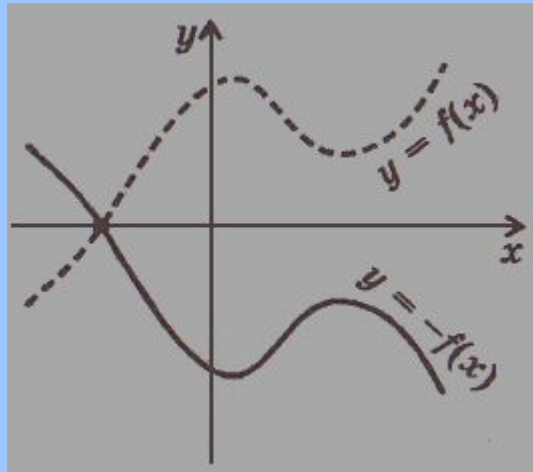
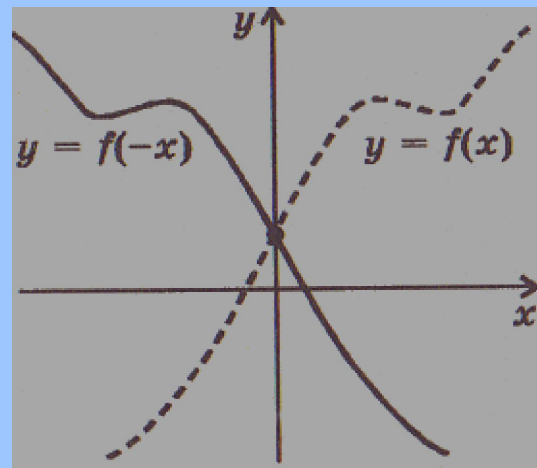


Преобразования графиков функций

$$f(x) \rightarrow -f(x)$$



$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

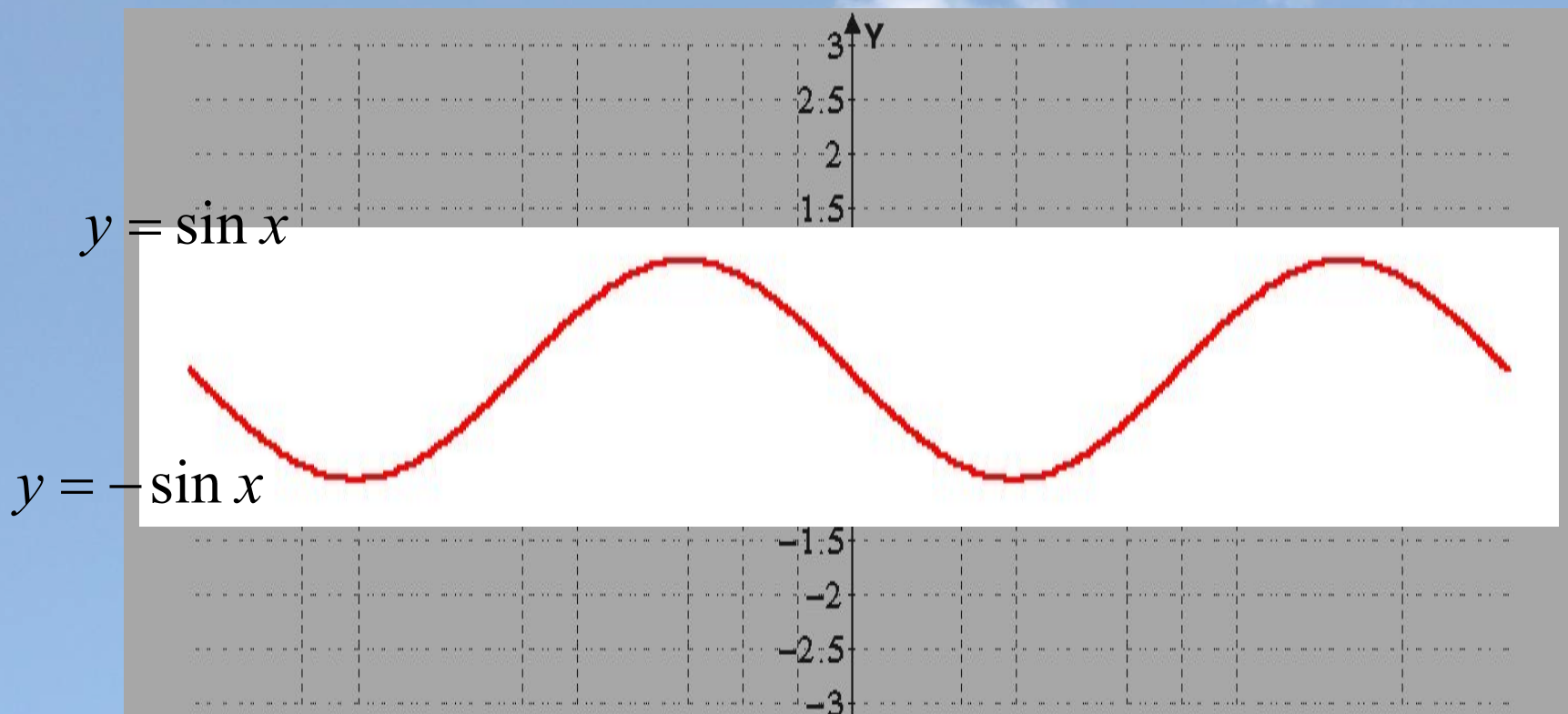


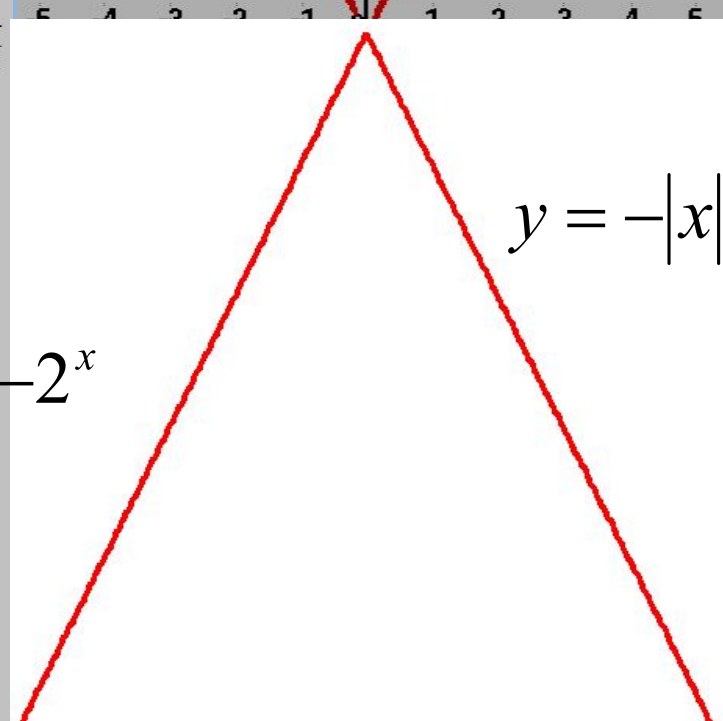
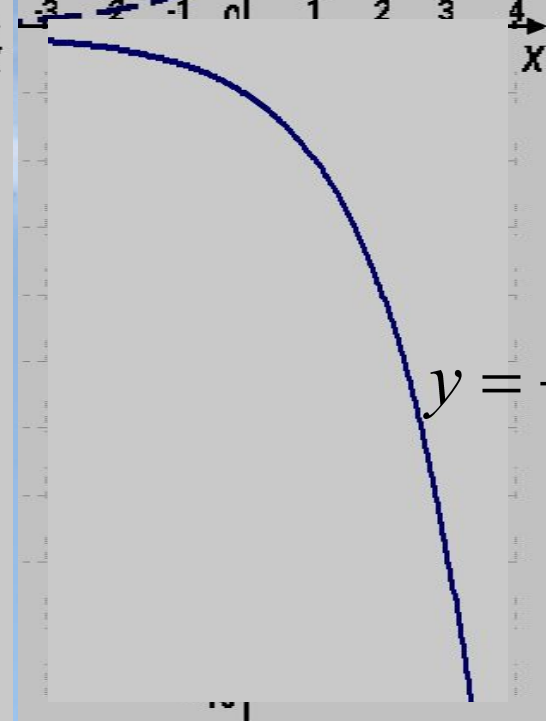
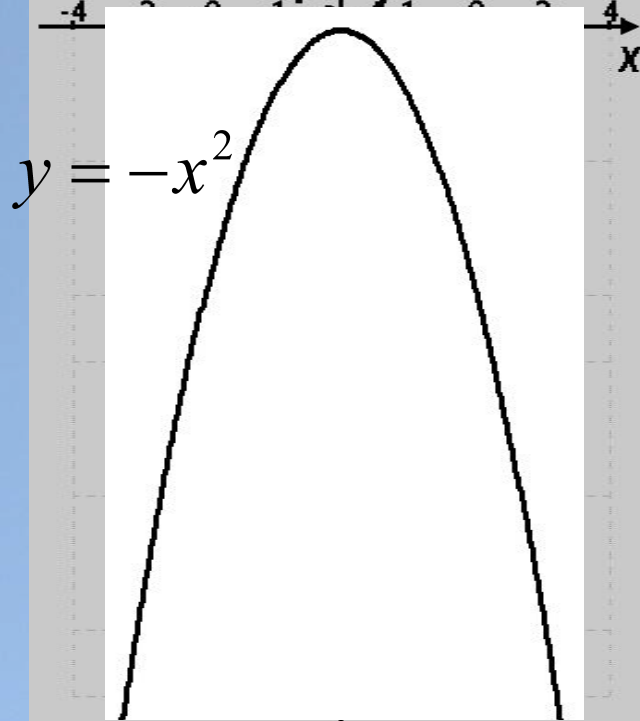
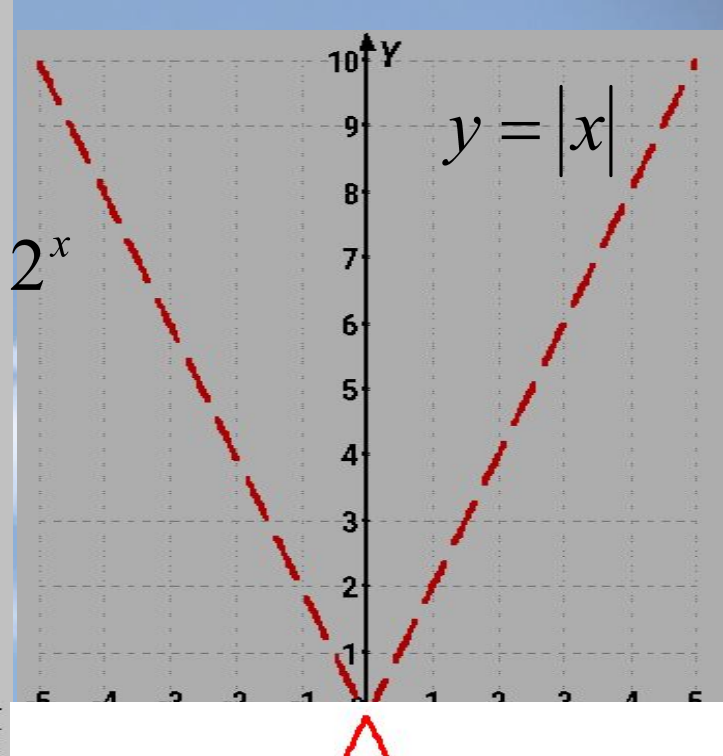
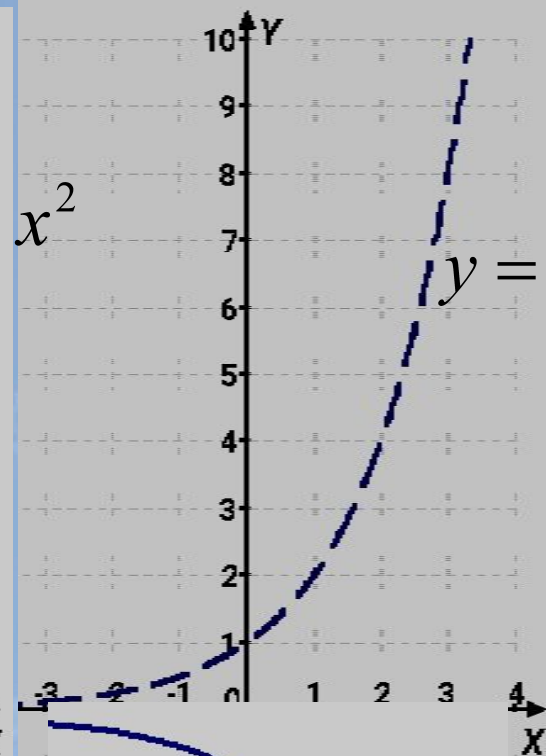
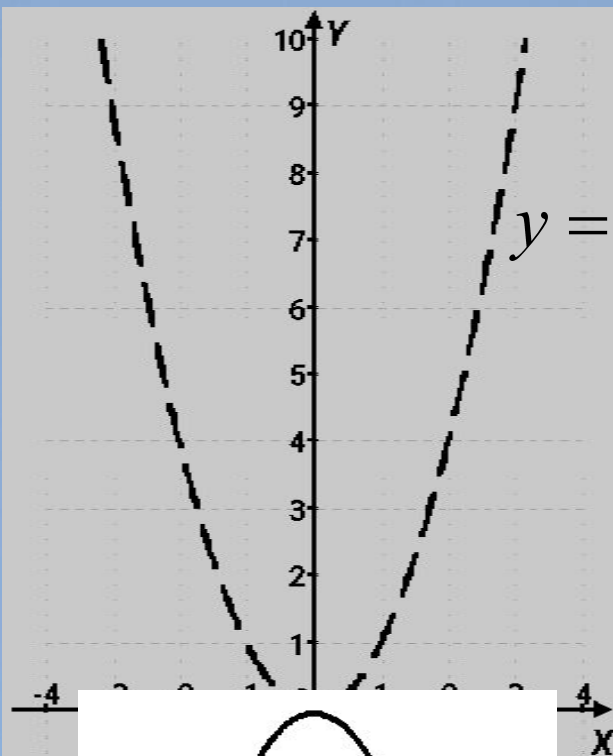
Преобразование симметрии относительно оси x

$$f(x) \rightarrow -f(x)$$

График функции $y = -f(x)$ симметричен графику функции $y = f(x)$ относительно оси x .

Замечание. Точки пересечения графика с осью x остаются неизменными.





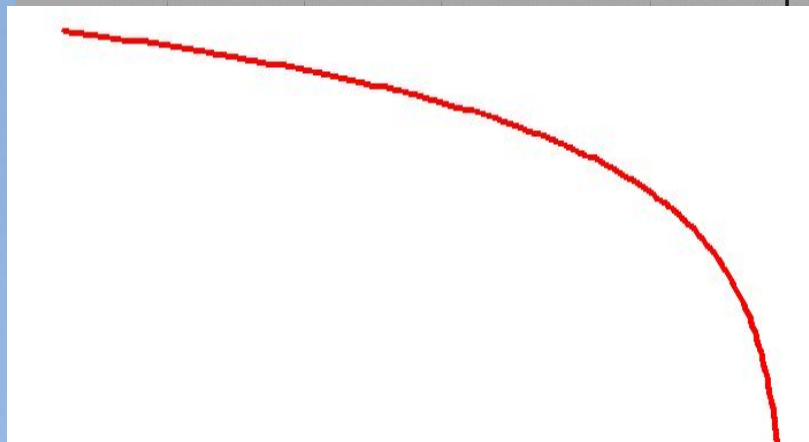
Преобразование симметрии относительно оси y

$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

График функции $y = f(-x)$ симметричен графику функции $y = f(x)$ относительно оси y .

