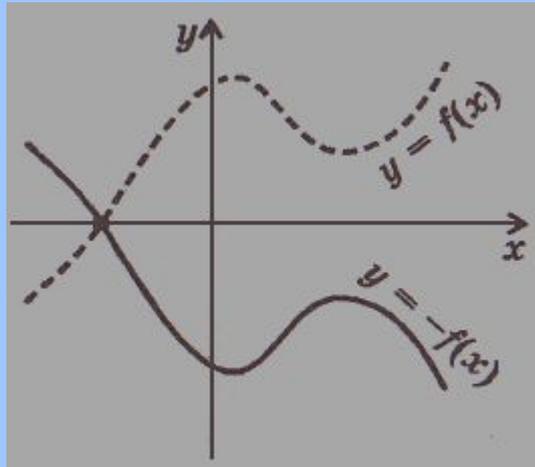
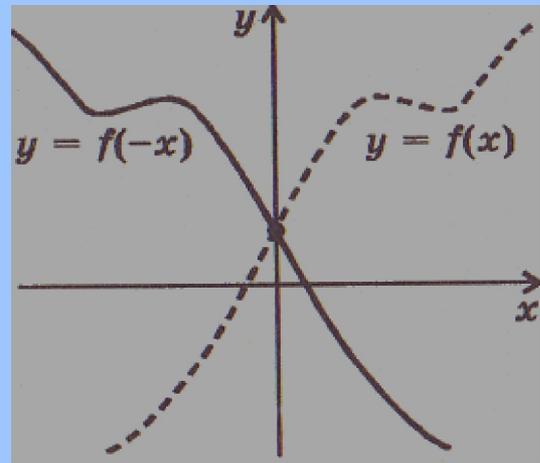


