ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

# С5 2012г.

## Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко



# С5 **Вариант 7** 2012 год.

Найти наименьшее значение параметра, при котором система неравенств, **задающие на координатной плоскости круг**, имеет единственное решение .

*Работа*
*Учителя математики*
*Зениной Алевтины Дмитриевны*

**C5** Найдите наименьшее значение параметра $a$, при котором система неравенств

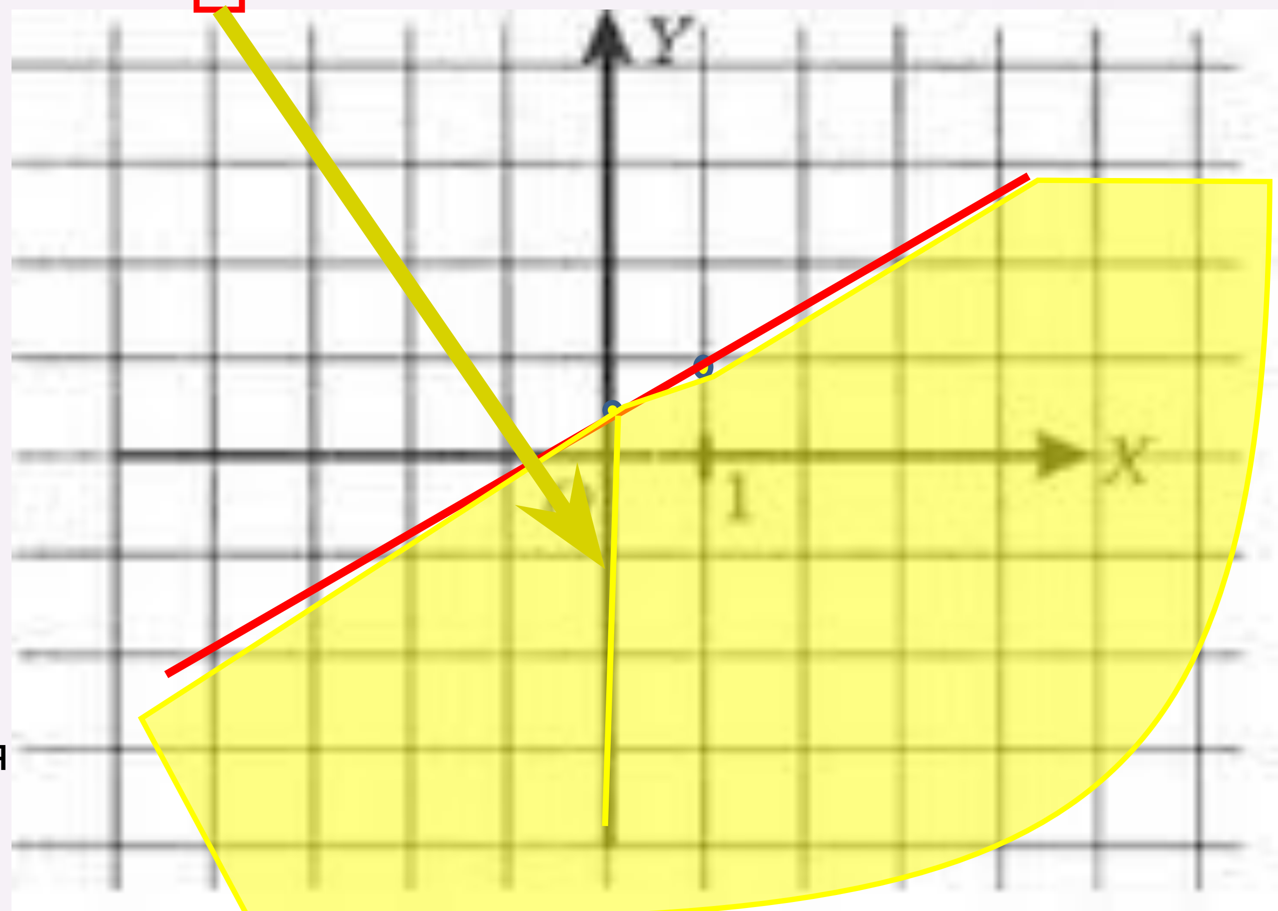
$$\begin{cases} \sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \dfrac{|a+1|}{\sqrt{80}} \\ \boxed{x-2y \ge -1} \end{cases}$$

имеет единственное решение.

В системе второе неравенство задает полуплоскость с границей $x = 2y - 1$.