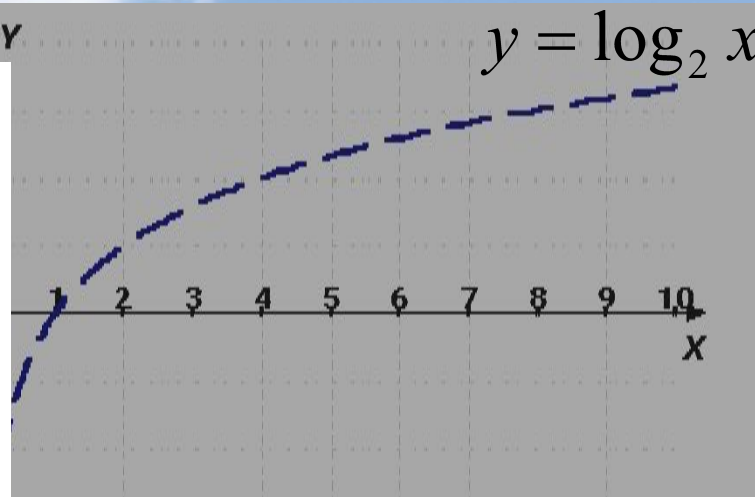
Замечание. Точка пересечения графика с осью y остается неизменной.

$$y = \log_2(-x)$$

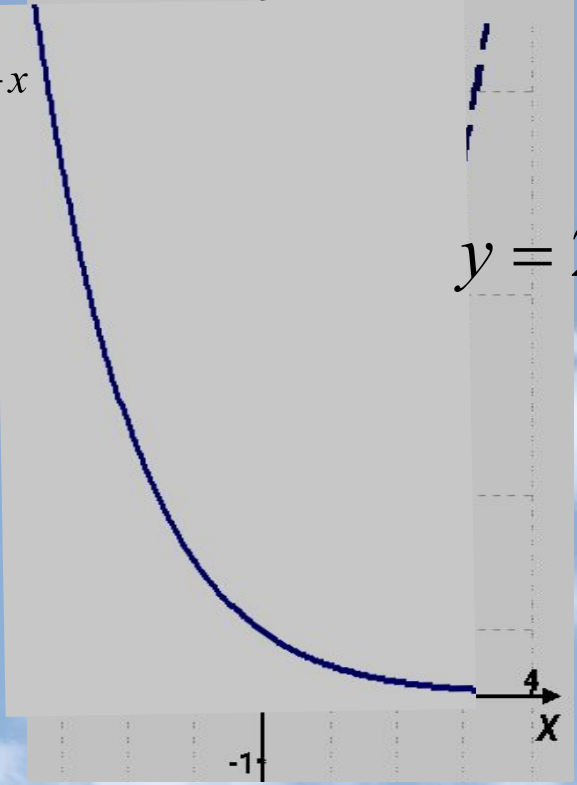


y

$$y = \log_2 x$$

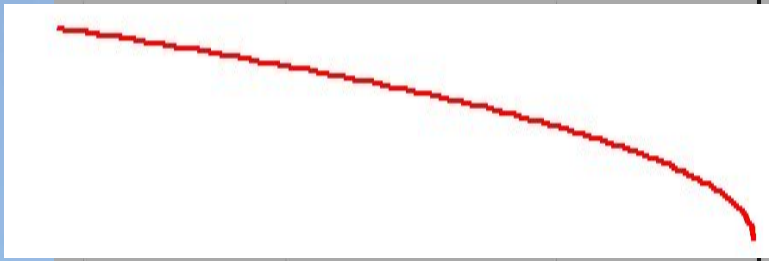


$$y = 2^{-x}$$



$$y = 2^x$$

$$y =$$



4

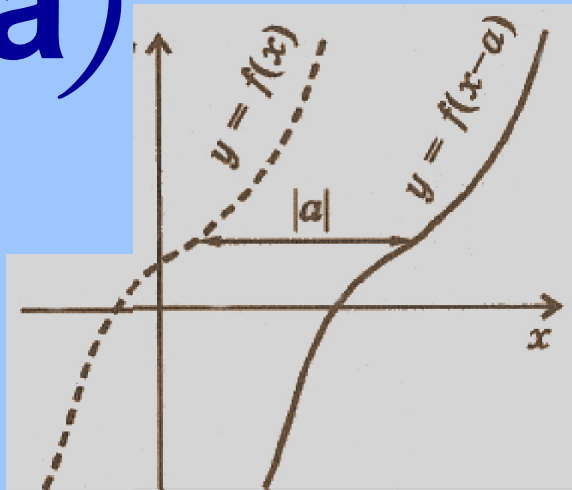
-1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

X

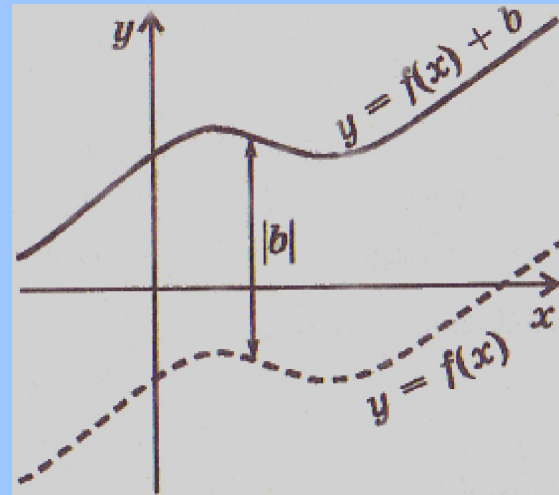
$$f(x) \rightarrow f(x -$$

a)



$$f(x) \rightarrow f(x) +$$

b)



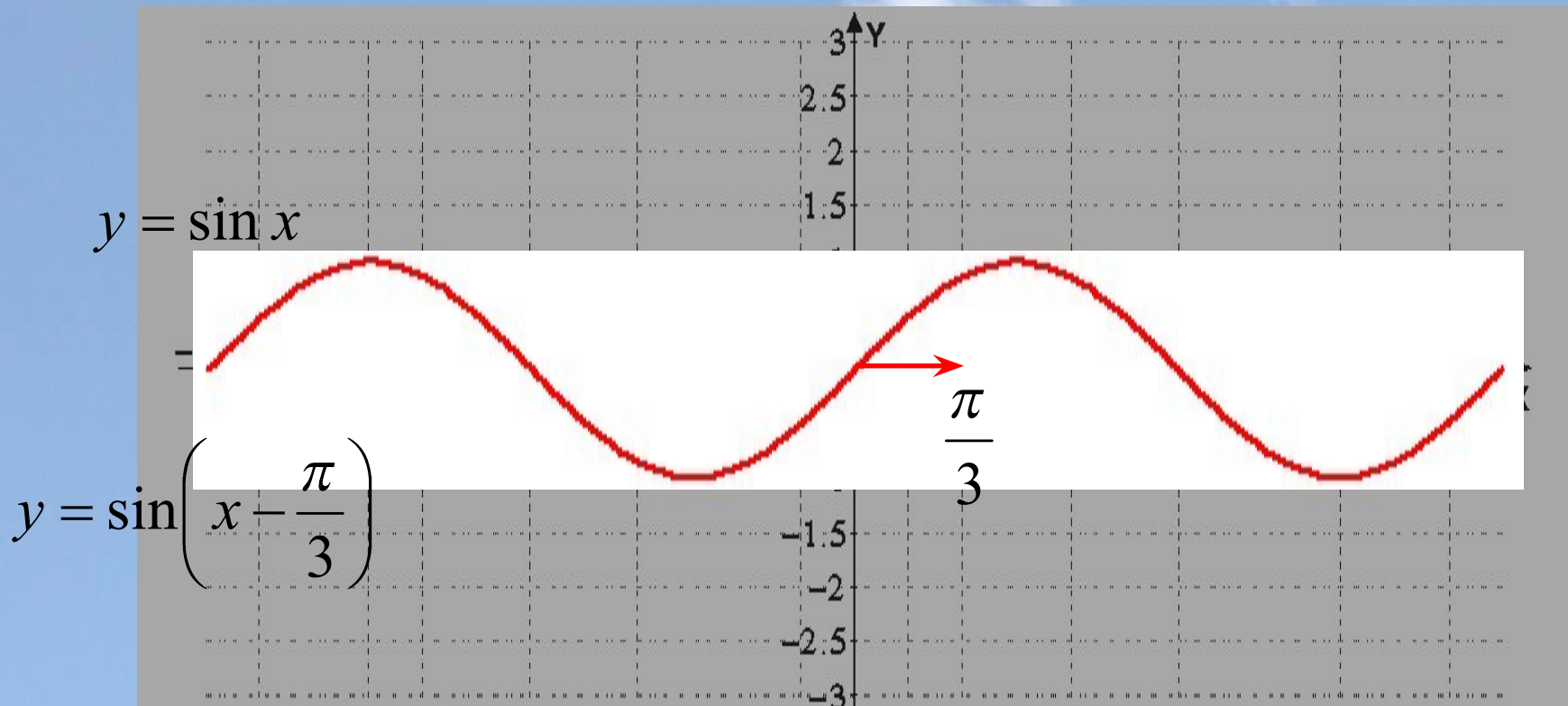
Параллельный перенос вдоль оси x

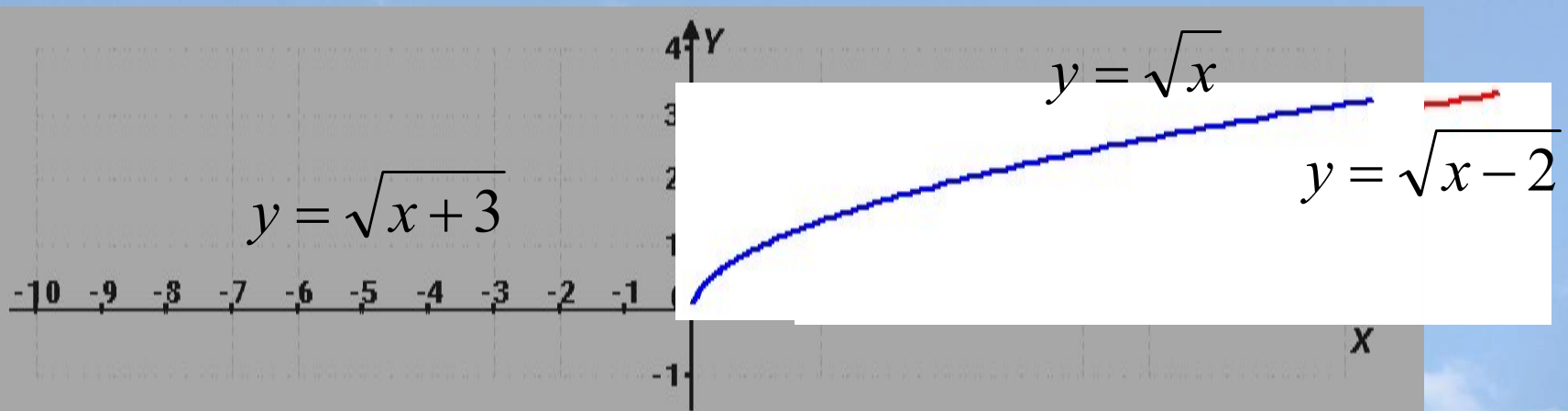
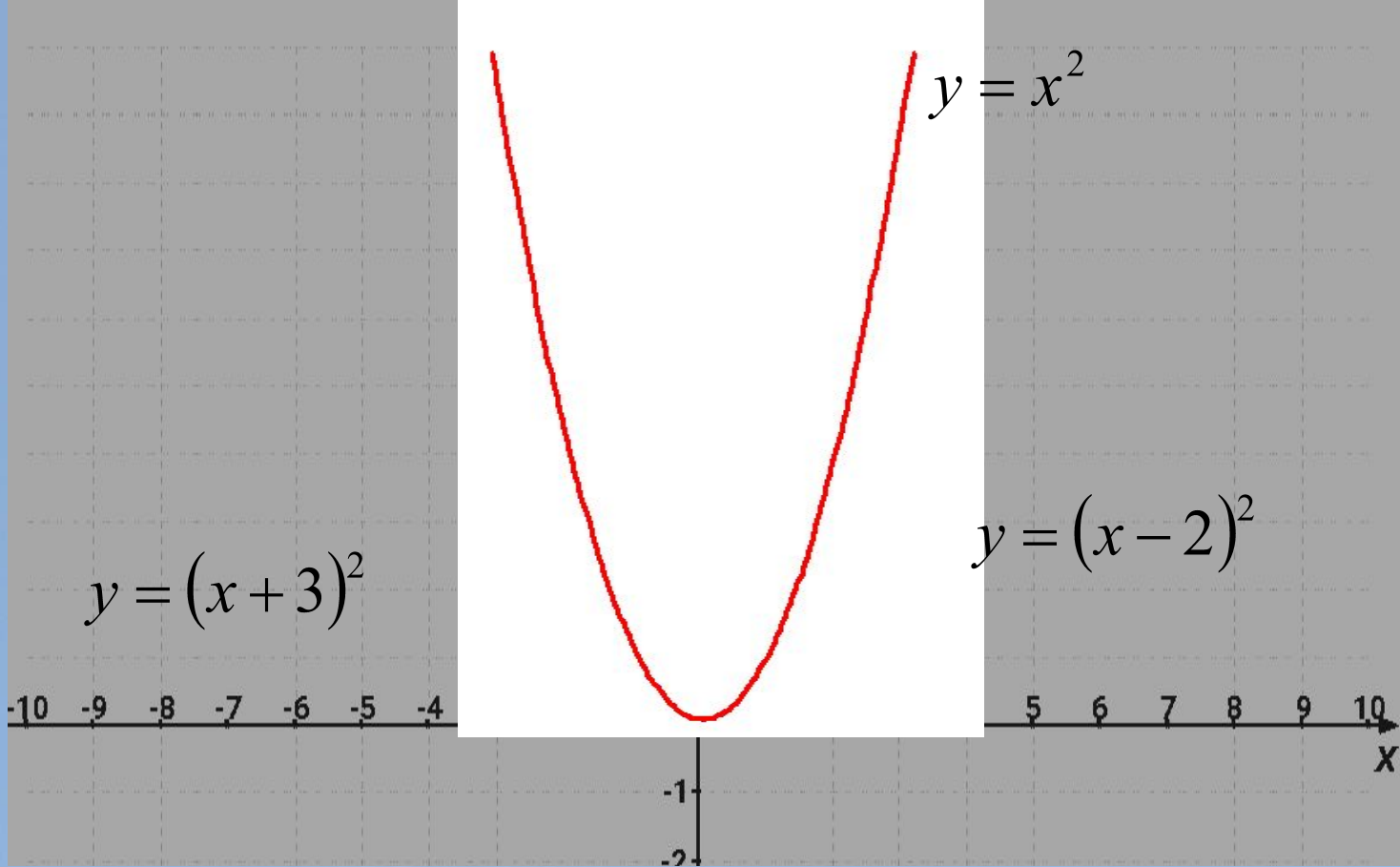
$$f(x) \rightarrow f(x-a)$$

График функции $y = f(x-a)$ получается параллельным переносом вдоль оси x на $|a|$

вправо при $a > 0$ и влево при $a < 0$.

Замечание: График периодической функции с периодом T не изменяется при параллельных переносах вдоль оси x на nT , $n \in \mathbb{N}$.