# Преобразования графиков функций

$$f(x) \rightarrow -f(x)$$



$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

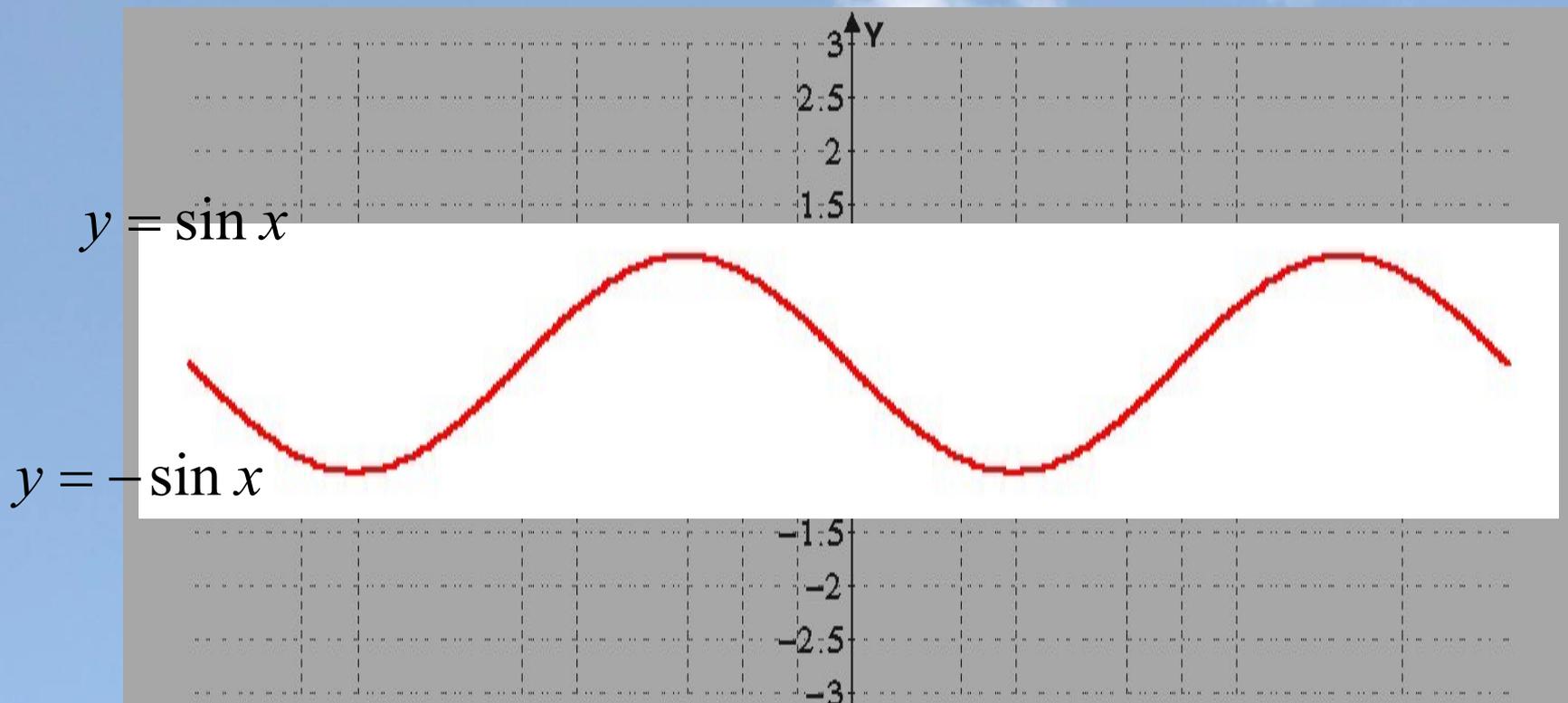


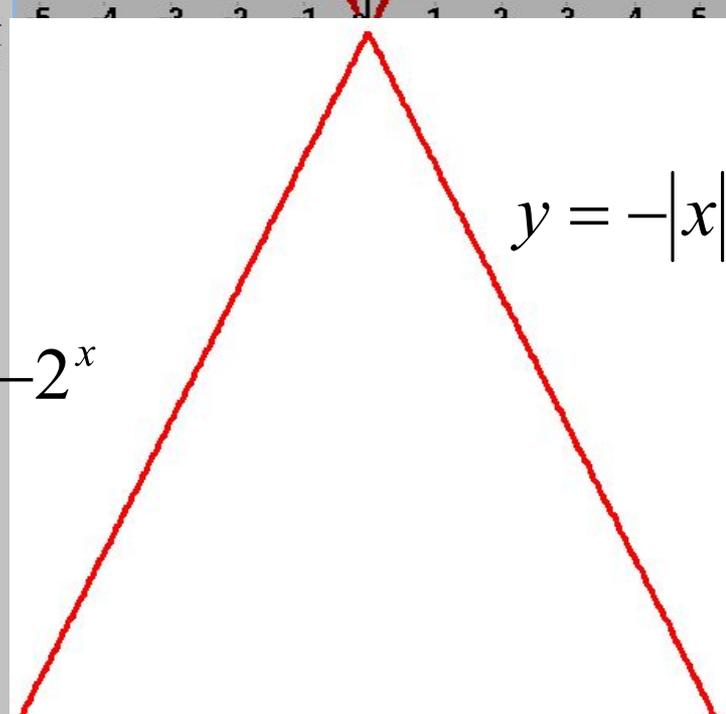
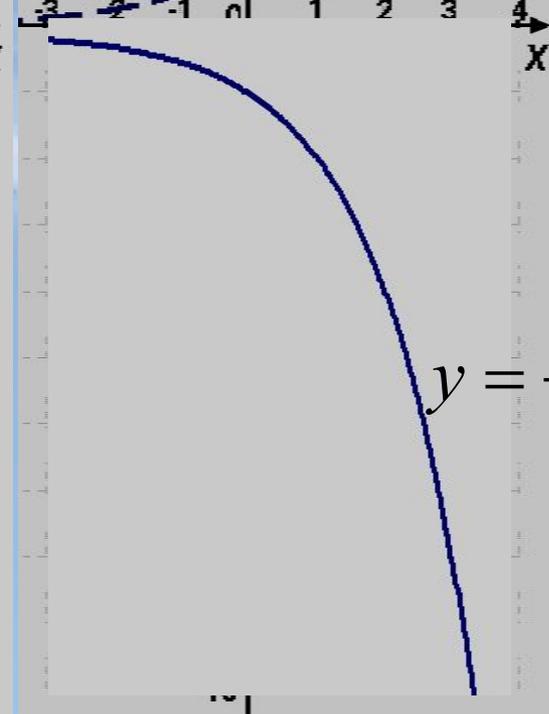
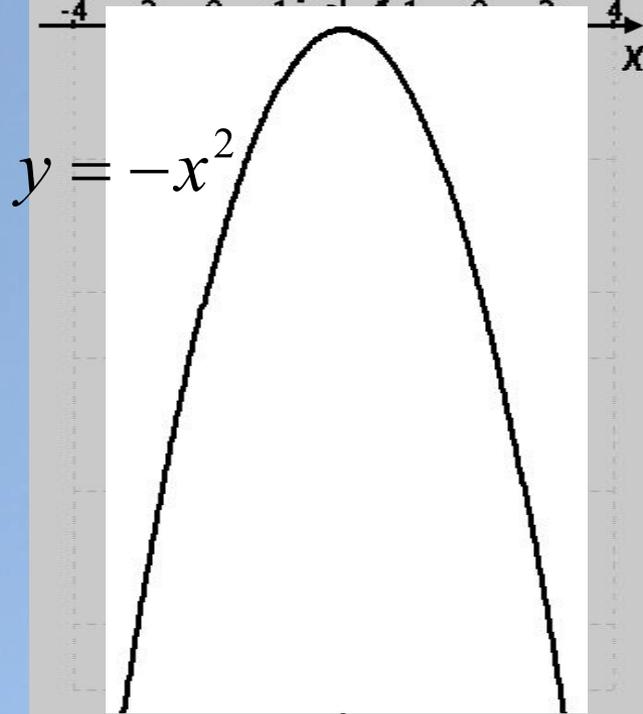
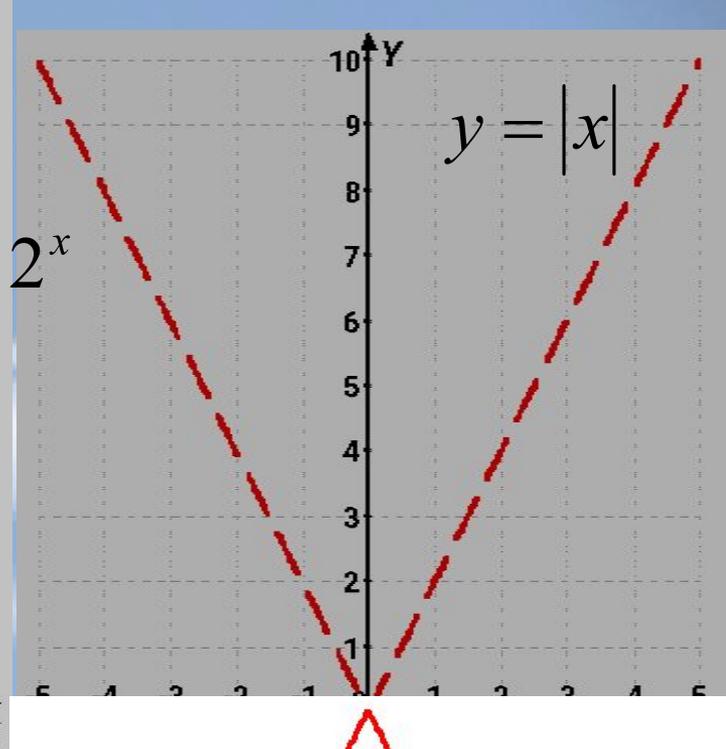
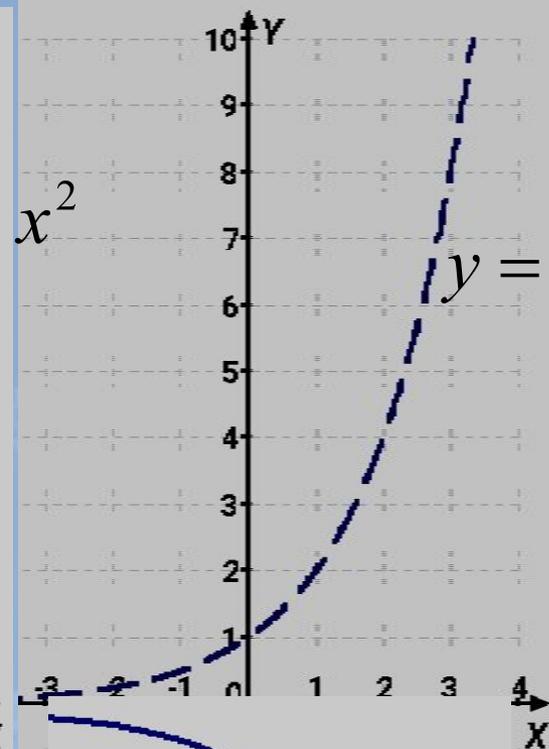
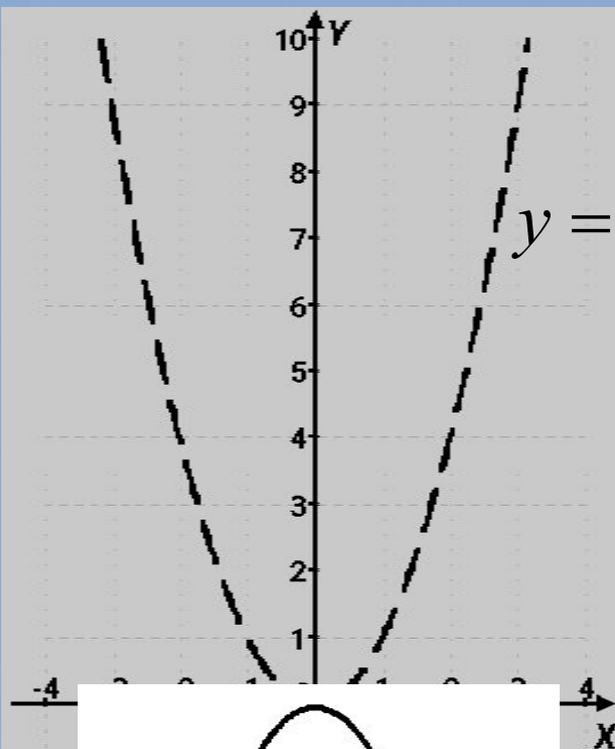
# Преобразование симметрии относительно оси $x$

$$f(x) \rightarrow -f(x)$$

График функции  $y = -f(x)$  симметричен графику функции  $y = f(x)$  относительно оси  $x$ .

**Замечание.** Точки пересечения графика с осью  $x$  остаются неизменными.





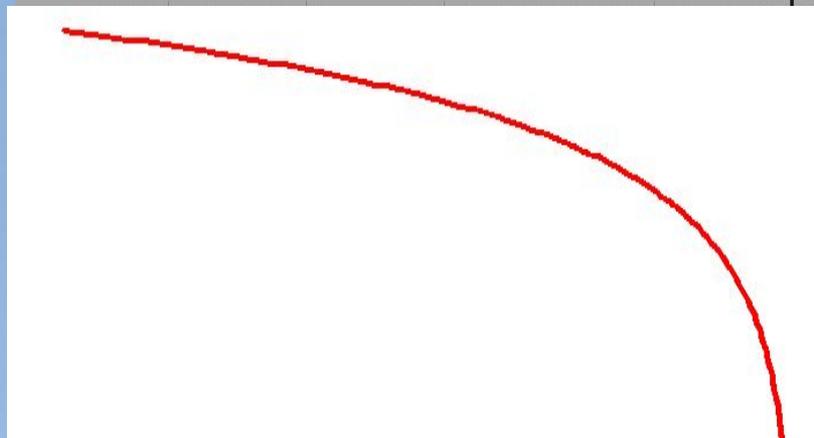
# Преобразование симметрии относительно оси $y$

$$f(x) \rightarrow f(-x)$$

График функции  $y = f(-x)$  симметричен графику функции  $y = f(x)$  относительно оси  $y$ .

