ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

С5 2012г.

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

С5 **Вариант 7** 2012 год.

Найти наименьшее значение параметра, при котором система неравенств, **задающие на координатной плоскости круг**, имеет единственное решение .

Работа
Учителя математики
Зениной Алевтины Дмитриевны

C5 Найдите наименьшее значение параметра a, при котором система неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \dfrac{|a+1|}{\sqrt{80}} \\ \boxed{x-2y \ge -1} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

В системе второе неравенство задает полуплоскость с границей $x = 2y - 1$.

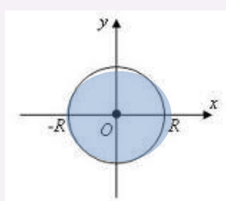
$-2y \ge -1 - x$; $y \boxed{\le} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

x	0	1
y	0,5	1

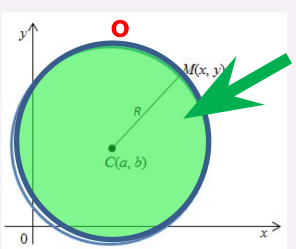
Вспомним уравнение окружности:

$x^2 + y^2 = R^2$.

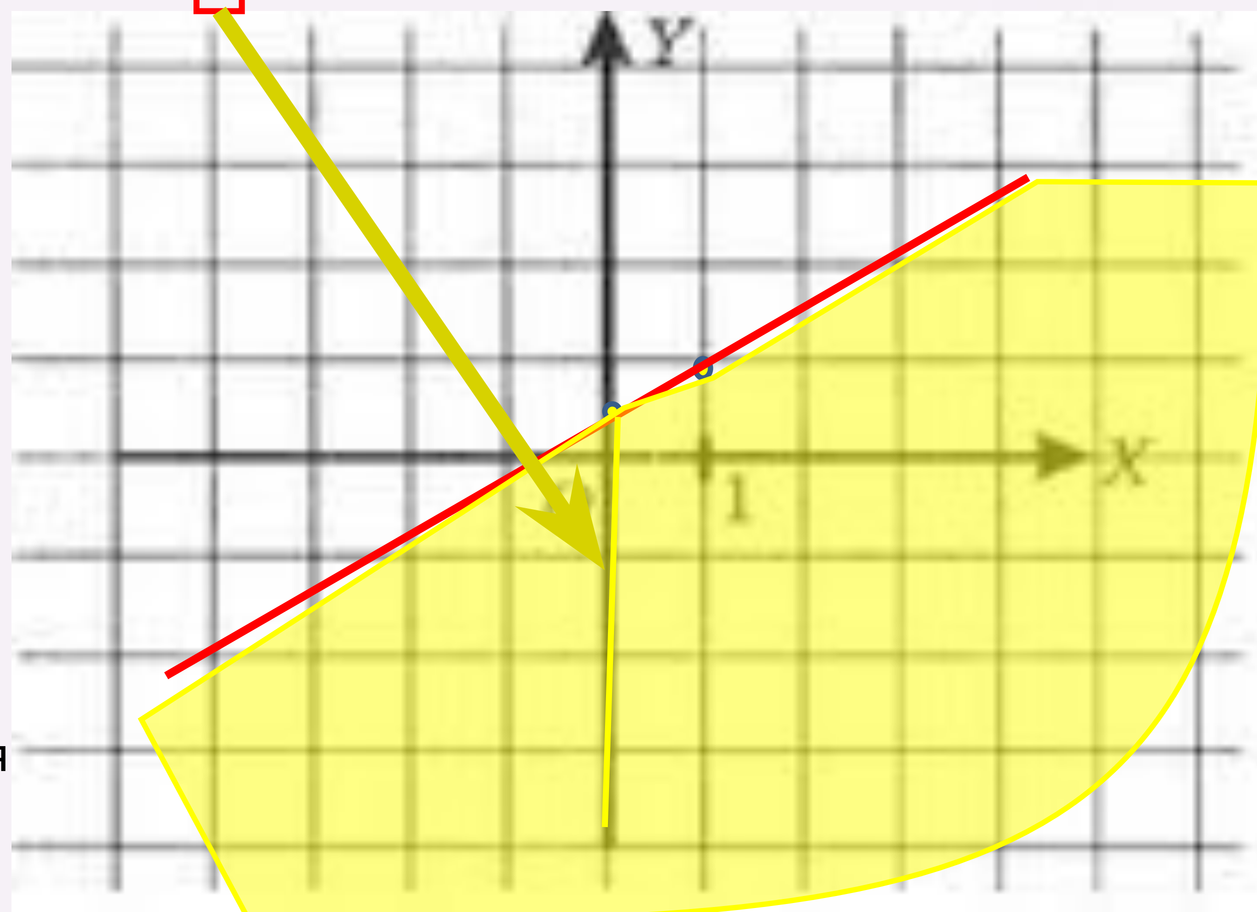
$x^2 + y^2 \le R^2$.



