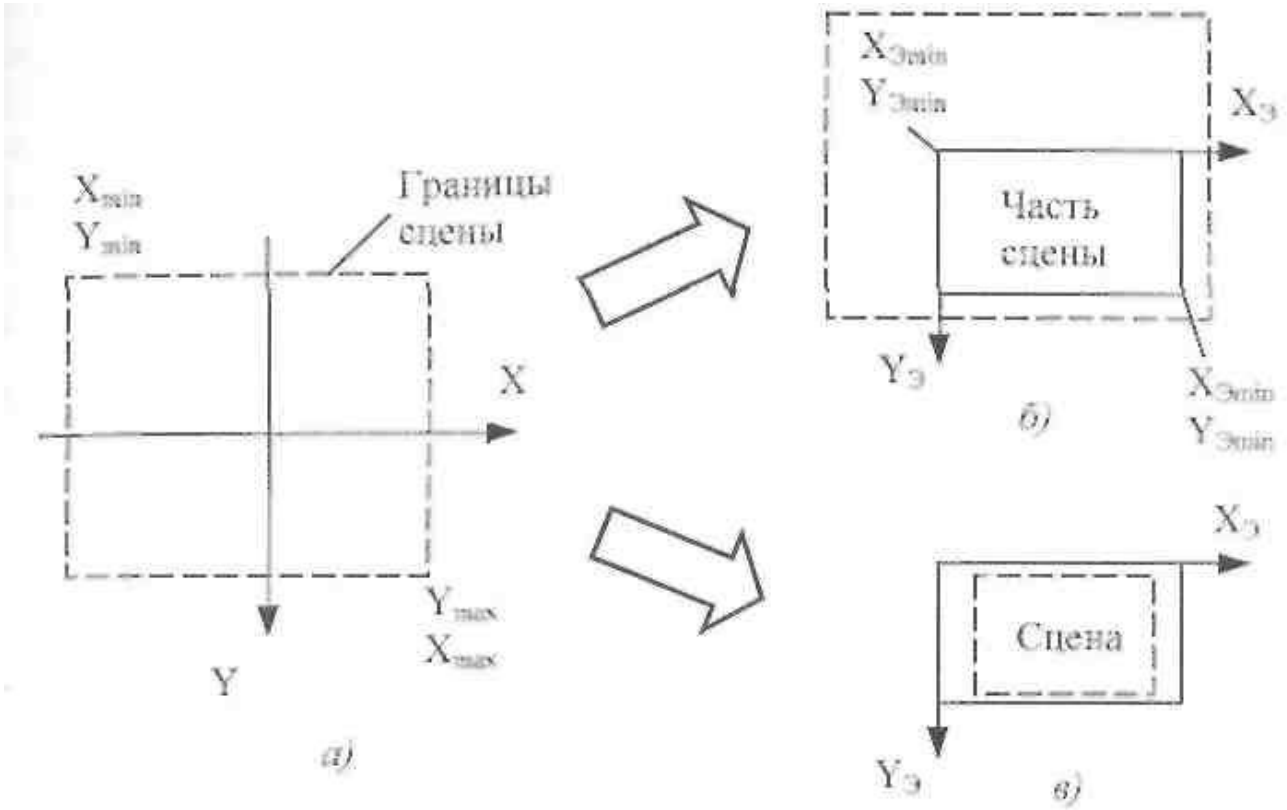
Отображение в окне



. Отображение проекции сцены:
а — границы сцены в координатах проекции; б— в окне часть сцены,
в — вся сцена с сохранением пропорций вписана в окно

$$\begin{cases} X_Э = KX + dx, \\ Y_Э = KY + dy, \\ Z_Э = KZ. \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{Э\,min} \le KX_{min} + dx, & (1) \\ Y_{Э\,min} \le KY_{min} + dy, & (2) \\ X_{Э\,max} \ge KX_{max} + dx, & (3) \\ Y_{Э\,max} \ge KY_{max} + dy. & (4) \end{cases}$$