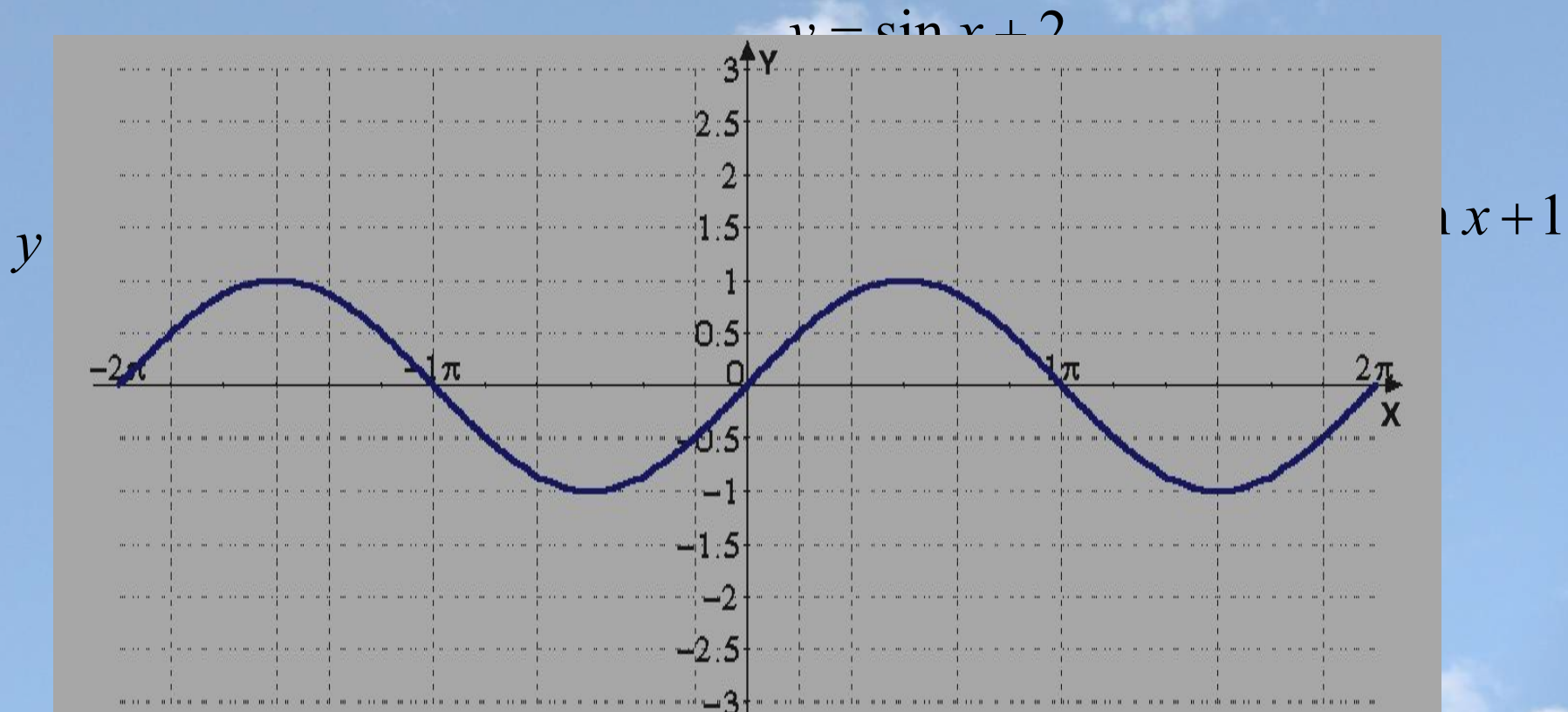


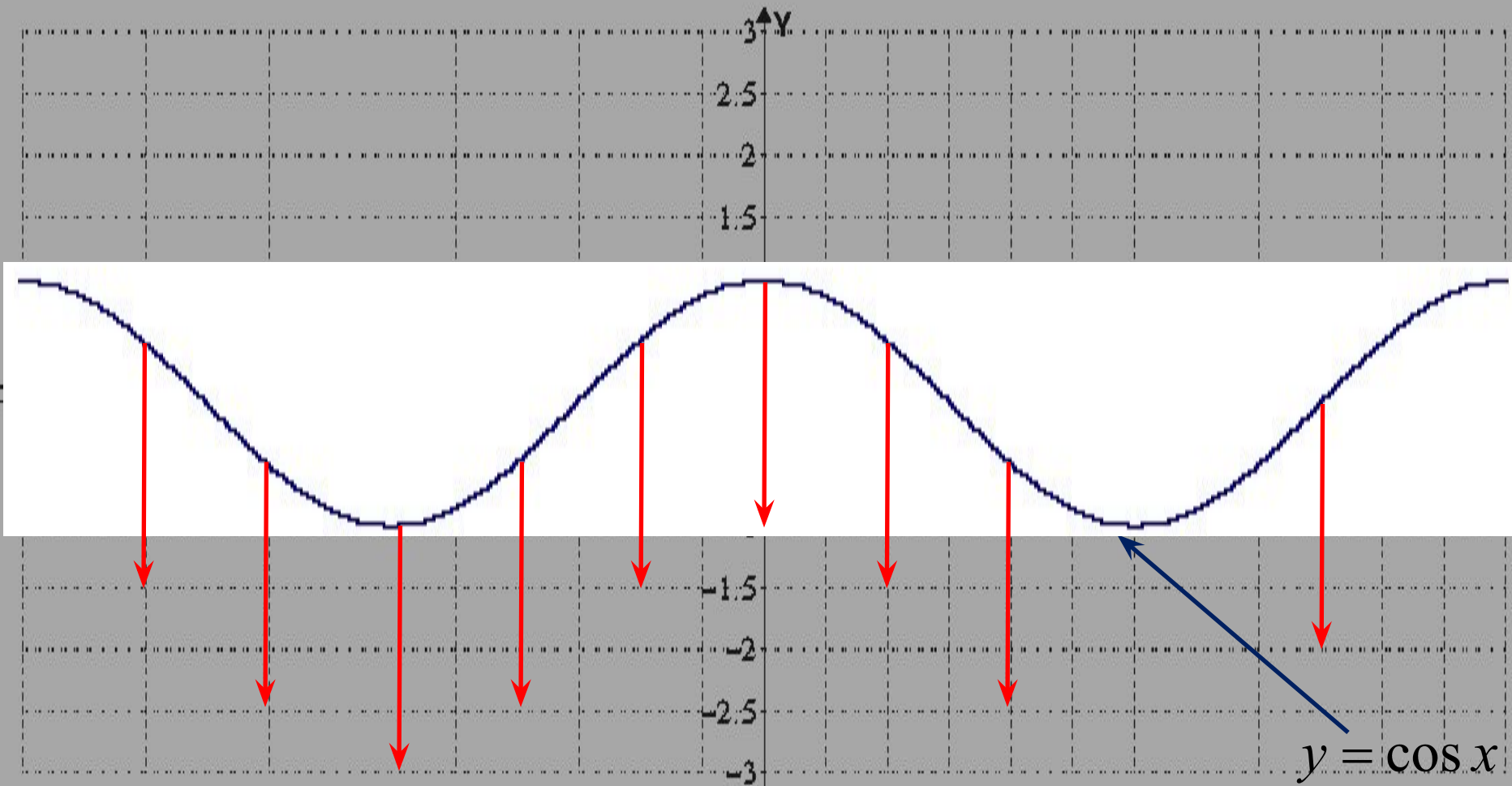


Параллельный перенос вдоль оси y

$$f(x) \rightarrow f(x)+b$$

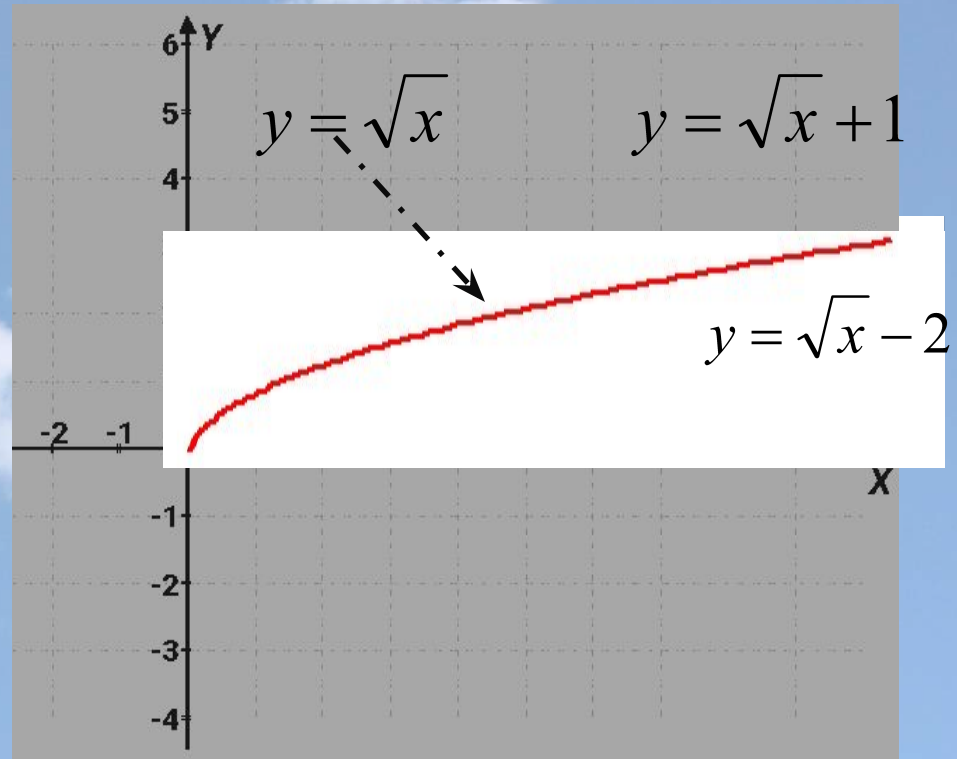
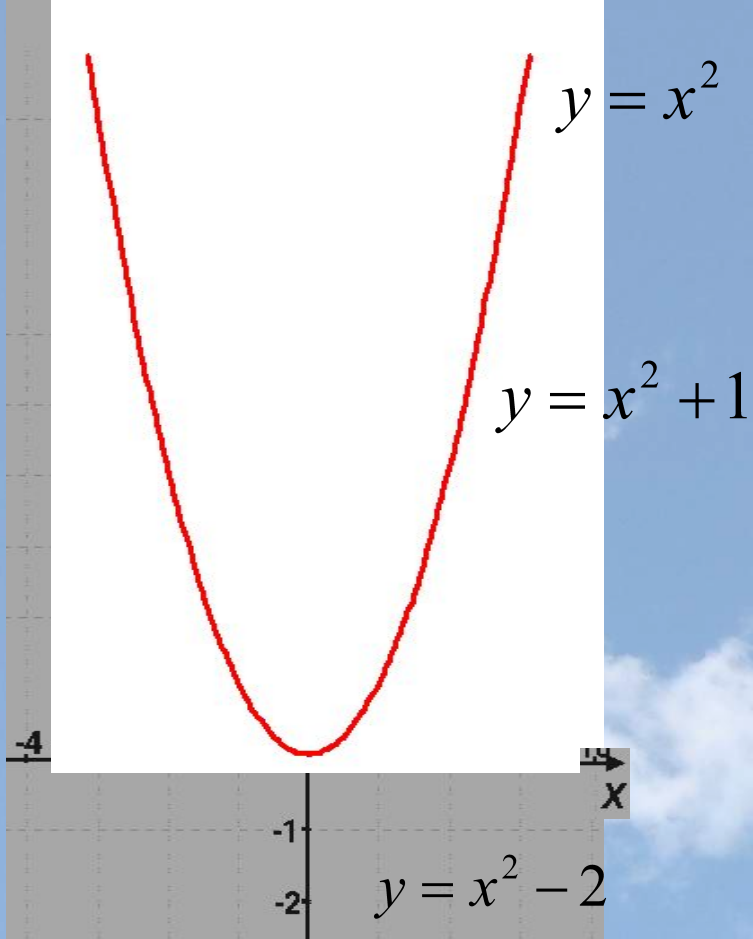
График функции $y = f(x)+b$ получается параллельным переносом вдоль оси y на $|b|$ вверх при $b > 0$ и вниз при $b < 0$.





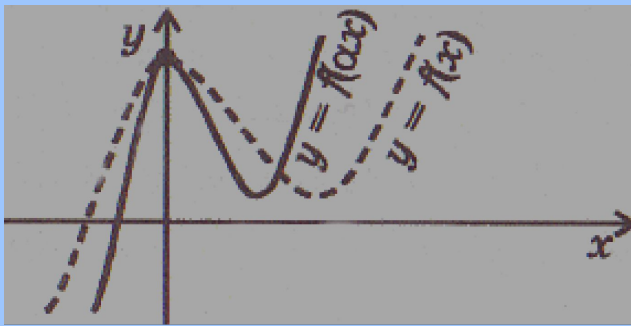
$$y = \cos x - 2$$

$$y = \cos x$$

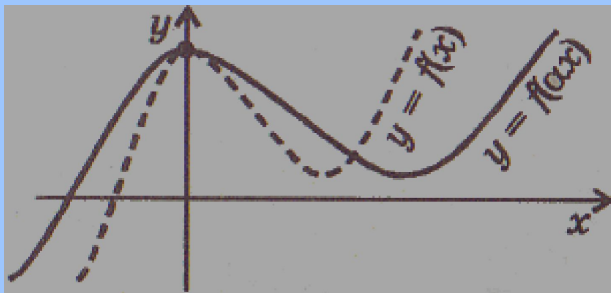


$$f(x) \rightarrow f(\alpha x)$$

$$\alpha > 1$$

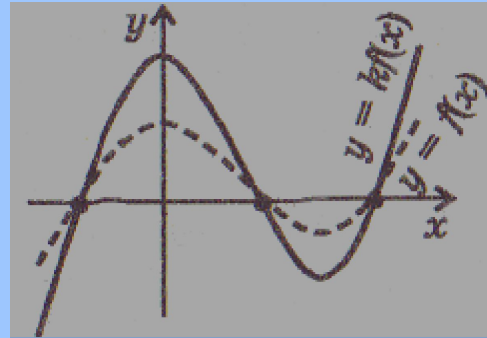


$$0 < \alpha < 1$$

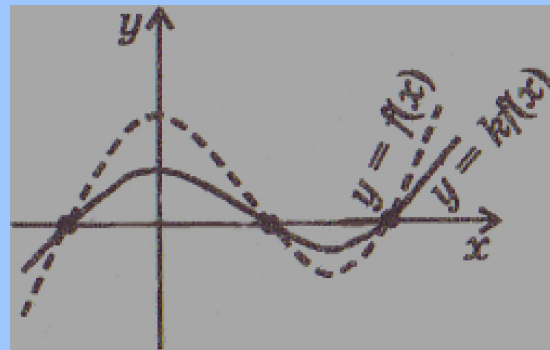


$$f(x) \rightarrow kf(x)$$

$$k > 1$$



$$0 < k < 1$$

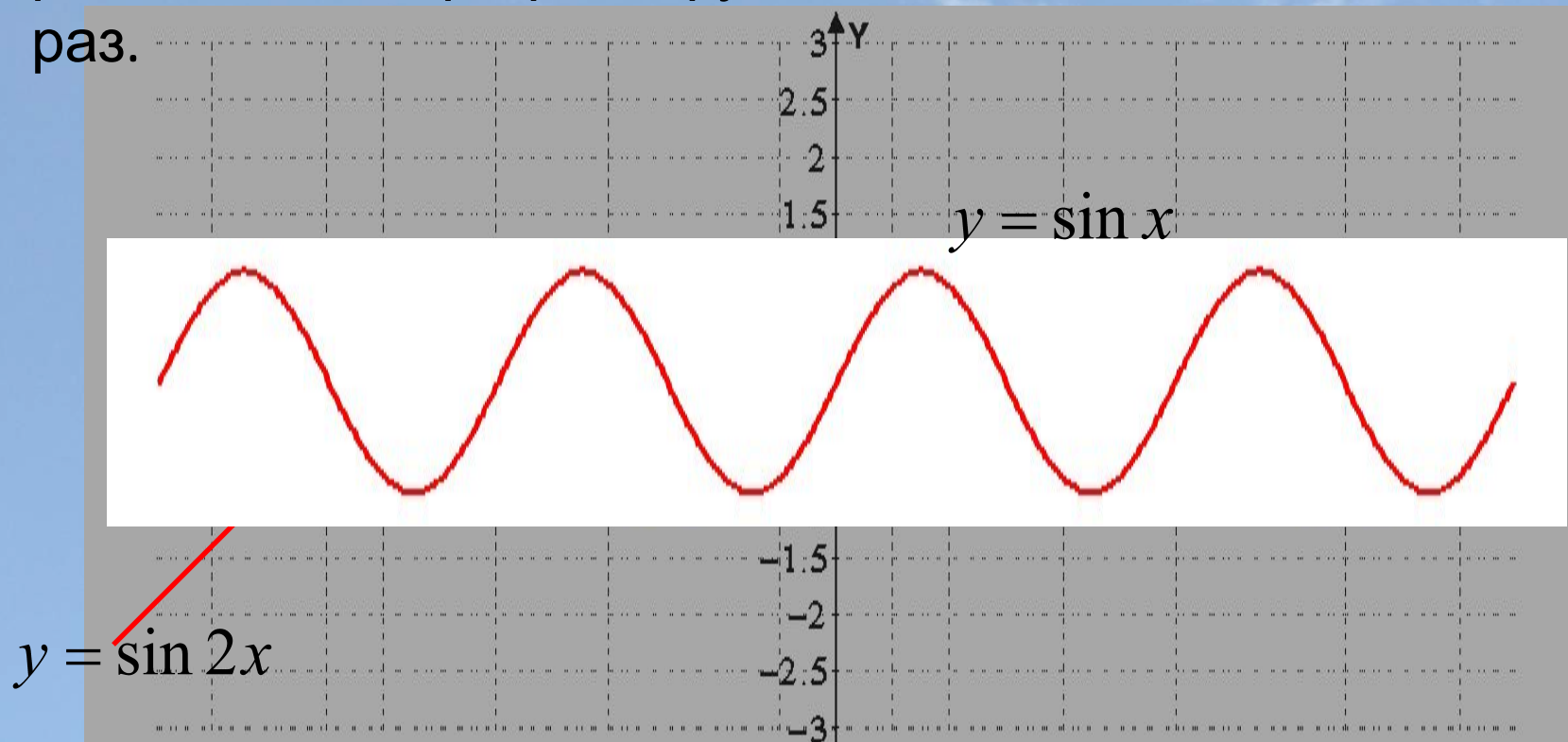


Сжатие и растяжение вдоль оси x

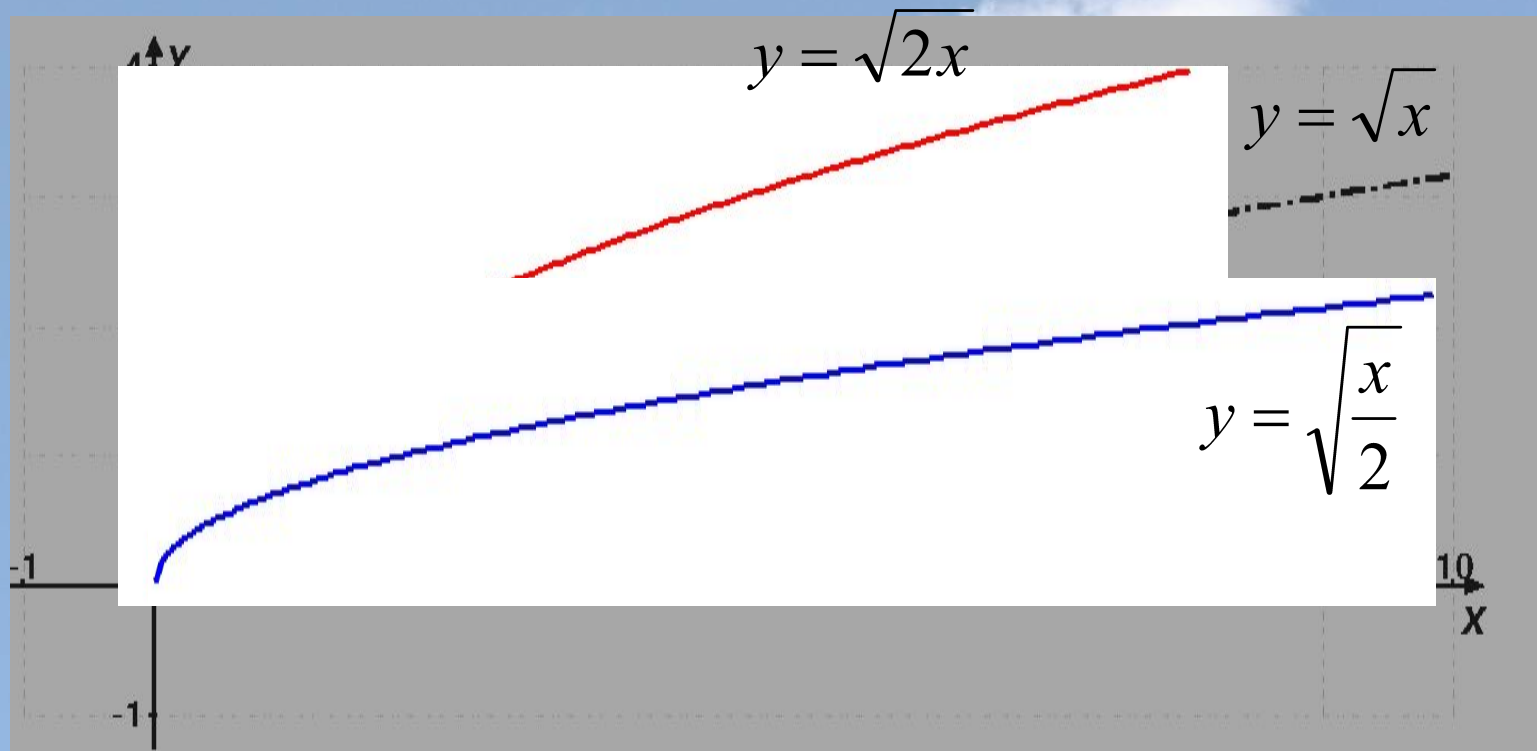
$f(x) \rightarrow f(\alpha x)$, где $\alpha > 0$

$\alpha > 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается сжатием графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в α раз.

