad S_l(k) = \frac{E - E_0 - \frac{i\Gamma}{2}}{E - E_0 + \frac{i\Gamma}{2}}e^{2i\delta^{(0)}(k)}$$

Свойства вычетов

Полюс на физическом листе $k_0=i\kappa$

$$S_l(k) = \frac{C_l}{k - i\kappa}$$

Связанное состояние с энергией

$$E_0 = -\frac{\kappa^2}{2m}$$

и волновой функцией

$$\chi_l(r \to \infty) = A_l e^{-\kappa r}, \quad \int_0^\infty |\chi_l|^2 dr = 1$$

$$\boxed{C_l = (-1)^{l+1} i |A_l|^2}$$

Волновая функция задачи рассеяния с импульсом $k= i\kappa + \varepsilon$

$$\chi_{kl}(r \to \infty) = A_l \left(e^{-\kappa r + i\varepsilon r} - \frac{(-1)^l \varepsilon}{C_l} e^{\kappa r - i\varepsilon r} \right),$$

$$\chi_{k \to i\kappa, l} \to \chi_l, \int_0^\infty |\chi_l|^2 dr = 1$$

Условие непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}\int|\Psi|^2 dV = -\oint \mathbf{j}\,d\mathbf{S} = \frac{i}{2m}\oint\left(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*\right)d\mathbf{S}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R|\chi|^2 dr = \frac{i}{2m}\left(\chi^*\frac{d}{dr}\chi - \chi\frac{d}{dr}\chi^*\right)_{r=R}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|\chi|^2 = \frac{2k'k''}{m}|\chi|^2 = \frac{2\varepsilon\kappa}{m}|\chi|^2,$$

$$\frac{i}{2m}\left(\chi^*\frac{d}{dr}\chi - \chi\frac{d}{dr}\chi^*\right)_{r=R} = \frac{2\varepsilon\kappa}{m}\left(-i\frac{(-1)^l}{C_l}|A_l|^2 - \frac{|A_l|^2}{2\kappa}e^{-2\kappa R}\right)$$

$$\frac{2\varepsilon\kappa}{m}\int_0^R|\chi|^2 dr = \frac{2i\varepsilon\kappa}{m}\frac{(-1)^{l+1}}{C_l}|A_l|^2.$$

Теорема Левинсона

$$\boxed{\delta_l(\infty)-\delta_l(0)=-\pi N_b}$$

$$\frac{S_l'}{S_l}=2i\delta'(k),\quad \delta(-k)=-\delta(k),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{S_l'}{S_l}dk=2i\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(k)dk=4i\int_{0}^{+\infty}\delta'(k)dk=4i\big(\delta(\infty)-\delta(0)\big)$$

Функция Йоста $D_l(k)$ $\quad D_l(k)=\chi_{kl}^{(+)}(0),\quad D_l^*(k)=\chi_{kl}^{(-)}(0),$

$$D_l(-k)=(-1)^l D_l^*(k).$$

$$S_l=\frac{\chi_{kl}^{(-)}(0)}{\chi_{kl}^{(+)}(0)}=\frac{D_l^*(k)}{D_l(k)},\quad S_l'=\frac{D_l'^*D_l-D_l^*D_l'}{D_l^2}=-\frac{D_l^*(k)}{D_l(k)}\left(\frac{D_l'(k)}{D_l(k)}+\frac{D_l'(-k)}{D_l(-k)}\right),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{S_l'}{S_l}dk=-2\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{D_l'(k)}{D_l(k)}dk=-4\pi iN_b,\ D_l(k\approx k_0)=B(k-k_0),\ \frac{D_l'(k)}{D_l(k)}=\frac{1}{(k-k_0)}.$$

Квазистационарные состояния

Волновая функция $\chi_{k_0 l} \propto \chi_{k_0 l}^{(+)}, \quad \chi_{k_0 l}^{(+)}(0) = 0.$

Энергия состояния $E = E_0 - i\Gamma/2, \quad \Gamma << E_0.$

Временная зависимость волновой функции

$$\Psi(t) \propto e^{-iEt} = e^{-iE_0 t - \frac{\Gamma}{2}t}, \quad |\Psi(t)|^2 \propto e^{-\Gamma t}, \quad N(t) = N_0 e^{-\Gamma t}.$$

Пространственная зависимость волновой функции

$$\chi(r) \propto e^{ikr}, k = \sqrt{2m(E_0 - i\Gamma/2)} = \sqrt{2mE_0} - i\frac{\Gamma}{4}\sqrt{\frac{2m}{E_0}},$$

$$\chi(r) = Ae^{ik'r + |k''|r}, \quad k' = \sqrt{2mE_0}, k'' = -\frac{\Gamma}{4}\sqrt{\frac{2m}{E_0}} = -\frac{\Gamma}{2v},$$

$$|\chi(r \to \infty)| = |A|^2 e^{2|k''|r} = |A|^2 e^{\frac{\Gamma}{v}r}.$$

Условие непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}\int|\Psi|^2 dV = -\oint \mathbf{j}\,d\mathbf{S} = \frac{i}{2m}\oint\left(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*\right)d\mathbf{S}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R|\chi|^2 dr = \frac{i}{2m}\left(\chi^*\frac{d}{dr}\chi - \chi\frac{d}{dr}\chi^*\right)_{r=R}$$

$$\chi_{k_0 l} = \chi_{k_0 l}^{(+)} \xrightarrow[r\to\infty]{} Ae^{ik'r - k''r - \frac{i}{2m}(k'^2 - k''^2 + 2ik'k'')t},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}|\chi|^2 = \frac{2k'k''}{m}|\chi|^2, \quad \frac{2k'k''}{m}\int_0^R|\chi|^2 dr = -A\frac{k'}{m}e^{-2k''R},$$

$$|A|^2 = 2|k''|N(t), \quad |\Psi(t,r)|^2 = N_0 e^{-\Gamma t + \Gamma r/v}.$$

Квазистационарное состояние в задаче рассеяния

Полюса на нефизическом листе k”<0, резонансы k”<<k’