$$K \le \frac{X_{Э\,max} - X_{Э\,min}}{X_{max} - X_{min}} = K_X.$$

$$K \le \frac{Y_{Э\,max} - Y_{Э\,min}}{Y_{max} - Y_{min}} = K_Y.$$

$$K \le \min\{K_X, K_Y\} = K_{min}.$$

$$dx \ge X_{Э\,min} - KX_{min} = dx_1.$$

$$dx \le X_{Э\,max} - KX_{max} = dx_2.$$

$$dx = \frac{dx_1 + dx_2}{2} = \frac{X_{Э\,min} - KX_{min} + X_{Э\,max} - KX_{max}}{2}.$$

$$dy = \frac{Y_{Э\,min} - KY_{min} + Y_{Э\,max} - KY_{max}}{2}.$$

Выводы

$$\begin{bmatrix} X_Э \\ Y_Э \\ Z_Э \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K,\ dx,\ dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Повороты} \\ \alpha,\ \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} X_Э \\ Y_Э \\ Z_Э \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K,\ dx,\ dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Проециро-} \\ \text{вание} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Повороты} \\ \alpha,\ \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}.$$

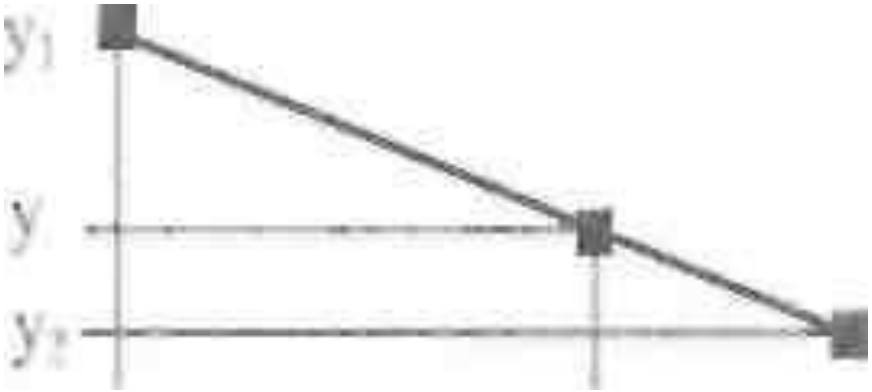
Базовые растровые алгоритмы

Алгоритмы вывода прямой линии

заданы координаты *(x1,y1 - x2,y2)* концов отрезка прямой

```
for (x=x1;   x<=x2;
+)
                    //Пиксел(x,
for (y=y1;   y<=y2;
y++)
    //Пиксел(x1,   y);
```

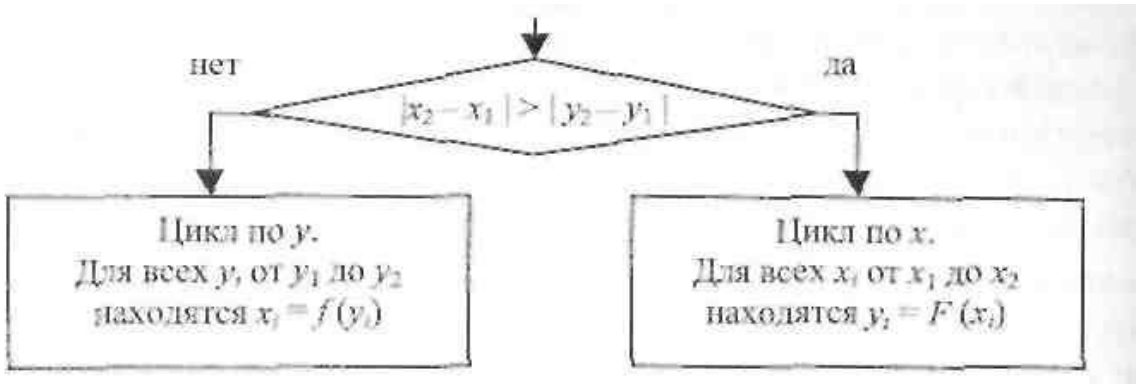
Прямое вычисление координат



$$\frac{x - x1}{y - y1} = \frac{x2 - x1}{y2 - y1}$$

$$x = x_1 + (y - y_1)\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1},$$

$$y = y_1 + (x - x_1)\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$




```
for (x=x1; x<=x2; x++)
  {
  y=y1+((x-x1)*(y2-y1))/(x2-x1);
  // Пиксел(x,y);
  }
```

```
float k;

k=(float)(y2-y1)/(float)(x2-x1);
for (x=x1; x<=x2; x++)
  {
  y=y1+(float)(x-x1)*k;
  //Пиксел(x,y);
  }
```

```
float yy,k;
k =(float)(y2-y1)/(float)(x2-x1);
yy=(float)y1 - (float)x1*k;
for (x=x1; x<=x2; x++)
  {
  y = yy + (float)x*k;
  //Пиксел(x,y);
  }
```