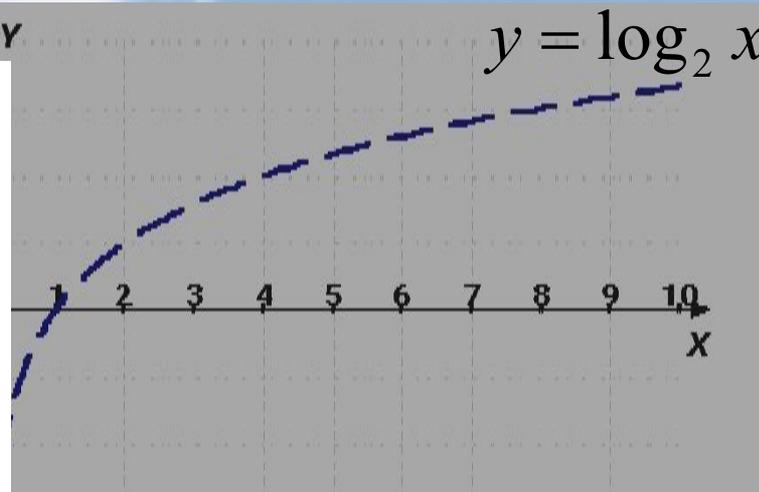
**Замечание.** Точка пересечения графика с осью  $y$  остается неизменной.