$$S_l(k)=\frac{(k-k_0^*)(k-k_0)}{(k-k_0)(k+k_0^*)}e^{2i\delta^{(0)}(k)},$$

$$(k-k_0)(k+k_0^*)=(k-ik'')^2-k'^2\approx k^2-k'^2-2ikk'',$$

$$E_0=\frac{k'^2}{2m},\Gamma=\frac{k|k''|}{m},\quad \Gamma<<E_0,\quad S_l(k)=\frac{E-E_0-\frac{i\Gamma}{2}}{E-E_0+\frac{i\Gamma}{2}}e^{2i\delta^{(0)}(k)},$$

$$\delta_l(k)=\delta^{(0)}(k)+arctg\left(\frac{\Gamma}{2(E-E_0)}\right).$$

$$\sigma_l = \frac{\pi(2l+1)}{k^2}\left|S_l - 1\right|^2 =$$

$$\frac{\pi(2l+1)}{k^2}\left(\frac{\Gamma^2}{(E-E_0)^2+\frac{\Gamma^2}{4}} + 4\mathrm{Re}\left(\frac{\Gamma e^{i\delta^{(0)}}\sin\delta^{(0)}}{E-E_0+\frac{i\Gamma}{2}}\right) + 4\sin^2\delta^{(0)}\right)$$

Зависимость волновой функции рассеяния от энергии налетающий частицы в области резонанса

$$\chi''_{kl} - 2m(U(r) - E)\chi_{kl} = 0 \quad |\times\chi_{k'l}$$

$$\chi''_{k'l} - 2m(U(r) - E')\chi_{k'l} = 0|\times\chi_{kl}$$

$$(\chi_{k'l}\chi'_{kl} - \chi_{kl}\chi'_{k'l})' = 2m\Delta E\chi_{kl}\chi_{k'l}$$

$$\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr = \frac{1}{2m}\lim\frac{\chi_{k'l}\chi'_{kl} - \chi_{kl}\chi'_{k'l}}{\Delta E} = \frac{1}{2k}\left[\chi'_{kl}\frac{\partial\chi_{kl}}{\partial k} - \chi_{kl}\left(\frac{\partial\chi_{kl}}{\partial k}\right)'\right]$$

$$\chi_{kl}(R) = 2\sin(kR - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)$$

$$\boxed{\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr = 2\left[\left(R + \frac{d\delta_l}{dk}\right) - \frac{1}{2k}\sin 2(kR - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)\right]}$$

$$\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr = 2\left[\left(R + \frac{d\delta_l}{dk}\right) - \frac{1}{2k}\sin 2(kR - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)\right],$$

$$\delta_l(k) = \delta^{(0)}(k) + arctg\left(\frac{\Gamma}{2(E - E_0)}\right) = \delta^{(0)}(k) - arctg\left(\frac{k''}{k - k'}\right),$$

$$\boxed{\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr = \frac{v\Gamma}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},}$$

$$\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr \approx \frac{v}{\Gamma},$$

$$\overline{|\chi_{kl}|^2} \approx \frac{v}{\Gamma R} = \frac{T}{(R/v)} >> 1.$$

Время соударения

$$\int_0^R |\chi_{kl}|^2 dr = T(E) I_-, \ I_- = v$$

$$\boxed{T(E) = \frac{\Gamma}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}}$$

$$\boxed{T(E) = \frac{2}{v}\left[\left(R + \frac{d\delta_l}{dk}\right) - \frac{1}{2k}\sin 2(kR - \frac{\pi l}{2} + \delta_l)\right]}$$

Координатная и энергетическая зависимость волновой функции задачи рассеяния в области резонанса

$$\boxed{\chi_{kl}(r) = \sqrt{\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}}\,\chi_0(r), \quad \int_0^R |\chi_0|^2 dr = 1}$$

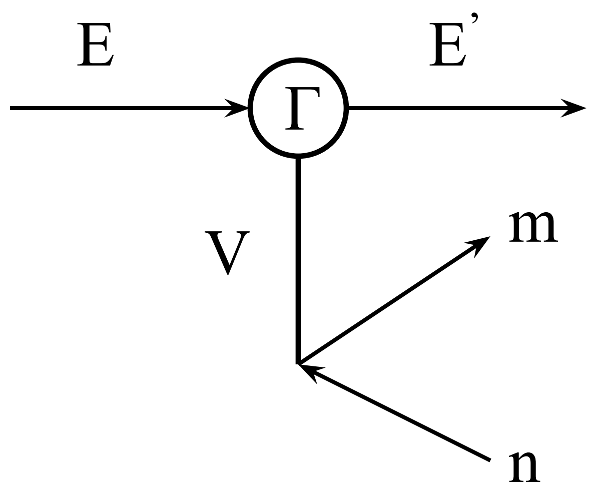
Резонанс в неупругом рассеянии

$$w = 2\pi \int \left|\langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle\right|^2 \delta(E_f - E_i)\, df,$$

$$\Psi_i = \Psi_{\mathbf{k}}(r)\Phi_0(r_a),$$

$$\Psi_{\mathbf{k}}(r) = \sum_l \sqrt{4\pi(2l+1)}\,\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2k}\Psi_{kl}(r),$$

$$\Psi_f = \Psi_{\mathbf{k}'}(r)\Phi_{nm}(r_a) = e^{i\mathbf{k}'r}\Phi_{nm}(r_a)$$



$$\Psi_{kl}(r) = \sqrt{\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}}\Psi_0(r),$$

$$\Psi_i = \sqrt{4\pi(2l+1)}\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2k}\sqrt{\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}}\Psi_0(r)\Phi_0(r_a),$$

$$w = \frac{\pi(2l+1)}{k^2}\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}2\pi\int\left|\left\langle\Psi_f\middle|V\middle|\Psi_0\right\rangle\right|^2\delta(E_f - E_i)df,$$

$$\Gamma_r = 2\pi\int\left|\left\langle\Psi_f\middle|V\middle|\Psi_0\right\rangle\right|^2\delta(E_f - E_i)df,$$

$$\boxed{\sigma_r = \frac{w}{v} = \frac{(2l+1)\pi}{k^2}\frac{\Gamma\Gamma_r}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}},} \quad \boxed{\sigma_r = \sigma_e\frac{\Gamma_r}{\Gamma}}$$