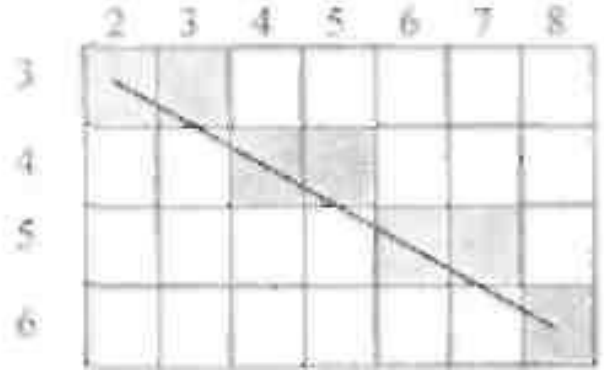
Инкрементные алгоритмы

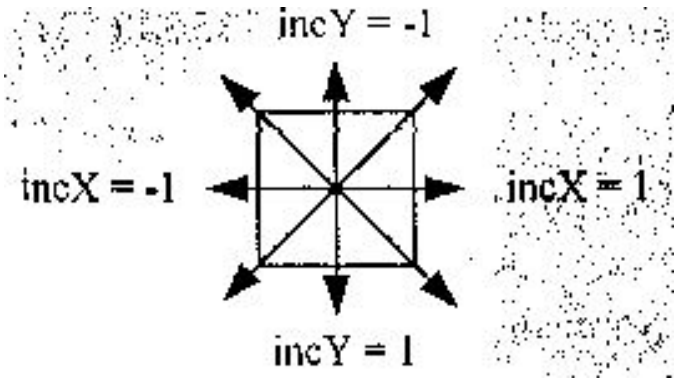
Алгоритмы Брезенхема

$xerr = 0,\ yerr = 0;$

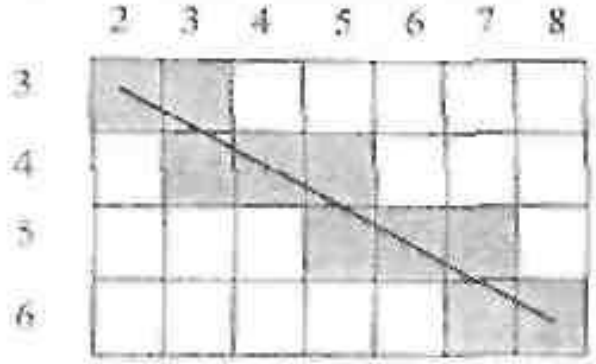
$dx = x2 - x1,\ dy = y2 - y1;$

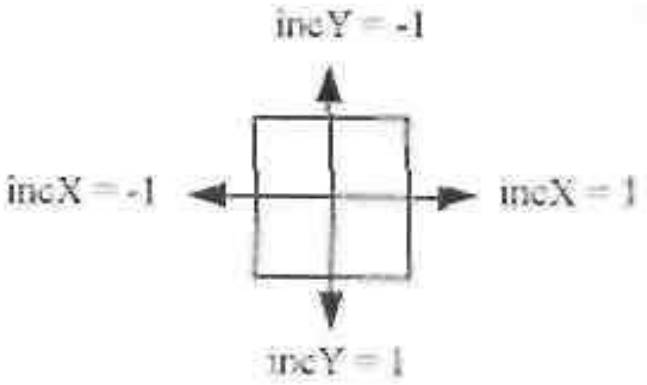
```
Если dx > 0, то incX = 1;
     dx = 0, то incX = 0;
     dx < 0, то incX = -1;
Если dy > 0, то incY = 1;
     dy = 0, то incY = 0;
     dy < 0, то incY = -1;
dx = |dx|, dy = |dy|;
Если dx > dy, то d = dx;
              иначе d = dy;
x = x1, y = y1;
Пиксел (x, y)
Выполнить цикл d раз:
   {
   xerr = xerr + dx;
   yerr = yerr + dy;
   Если xerr > d, то xerr = xerr - d
                     x = x + incX
   Если yerr > d, то yerr = yerr - d
                     y = y + incY
   Пиксел (x, y)
```