$$y = \log_2(-x)$$



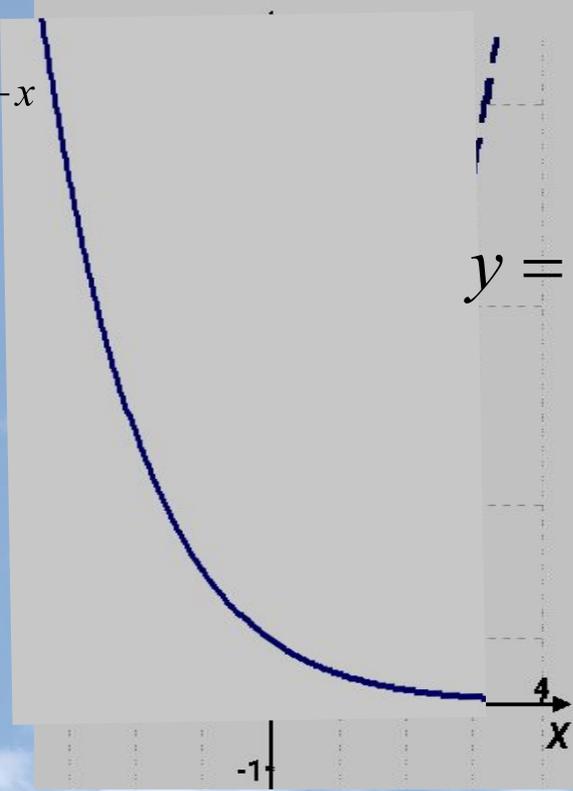
$y$

$$y = \log_2 x$$



$x$

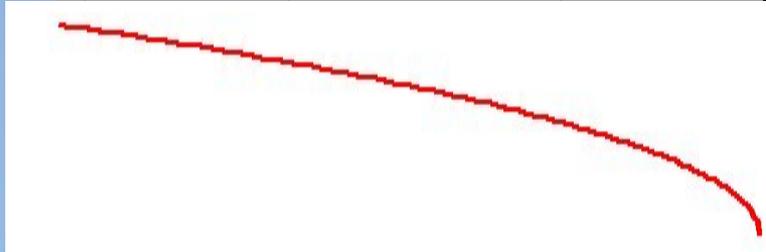
$$y = 2^{-x}$$



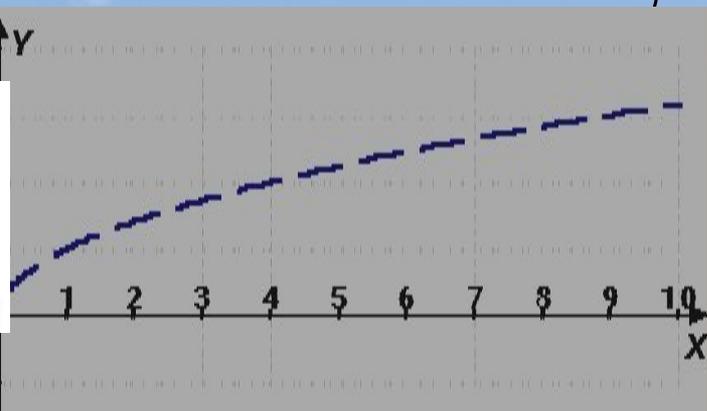
$$y = 2^x$$



$$y =$$



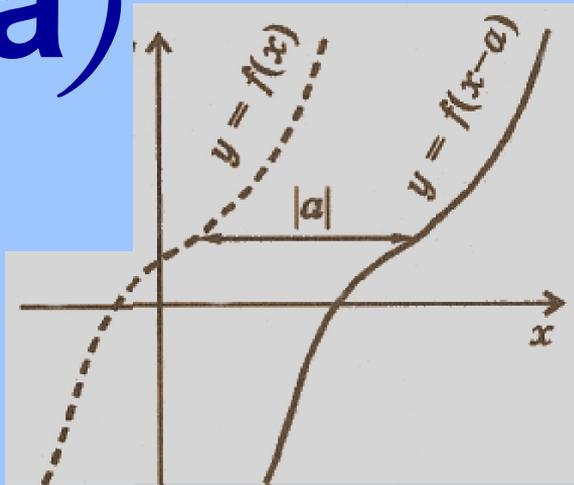
4↑Y



-1

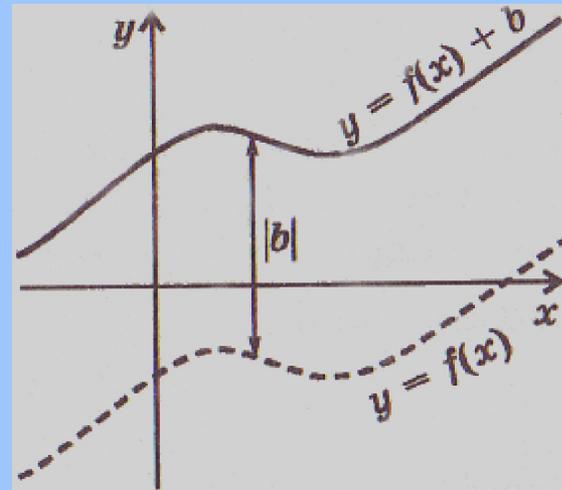
$$f(x) \rightarrow f(x -$$

**a)**



$$f(x) \rightarrow f(x) +$$

**b)**



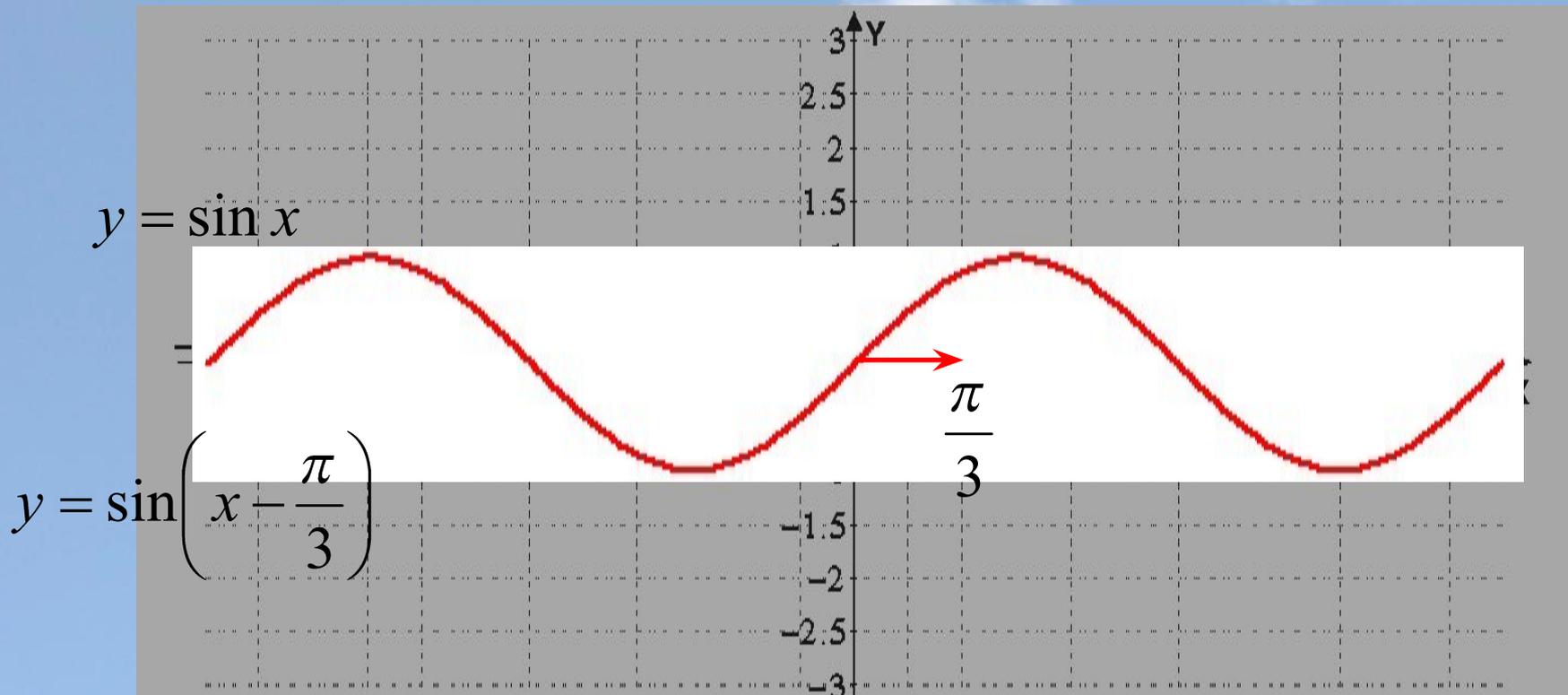