$0 < \alpha < 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается растяжением графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в $1/\alpha$ раз.



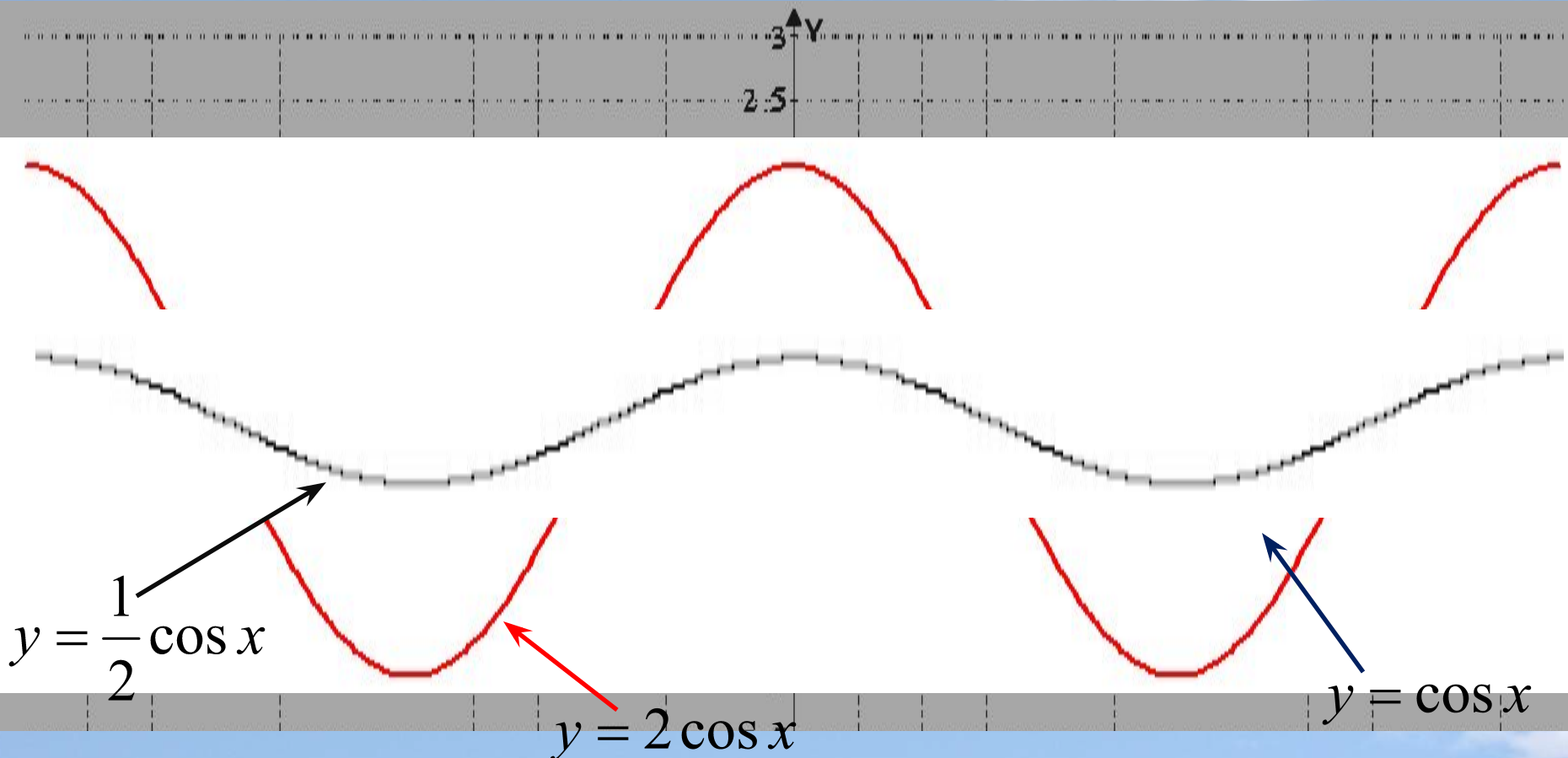
Замечание. Точки пересечения графика с осью y остаются неизменными.

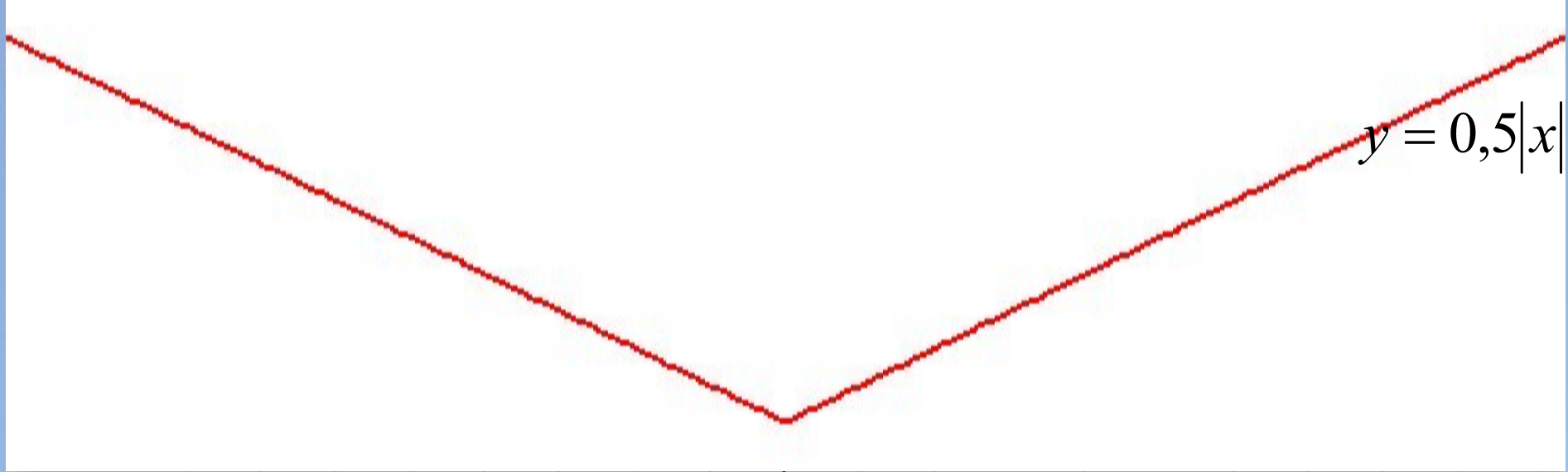
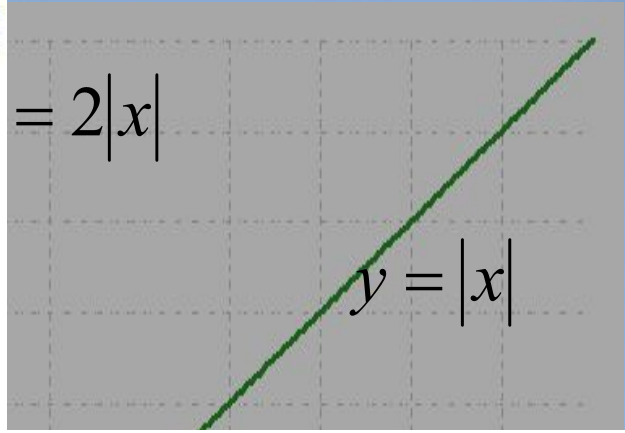
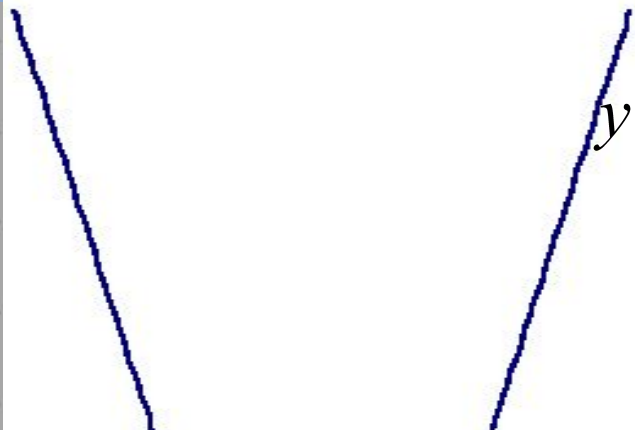
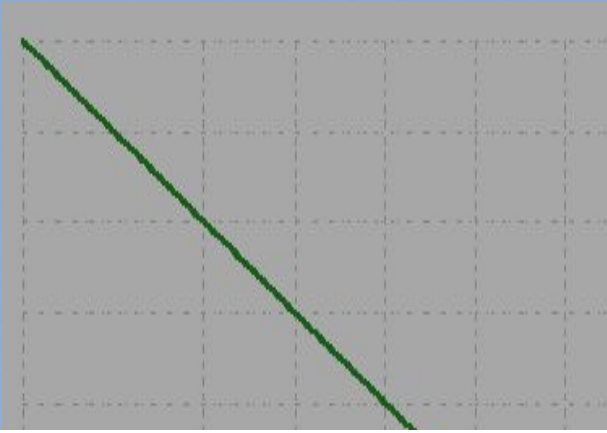


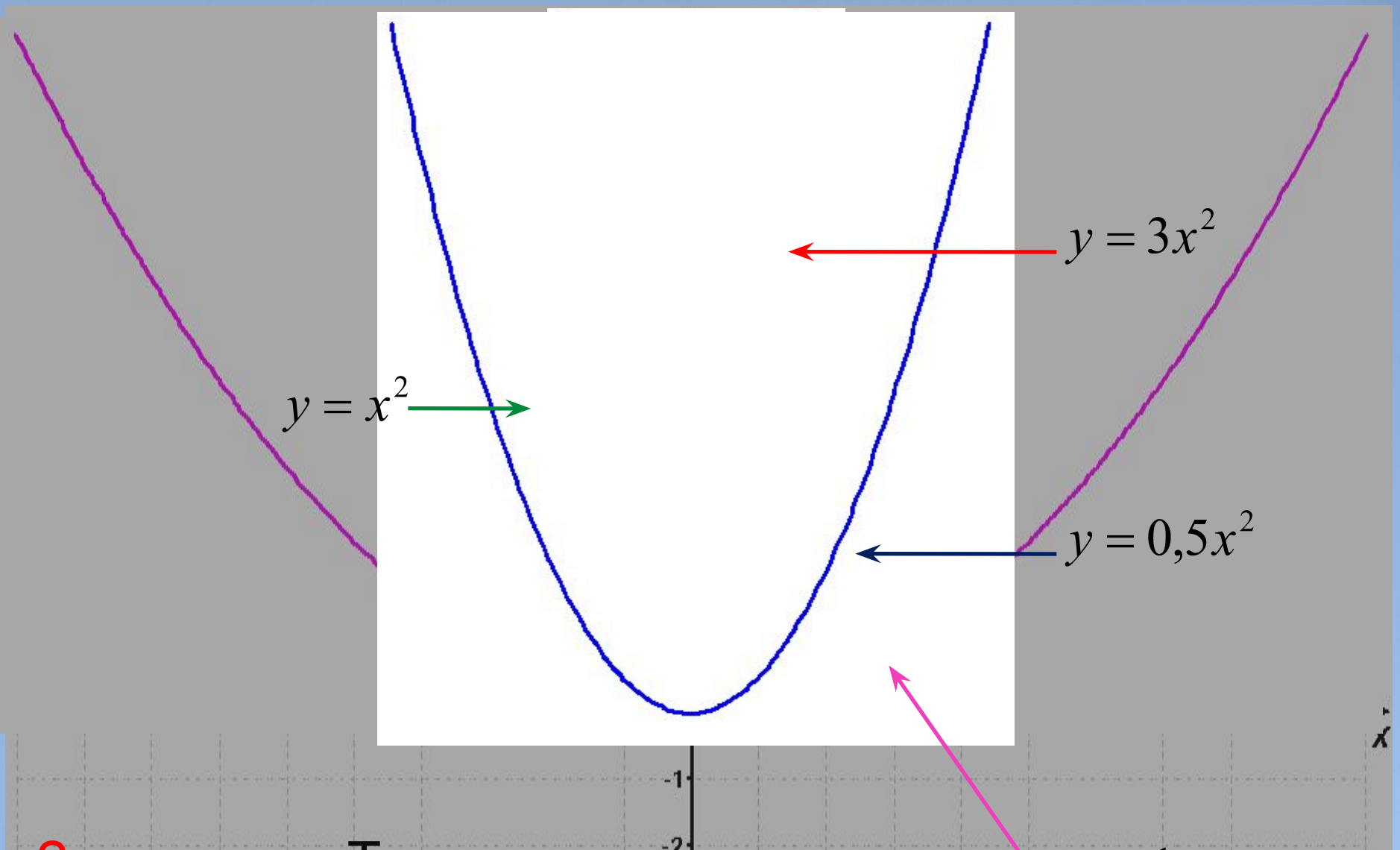
Сжатие и растяжение вдоль оси y $f(x) \square kf(x)$, где $k > 0$

$k > 1$ График функции $y = kf(x)$ получается растяжением графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в k раз.

$0 < k < 1$ График функции $y = kf(x)$ получается сжатием графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в $1/k$ раз.