Восьмисвязность



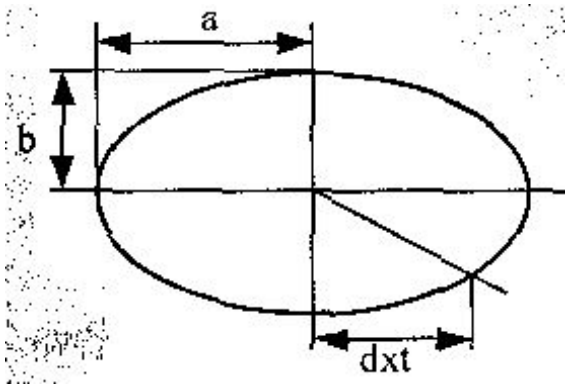


Четырехсвязность

Алгоритм вывода окружности

$$X^2 + Y^2 = R^2$$

Алгоритм вывода эллипса



$$dxt = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

Кривая Безье

Кривые Безье описываются в параметрической форме:

$$x = P_x(t),$$
$$y = P_y(t)$$

Многочлены Безье для P_x и P_y

$$P_x(t) = \sum_{i=0}^{m} C_m^i \, t^i (1-t)^{m-i} x_i$$

$$P_y(t) = \sum_{i=0}^{m} C_m^i \, t^i (1-t)^{m-i} y_i$$

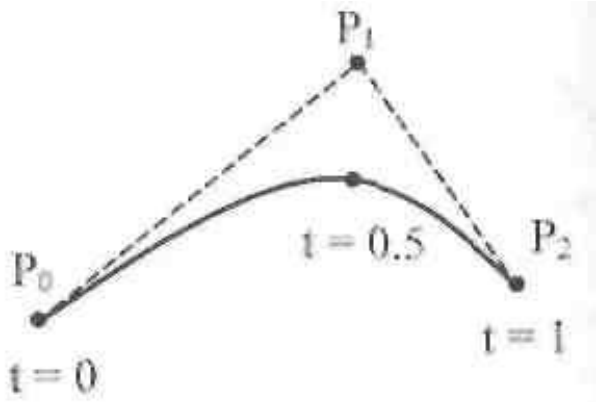
$C_m^i = m!/(i! - (m-i)!)$
сочетание m по i

$m = 1$ (по двум точкам)

$$P(t) = (1-t)\,P_0 + t\,P_1 .$$

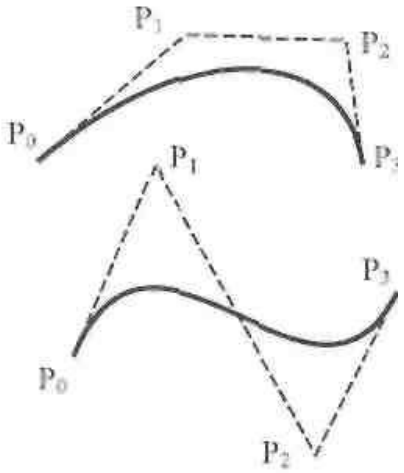
$m = 2$ (по трем точкам)

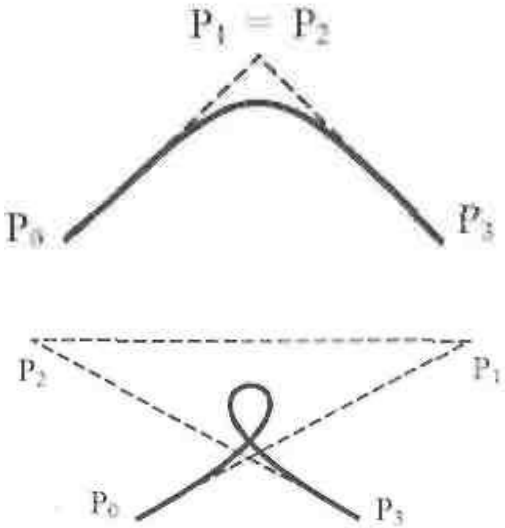
$$P(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t) P_1 + t^2 P_2 .$$



