
Применение производной

Применение производной
к решению задач

Цели занятия

- Уточнить основные понятия и законы темы, углублённо рассмотреть конкретные вопросы во время решения задач.
- Провести самостоятельное исследование по теме, перенос знаний в нестандартную ситуацию.
- Проявить и развить свои способности, организовать свои цели, составить реальный план, выполнить его и оценить свои результаты.

Задание 1

1. Зная правило дифференцирования произведения двух функций, составьте формулу $(u \cdot v \cdot w)' = \dots$

$$(u \cdot v \cdot w)' = u' \cdot v \cdot w + u \cdot v' \cdot w + u \cdot v \cdot w'$$

2. Зная связь первой производной и экстремумов, установите, как определить вид экстремума по второй производной.

Задание 2

- Составить алгоритм отыскания промежутков выпуклости вверх и вниз для функции $y = 2(x^2)^3 - 5(x^2)^2$

1. $y' = 12x^5 - 20x^3$

2. $y'' = 60(x^2)^2 - 60x^2$

3. $y'' = 0$ при $x=0$, $x=1$, $x=-1$.

4. $y'' > 0$, функция выпукла вниз при $x \leq -1$, $x \geq 1$.

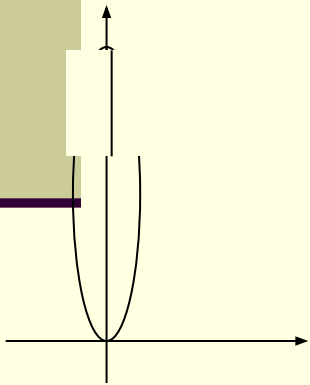
5. $y'' < 0$, функция выпукла вверх при $-1 \leq x \leq 1$.

Задание 3

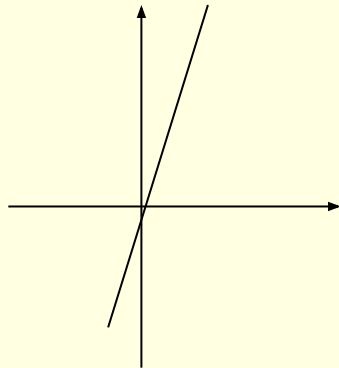
Установить соответствие между предложенными графиками $y=f'(x)$ и формулами, задающими функцию $y=f(x)$.

1. $y = x^2 - 1$ 2. $y = x^3 - 1$ 3. $y = (x-1)^2$ 4. $y = -x^2 - 1$

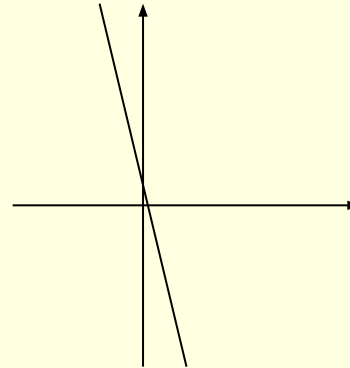
А



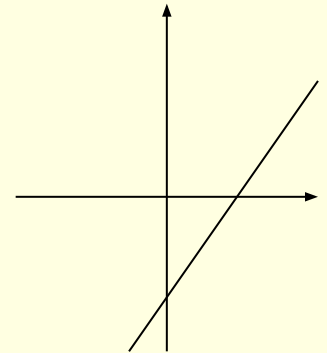
Б



В



Г



Ответы:

1 - Б, 2 - А, 3 - Г, 4 - В.

Работа первой группы

№ 1.

Для графика функции $y=f(x)$: $f'(x)>0$ и $f(x)$ возрастает $[-5;-2,8]$, $[-0,4;3,5]$

$f'(x)<0$ и $f(x)$ убывает $[-2,8;-0,4]$, $[3,5;5]$

$f'(x)=0$ и производная меняет знак с плюса на минус при $x=-2,8$ и $x=3,5$ и $x=-2,8$ и $x=3,5$ точки максимума

$f'(x)=0$ и производная меняет знак с минуса на плюс при $x=-0,4$ и $x=-0,4$ точка минимума

Для графика функции $y=f''(x)$: $f''(x)$ убывает на промежутках $[-3,5;-1,5]$,

$[0,5;1,5]$, $[2,8;5]$ значит функция $y=f''(x)$

отрицательна на этих промежутках и

обращается в нуль при $x=-3,5$, $x=-1,5$, $x=0,5$,

$x=1,5$, $x=2,8$

$f''(x)$ возрастает на промежутках $[-5;-3,5]$,

$[-1,5;0,5]$, $[1,5;2,8]$ значит функция $y=f''(x)$

положительна на этих промежутках.

Работа первой группы

№ 2.

$D(y)=\mathbb{R}$, , $y' > 0$ при $x < 1$ и непрерывна при $x=1$, значит функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$, т.е. $b+4 \leq 1$, $b \leq -3$.

Работа второй группы

- **Напишите уравнение касательной к графику функции $y = -x^3 - 6x^2 + 3$, которая имеет наибольший угловой коэффициент.**

Работа третьей группы

№ 1.

Найти наибольшее значение функции $y=f(x)$ на отрезке $[a,b]$.

1. Найти производную данной функции.
2. Найти критические точки.
3. Выбрать критические точки, принадлежащие заданному отрезку.
4. Найти значение функции в отобранных критических точках и концах отрезка.
5. Выбрать наибольшее значение функции.

$y=f(x), [a;b]$

$y= f'(x)$

$f'(x)=0$

x_1, x_2, \dots, x_n

x_1, \dots, x_n
лежат на
отрезке

$f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n),$
 $f(a), f(b)$

$f(x_1)$ -
наиб

$\max f(x) = f(x_1)$
[a,b]

$f(x_n)$ -
наиб

$\max f(x) = f(x_n)$
[a,b]

нет

$f(a) > f(b)$

$\max f(x) = f(a)$

нет

$\max f(x) = f(b)$
[a,b]

да

да

да

нет

нет

нет

Работа третьей группы

- 1. $V(t)=x'(t)$, $V(t)=36t - 3t^2$
- 2. $V'(t) = 36 - 6t$
- 3. $V'(t)=0$ при $t=6$
- 4. 6 принадлежит отрезку $[4,8]$
- 5. $V(4)=96$ м/с, $V(6)=108$ м/с,
 $V(8)=96$ м/с
- 6. $\max V(t) = V(6) = 108$ м/с

Домашнее задание

Группа А	Группа В	Группа С
<p>1. Проводятся касательные к графику функции $y = 3x - x^2$ в точке с абсциссой 2 и в точке максимума. Найдите площадь треугольника, образованного осью ординат и этими касательными.</p> <p>2. Придумайте функцию $y = f(x)$, у которой значение в точке максимума меньше значения в точке минимума.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции с помощью производной</p>	<p>1. Напишите уравнение такой касательной к графику функции, которая не пересекает прямую $y=x$</p> <p>2. Придумайте функцию, у которой два минимума и ни одного максимума. Задайте её формулой, исследуйте и постройте график.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции с помощью производной.</p>	<p>1. Найдите все отрицательные a, для каждого из которых касательные к параболе $y=(x-1)^2$, проведенные через точку оси Oy с ординатой a высекают на оси Ox отрезок длины 4.</p> <p>2. Придумайте непрерывную функцию, график которой будет иметь наклонную асимптоту, задаваемую уравнением $y=0,5x-1$. Опишите эту функцию своими свойствами.</p> <p>3. Составьте блок-схему для исследования функции</p>