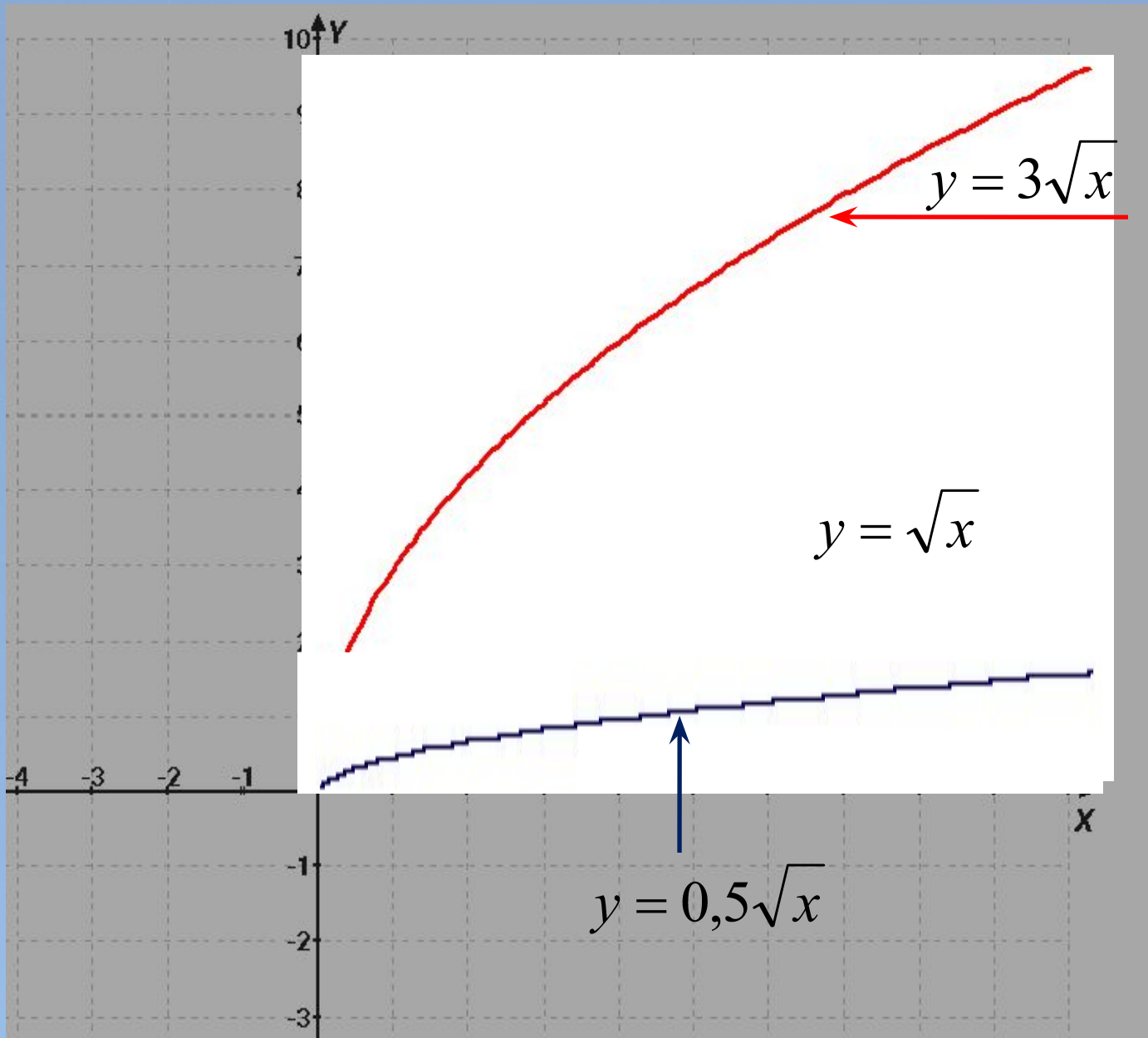






Замечание. Точки пересечения графика с осью **x** остаются неизменными.

$$y = \frac{1}{10}x^2$$



**построение
графиков
в
функций**

$$y=f(|x|)$$

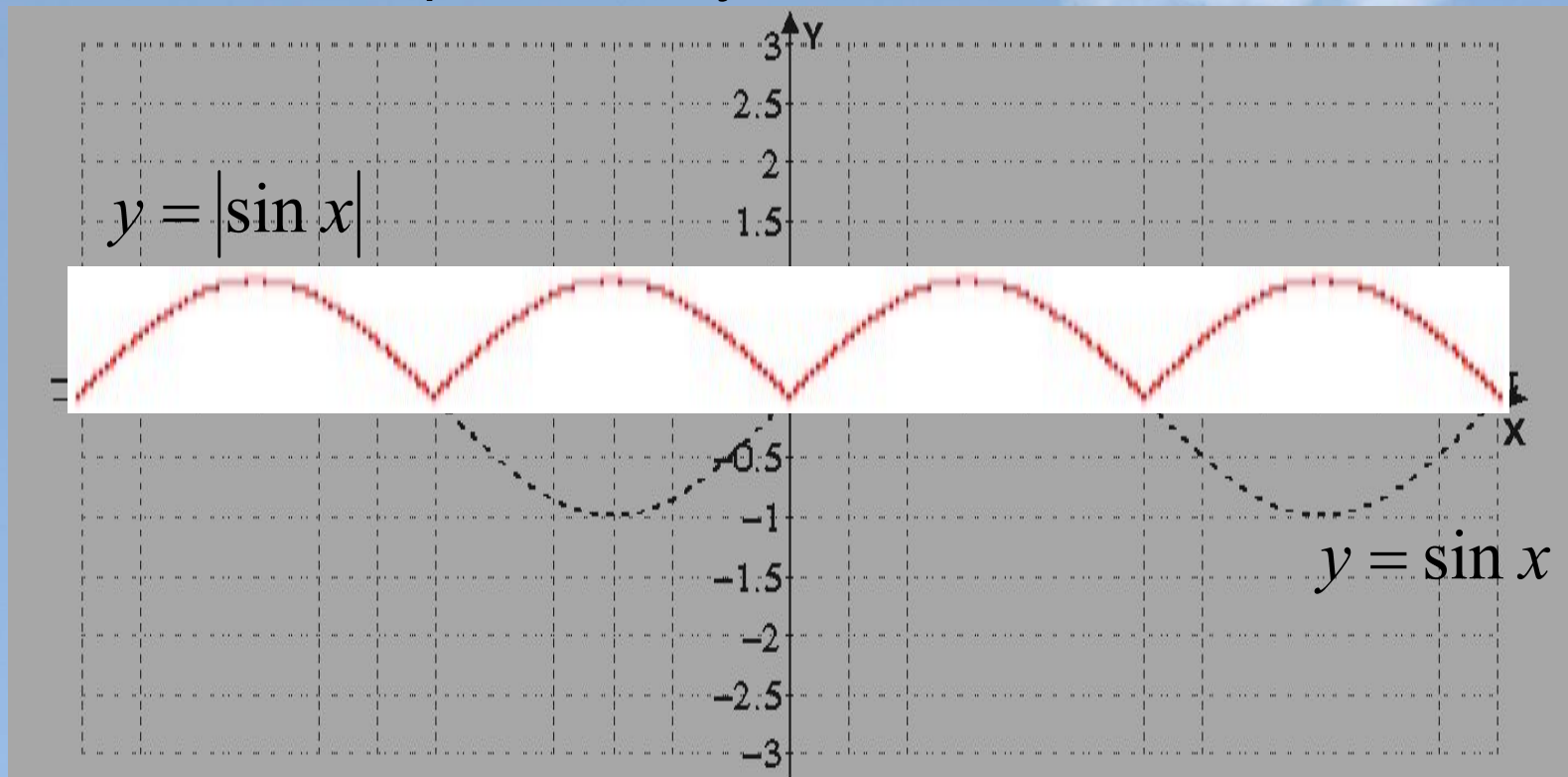
и

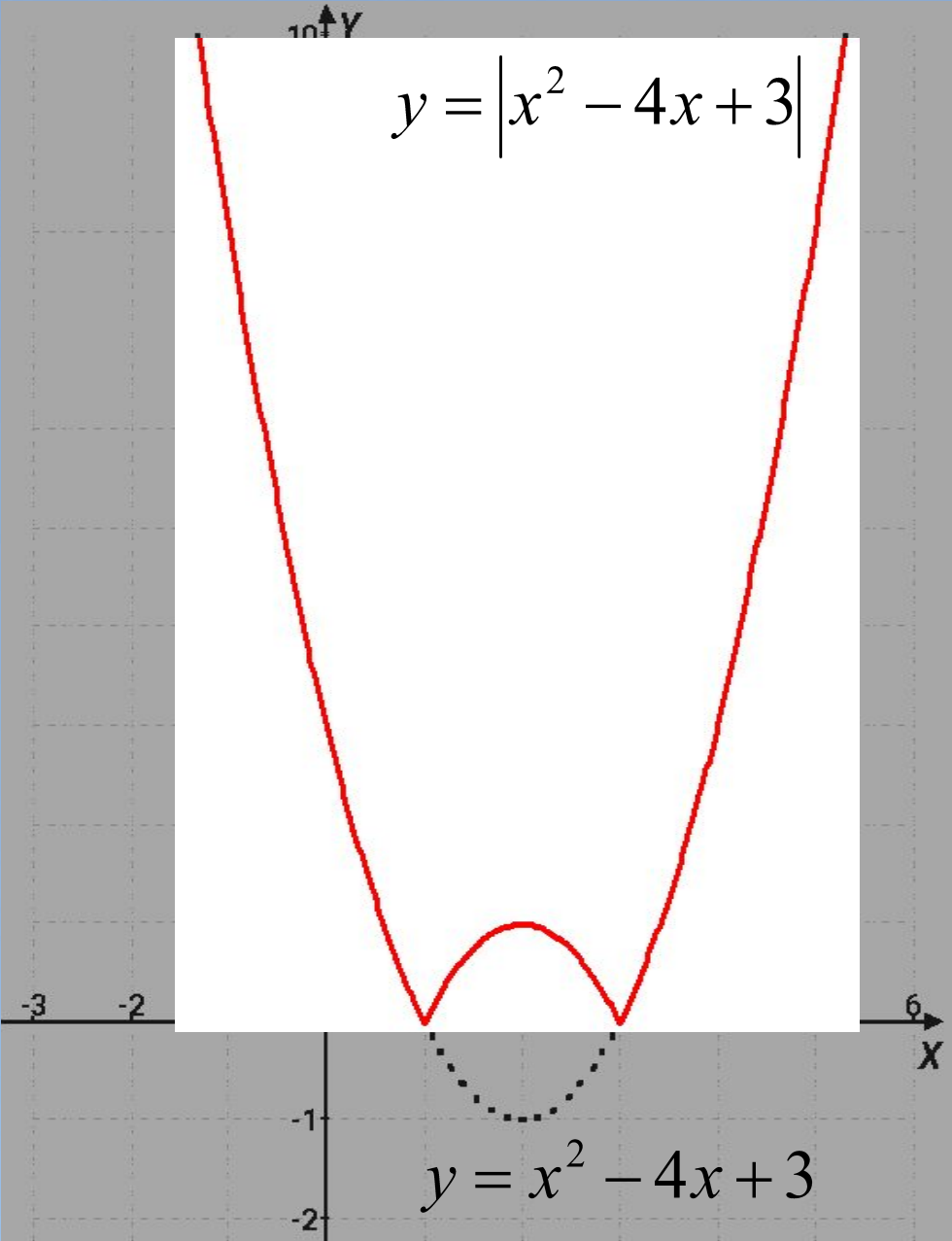
$$y=|f(x)|$$

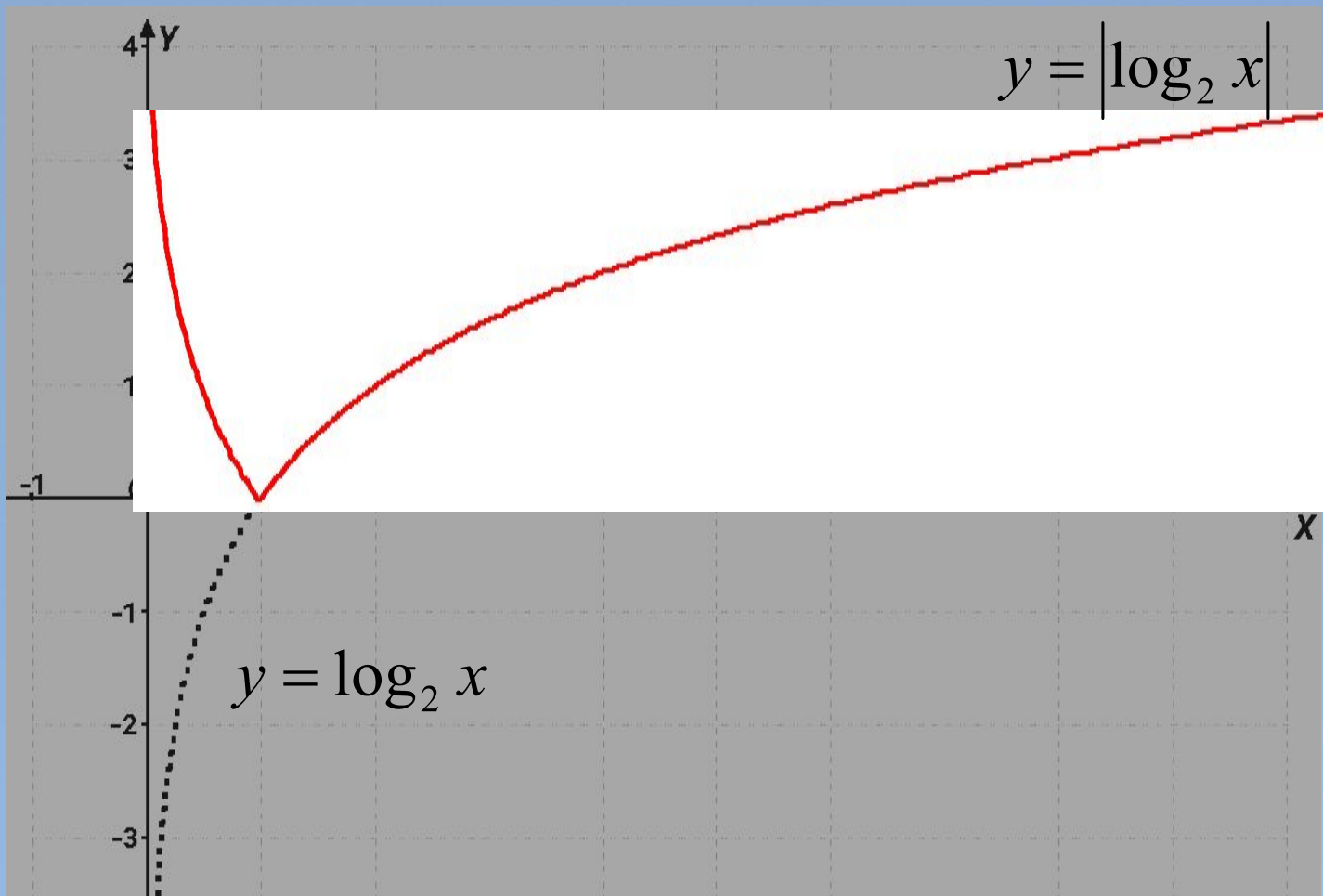
Построение графика функции $y=|f(x)|$

Части графика функции $y=f(x)$, лежащие выше оси x и на оси x , остаются без изменения, а лежащие ниже оси x – симметрично отражаются относительно этой оси (вверх).

Замечание: Функция $y=|f(x)|$ неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).