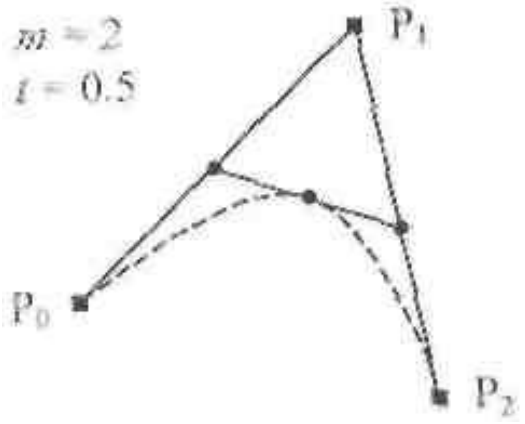
m = 3 (по четырем точкам, кубическая)

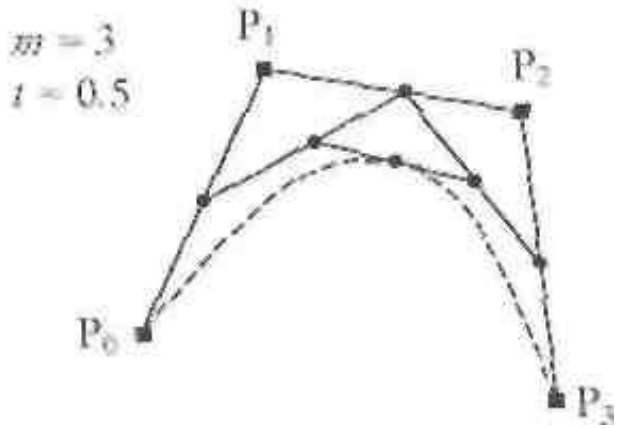
$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t(1-t)^2 P_2 + t^3 P_3.$$





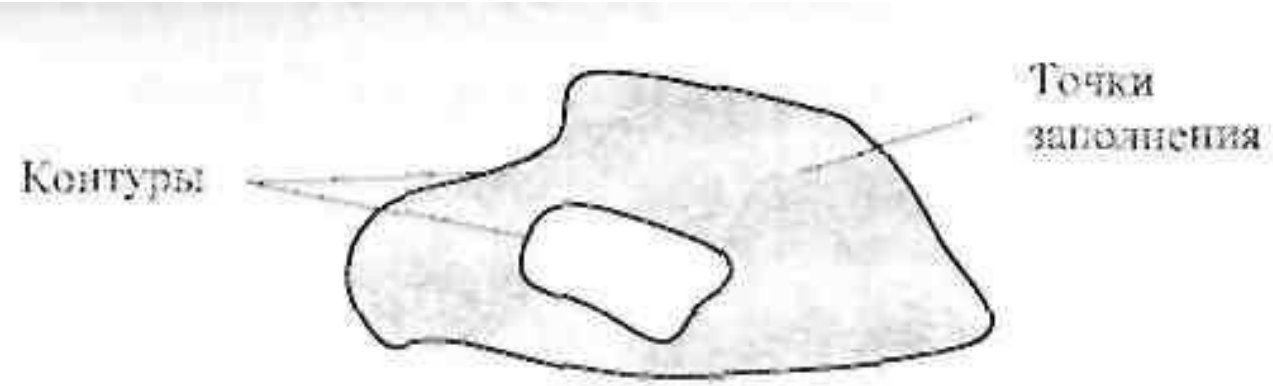
Геометрический алгоритм для кривой Безье