Многоканальное рассеяние

$$X_i + Y_i \leftrightarrow X_j + Y_j$$

Волновая функция многоканальной задачи

$$\Psi = \sum_i \left(\beta_i \psi^{(+)}_{k_i l}(\mathbf{r}_i) - \alpha_i \psi^{(-)}_{k_i l}(\mathbf{r}_i)\right)\Phi_i, \quad \Phi_i = \Phi_{X_i}\Phi_{Y_i},$$

$$\psi^{(\pm)}_{k_i l}(r_i > R) = \frac{1}{\sqrt{v_i}} \frac{e^{\pm i\left(k_i r_i - \frac{\pi l}{2}\right)}}{r_i} Y_{lm}(\mathbf{n}_i),$$

$$k_i = \sqrt{2\mu_i (E - \Lambda_i)\mu_i}, \quad v_i = \frac{k_i}{\mu_i}, \quad \mu_i = \frac{m_{X_i} m_{Y_i}}{m_{X_i} + m_{Y_i}}$$

Если $E > \Lambda_i$ - i канал рассеяния открыт, $Im\{k_i\}=0$.
Если $E < \Lambda_i$ - i канал рассеяния закрыт, $Re\{k_i\}=0$, $\alpha_i=0$.

$$\boxed{(\beta) = (S)(\alpha)}$$

Размерность S - матрицы $m \otimes m$,
m - число открытых каналов.

Сечения рассеяния, разложение по парциальным волнам

$$\Psi = \frac{\sqrt{v_i}}{2ik_i}\sum_l \sqrt{4\pi(2l+1)}\,i^l\left(S_{ii}^{(l)}\psi_{k_i l}^{(+)}\Phi_i - \psi_{k_i l}^{(-)}\Phi_i + \sum_{j\neq i} S_{ji}^{(l)}\psi_{k_i l}^{(+)}\Phi_j\right) =$$

$$e^{i\mathbf{k}_i\mathbf{r}_i}\Phi_i + \frac{\sqrt{v_i}}{2ik_i}\sum_l \sqrt{4\pi(2l+1)}\,i^l\left((S_{ii}^{(l)}-1)\psi_{k_i l}^{(+)}\Phi_i + \sum_{j\neq i} S_{ji}^{(l)}\psi_{k_i l}^{(+)}\Phi_j\right).$$

Волновая функция на бесконечности

$$\Psi(r\to\infty) = e^{i\mathbf{k}_i\mathbf{r}_i}\Phi_i + \frac{e^{ik_i r_i}}{r_i}\sum_l (2l+1)P_l(\cos\vartheta_i)\frac{(S_{ii}^{(l)}-1)}{2ik_i}\Phi_i +$$

$$\sum_{j\neq i}\frac{e^{ik_j r_j}}{r_j}\sum_l (2l+1)P_l(\cos\vartheta_i)\frac{S_{ji}^{(l)}}{2i\sqrt{k_i k_j}}\Phi_j, \quad S_{ji}^{(l)} = \delta_{ij} + 2i\sqrt{k_i k_j}\, f_{ji}^{(l)}$$

$$f_{ji}^{(l)} = \frac{(S_{ji}^{(l)} - \delta_{ij})}{2i\sqrt{k_i k_j}}$$ *- амплитуда рассеяния*

Дифференциальные сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega_i} = \frac{d\sigma_{ii}}{d\Omega_i} = \left| f_{ii}(\vartheta) \right|^2, \quad \frac{d\sigma_{ji}}{d\Omega_i} = \frac{v_j}{v_i} \left| f_{ji}(\vartheta) \right|^2,$$

$$f_{ji}(\vartheta) = \sum_l (2l+1) P_l(\cos\vartheta) f_{ji}^{(l)}$$

Полные сечение рассеяния

$$\sigma_{ii} = \sum_l \sigma_{ii}^{(l)} = 4\pi \sum_l (2l+1) \left| f_{ii}^{(l)} \right|^2 = \frac{\pi}{k_i^2} \sum_l (2l+1) \left| S_{ii}^{(l)} - 1 \right|^2$$

$$\sigma_{ji} = \sum_l \sigma_{ji}^{(l)} = 4\pi \frac{v_j}{v_i} \sum_l (2l+1) \left| f_{ji}^{(l)} \right|^2 = \frac{\pi}{k_i^2} \sum_l (2l+1) \left| S_{ji}^{(l)} \right|^2$$

$$\sigma_{ji} = \sum_l \sigma_{ji}^{(l)} = \frac{\pi}{k_i^2} \sum_l (2l+1) \left| S_{ji}^{(l)} - \delta_{ij} \right|^2$$

Сечение упругого рассеяния

$$\sigma_e = \sigma_{ii},$$

Сечение неупругого рассеяния

$$\sigma_r = \sum_{j \neq i} \sigma_{ji},$$

Полное сечение

$$\sigma_t = \sigma_e + \sigma_r$$

Условие унитарности

$$\Psi = \sum_i \left(\beta_i \psi_{i,l}^{(+)} - \alpha_i \psi_{i,l}^{(-)} \right) \Phi_i$$ ***- парциальная волна с моментом l***

$$I^{(-)} = \sum_i \left| \alpha_i \right|^2, \quad I^{(+)} = \sum_j \left| \beta_j \right|^2 = \sum_j \left| \sum_i S_{ji}^{(l)} \alpha_i \right|^2 = \sum_{i,j} S_{jk}^{(l)*} S_{ji}^{(l)} \alpha_i \alpha_k^*$$

