Степенная функция её свойства и график

Вы знакомы с функциями $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=1/x$ и т. д. Все эти функции являются частными случаями *степенной функции,* т. е. функции $y = x^P$, где p - заданное действительное число.

Виды степенной функции

1. Показатель $p=2n$ - **четное натуральное число.** В этом случае степенная функция $y = x^{2n}$, где n - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - все действительные числа, т. е. множество ***R*** *;*
- множество значений - неотрицательные числа, т. е. $y \geq 0$;
- функция $y=x^{2n}$ четная, так как $(-x)^{2n} = x^{2n}$;
- функция является убывающей на промежутке $x \geq O$ и возрастающей на промежутке $x \leq O$.

График функции $\boldsymbol{y = x^P}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = x^4$ (рис. 1).

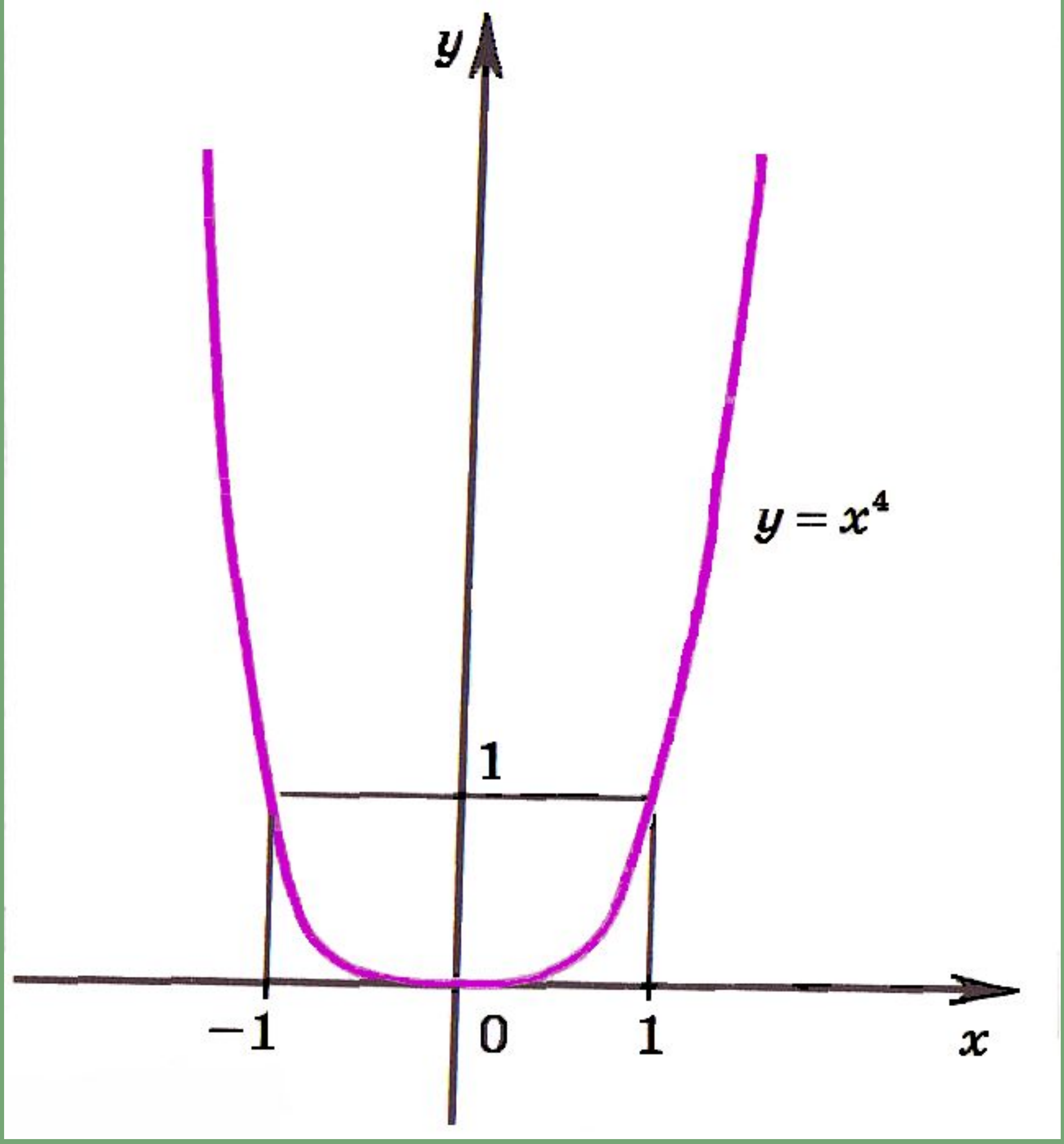

Рис. 1

2. Показатель $p=2n-1$ - нечетное натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{2n-1}$, где $2n-1$ - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - множество R;
- множество значений - множество R;
- Функция $y=x^{2n-1}$ нечетная, так как $(-x)^{2n-1}=-x^{2n-1}$;
- функция является возрастающей на всей действительной оси.

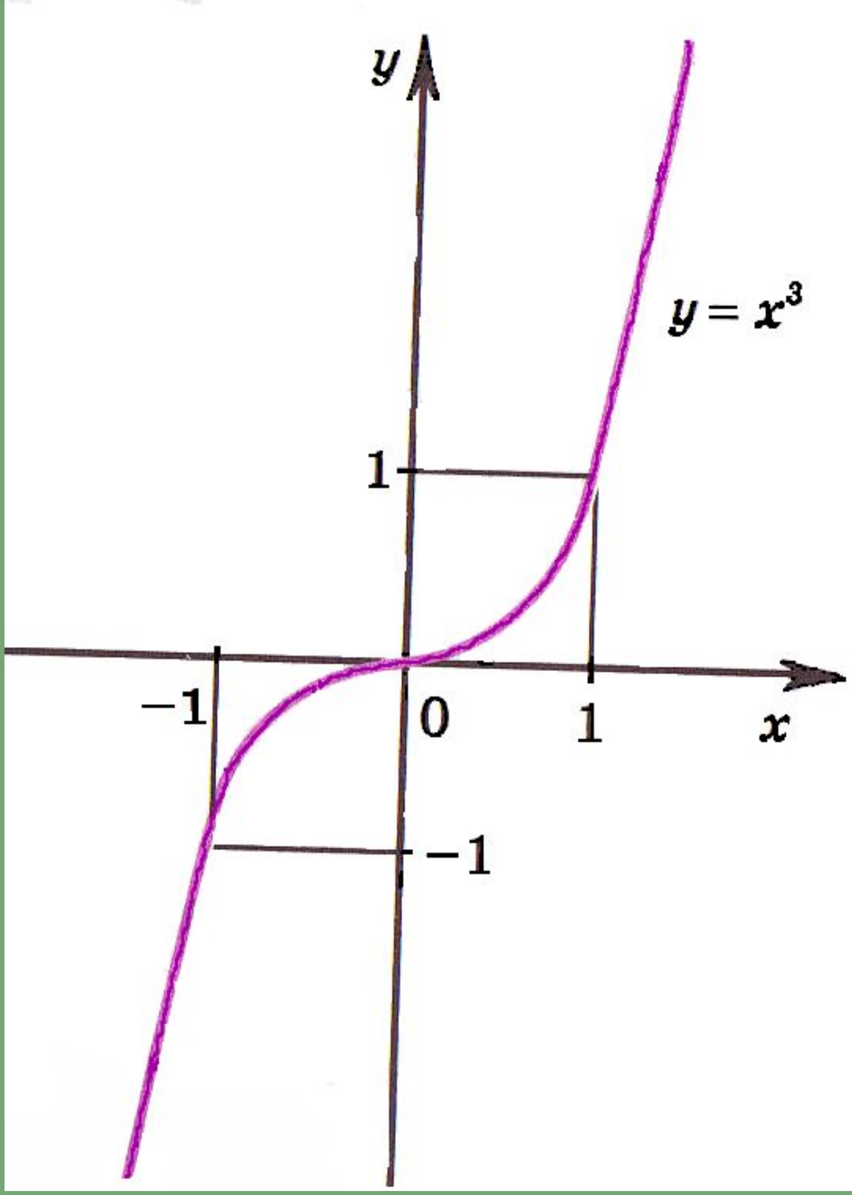

Рис.2

График функции $y=x^{2n-1}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^3$ (рис. 2).