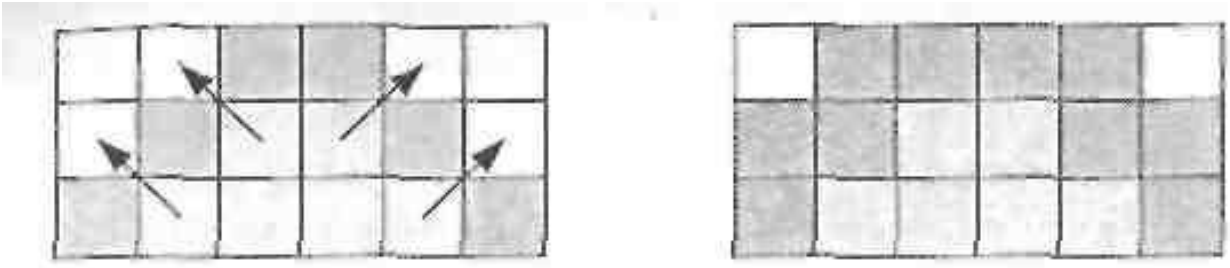



```
for ( i = 0; i <= m; i++)
    R[i] = P[i]; //формируем вспомогательный массив R[ ]
for ( j = m; j > 0; j--)
  for ( i = 0; i < j; i++)
      R[i] = R[i] + t * (R[i+1] - R[i]);
```