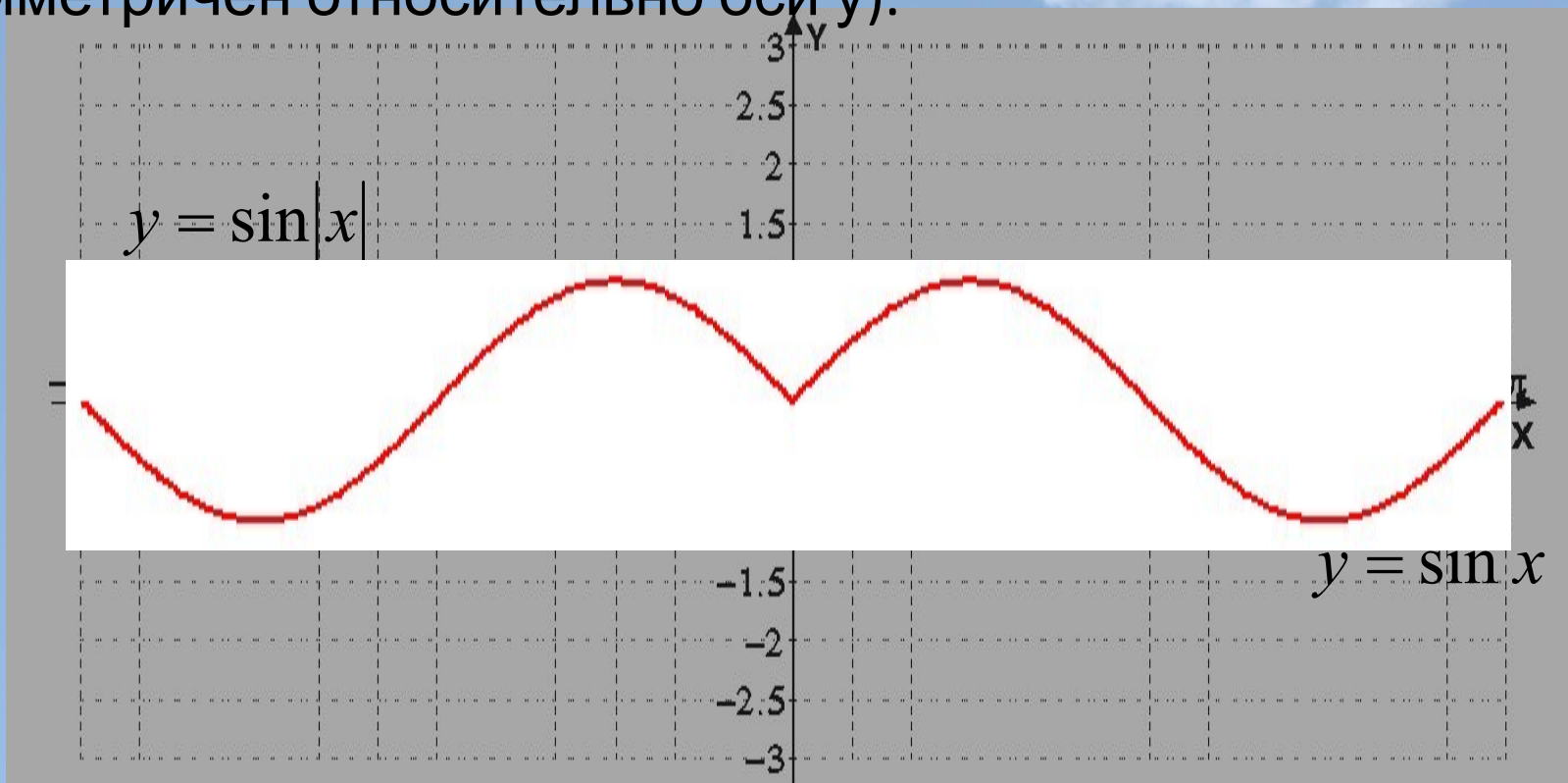




Построение графика функции $y=f(|x|)$

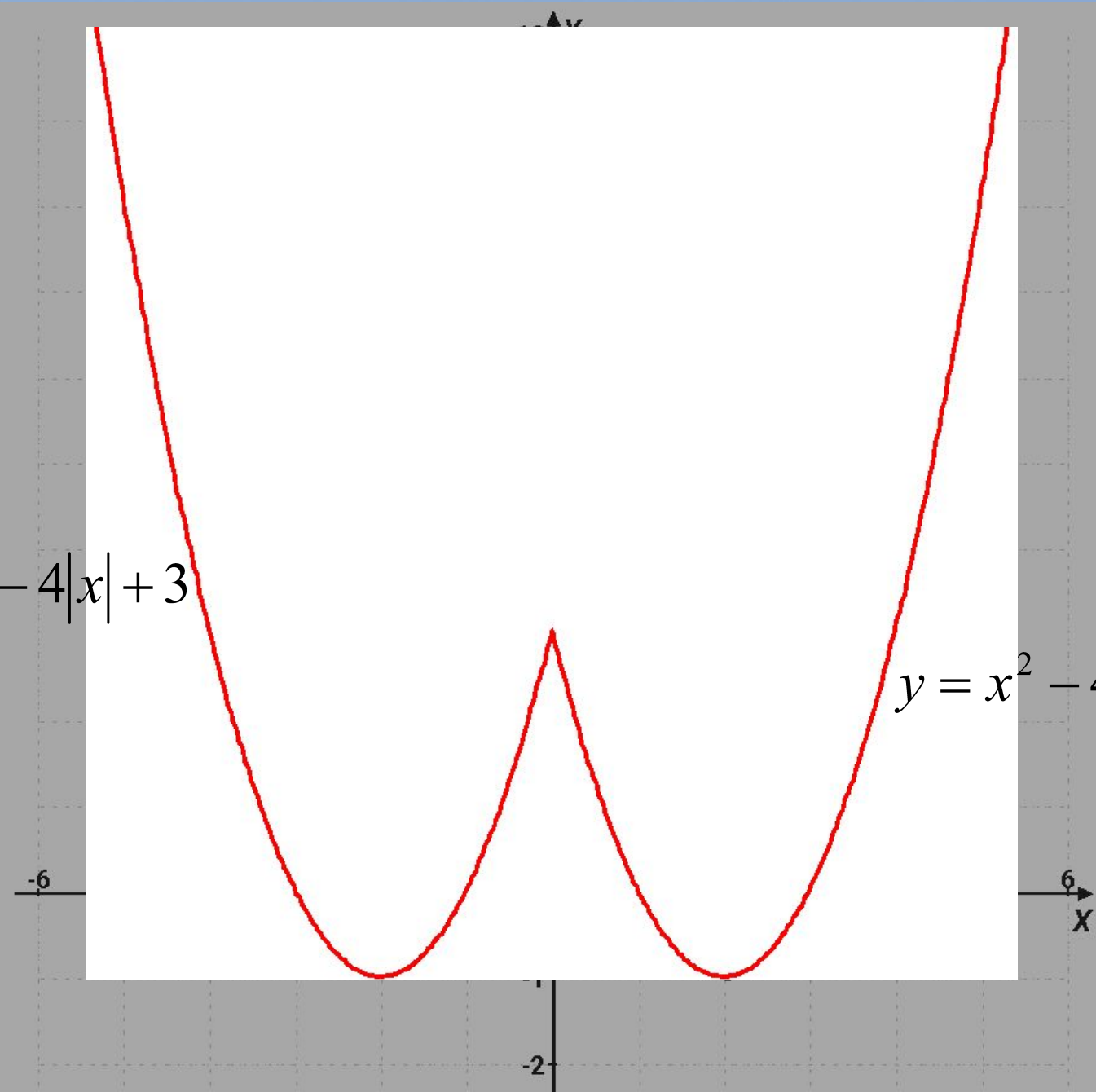
Часть графика функции $y=f(x)$, лежащие левее оси y , удаляется, а часть, лежащая правее оси y – остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси y (влево). Точка графика, лежащая на оси y , остается неизменной.

Замечание: Функция $y=f(|x|)$ четная (ее график симметричен относительно оси y).



$$y = x^2 - 4|x| + 3$$

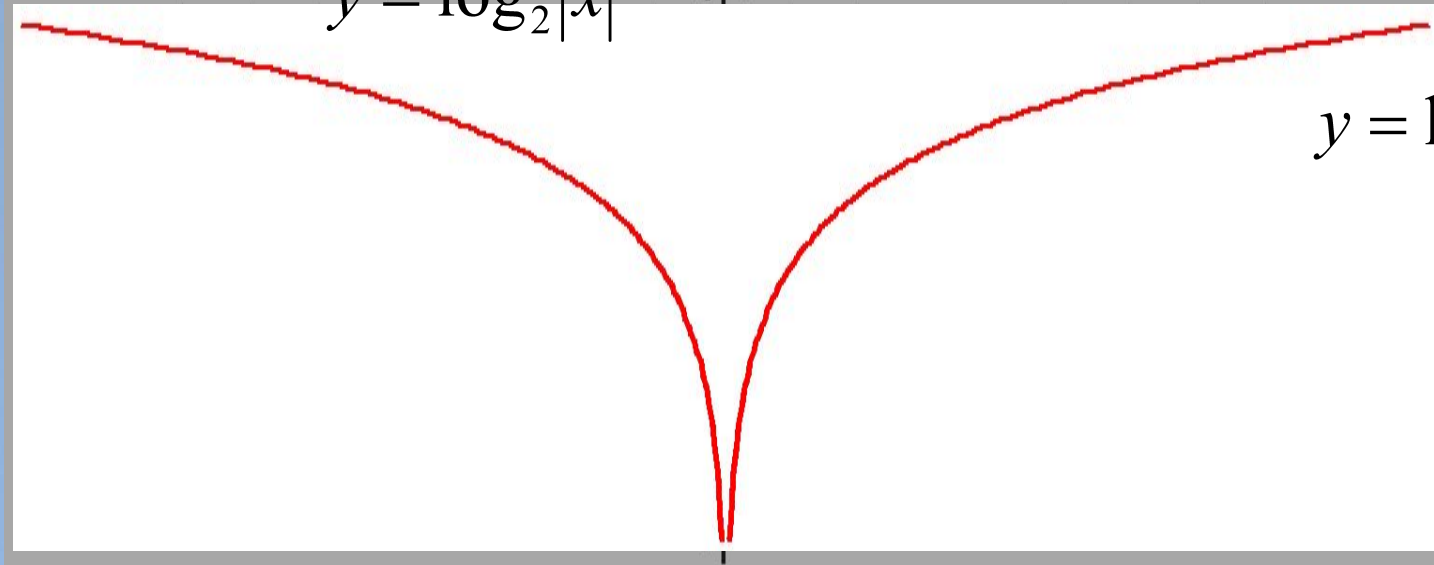
$$y = x^2 - 4x + 3$$



$$y = \log_2 |x|$$

↑
4

$$y = \log_2 x$$



**построе
ние
графика
обратно
й
функции**

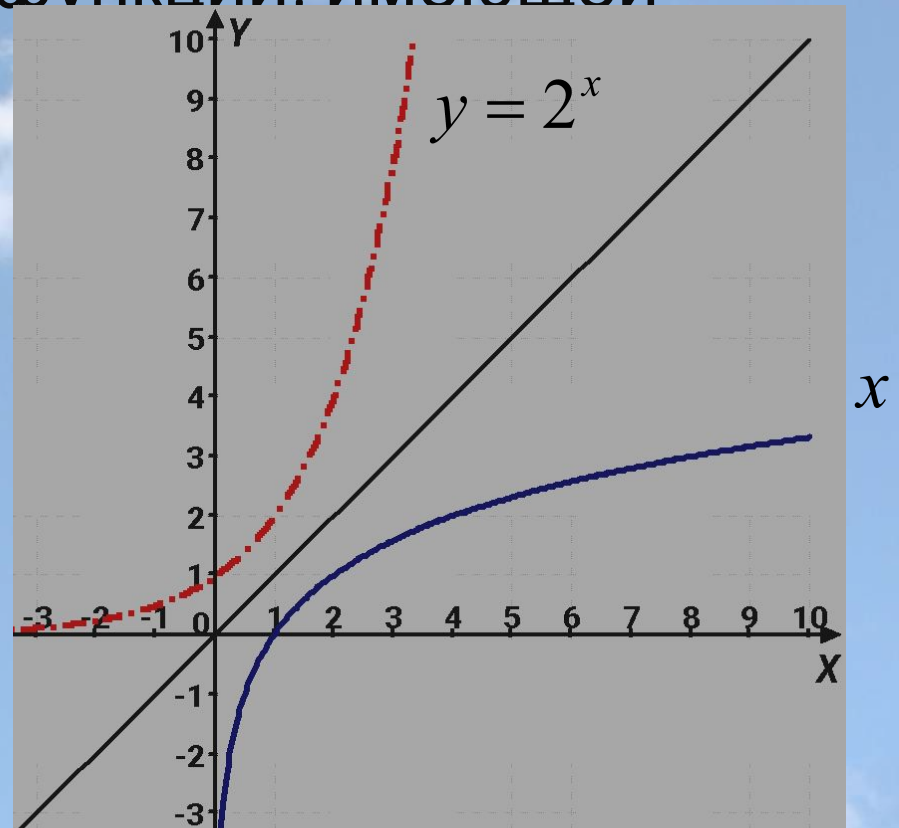
Построение графика обратной

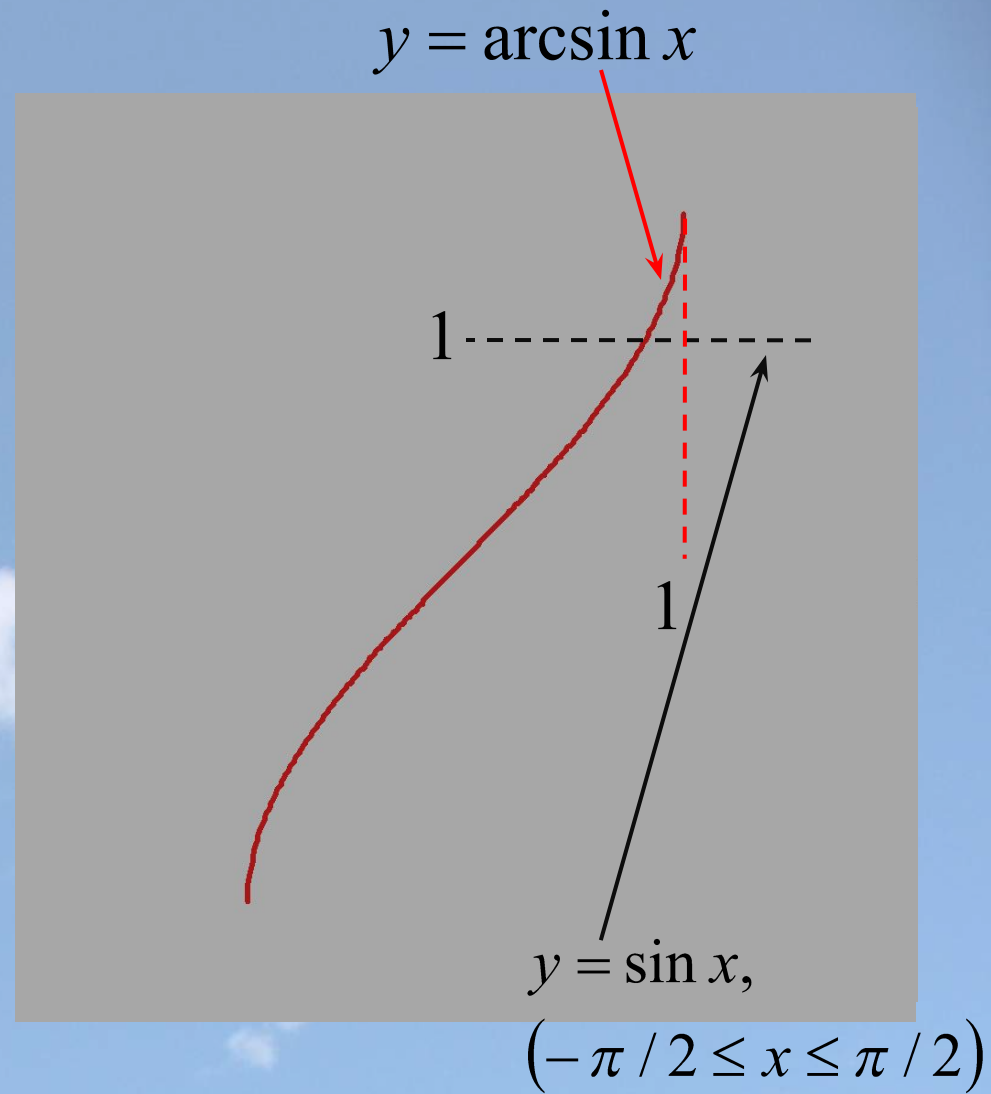
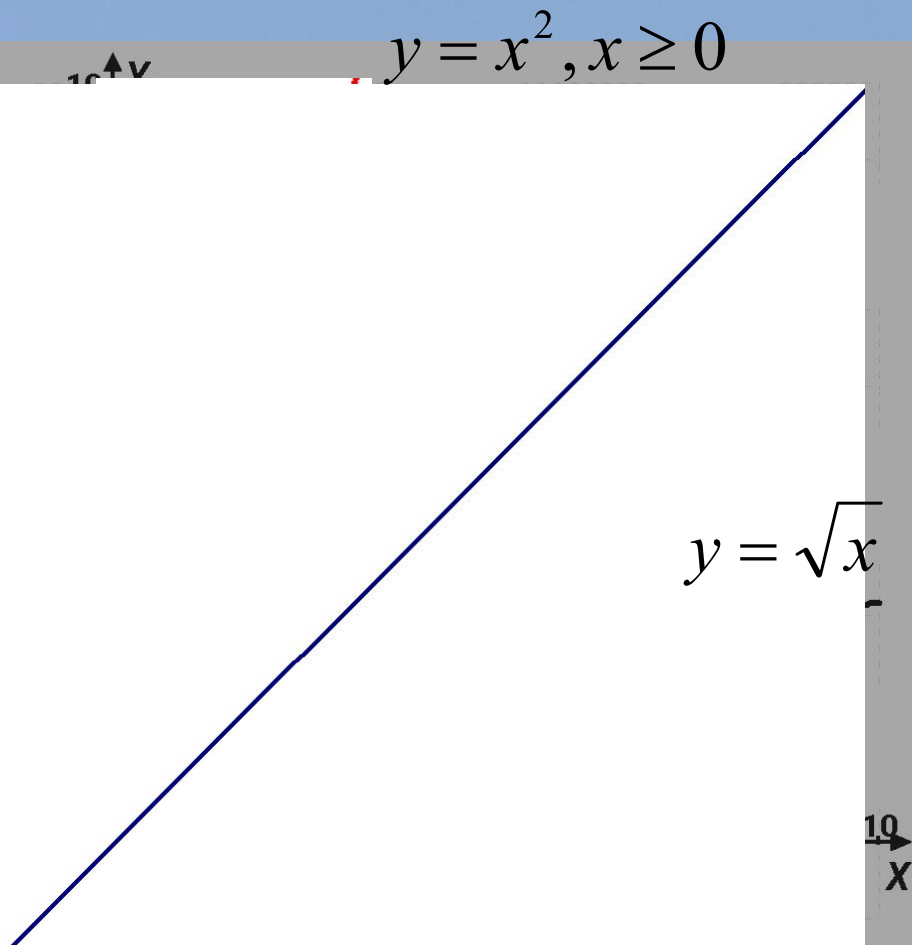
функции

График функции $y = g(x)$, обратной для данной функции $y = f(x)$ симметричен графику $y = f(x)$ относительно прямой $y=x$.