Закон сохранения числа частиц: $I^{(+)} = I^{(-)}$

$$\boxed{\sum_j S_{ji}^{(l)} S_{jk}^{(l)*} = \delta_{ik}, \quad \mathbf{S}^{(l)} \mathbf{S}^{(l)+} = \mathbf{1}}$$

$$\sum_j \left| S_{ji}^{(l)} \right|^2 = 1, \quad \left| S_{ii}^{(l)} \right|^2 = 1 - \sum_{j \neq i} \left| S_{ji}^{(l)} \right|^2 < 1, \quad \delta_l = \delta_l' + i\delta_l'',$$

$$\sum_{j \neq i} \left| S_{ji}^{(l)} \right|^2 = 1 - \left| S_{ii}^{(l)} \right|^2, \quad \sigma_e^{(l)} = \frac{\pi}{k_i^2}(2l+1)\left| S_{ii}^{(l)} - 1 \right|^2,$$

$$\sigma_r^{(l)} = \frac{\pi}{k_i^2}(2l+1)\left(1 - \left| S_{ii}^{(l)} \right|^2\right), \quad \sigma_t^{(l)} = \frac{\pi}{k_i^2}(2l+1)\left(1 - 2\,\mathrm{Re}\, S_{ii}^{(l)}\right),$$

$$S_{ii}^{(l)} = 1, \quad \sigma_e^{(l)} = \sigma_r^{(l)} = 0,$$

$$\left|S_{ii}^{(l)}\right| = 1, \quad \sigma_e^{(l)} \neq 0, \quad \sigma_r^{(l)} = 0,$$

$$S_{ii}^{(l)} = 0, \quad \sigma_e^{(l)} = \sigma_r^{(l)} = \sigma_0^{(l)} = \frac{\pi}{k_i^2}(2l+1),$$

$$\sigma_r^{(l)} = \sigma_0^{(l)} - \frac{\pi}{k_i^2}(2l+1)\left|S_{ii}^{(l)}\right|^2,$$

$$1 - \left|S_{ii}^{(l)}\right| \leq \left|S_{ii}^{(l)} - 1\right| \leq \left|S_{ii}^{(l)}\right| + 1,$$

$$\sqrt{\sigma_0^{(l)}} - \sqrt{\sigma_0^{(l)} - \sigma_r^{(l)}} \leq \sqrt{\sigma_e^{(l)}} \leq \sqrt{\sigma_0^{(l)}} + \sqrt{\sigma_0^{(l)} - \sigma_r^{(l)}}.$$

Оптическая теорема

$$\sum_j \left| S_{ij}^{(l)} \right|^2 = 1,$$

$$\sum_j (\delta_{ij} - 2i\sqrt{k_i k_j}\, f_{ji}^{(l)*})(\delta_{ji} + 2i\sqrt{k_i k_j}\, f_{ji}^{(l)}) = 1,$$

$$\mathrm{Im}\{ f_{ii}^{(l)} \} = \sum_j k_j \left| f_{ji}^{(l)} \right|^2 = \frac{k_i}{4\pi} \frac{\sigma_t^{(l)}}{(2l+1)},$$

$$\mathrm{Im}\{ f_e(0) \} = \mathrm{Im}\{ \sum_l (2l+1) f_{ji}^{(l)} \} = \frac{k_i}{4\pi} \sigma_t ,$$

$$\boxed{\mathrm{Im}\{ f_e(0) \} = \frac{k_i}{4\pi} \sigma_t}$$

Обратимость времени, теорема взаимности

$$t \to -t \qquad \Psi \to \Psi^*$$

$$\chi_{k_i l}^{(\pm)*} = \chi_{k_i l}^{(\mp)}, \quad \left(S_l(k)\right)^* = 1/S_l(k), \quad S_l^*(k^*) = 1/S_l(k)$$

Условие унитарности $S_l(k)^+ = 1/S_l(k)$

Симметричность S - матрицы $\tilde{S}_l(k) = S_l(k), \quad S_{ij}^{(l)} = S_{ji}^{(l)}$

Теорема взаимности

$$f(\mathbf{p}_j, \mathbf{p}_i) = \frac{4\pi}{2i\sqrt{k_j k_i}} \sum_{lm} S_{ji}^{(l)} Y_{lm}(\mathbf{p}_i) Y_{lm}^*(\mathbf{p}_j), \quad Y_{lm}^*(\mathbf{n}) = (-1)^{l-m} Y_{l-m}^*(-\mathbf{n}),$$

$$\boxed{f(\mathbf{p}_j, \mathbf{p}_i) = f(-\mathbf{p}_i, -\mathbf{p}_j).}$$

Принцип детального равновесия

$$\boxed{\frac{d\sigma_{ji}}{p_j^2 d\Omega_j} = \frac{d\sigma_{ij}}{p_i^2 d\Omega_i}}$$

Аналитические свойства

Точки ветвления $E = \Lambda_i, \quad k_1 = \sqrt{2m_1(\Lambda_i - \Lambda_1)}$

Полюса на физическом листе $E < \Lambda_1$, , $Re\{k_i\}=0$, $Im\{k_i\}>0$

Связанные состояния $E = E_0 < \Lambda_1$, $\Psi \propto \Psi$
(+)

$$\Psi_0 = \sum_i A_i \Psi_i^{(+)} \Phi_i \xrightarrow[r>R]{} \sum_i A_i \frac{e^{-|k_{0i}|r_i}}{r_i} Y_{lm}(\mathbf{n}_i)\Phi_i,$$

$$k_{0i} = \sqrt{2\mu_i(E_0 + \Lambda_i)}.$$

Волновая функция задачи рассеяния $\Psi_i = -\psi_{k_i l}^{(-)} \Phi_i + \sum_j S_{ji}^{(l)} \psi_{k_j l}^{(+)} \Phi_j$

$$\Psi_{k_i \to k_{i0}} \to \Psi_0, \quad S_{ji}^{(l)} = \frac{C_{ji}}{k_1 - k_{10}}, \quad C_{ji} = \sqrt{v_j} A_j b_i,$$

$$\Psi_i(k_i \to k_{i0}) = \frac{b_i}{\varepsilon_1} \Psi_0 \quad k_i = k_{i0} + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i = \varepsilon_j \frac{v_j}{v_i}$$