Алгоритмы вывода фигур

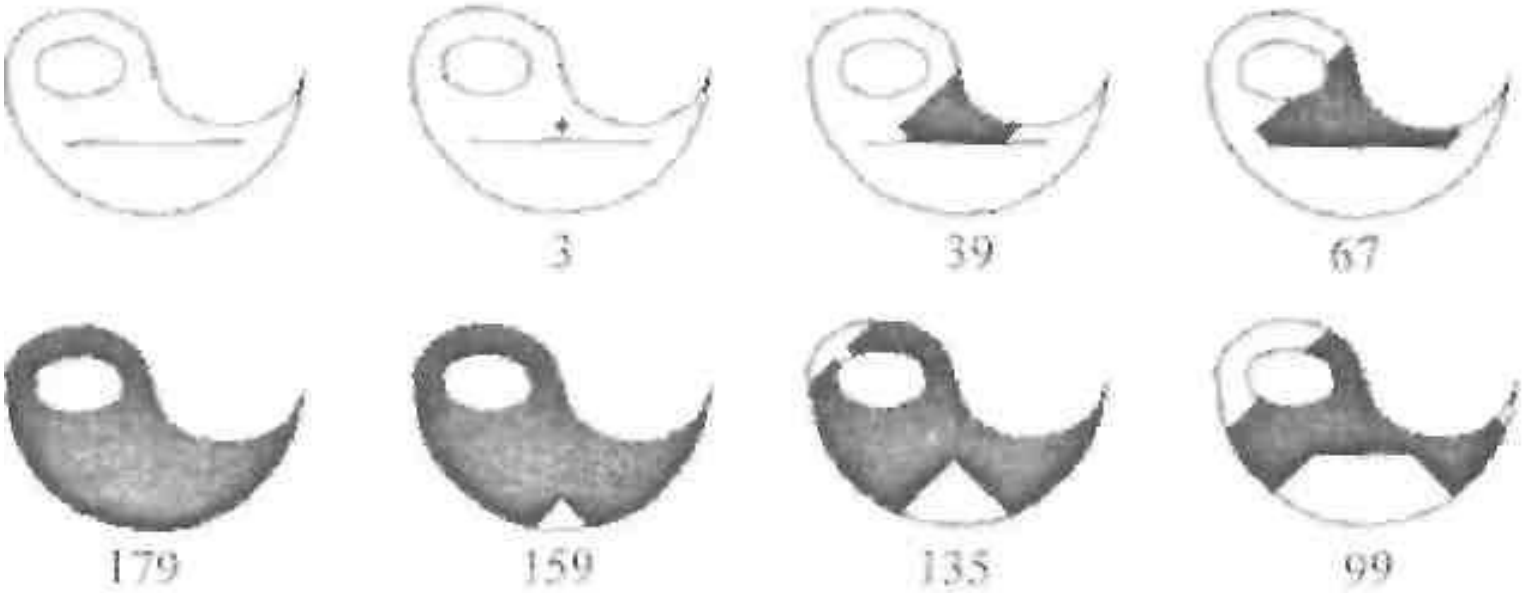


Алгоритмы закрашивания

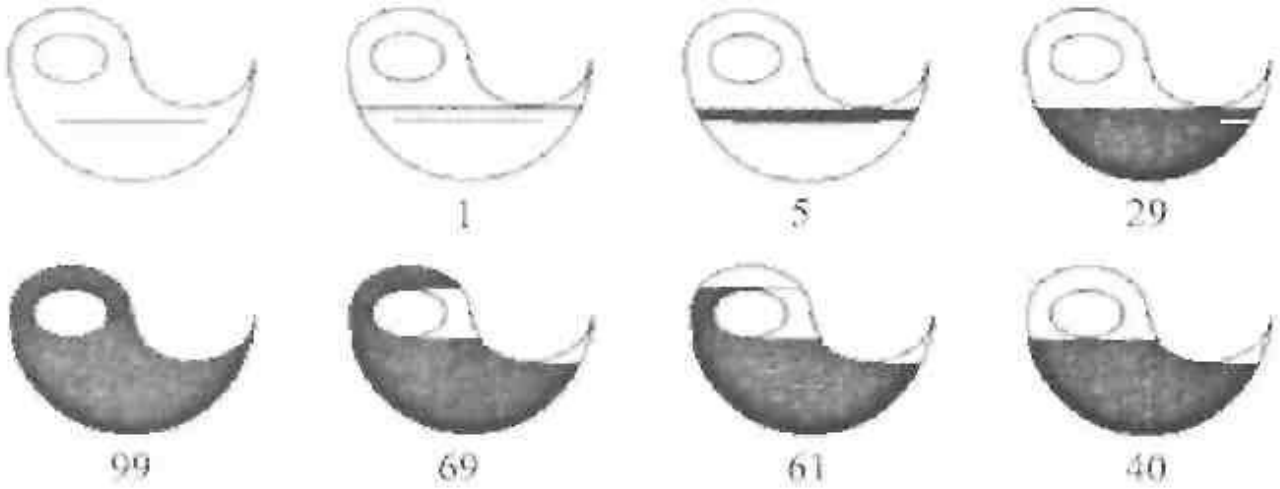


```
функция ЗАКРАШИВАНИЕ(x, y)
{
Если цвет пиксела (x, y) не равен цвету границы, то
    {
    установить для пиксела (x, y) цвет заполнения;
    ЗАКРАШИВАНИЕ(x+1, y);
    ЗАКРАШИВАНИЕ(x-1, y);
    ЗАКРАШИВАНИЕ(x, y+1);
    ЗАКРАШИВАНИЕ(x, y-1);
    }
}
```

Волновой алгоритм закрашивания

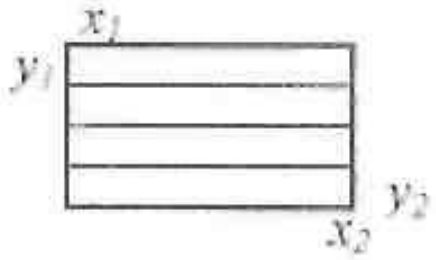


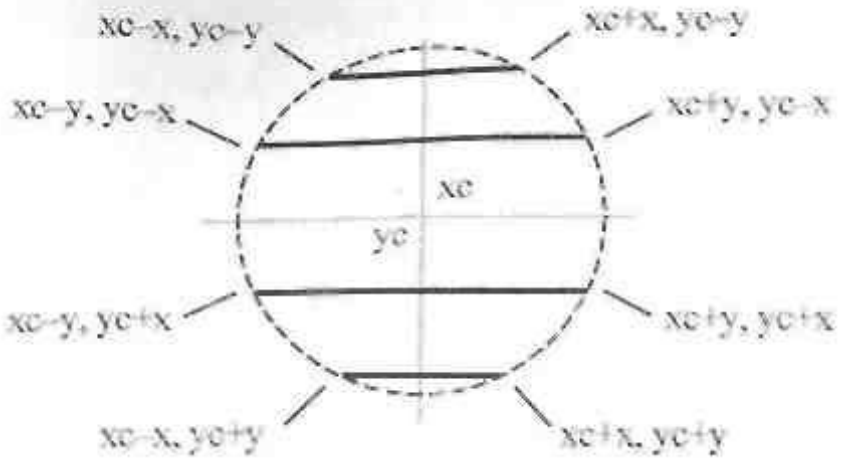
Алгоритм закрашивании линиями



Алгоритмы заполнения, которые используют математическое описание контура

```
for (y=yl; У<=y2; y++);
//Рисуем горизонтальную линию
//с координатами (xl, y)  - (x2, y)
```