3. Показатель $p = - 2n$, где n - натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{2n}$ обладает следующими свойствами:

- область определения - множество R, кроме $x= 0$;
- множество значений - положительные числа $y>0$;
- Функция $y=x^{2n}$- четная, так как $(-x)^{2n} =x^{2n}$;
- функция является возрастающей на промежутке $x<0$ и убывающей на промежутке $x>0$.

График функции $y=x^{2n}$имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^{-2}$(рис.3).

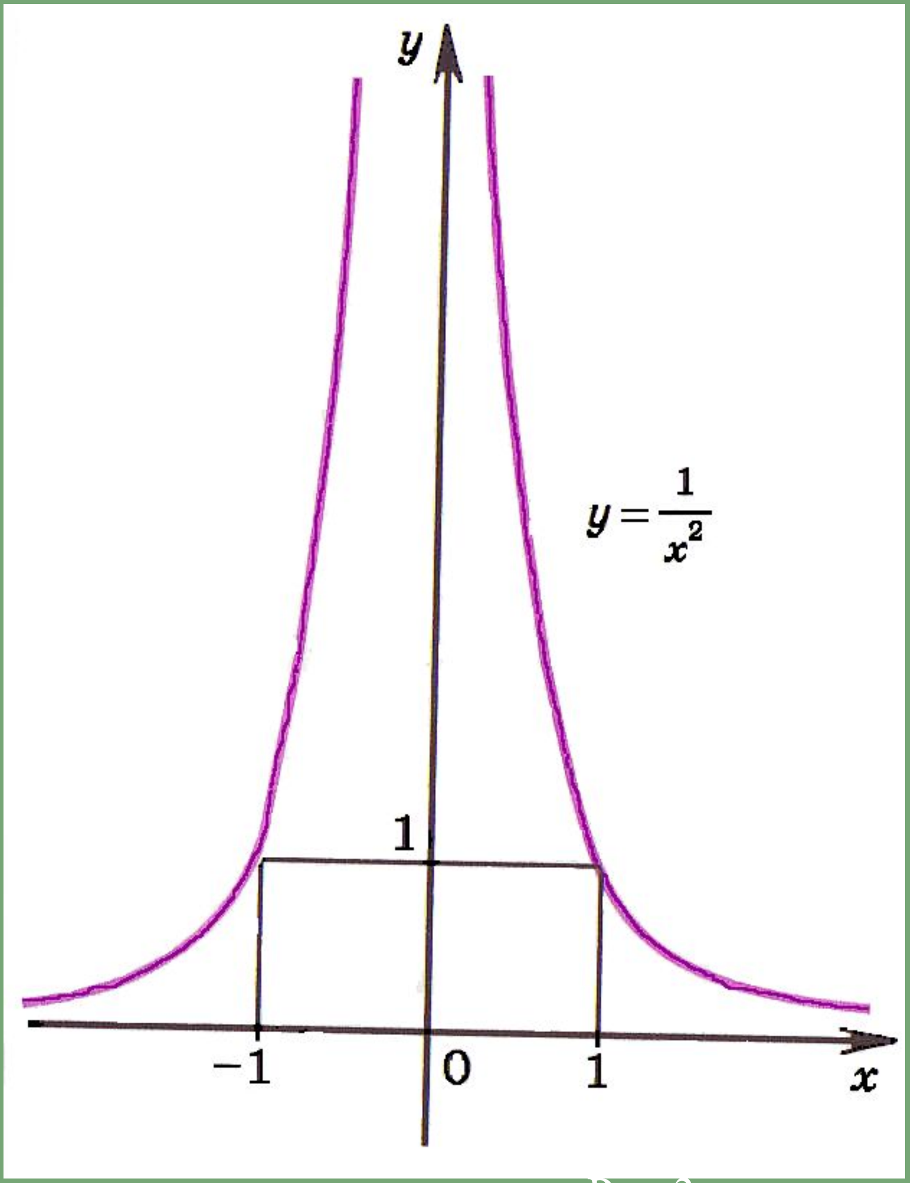

Рис.3

4. Показатель $p = -(2n - 1)$, где n - натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{-(2n-1)}$ обладает следующими свойствами:

- область определения - множество R, кроме $x=0$;
- множество значений - множество R, кроме $y=0$;
- функция нечетная, так как $(-x)^{-(2n-1)} = x^{-(2n-1)}$;
- функция является убывающей на промежутках $x<0$ и $x>0$.