$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \le R^2$



Часть плоскости, ограниченная окружностью, с центром в



Преобразуем первое неравенство: $\boxed{[x-(-4-2a)]^2+[(y-(-1-a)]^2 \le \left[\frac{|a+1|}{\sqrt{8a}}\right]^2}$

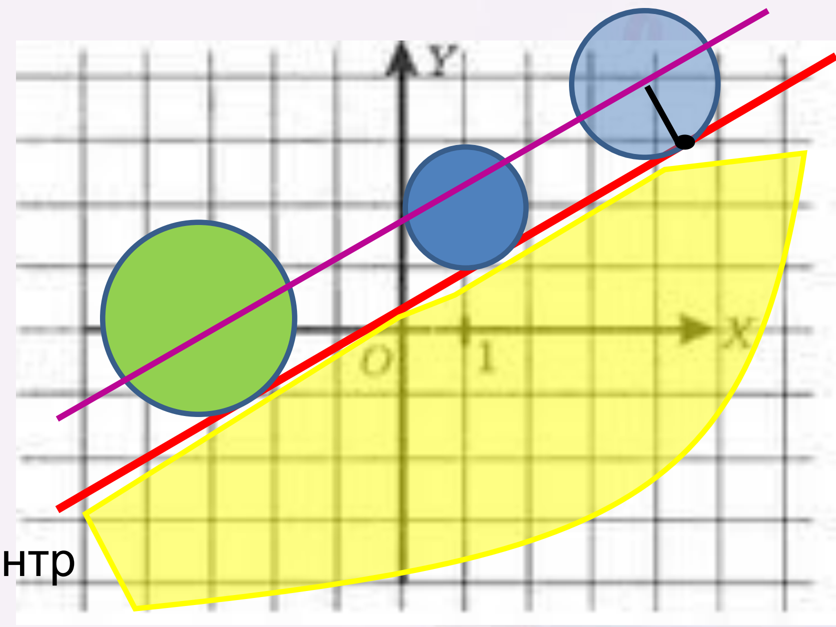
Первое неравенство задает на координатной плоскости круг радиуса $\frac{|a+1|}{\sqrt{8a}}$

С центром в точке (-4-2a ; -1-a)

Система имеет единственное решение, если круг и полуплоскость имеют одну общую точку.

Следовательно расстояние от центра круга до прямой y = ½x + ½ равно радиусу круга.

Это расстояние между параллельными прямыми: y = ½x + ½ и какой-то прямой y = ½x + b, проходящей через центр круга



Прямые параллельны, то $k_1 = k_2$.

Из первого неравенства получаем:

$$\begin{cases} x_o = -4-2a \\ y_o = -1-a \end{cases}$$

y =½x + b это уравнение прямой проходящей через центр круга

Подставим в это уравнение прямой вместо x и y наши значения x_o и y_o.

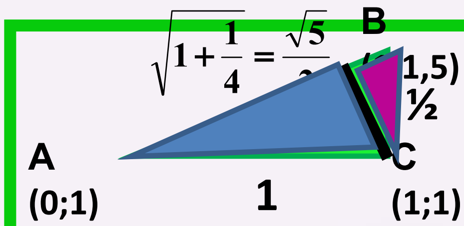
$$-1-a=\frac{1}{2}[-4-2a]+b; \qquad -1-\cancel{a}=-2-\cancel{a}+b; \qquad b=1.$$

Значит уравнение прямой, проходящей через центр круга выглядит так: y = ½x + 1

x	0	1
y	1	1,5

Рассмотрим прямоугольный треугольник с вершинами: (0;1), (1;1) и (1;1,5).