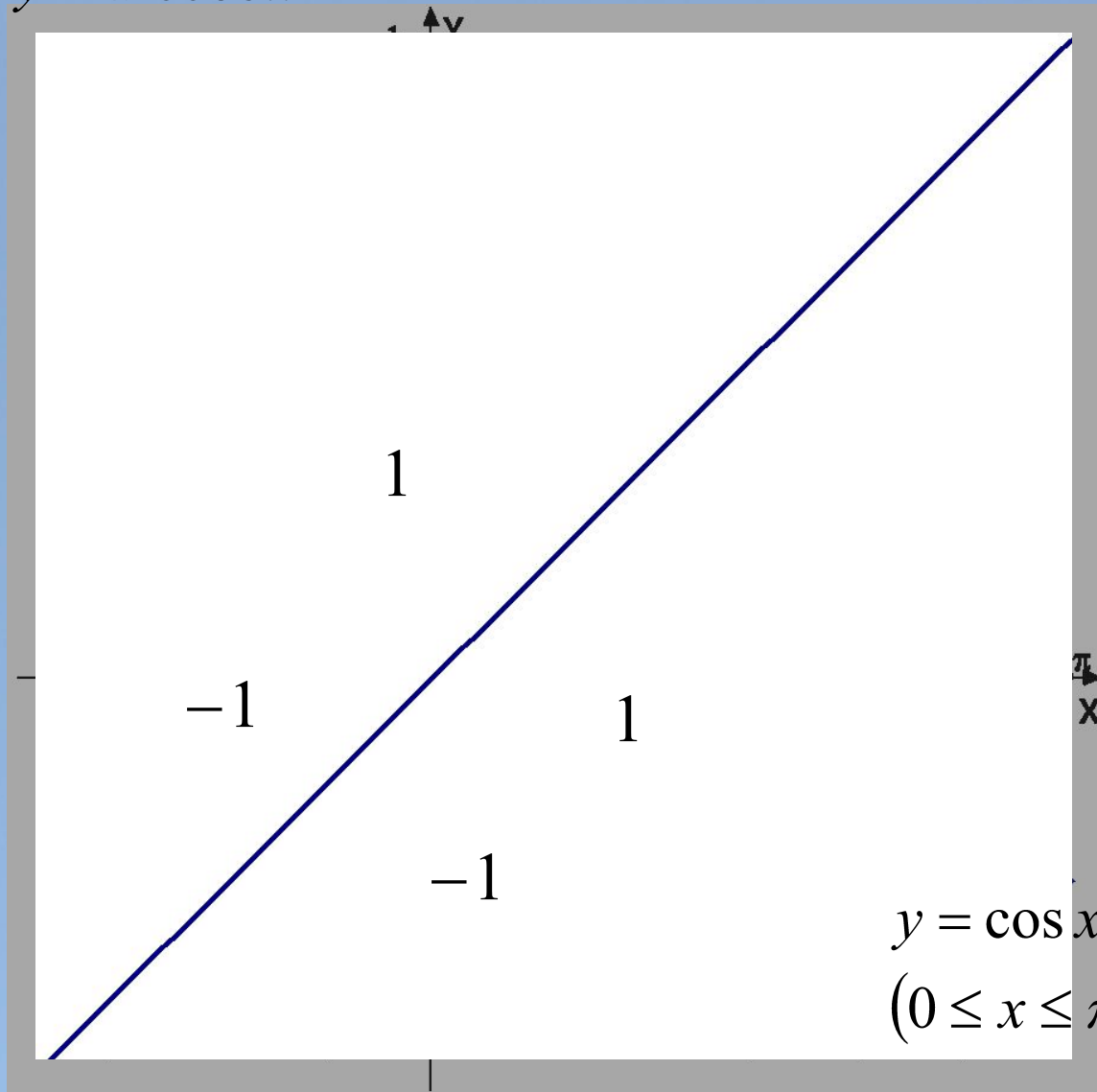
Замечание. Описанное построение можно производить только для функции, имеющей обратную.

Примеры графиков взаимно обратных функций:





$$y = \arccos x$$



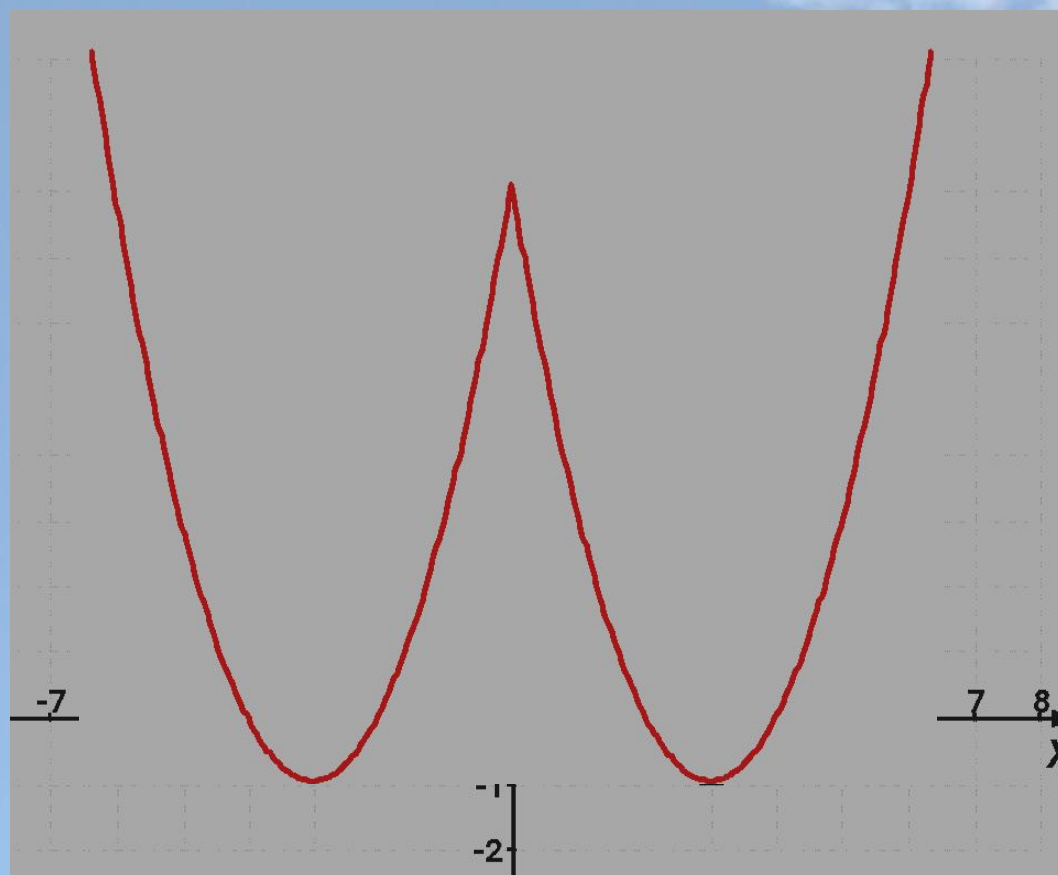
$$y = \cos x,$$
$$(0 \leq x \leq \pi)$$

Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций(на

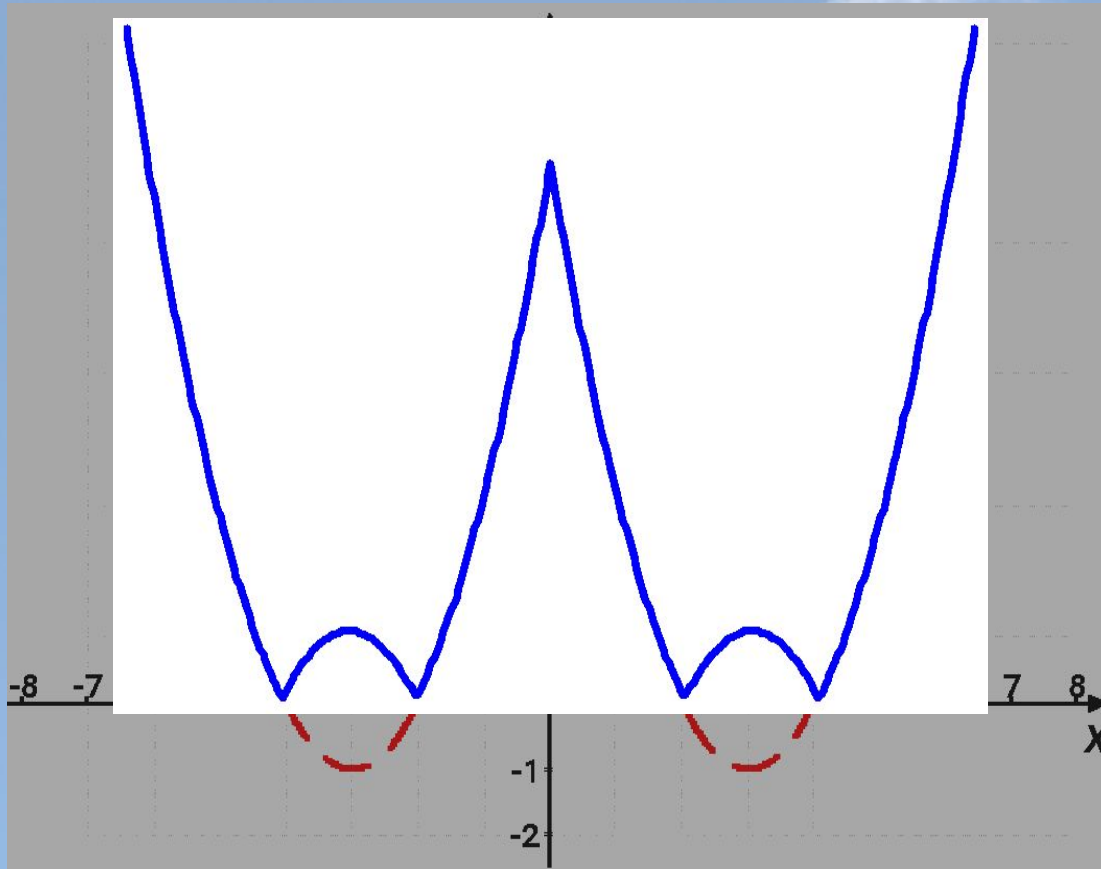
Пример 1.

$$y = |x^2 - 6|x| + 8| = ||x^2| - 6|x| + 8| = |(|x| - 3)^2 - 1|$$

$$1) y = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 + 1$$



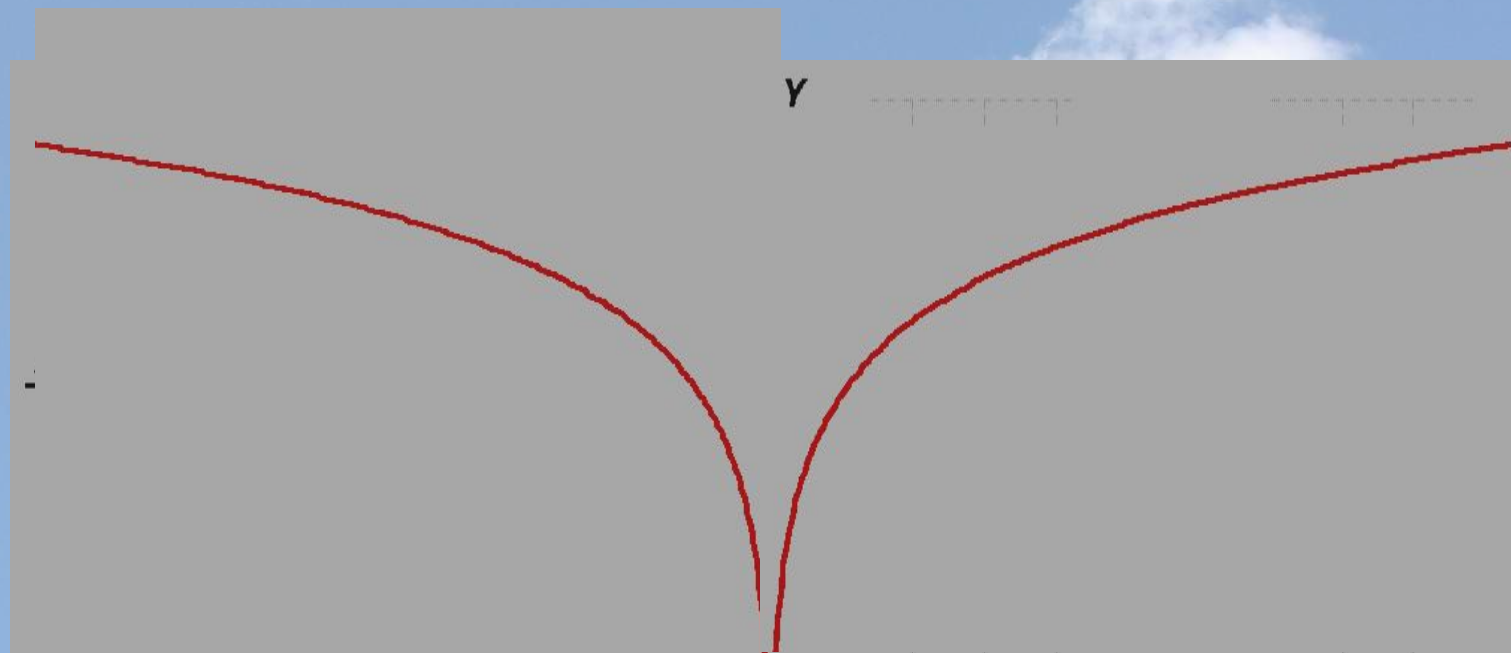
$$2) y = x^2 - 6|x| + 8 = (|x| - 3)^2 + 1$$



$$3) y = |x^2 - 6|x| + 8|$$

Пример
2.