# Параллельный перенос вдоль оси $x$

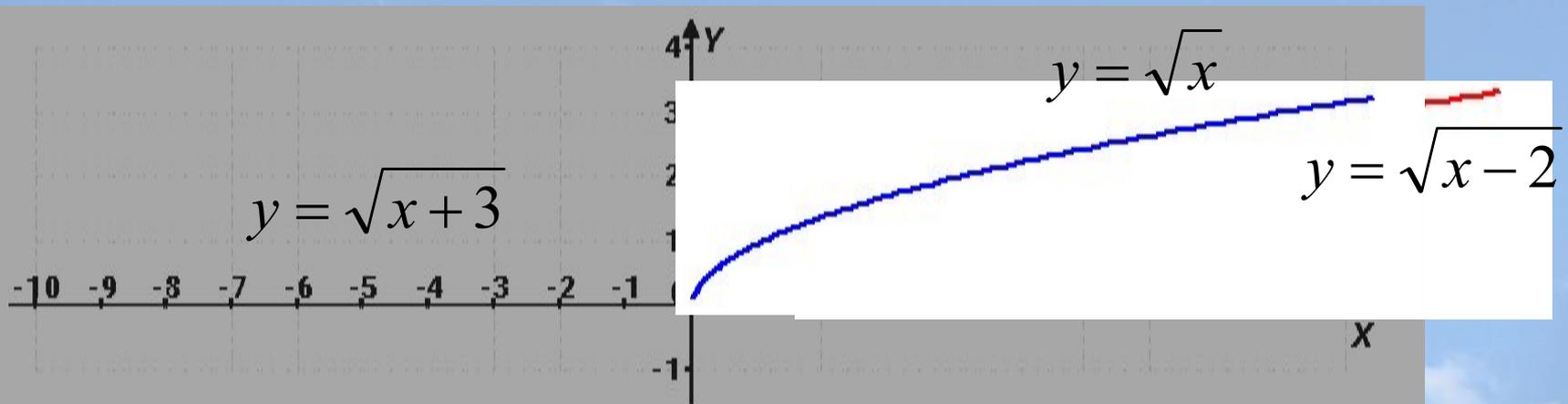
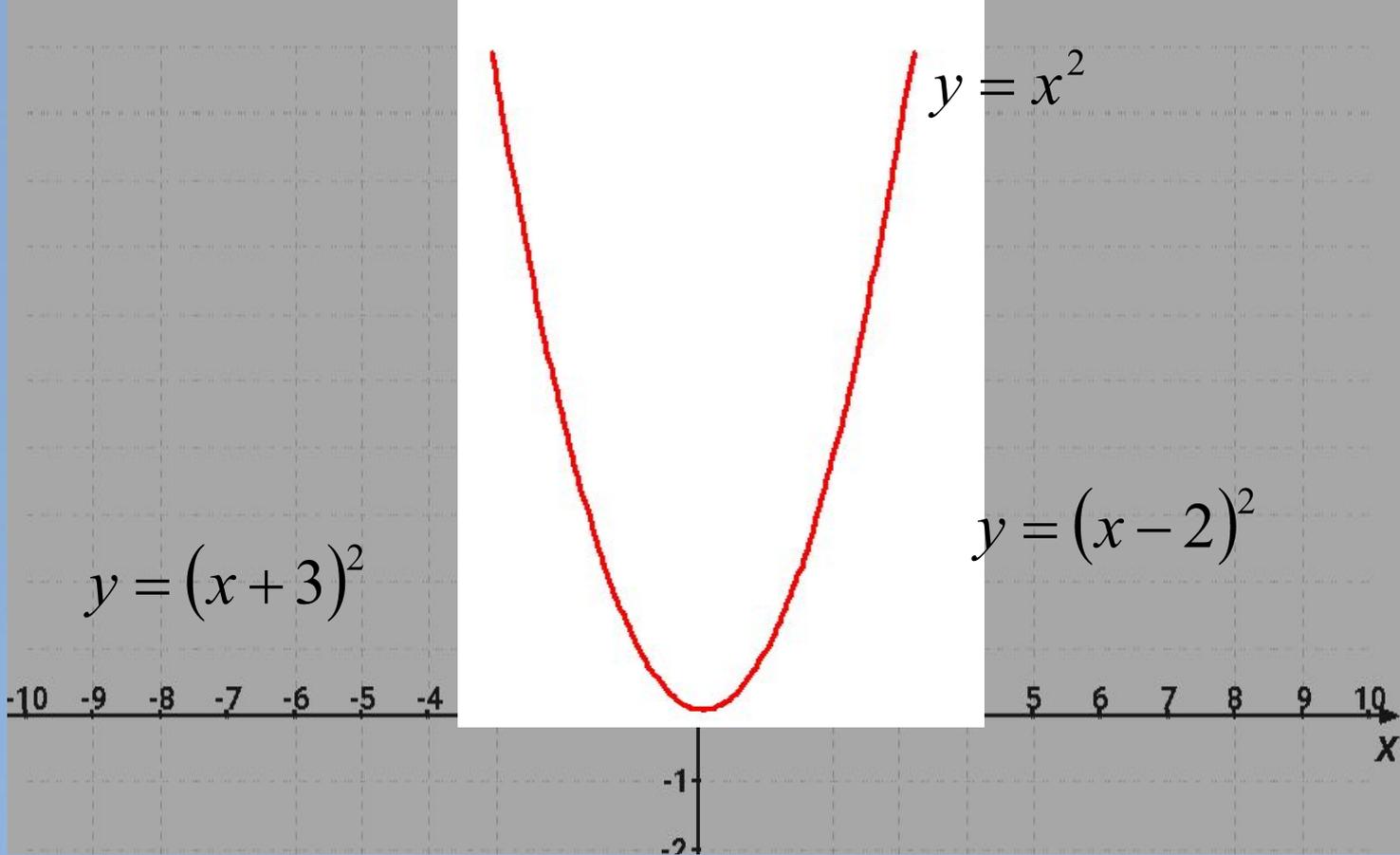
$$f(x) \rightarrow f(x-a)$$

График функции  $y = f(x-a)$  получается параллельным переносом вдоль оси  $x$  на  $|a|$

вправо при  $a > 0$  и влево при  $a < 0$ .

**Замечание:** График периодической функции с периодом  $T$  не изменяется при параллельных переносах вдоль оси  $x$  на  $nT$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