Условие непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\left|\Psi_i\right|^2 dV = -\oint \mathbf{j}d\mathbf{S} = \sum_j \frac{i}{2\mu_j}\oint\left(\psi^*_{k_jl}\nabla\psi_{k_jl} - \psi_{k_jl}\nabla\psi^*_{k_jl}\right)d\mathbf{S}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R\left|\Psi_i\right|^2 dV = \sum_j \frac{i}{2\mu_j}\left(\chi^*_{k_jl}\frac{d}{dr}\chi_{k_jl} - \chi_{k_jl}\frac{d}{dr}\chi^*_{k_jl}\right)_{r=R}, \quad \Psi_i \to \frac{\varepsilon_1}{b_i}\Psi_i$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\Psi_i\right|^2 = \frac{2k_i'k_i''}{\mu_i}\left|\Psi_i\right|^2 = \frac{2\varepsilon_i\kappa_i}{\mu_i}\left|\Psi_i\right|^2, \quad \chi_{k_jl} = \left(A_j e^{-\kappa_j r_j + i\varepsilon_j r_j} - \delta_{ij}\frac{(-1)^l\varepsilon_1}{b_i\sqrt{v_i}}e^{\kappa_i r_i - i\varepsilon_i r_i}\right)$$

$$\frac{i}{2\mu_i}\left(\chi^*_{k_il}\frac{d}{dr}\chi_{k_il} - \chi_{k_jl}\frac{d}{dr}\chi^*_{k_il}\right)_{r=R} = i(-1)^l\frac{\varepsilon_1\kappa_i}{\mu_i}\left(\frac{A_i}{(\sqrt{v_i}b_i)^*} - \frac{A_i^*}{\sqrt{v_i}b_i}\right)$$

$$\frac{2\varepsilon_i\kappa_i}{\mu_i}\int_0^R\left|\Psi_i\right|^2 dr = i(-1)^l\frac{2\varepsilon_1\kappa_i}{\mu_i}\left(\frac{A_i}{(\sqrt{v_i}b_i)^*} - \frac{A_i^*}{\sqrt{v_i}b_i}\right), \quad b_i = i(-1)^{l+1}A_i^*\frac{\sqrt{v_i}}{v_1},$$

$$\boxed{C_{ji}^{(l)} = i(-1)^{l+1}A_i^*A_j\frac{\sqrt{v_jv_i}}{v_1}}$$

Формула Брейта - Вигнера

Резонансное рассеяние на квазидискретном уровне

$$E=E_0-i\Gamma/2\ ,\ \Gamma \ll E_0.$$

$$S_{ji}^{(l)}(k_1 \to k_{10}) \approx \frac{i(-1)^{l+1}\sqrt{v_j v_i}A_i A_j}{v_1(k_1-k_{10})} = \frac{i(-1)^{l+1}\sqrt{v_j v_i}A_i A_j}{E-E_0+i\dfrac{\Gamma}{2}},$$

$$f_{ji}^{(l)} = \delta_{ij}\frac{(e^{2i\delta_i}-1)}{2ik_i} - \frac{ie^{i(\delta_i+\delta_j)}\sqrt{\Gamma_j\Gamma_i}}{2i\sqrt{k_ik_j}\left(E-E_0+i\dfrac{\Gamma}{2}\right)},\quad \Gamma_i = v_i\left|A_i\right|^2$$ ***- поток частиц сорта i***

Условие унитарности $\operatorname{Im}\{f_{ii}^{(l)}\} = \sum_j k_j\left|f_{ji}^{(l)}\right|^2,\quad \Gamma = \sum_i \Gamma_i$

$\Gamma_i = v_i|A_i|^2$ - парциальная ширина, $\Gamma = \Sigma_i\Gamma_i$ - полная ширина.

$$\sigma_e^{(l)} = 4\pi(2l+1)\left|f_{ii}^{(l)}\right|^2,\quad \sigma_{rj}^{(l)} = \frac{\pi(2l+1)}{k_i^2}\frac{\Gamma_i\Gamma_j}{(E-E_0)^2+\left(\dfrac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

Рассеяние через образование промежуточного квазистационарного состояния, прямое рассеяние

$$\sigma_e = \frac{\pi(2l+1)}{k_i^2}\left(\frac{\Gamma_e^2}{(E-E_0)^2+\frac{\Gamma^2}{4}} + 4\mathrm{Re}\left(\frac{\Gamma_e e^{i\delta_e}\sin\delta_i}{E-E_0+\frac{i\Gamma}{2}}\right) + 4\sin^2\delta_e\right),$$

$$\sigma_r = \frac{\pi(2l+1)}{k_i^2}\frac{\Gamma_e\Gamma_r}{(E-E_0)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}, \quad \Gamma_r = \Gamma-\Gamma_e, \quad \Gamma_e = \Gamma_i, \quad \delta_e = \delta_i$$

Сечение образования промежуточного квазистационарного состояния в пренебрежении каналом прямого потенциального рассеяния

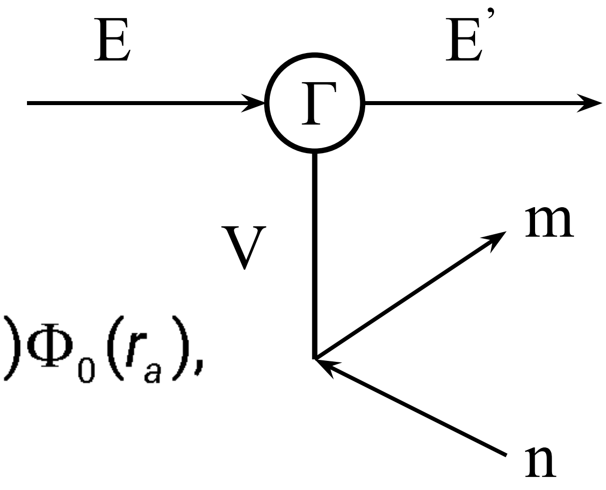
$$\sigma_t = \frac{\pi(2l+1)}{k_i^2}\frac{\Gamma_e\Gamma}{(E-E_0)^2+\frac{\Gamma^2}{4}}, \quad \sigma_e = \frac{\Gamma_e}{\Gamma}\sigma_t, \quad \sigma_{ri} = \frac{\Gamma_{ri}}{\Gamma}\sigma_t.$$