$-2y \ge -1 - x$;  $y \boxed{\le} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

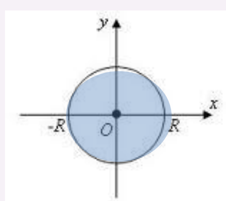
| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 1 |
| y | 0,5 | 1 |



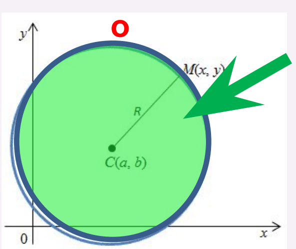

Вспомним уравнение окружности:

$x^2 + y^2 = R^2$.

$x^2 + y^2 \le R^2$.




$(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 \le R^2$




Часть плоскости, ограниченная окружностью, с центром в

Преобразуем первое неравенство: $\boxed{[x-(-4-2a)]^2+[(y-(-1-a)]^2 \le \left[\frac{|a+1|}{\sqrt{8a}}\right]^2}$

Первое неравенство задает на координатной плоскости круг радиуса $\frac{|a+1|}{\sqrt{8a}}$

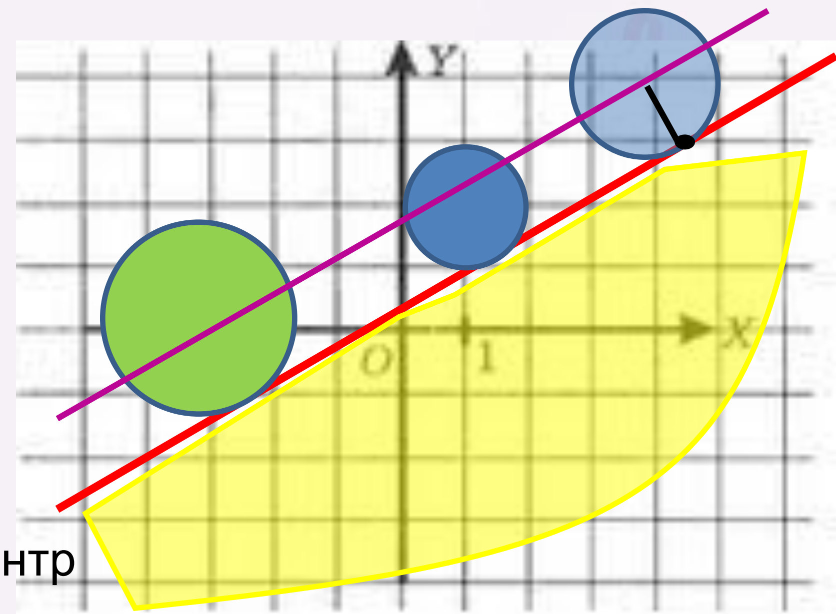
С центром в точке (-4-2a ; -1-a)

Система имеет единственное решение, если круг и полуплоскость имеют одну общую точку.

Следовательно расстояние от центра круга до прямой y = ½x + ½ равно радиусу круга.

Это расстояние между параллельными прямыми: y=$\boxed{½}$x+½ и какой-то прямой y = $\boxed{½}$x + b, проходящей через центр круга

Прямые параллельны, то $k_1 = k_2$.




Из первого неравенства получаем:

$$\begin{cases} x_o = -4-2a \\ y_o = -1-a \end{cases}$$

$\boxed{y = ½x + b}$ это уравнение прямой проходящей через центр круга

Подставим в это уравнение прямой вместо x и y наши значения $x_o$ и $y_o$.

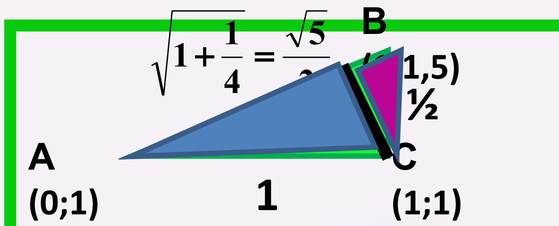
$$-1-a=\frac{1}{2}[-4-2a]+b; \qquad -1-\cancel{a}=-2-\cancel{a}+b; \qquad b=1.$$

Значит уравнение прямой, проходящей через центр круга выглядит так: $y = \frac{1}{2}x + 1$

| | | |
|---|---|---|
| x | 0 | 1 |
| y | 1 | 1,5 |

Рассмотрим прямоугольный треугольник с вершинами: (0;1), (1;1) и (1;1,5).