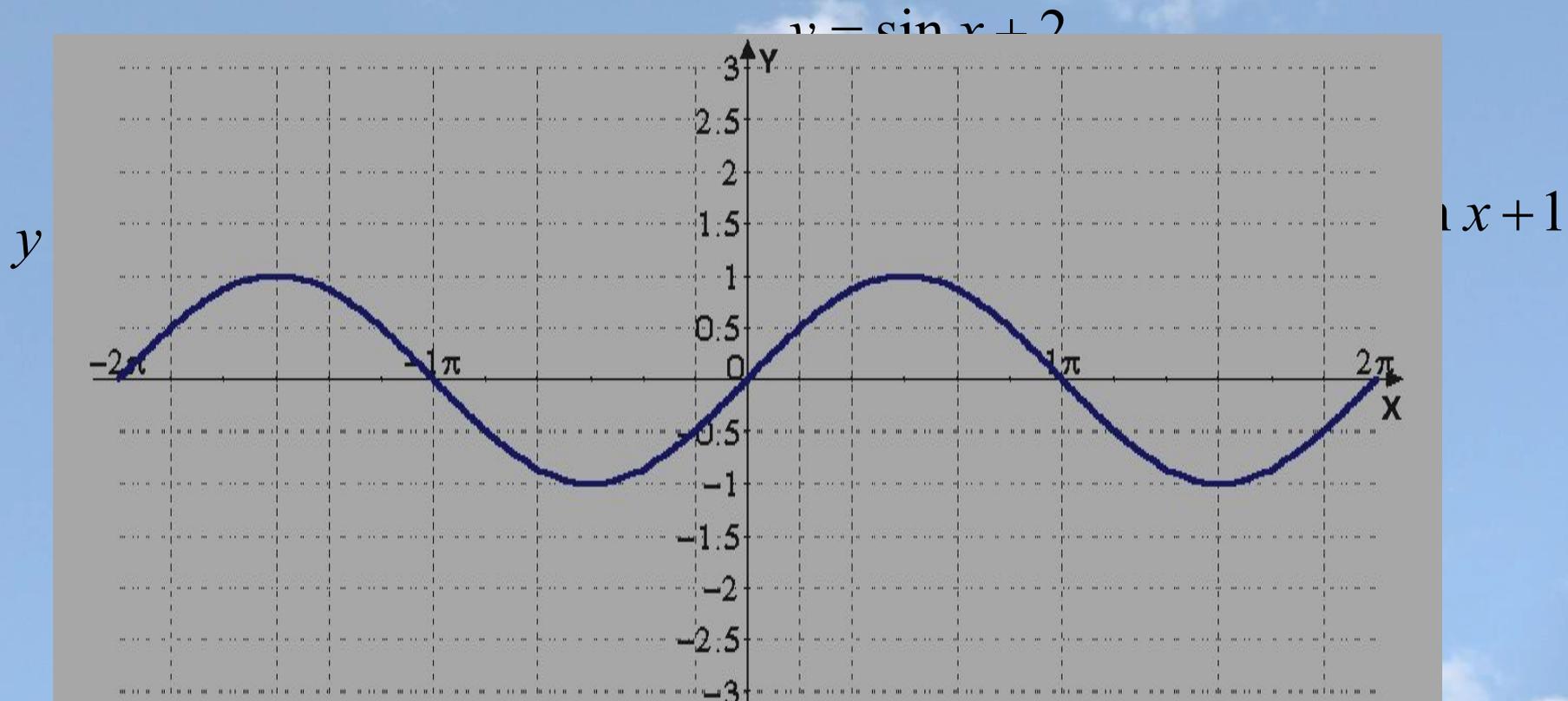


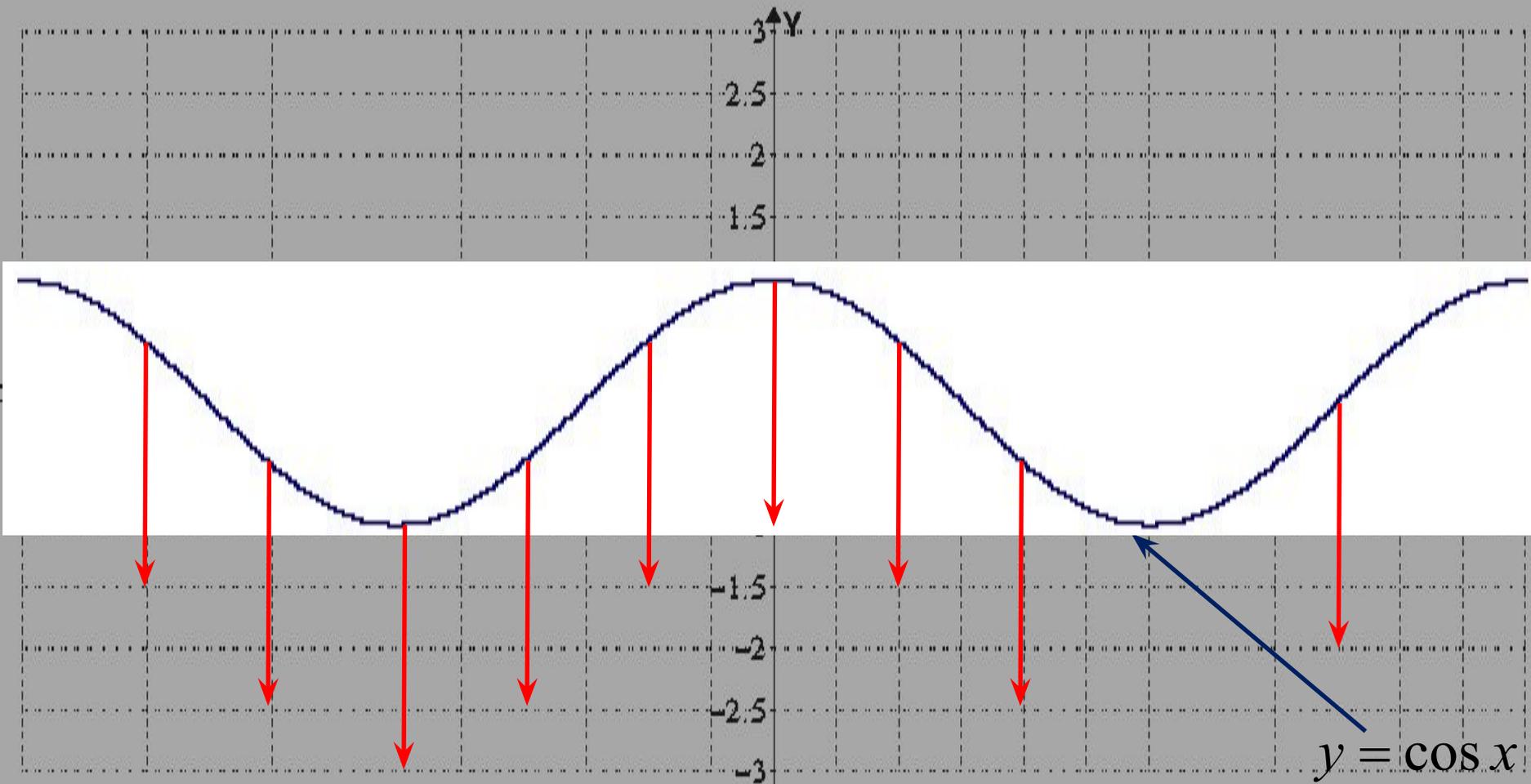


# Параллельный перенос вдоль оси $y$

$$f(x) \rightarrow f(x)+b$$

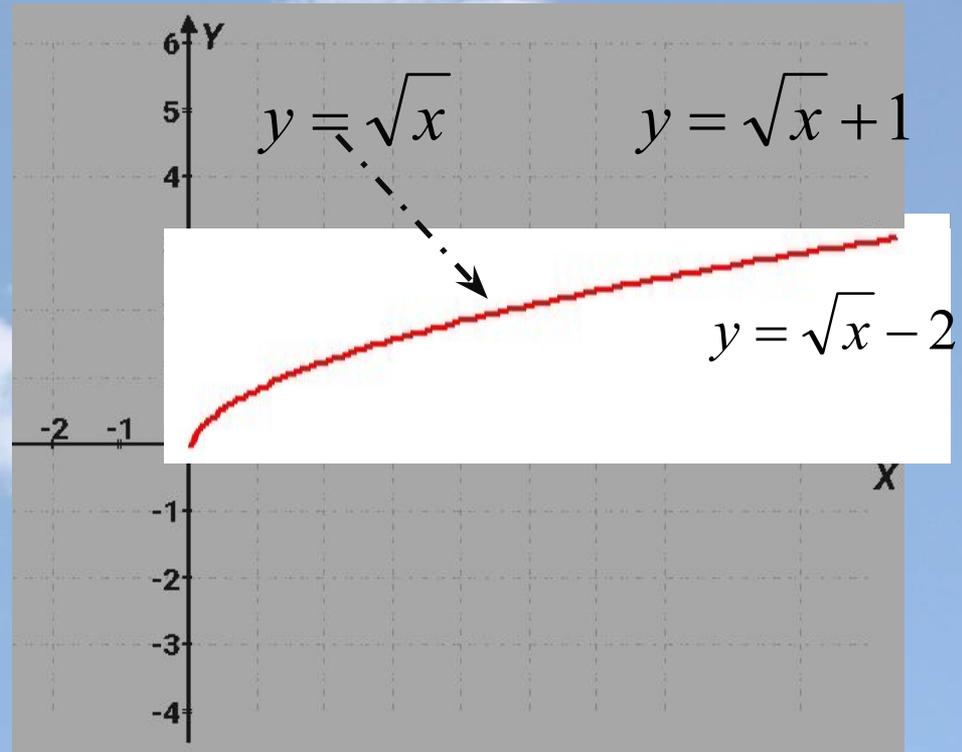
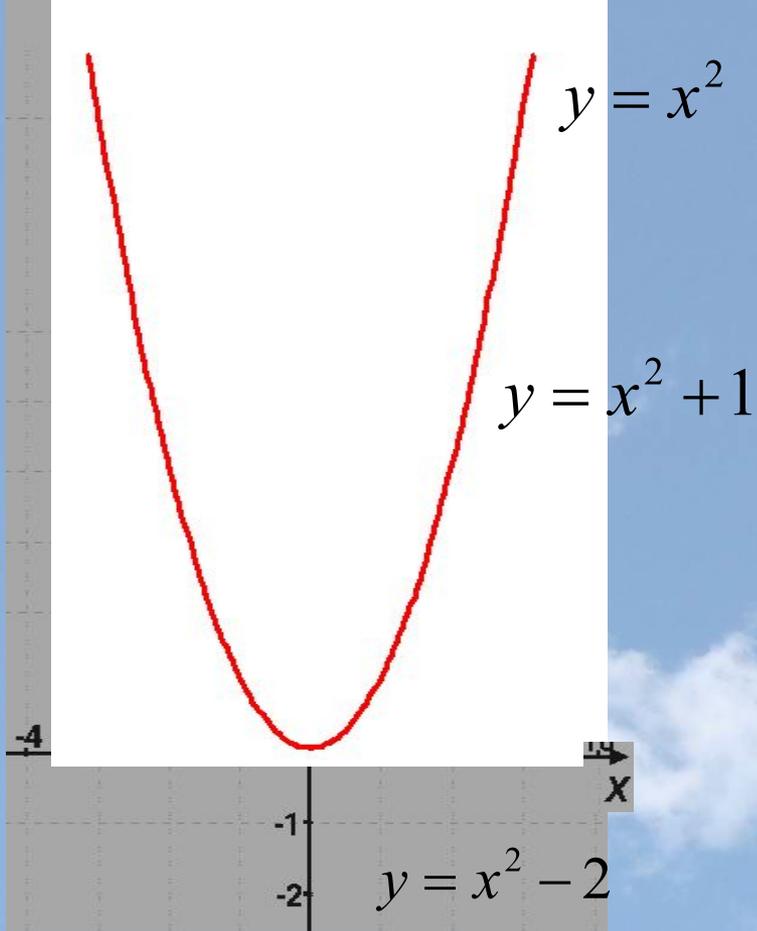
График функции  $y = f(x)+b$  получается параллельным переносом вдоль оси  $y$  на  $|b|$  вверх при  $b > 0$  и вниз при  $b < 0$ .