Высота этого прямоугольного ΔАВС- есть расстояние между параллельными прямыми и равно радиусу R круга, касающегося прямой y = ½x + ½

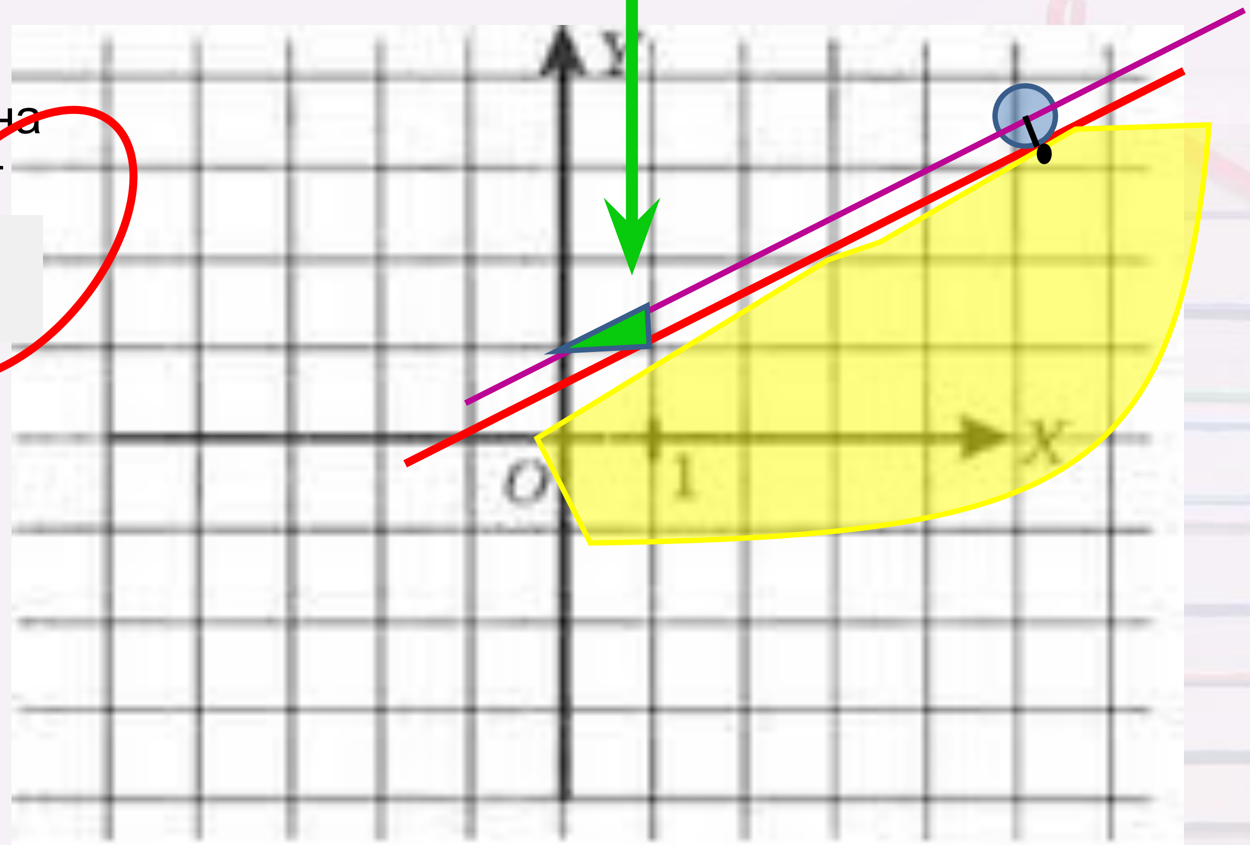


Через подобие треугольников, получим:

$$\frac{R}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} \quad \Rightarrow R=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Первое неравенство задает на координатной плоскости круг ра

$$\sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \frac{|a+1|}{\sqrt{80}}$$



Следовательно:

$$\frac{|a+1|}{\sqrt{80}}=\frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad |a+1|=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}};$$

$$|a+1|=\sqrt{16};$$

C5 Найдите наименьшее значение параметра a, при котором система неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \dfrac{|a+1|}{\sqrt{80}} \\ x-2y \ge -1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$|a+1| = 4$; $\begin{cases} a+1=4 \\ a+1=-4 \end{cases}$; $\begin{cases} a=3 \\ a=-5 \end{cases}$

По условию наименьшее значение равно: $a = -5$

Ответ: $a = -5$

При решении задач всегда возвращайтесь к условию, чтобы выбрать тот ответ,
который требуется в задачи (иначе Вы получите на один бал меньше за ЕГЭ)

СКОРО ЕГЭ!

Еще есть время подготовиться!