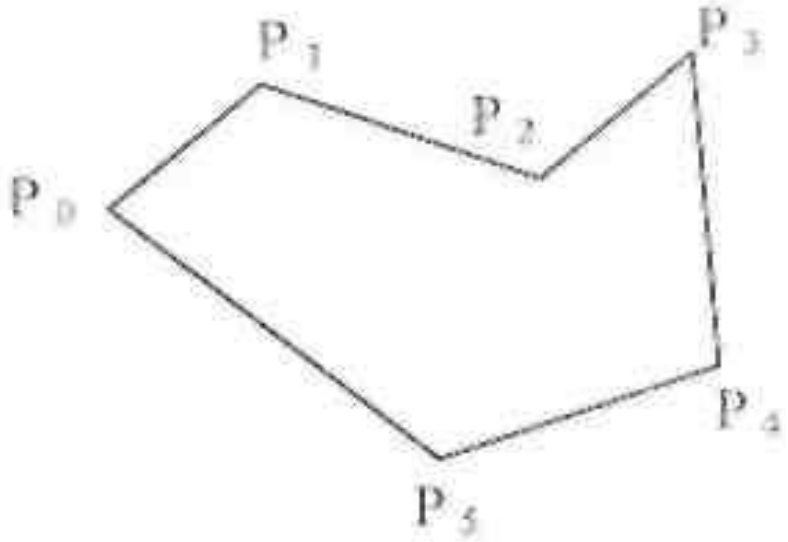
Алгоритм XY

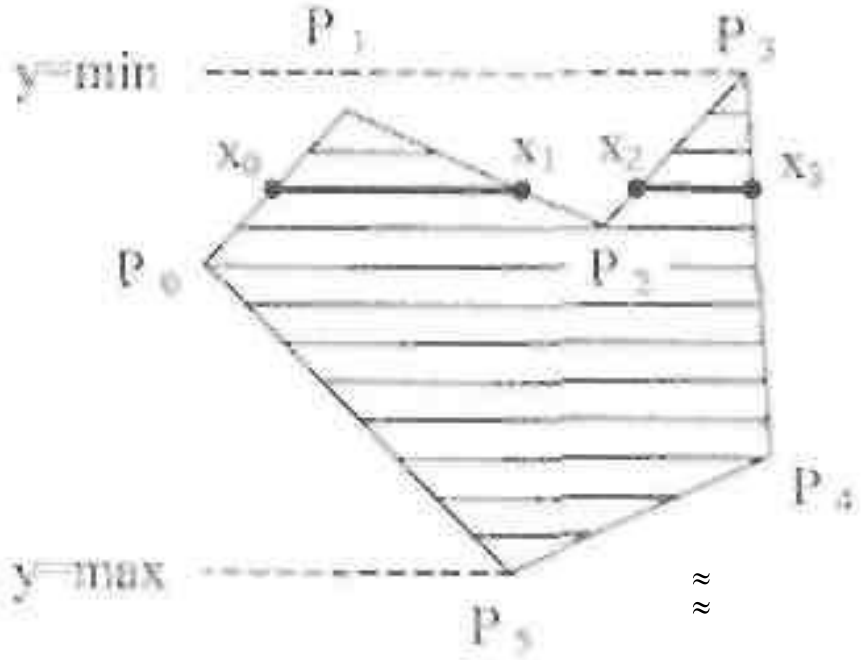
1. Найти ***min{yi}*** и ***max{yi}*** среди всех вершин ***Pi***.
2. Выполнить цикл по ***y*** от ***y = min*** до ***y = max***
   {
3. 3. Нахождение точек пересечения всех отрезков контура с горизонталью ***y***. Координаты ***Xi*** точек сечения записать в массив.
4. Сортировка массива ***{xi}*** по возрастанию ***x***.
5. Вывод горизонтальных отрезков с координатами

   (x0,y) – (x1,y)
   (x2,y) – (x3,y)
   ……...
   (x2k,y) – (x2k+1,y)

   Каждый отрезок выводится цветом заполнения

   }





≈
≈

$$x = x_i + (y_k - y)\,(x_k - x_i)/(y_k - y_i)$$

$N_{такт} = (y_{max} - y_{min})\, N_{гор}$

$N_{гор} = kn$