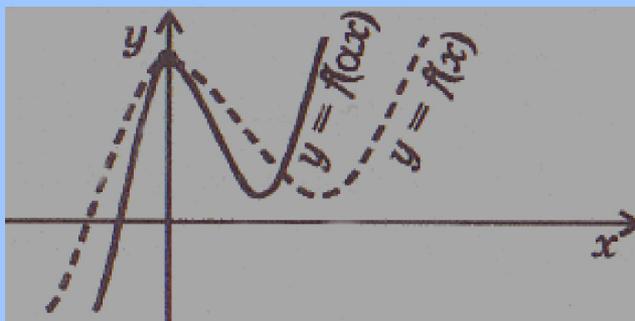
$$y = \cos x - 2$$

$$y = \cos x$$

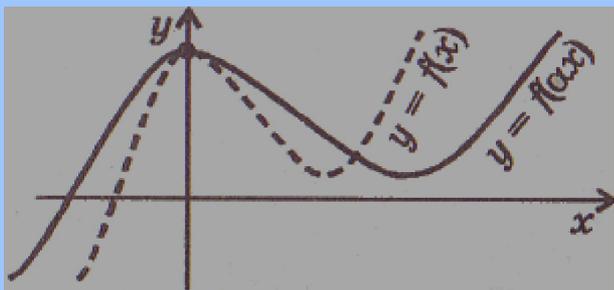


$$f(x) \rightarrow f(\alpha x)$$

$$\alpha > 1$$

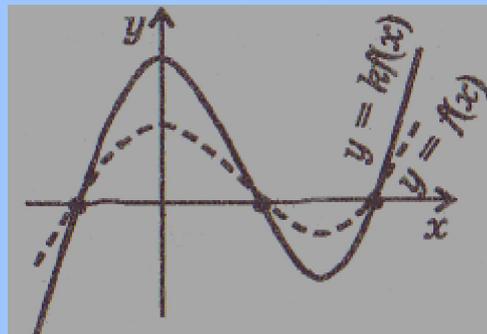


$$0 < \alpha < 1$$

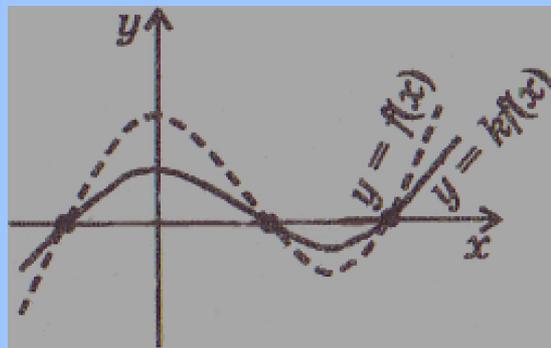


$$f(x) \rightarrow kf(x)$$

$$k > 1$$



$$0 < k < 1$$

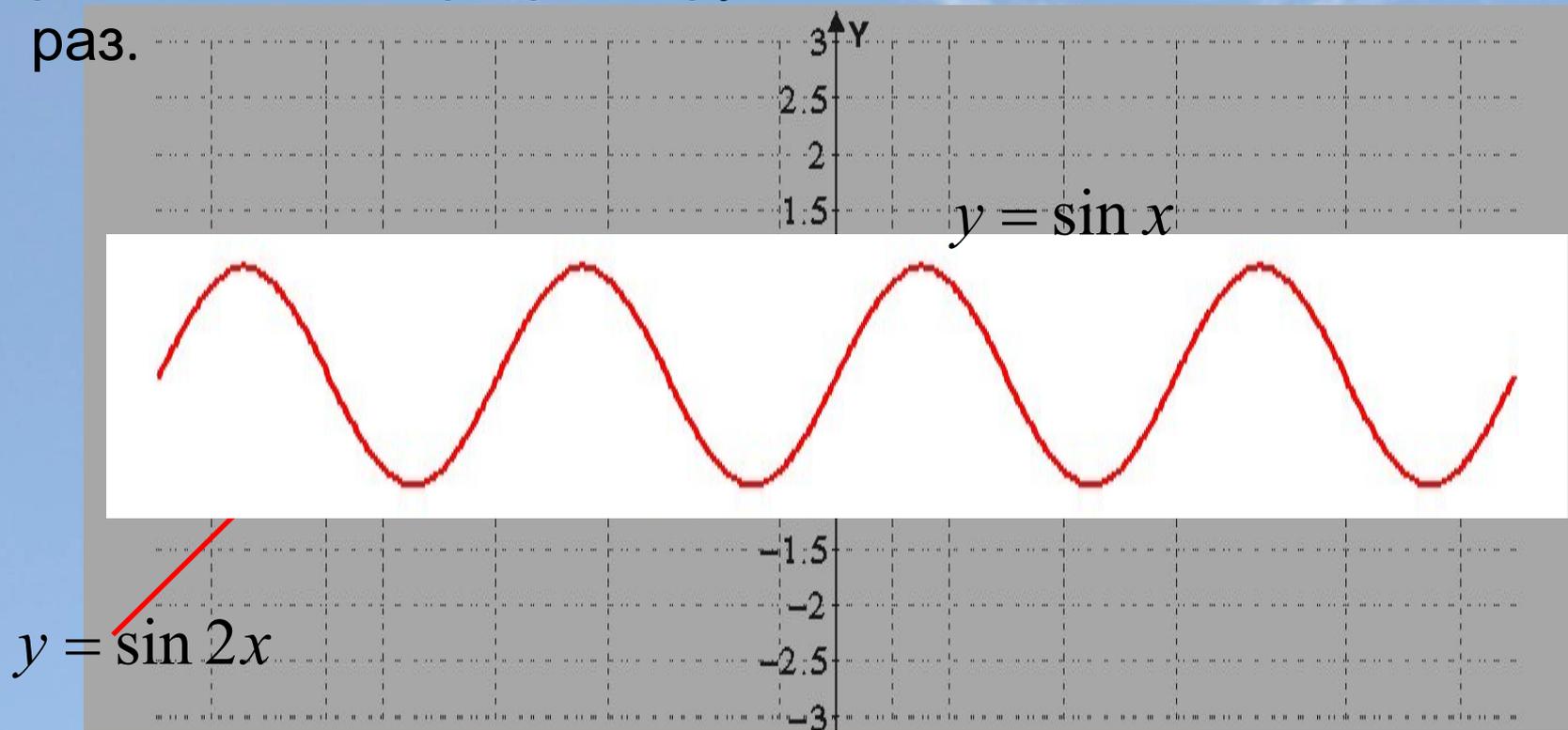


# Сжатие и растяжение вдоль оси $x$

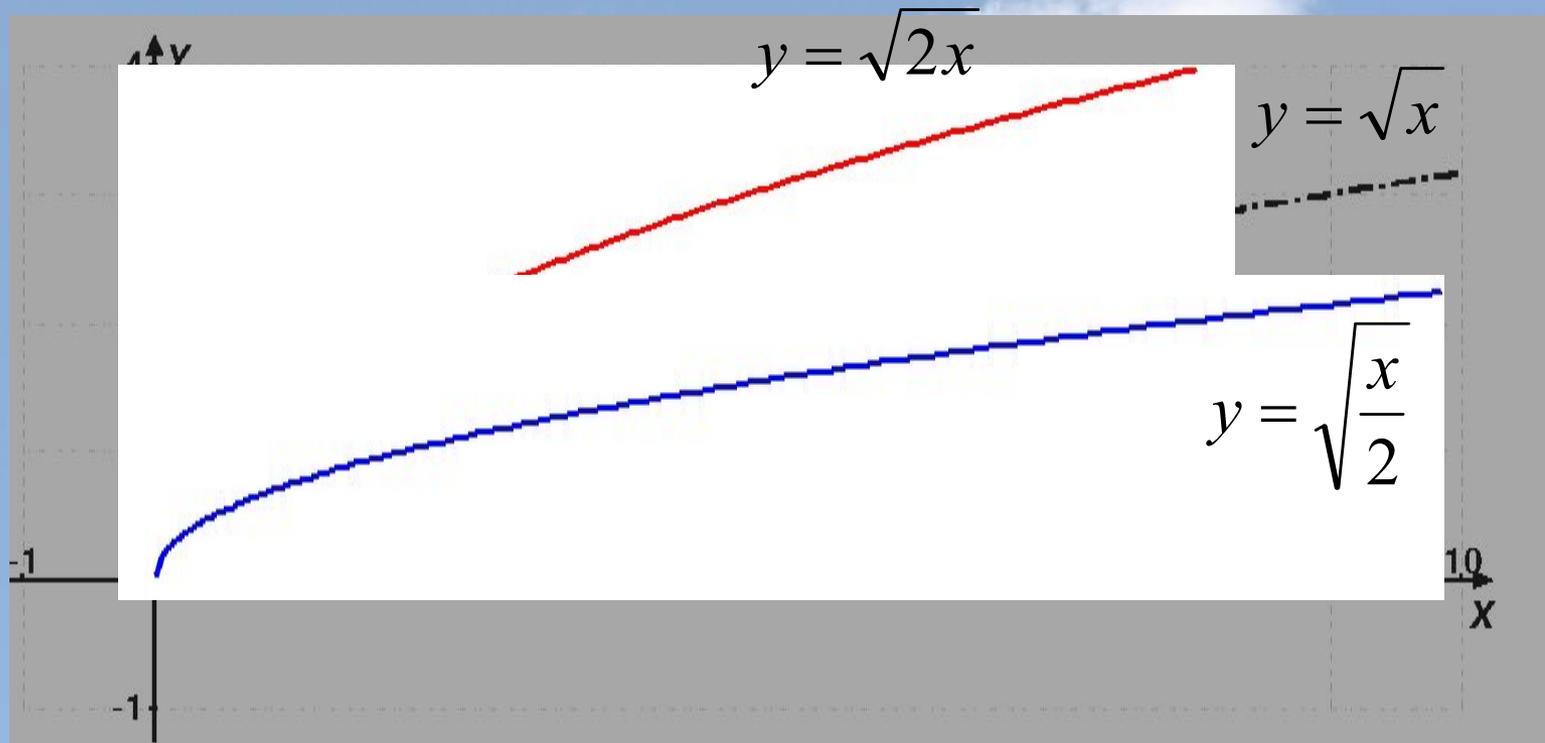
$f(x) \rightarrow f(\alpha x)$ , где  $\alpha > 0$

$\alpha > 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается сжатием графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $\alpha$  раз.

$0 < \alpha < 1$  График функции  $y=f(\alpha x)$  получается растяжением графика функции  $y=f(x)$  вдоль оси  $x$  в  $1/\alpha$  раз.



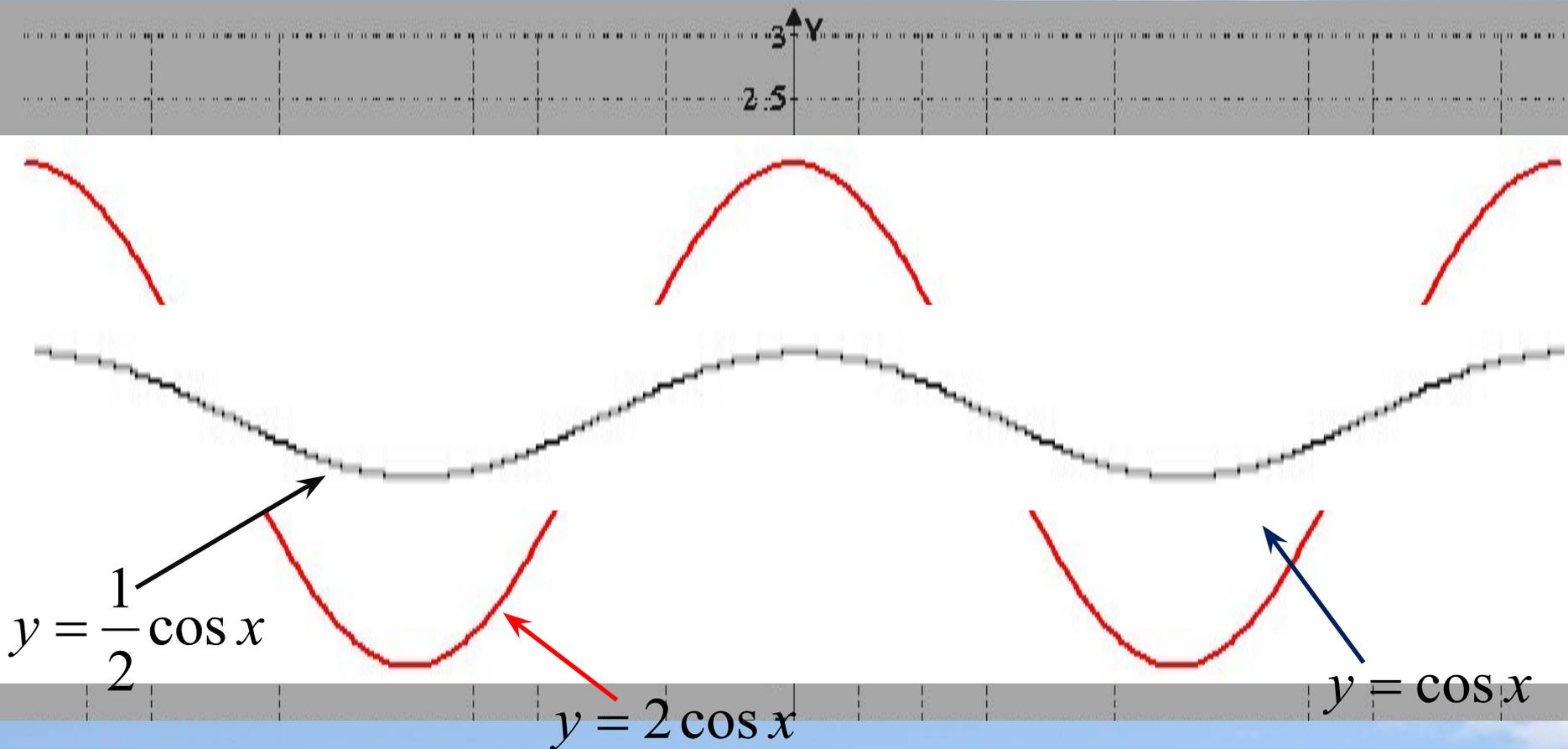
**Замечание.** Точки пересечения графика с осью  $y$  остаются неизменными.