График функции $y=x^{-(2n-1)}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^{-3}$ (рис. 4).

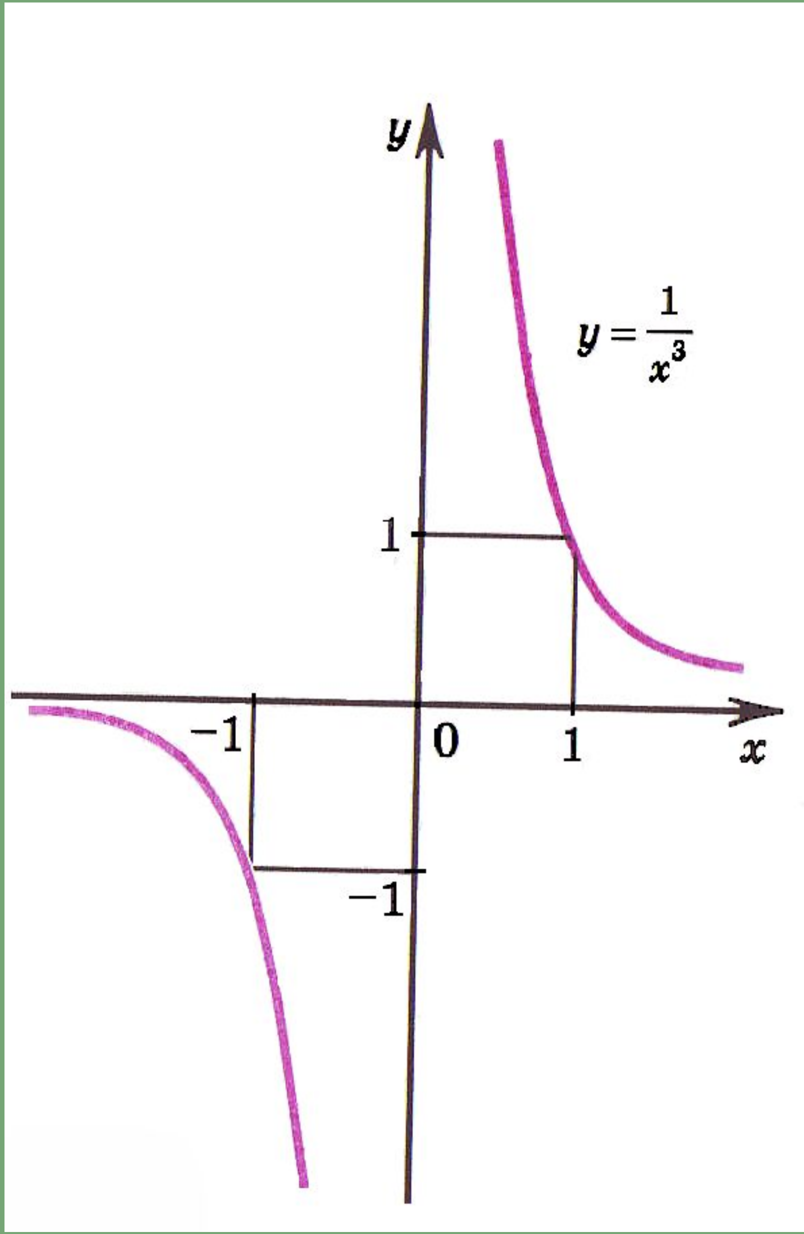

Рис.4

5. Показатель *p* - положительное действительное нецелое число.

В этом случае функция $y=x^P$ обладает следующими <u>свойствами:</u>

- область определения - неотрицательные числа *x;*
- множество значений - неотрицательные числа *y*;
- функция является возрастающей на промежутке $(x; \infty)$.