Резонансы формы

Пример: ***Неупругое резонансное рассеяние с возбуждением мишени***

$$w = 2\pi \int \left| \langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i)\, df,$$

$$\Psi_i = \psi_{\mathbf{k}}(r)\Phi_0(r_a), \quad \Psi_f = \psi_{\mathbf{k}'}(r)\Phi_{nm}(r_a).$$



$$\Psi_i = \sqrt{4\pi(2l+1)}\,\frac{i^l e^{i\delta_l}}{2k}\sqrt{\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}}\,\psi_0(r)\Phi_0(r_a),$$

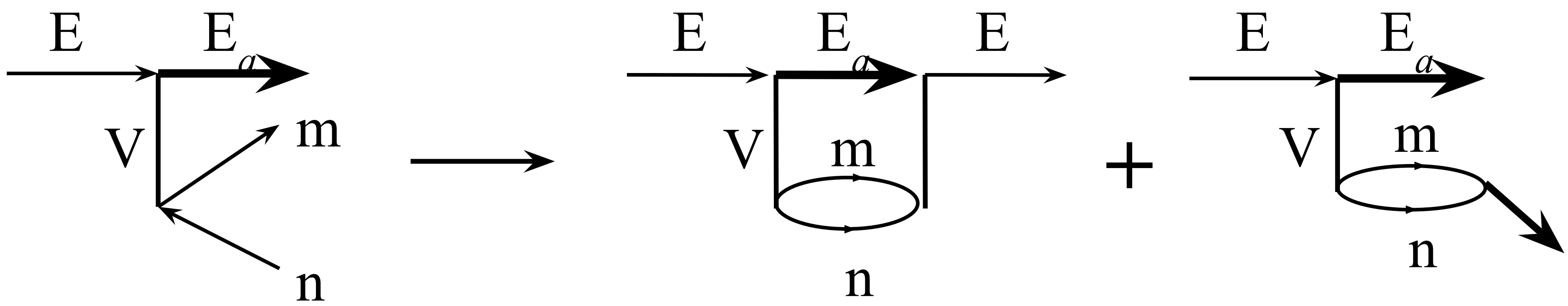
$$w = \frac{\pi(2l+1)}{k^2}\,\frac{v\Gamma}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}\,2\pi \int \left| \langle \Psi_f | V | \Psi_0 \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i)\, df,$$

$$\Gamma_r = 2\pi \int \left| \langle \Psi_f | V | \Psi_0 \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i)\, df, \quad \Gamma_r << \Gamma_e = \Gamma,$$

$$\sigma_r = \frac{w}{v} = \frac{(2l+1)\pi}{k^2}\,\frac{\Gamma\Gamma_r}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad \sigma_r = \sigma_e \frac{\Gamma_r}{\Gamma}$$

Резонансы Фешбаха

Пример: *Резонансное рассеяние с образованием автоионизационного состояния.*



Автоионизационная ширина

$$\Gamma_e = \Gamma_a = 2\pi \int \left| \left\langle \psi_E \Phi_0 \right| V \left| \psi_a \Phi_{nm} \right\rangle \right|^2 \delta(E - E_a - E_{nm}) dE,$$

Неупругая ширина

$$\Gamma_r = 2\pi \int \left| \left\langle \psi_a \Phi_f \right| V \left| \psi_a \Phi_{nm} \right\rangle \right|^2 \delta(E_f - E_a - E_{nm}) df,$$

Сечение резонансного рассеяния

$$\sigma_e = \frac{\pi(2l+1)}{k_i^2} \frac{\Gamma_a^2}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}.$$

Сечение захвата

$$\sigma_{att} = \frac{\pi(2l+1)}{k^2} \frac{\Gamma_a \Gamma_r}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad \Gamma = \Gamma_a + \Gamma_r.$$

Оптическая модель рассеяния
Большое число плотно расположенных резонансов

Усредненные сечения, l=0 $\sigma_t = \frac{\pi}{k_i^2}(1 - 2\,\mathrm{Re}\,S_{ii}),$

$$\sigma_e^{opt} = \frac{\pi}{k_i^2}\left|S_{ii} - 1\right|^2, \quad \sigma_a^{opt} = \sigma_t - \sigma_e^{opt} = \frac{\pi}{k_i^2}\left(1 - \left|S_{ii}\right|^2\right).$$

Усреднение S матрицы, Г << D.

$$S_{ii}^{(l)} = \left(1 - \frac{i\Gamma_e}{E - E_0 + i\frac{\Gamma}{2}}\right)e^{2i\delta_e}, \quad S_{ii}^{(l)} = \left(1 - \frac{\pi\Gamma_e}{D}\right)e^{2i\delta_e},$$

$$\boxed{\sigma_a^{opt} = \frac{\pi}{k_i^2}\frac{2\pi\Gamma_e}{D}.}$$

Принцип детального равновесия:

$$\sigma_a^{opt} \le \sigma_0 = \frac{\pi}{k_i^2},$$

$$\frac{\sigma_{ji}\,p_i^2}{2\pi^2} = \frac{\sigma_{ij}\,p_j^2}{2\pi^2} = \sigma_{ij}v_j\rho_j = I_{ij}, \; \rho = \frac{4\pi p}{m(2\pi)^3}, \; w = \sigma v,$$

$$\frac{2\pi\Gamma_e}{D} \le 1$$

$$\sigma_a^{opt} = \frac{2\pi^2}{k_i^2}w_d\rho = \frac{2\pi^2}{k_i^2}\frac{\Gamma_e}{D}$$

Пороговые явления

$$E \approx \Lambda_i,\ T_i = E - \Lambda_i \to 0$$

***Пример*: *i*=1,2; *E* ≈ *Λ*, $T_2 \to 0$, $k_2 R << 1$**

Волновая функция задачи рассеяния частицы 1

$$\Psi_1 = -\psi_{k_1 l}^{(-)}\Phi_1 + S_{11}^{(l)}\psi_{k_1 l}^{(+)}\Phi_1 + S_{21}^{(l)}\psi_{k_2 l}^{(+)}\Phi_2$$

