

---

# Применение производной

## к решению задач

# Цели занятия

- Уточнить основные понятия и законы темы, углублённо рассмотреть конкретные вопросы во время решения задач.
- Провести самостоятельное исследование по теме, перенос знаний в нестандартную ситуацию.
- Проявить и развить свои способности, организовать свои цели, составить реальный план, выполнить его и оценить свои результаты.

# Задание 1

---

1. Зная правило дифференцирования произведения двух функций, составьте формулу  $(u \cdot v \cdot w)' = \dots$

$$(u \cdot v \cdot w)' = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$$

2. Зная связь первой производной и экстремумов, установите, как определить вид экстремума по второй производной.

## Задание 2

- Составить алгоритм отыскания промежутков выпуклости вверх и вниз для функции  $y = 2(x^2)^3 - 5(x^2)^2$

1.  $y' = 12x^5 - 20x^3$

2.  $y'' = 60(x^2)^2 - 60x^2$

3.  $y'' = 0$  при  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $x=-1$ .

4.  $y'' > 0$ , функция выпукла вниз при  $x \leq -1$ ,  $x \geq 1$ .

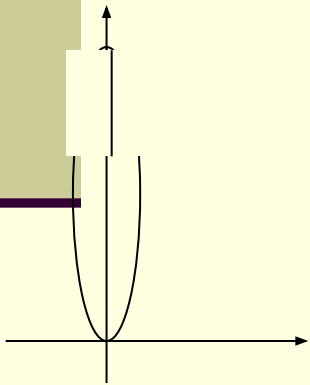
5.  $y'' < 0$ , функция выпукла вверх при  $-1 \leq x \leq 1$ .

## Задание 3

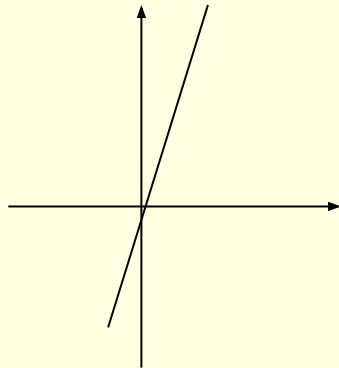
Установить соответствие между предложенными графиками  $y=f'(x)$  и формулами, задающими функцию  $y=f(x)$ .

1.  $y = x^2 - 1$       2.  $y = x^3 - 1$       3.  $y = (x-1)^2$       4.  $y = -x^2 - 1$

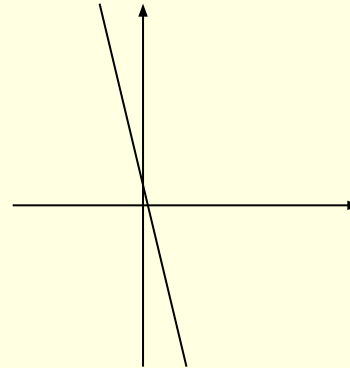
А



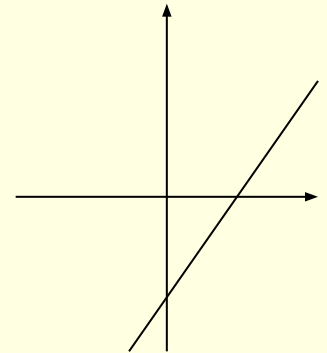
Б



В



Г



Ответы:

1- Б,

2 – А,

3 – Г,

4 – В.

# Работа первой группы

№ 1.

Для графика функции  $y=f(x)$ :  $f'(x)>0$  и  $f(x)$  возрастает  $[-5;-2,8], [-0,4;3,5]$

$f'(x)<0$  и  $f(x)$  убывает  $[-2,8;-0,4], [3,5;5]$

$f'(x)=0$  и производная меняет знак с плюса на минус при  $x=-2,8$  и  $x=3,5$  и  $x=-2,8$  и  $x=3,5$  точки максимума

$f'(x)=0$  и производная меняет знак с минуса на плюс при  $x=-0,4$  и  $x=-0,4$  точка минимума

Для графика функции  $y=f''(x)$ :  $f'(x)$  убывает на промежутках  $[-3,5;-1,5],$

$[0,5;1,5], [2,8;5]$  значит функция  $y=f''(x)$

отрицательна на этих промежутках и

обращается в нуль при  $x=-3,5, x=-1,5, x=0,5,$

$x=1,5, x=2,8$

$f'(x)$  возрастает на промежутках  $[-5;-3,5],$

$[-1,5;0,5], [1,5;2,8]$  значит функция  $y=f''(x)$

положительна на этих промежутках.

# Работа первой группы

---

№ 2.

$D(y)=\mathbb{R}$ , ,  $y' > 0$  при  $x < 1$  и непрерывна при  $x=1$ , значит функция возрастает на промежутке  $(-\infty; 1]$ , т.е.  $b+4 \leq 1$ ,  $b \leq -3$ .

# Работа второй группы

---

- **Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = -x^3 - 6x^2 + 3$ , которая имеет наибольший угловой коэффициент.**



# Работа третьей группы

---

№ 1.

Найти наибольшее значение функции  $y=f(x)$  на отрезке  $[a,b]$ .

1. Найти производную данной функции.
2. Найти критические точки.
3. Выбрать критические точки, принадлежащие заданному отрезку.
4. Найти значение функции в отобранных критических точках и концах отрезка.
5. Выбрать наибольшее значение функции.

$y=f(x), [a;b]$

$y= f'(x)$

$f'(x)=0$

$x_1, x_2, \dots, x_n$

$x_1, \dots, x_n$   
лежат на  
отрезке

$f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n),$   
 $f(a), f(b)$

$f(x_1)$ -  
наиб

$\max f(x) = f(x_1)$   
[a,b]

$\max f(x) = f(x_n)$   
[a,b]

нет

$f(a) > f(b)$

$\max f(x) = f(a)$

$\max f(x) = f(b)$   
[a,b]

нет

да

да

нет

да

нет

да

# Работа третьей группы

- 1.  $V(t)=x'(t)$ ,  $V(t)=36t - 3t^2$
- 2.  $V'(t) = 36 - 6t$
- 3.  $V'(t)=0$  при  $t=6$
- 4. 6 принадлежит отрезку  $[4,8]$
- 5.  $V(4)=96$  м/с,  $V(6)=108$  м/с,  
 $V(8)=96$  м/с
- 6.  $\max V(t) = V(6) = 108$  м/с

# Домашнее задание

Группа А	Группа В	Группа С
<p>1. Проводятся касательные к графику функции <math>y = 3x - x^2</math> в точке с абсциссой 2 и в точке максимума. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и этими касательными.</p> <p>2. Придумайте функцию <math>y = f(x)</math>, у которой значение в точке максимума меньше значения в точке минимума.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции с помощью производной</p>	<p>1. Напишите уравнение такой касательной к графику функции, которая не пересекает прямую <math>y=x</math></p> <p>2. Придумайте функцию, у которой два минимума и ни одного максимума. Задайте её формулой, исследуйте и постройте график.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции с помощью производной.</p>	<p>1. Найдите все отрицательные <math>a</math>, для каждого из которых касательные к параболе <math>y=(x-1)^2</math>, проведенные через точку оси <math>Oy</math> с ординатой <math>a</math> высекают на оси <math>Ox</math> отрезок длины 4.</p> <p>2. Придумайте непрерывную функцию, график которой будет иметь наклонную асимптоту, задаваемую уравнением <math>y=0,5x-1</math>. Опишите эту функцию своими свойствами.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции</p>