График функции $y=x^P$, где *p* - положительное нецелое число, имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x$ (при $0<p<1$) или как, например, график функции $y=x$ (при $p>1$) (рис.5 *а, б*)

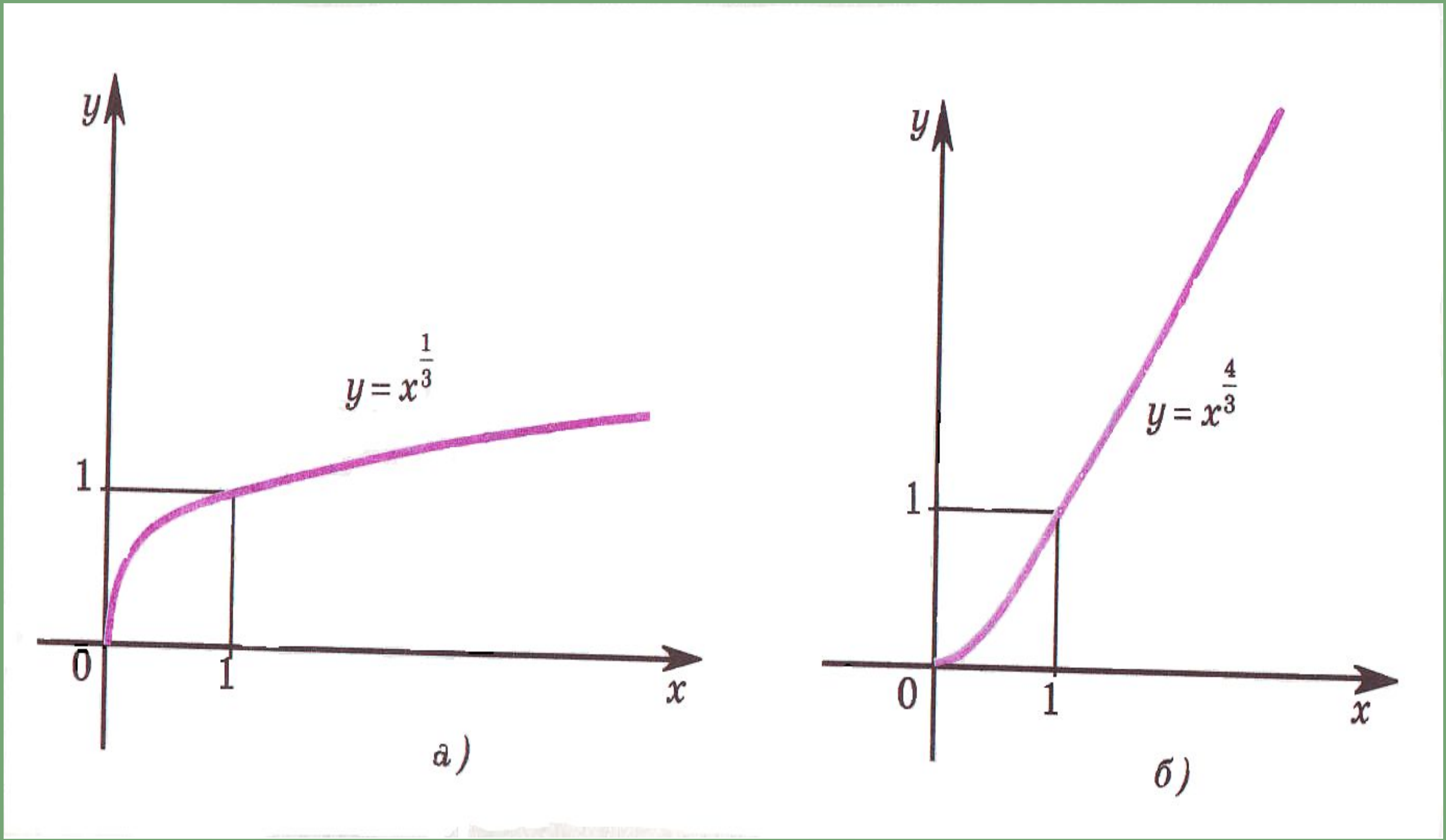

Рис.5