Высота этого прямоугольного ΔABC- есть расстояние между параллельными прямыми и равно радиусу R круга, касающегося прямой $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$




Через подобие треугольников, получим:

$$\frac{R}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} \quad \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

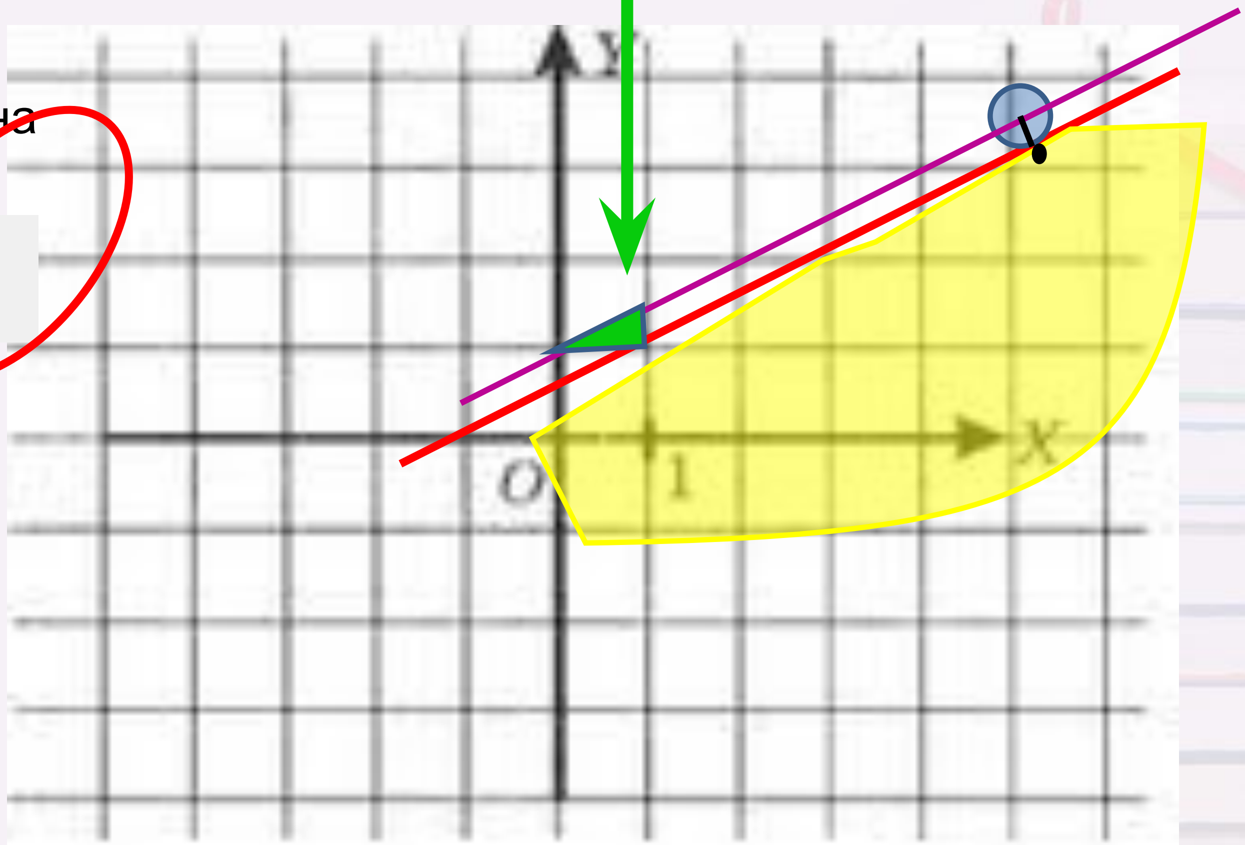
Первое неравенство задает на координатной плоскости круг ра

$$\sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \frac{|a+1|}{\sqrt{80}}$$

Следовательно:

$$\frac{|a+1|}{\sqrt{80}} = \frac{1}{\sqrt{5}}; \quad |a+1| = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}};$$

$$|a+1| = \sqrt{16};$$



C5 Найдите наименьшее значение параметра $a$, при котором система неравенств

$$\begin{cases} \sqrt{(x+4+2a)^2+(y+1+a)^2} \le \dfrac{|a+1|}{\sqrt{80}} \\ x-2y \ge -1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

$|a+1| = 4;$ $\begin{cases} a+1=4 \\ a+1=-4 \end{cases};$ $\begin{cases} a=3 \\ a=-5 \end{cases}$

По условию наименьшее значение равно: $a = -5$

**Ответ: $a = -5$**

При решении задач всегда возвращайтесь к условию, чтобы выбрать тот ответ,
который требуется в задачи (иначе Вы получите на один бал меньше за ЕГЭ)


# СКОРО ЕГЭ!

## Еще есть время подготовиться!