Условие сшивания при r=R

$$\psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 >> R) = \frac{1}{\sqrt{v_2}}\frac{e^{i(k_2 r_2 - \frac{\pi l}{2})}}{r_2}Y_{lm}(\mathbf{n}_i), \quad \psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 \approx R) \propto \frac{1}{k_2^{l+1/2}}, \quad k_2 R << 1,$$

$$S_{21}^{(l)}\psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 = R) = \psi_{2,l}^{(\mathrm{int})}, \quad S_{21}^{(l)} \approx \frac{1}{\psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 \approx R)} \propto k_2^{l+1/2},$$

$$\sigma_{21}^{(l)} = \frac{\pi}{k_1^2}\sum_l (2l+1)\left|S_{21}^{(l)}\right|^2 \propto k_2^{2l+1}, \quad \sigma_{12}^{(l)} = \frac{k_1^2}{k_2^2}\sigma_{21}^{(l)} \propto k_2^{2l-1},$$

$$\boxed{\sigma_{21} \propto v_2, \quad \sigma_{12} \propto 1/v_2}$$ *- закон 1/v*

Закон 1/v и теория возмущений

$$\sigma_{21} = \frac{2\pi}{v_1} \int \left| \left\langle \Psi_{k_2} \middle| V \middle| \Psi_{k_1} \right\rangle \right|^2 \delta\left(\frac{k_2^2}{2\mu_2} + \Lambda - \frac{k_1^2}{2\mu_1} \right) \frac{dk_2^3}{(2\pi)^3} =$$

$$\frac{2\pi}{v_1} \left| \left\langle \Psi_{k_2} \middle| V \middle| \Psi_{k_1} \right\rangle \right|^2 \frac{4\pi k_2 \mu_2}{(2\pi)^3} \propto v_2 = \sqrt{2(E - \Lambda)/\mu_2},$$

$$\sigma_{12} = \frac{2\pi}{v_2} \int \left| \left\langle \Psi_{k_1} \middle| V \middle| \Psi_{k_2} \right\rangle \right|^2 \delta\left(\frac{k_2^2}{2\mu_2} + \Lambda - \frac{k_1^2}{2\mu_1} \right) \frac{dk_1^3}{(2\pi)^3} \propto 1/v_2$$

$$\sigma_t = \sigma_{22} + \sigma_{12}$$

Волновая функция $\psi^{(+)}$ в классически недоступной области $r < \rho = l/k$

$$\chi_{kl}^{(+)}(r >> \rho) = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{i(kr - \frac{\pi l}{2})}, \quad \chi_{kl}^{(+)}(r < \rho) \approx \frac{1}{\sqrt{v(r)}} e^{\int_r^\rho |k(r)| dr} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{v(r)}} e^{\int_r^\rho \sqrt{2m(\frac{(l+1/2)^2}{2mr^2} - E)} dr} \approx \frac{1}{\sqrt{v(r)}} \left(\frac{\rho}{r} \right)^{l + \frac{1}{2}} \propto \frac{1}{k^{l+1/2}}$$

Пороговое поведение сечения рождения заряженных частиц.

1. *Притяжение, $q_x q_y < 0$, отсутствие потенциального барьера $l^2 < |q_x q_y| mR$*

$$\chi_{kl}^{(+)}(r >> R) = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{i(kr + \frac{|q_x q_y|}{v}\ln(2kr) - \frac{\pi l}{2})} \propto 1/\sqrt{v}, \quad \chi_{kl}^{(+)}(r \approx R) \propto const$$

$$S_{21}^{(l)} \approx \frac{1}{\psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 \approx R)} \propto const \quad \boxed{\sigma_{21}^{(l)} \propto const \quad \sigma_{12}^{(l)} = \frac{k_1^2}{k_2^2}\sigma_{21}^{(l)} \propto v_2^{-2}}$$

2. *Отталкивание, $q_x q_y > 0$, отсутствие потенциального барьера $l^2 < |q_x q_y| mR$*

Волновая функция $\psi^{(+)}$ в классически недоступной области $q_x q_y / r > (E - \Lambda_2)$

$$\chi_{kl}^{(+)}(r >> r_0 = q_x q_y / E) = \frac{1}{\sqrt{v}} e^{i(kr - \frac{q_x q_y}{v}\ln(2kr) - \frac{\pi l}{2})} \propto 1/\sqrt{v},$$

$$\chi_{kl}^{(+)}(r < r_0) \approx \frac{1}{\sqrt{v(r)}} e^{\int_r^{r_0} |k(r)| dr} = \frac{1}{\sqrt{v(r)}} e^{\int_r^{r_0} \sqrt{2m(\frac{q_x q_y}{r} - E)} dr} \approx \frac{1}{\sqrt{v(r)}} e^{\frac{\pi q_x q_y}{\sqrt{2E/m}}} \propto e^{\frac{\pi q_x q_y}{v}},$$

$$S_{21}^{(l)} \approx \frac{1}{\psi_{k_2 l}^{(+)}(r_2 \approx R)} \propto e^{-\frac{\pi q_x q_y}{v_2}}, \quad \boxed{\sigma_{21}^{(l)} \propto e^{-\frac{2\pi q_x q_y}{v_2}}, \quad \sigma_{12}^{(l)} = \frac{k_1^2}{k_2^2}\sigma_{21}^{(l)} \propto v_2^{-2} e^{-\frac{2\pi q_x q_y}{v_2}}}$$

Поведение упругого сечения вблизи порога $E \approx \Lambda_2$

1. E □ Λ_2

$$S_{21}^{(l)} \propto k_2^{l+1/2}, \quad \left|S_{11}^{(l)}\right| = \sqrt{1-\left|S_{21}^{(l)}\right|^2} = 1-\frac{1}{2}Ak_2^{2l+1}, \quad A>0,$$

$$S_{11}^{(l)} = e^{2i\delta_l^{(0)}}\left(1-\frac{1}{2}Ak_2^{2l+1}\right), \quad \mathrm{Im}\{\delta_l^{(0)}\} = 0.$$