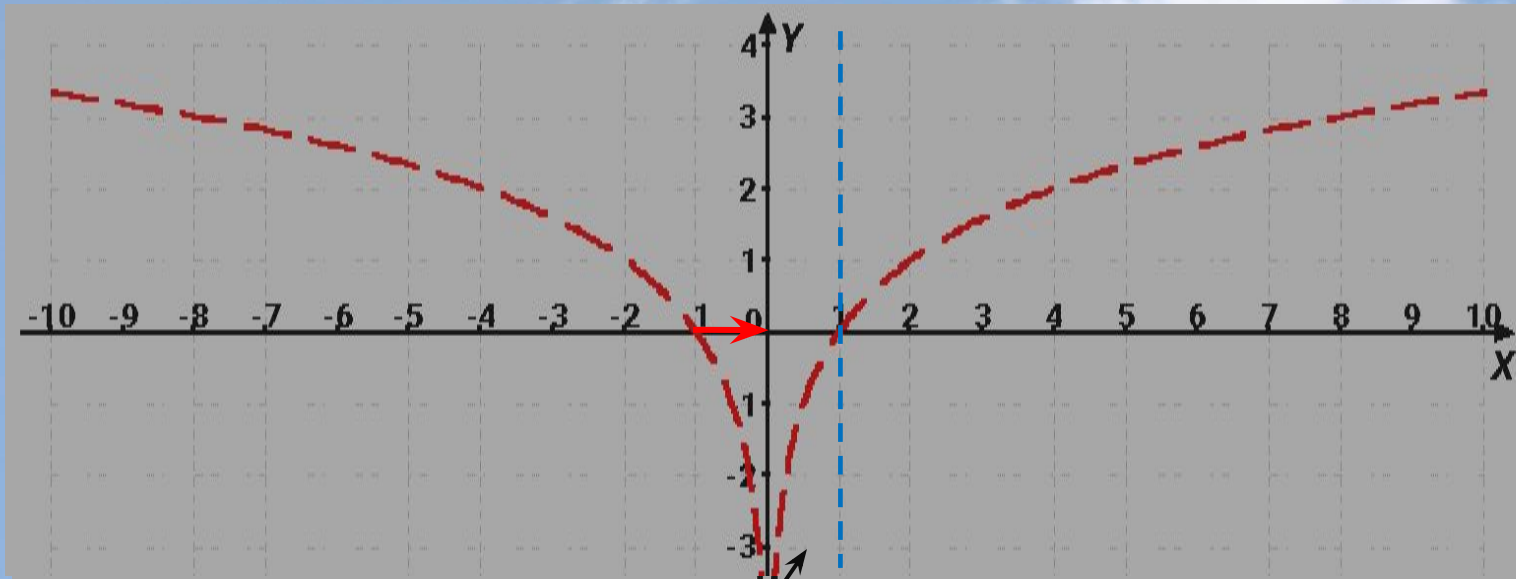
$$y = |\log_2(|x-1|)|$$



1) $y = \log_2 x$

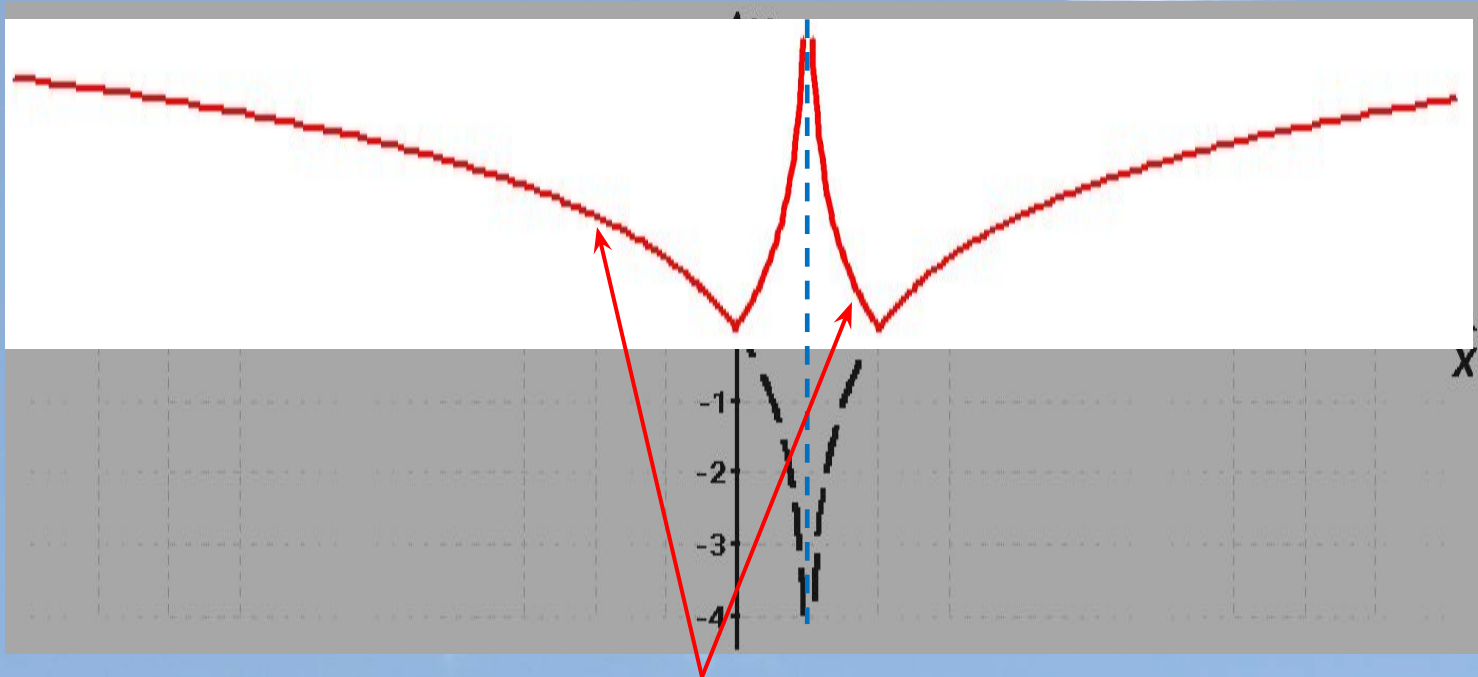
2) $y = \log_2 |x|$

$$2) y = \log_2 |x|$$



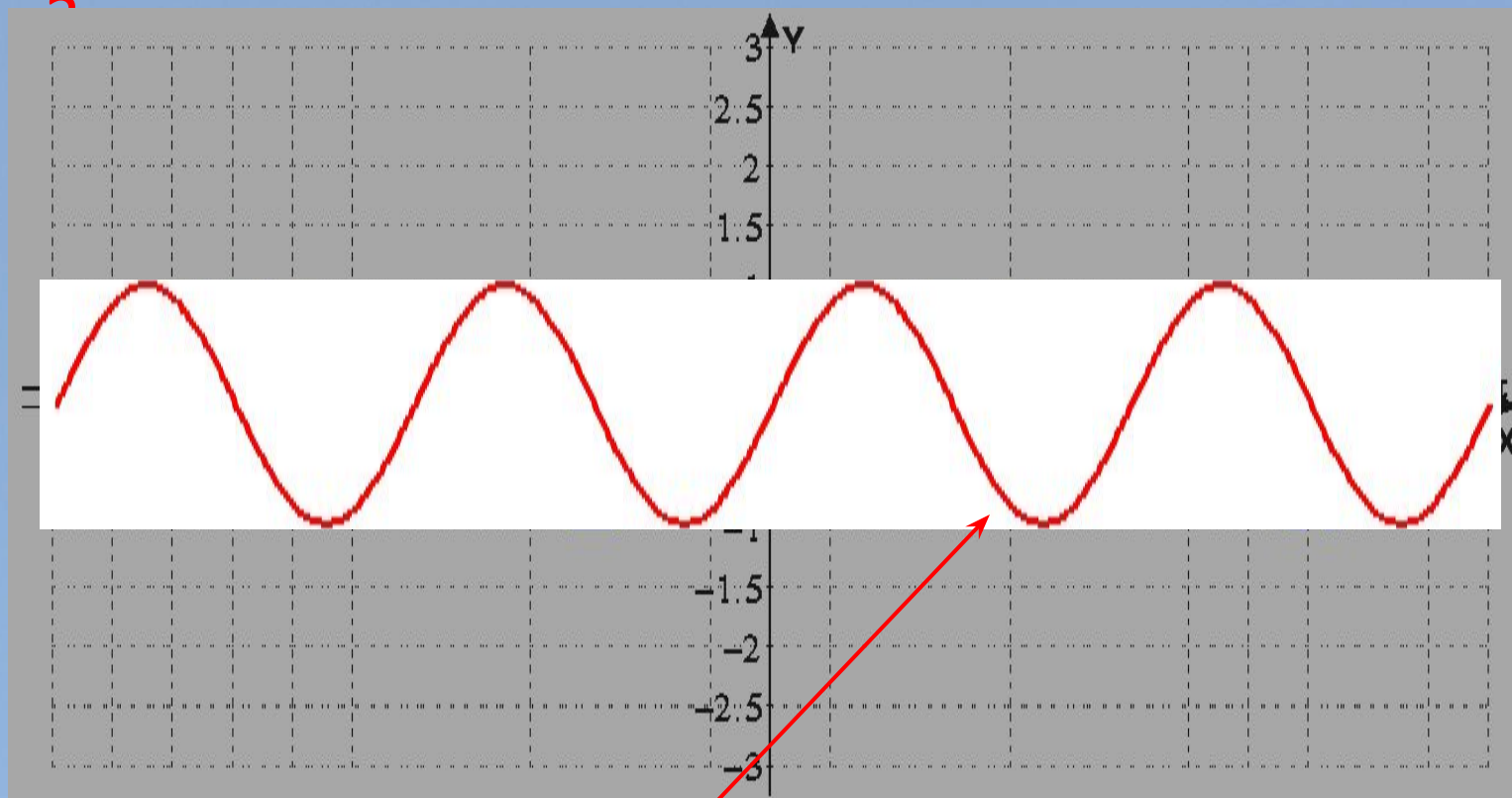
$$3) y = \log_2 |x - 1|$$

$$3) y = \log_2|x-1|$$

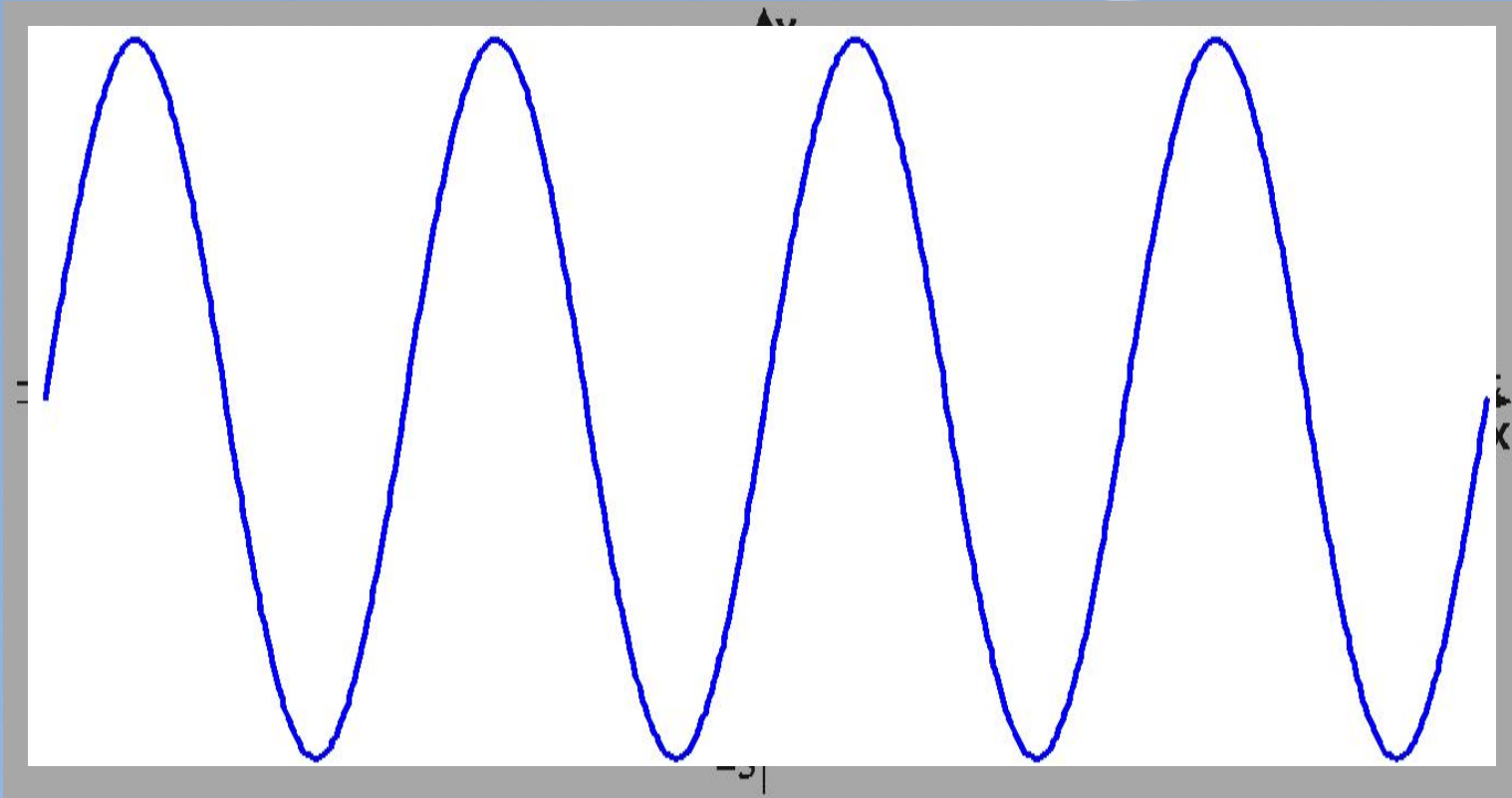


$$4) y = \left| \log_2|x-1| \right|$$

Пример $y = |3 \sin 2x| - 1$

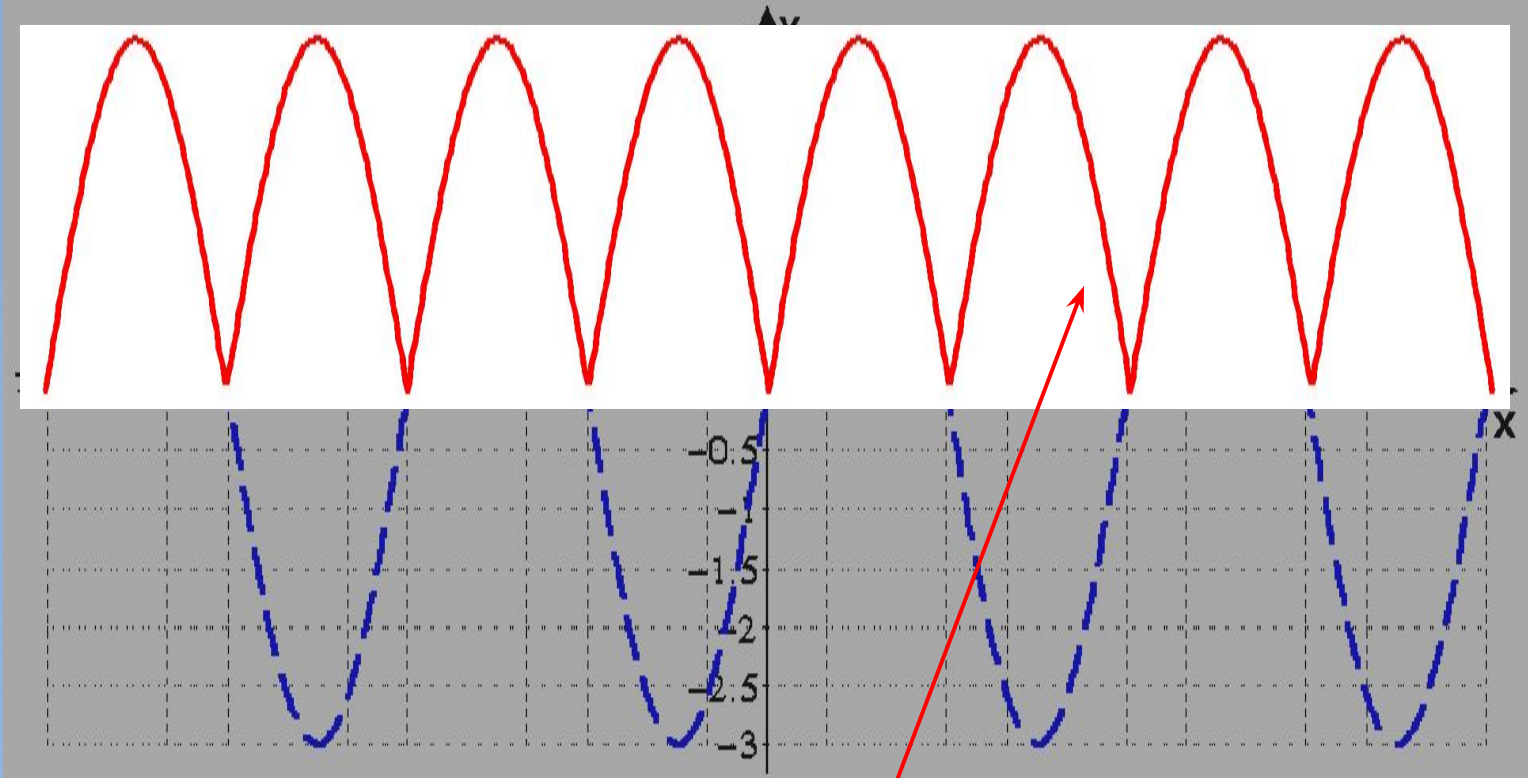


1) $y = \sin x$ 2) $y = \sin 2x$



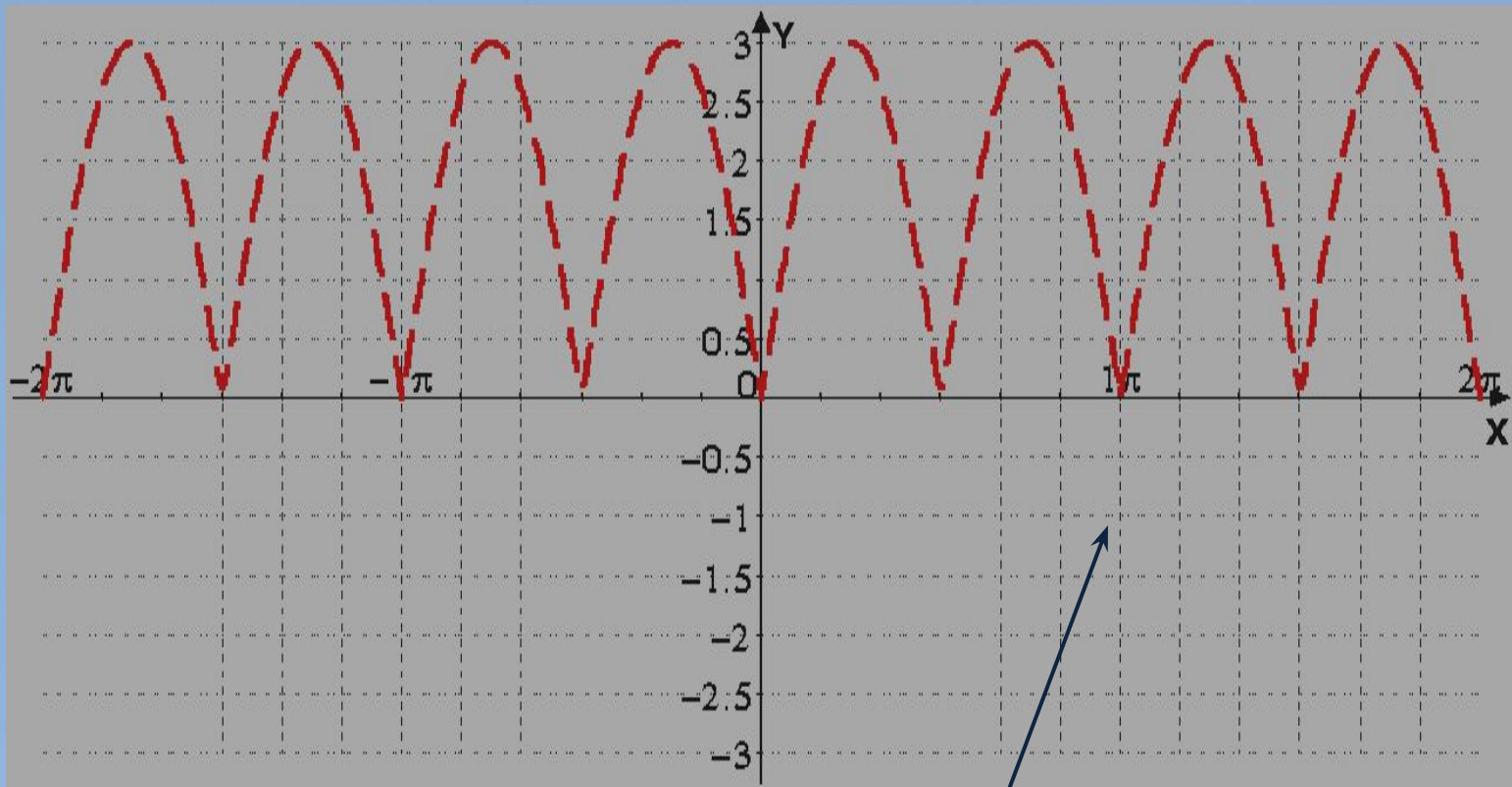
$$2) y = \sin 2x$$

$$3) y = 3 \sin 2x$$



3) $y = 3 \sin 2x$

4) $y = |3 \sin 2x|$



$$4) y = |3 \sin 2x|$$

$$5) y = |3 \sin 2x| - 1$$