2. E □ Λ_2

$$S_{11}^{(l)} = e^{2i\delta_l^{(0)}}\left(1-\frac{1}{2}Ak_2^{2l+1}\right), \quad \left|S_{11}^{(l)}\right| = 1, \quad \mathrm{Im}\{\delta_l^{(0)}\} = O\left(k_2^{2(l+1)}\right),$$

$$\delta_l^{(0)}(k_2) = \delta_l^{(0)}(0) + ak_2^2 + \ldots \approx \delta_l^{(0)}(0) \equiv \delta_l \,,$$

$$S_{11}^{(0)} = e^{2i\delta_0}\left(1-\frac{1}{2}Ak_2\right), \quad S_{11}^{(l)} = e^{2i\delta_l}\,,$$

$$f_{11}(\vartheta,E) = f_{11}(\vartheta,\Lambda) - \frac{Ak_2}{4ik_1}e^{2i\delta_0} = f_{11}(\vartheta,\Lambda) - \frac{A\sqrt{2\mu_2(E-\Lambda)}}{4ik_1}e^{2i\delta_0}$$

Дифференциальное сечение рассеяния

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \left| f_{11}(\vartheta, E) \right|^2 = \left| f_{11}(\vartheta, \Lambda) \right|^2 + \frac{A\sqrt{2\mu_2(E-\Lambda)}}{2k_1} \operatorname{Im}\{ f_{11}(\vartheta, \Lambda) e^{-2i\delta_0} \}, \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2,}$$

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \left| f_{11}(\vartheta, E) \right|^2 = \left| f_{11}(\vartheta, \Lambda) \right|^2 - \frac{A\sqrt{2\mu_2(\Lambda-E)}}{2k_1} \operatorname{Re}\{ f_{11}(\vartheta, \Lambda) e^{-2i\delta_0} \}, \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2.}$$

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \left| f_e(\vartheta, E) \right|^2 = \left| f_e(\vartheta, \Lambda) \right|^2 - \frac{A\sqrt{2\mu_2 |E-\Lambda|}}{2k_1} \left| f_e(\vartheta, \Lambda) \right| \bullet \begin{cases} \sin(2\delta_0 - \alpha) \; \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2,} \\ \cos(2\delta_0 - \alpha) \; \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2.} \end{cases}$$

$$f_e(\vartheta, \Lambda) = \left| f_e(\vartheta, \Lambda) \right| e^{i\alpha}$$

Полное сечение рассеяния

$$\sigma_e(E) = \sigma_e(\Lambda) - 2\pi A\sqrt{2\mu_2 |E-\Lambda|} \bullet \begin{cases} \sin^2(\delta_0) \; \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2,} \\ \cos(2\delta_0)/2 \; \boldsymbol{E \, \square \, \Lambda_2.} \end{cases}$$

Взаимодействие в конечном состоянии при реакциях
Резонанс при рождении медленных частиц

$$\sigma_{21} = \frac{2\pi}{v_1}\int \left|\left\langle \Psi_{k_2} \middle| V \middle| \Psi_{k_1} \right\rangle\right|^2 \delta\left(\frac{k_2^2}{2\mu_2} + \Lambda - \frac{k_1^2}{2\mu_1}\right)\frac{dk_2^3}{(2\pi)^3} =$$

$$\frac{2\pi}{v_1}\left|\left\langle \Psi_{k_2} \middle| V \middle| \Psi_{k_1} \right\rangle\right|^2 \frac{4\pi k_2 \mu_2}{(2\pi)^3}, \quad \psi_{k_2} = e^{i\mathbf{k}_2\mathbf{r}_2} - \frac{1}{\kappa + ik_2}\frac{e^{ik_2r_2}}{r},$$

$$\sigma_{21} \propto \frac{k_2}{k_2^2 + \kappa^2} \propto \frac{\sqrt{E - \Lambda}}{E - \Lambda + |\varepsilon|}, \quad \varepsilon = -\frac{\kappa^2}{2\mu_2}$$

Список вопросов по курсу Квантовая Теория Рассеяния.

1. Классический и квантовый подходы к задаче рассеяния. Оценка полного сечения рассеяния для потенциалов спадающих быстрее, чем кулоновский.
2. Разложение волновой функции движения частицы в поле рассеивающего центра по парциальным волнам.
3. Фазовая теория рассеяния. Разложение амплитуды рассеяния по парциальным волнам.
4. Сечение рассеяния. Полное, дифференциальное и парциальные сечения рассеяния.
5. Условие унитарности для рассеяния. Оптическая теорема.
6. Рассеяние быстрых частиц. Фазы и амплитуды рассеяния в приближении ВКБ.
7. Дифференциальное и полное сечение рассеяние быстрых частиц в приближении эйконала. Примеры.
8. Рассеяние медленных частиц. Поведение фаз, амплитуд и сечений рассеяния при малых энергиях.
9. Резонансное рассеяние медленных частиц на короткодействующем потенциале. Длина рассеяния и эффективный радиус взаимодействия. Рассеяние на реальном и виртуальном резонансном уровне. Примеры.
10. Резонансное рассеяние медленных частиц с отличным от нуля орбитальным моментом. Зависимость ширины резонанса от орбитального момента и энергии квазидискретного уровня. Примеры.
11. Резерфордовское рассеяние.
12. Аналитические свойства матрицы рассеяния.
13. Полюса матрицы рассеяния.
14. Свойства вычетов матрицы рассеяния.
15. Теорема Левинсона..
16. Квазистационарные состояния.
17. Волновая функция задачи рассеяния вблизи квазистационарного состояния.
18. Вероятности физических процессов, протекающих через образование квазистационарного состояния. Примеры.
19. Многоканальное рассеяние. S-матрица, амплитуды и сечения рассеяния.
20. Аналитические свойства матрицы многоканального рассеяния.
21. Оптическая теорема и унитарность матрицы рассеяния.
22. Теорема взаимности. Принцип детального равновесия.
23. Полюса и другие особенности многоканальной матрицы рассеяния.
24. Свойства вычетов многоканальной матрицы рассеяния.
25. Формула Брейта-Вигнера.
26. Пороговые особенности сечений упругих и неупругих каналов рассеяния.
27. Поведение сечений вблизи порога в случае рождения заряженных частиц.
28. Взаимодействие в конечном состоянии при реакциях.