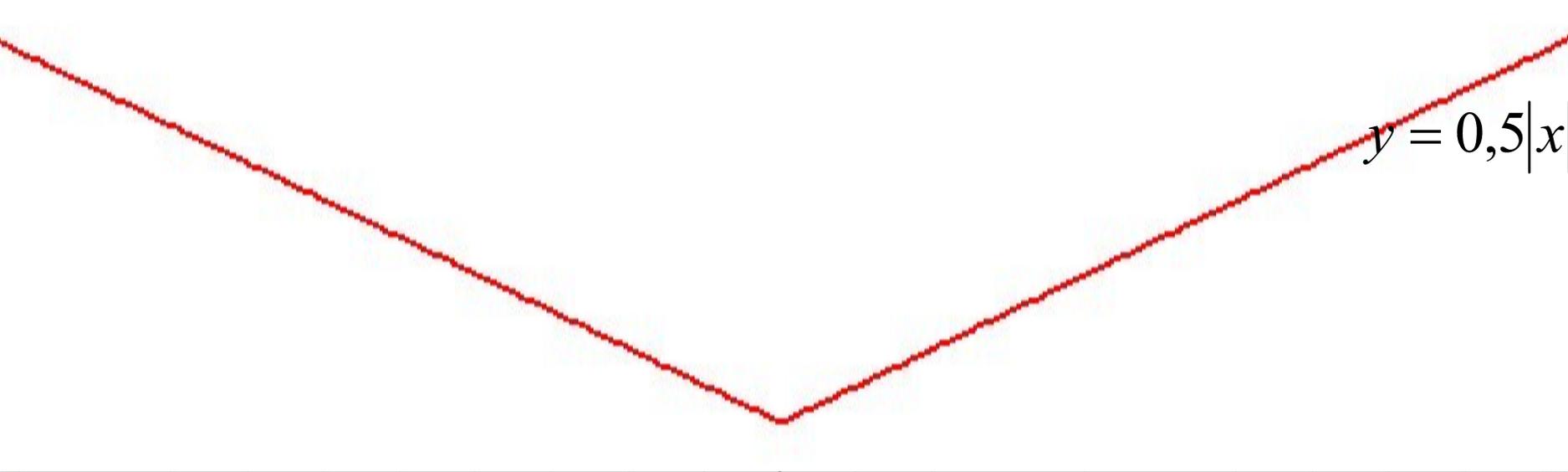
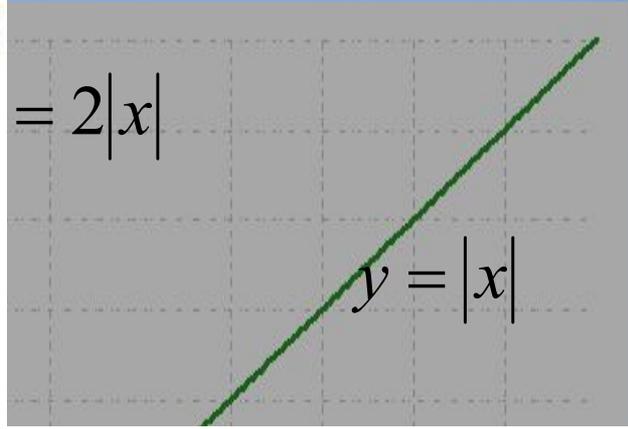
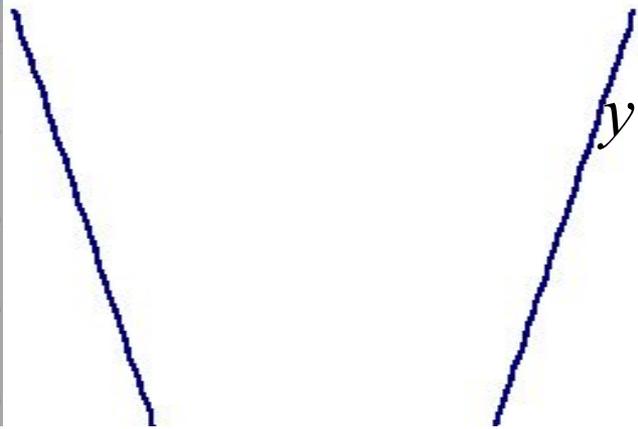
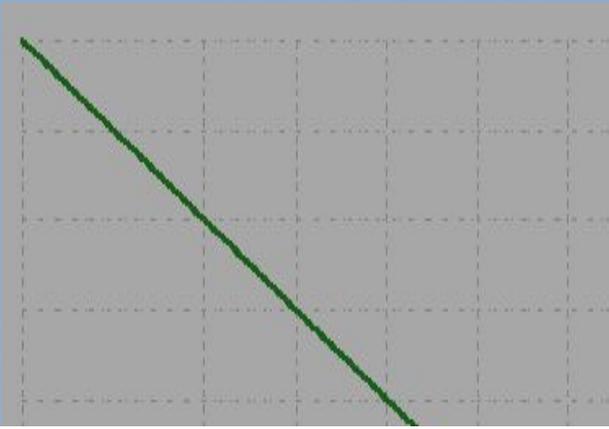


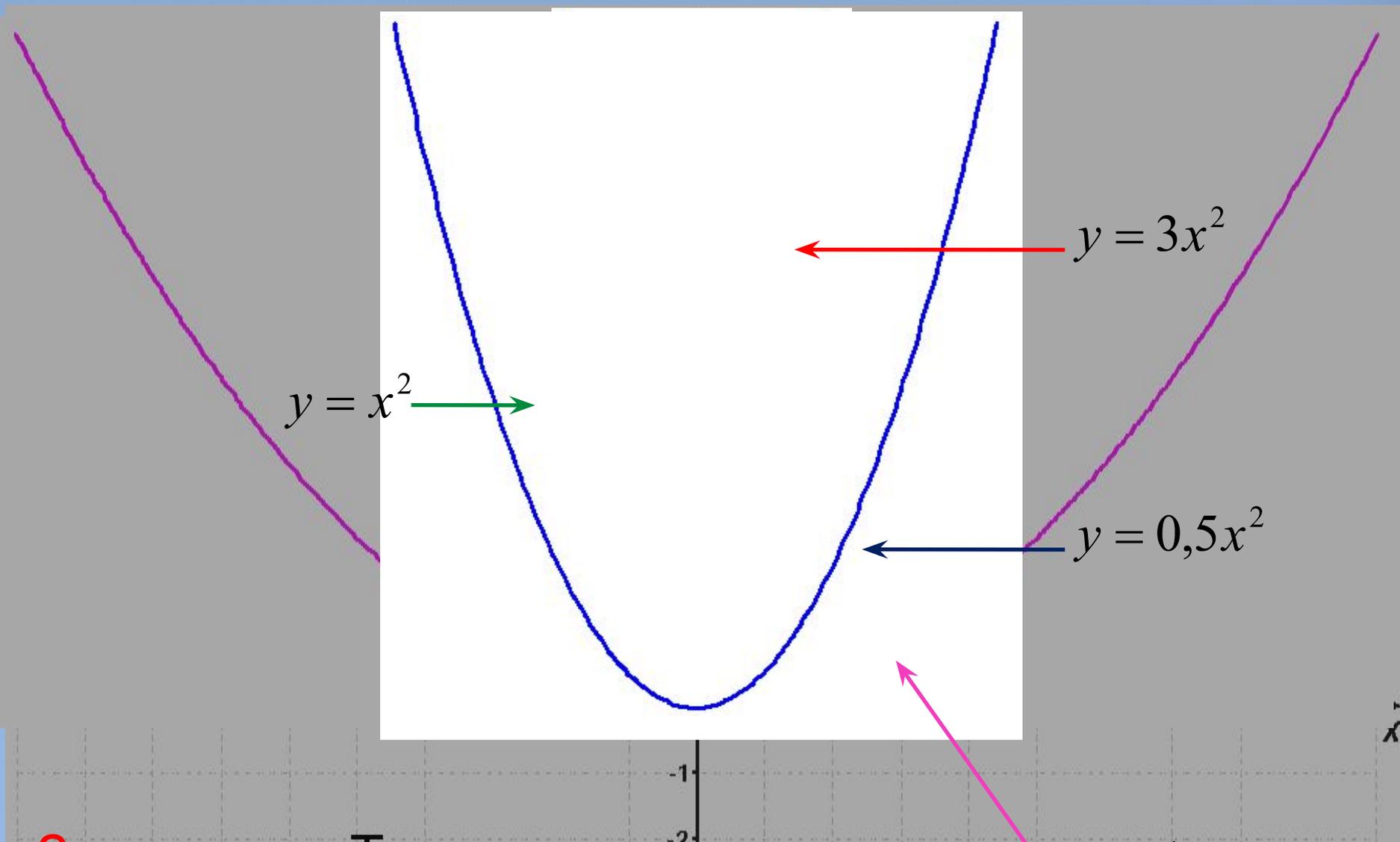
## Сжатие и растяжение вдоль оси $y$ $f(x) \square kf(x)$ , где $k > 0$

$k > 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается растяжением графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $k$  раз.

$0 < k < 1$  График функции  $y = kf(x)$  получается сжатием графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  в  $1/k$  раз.

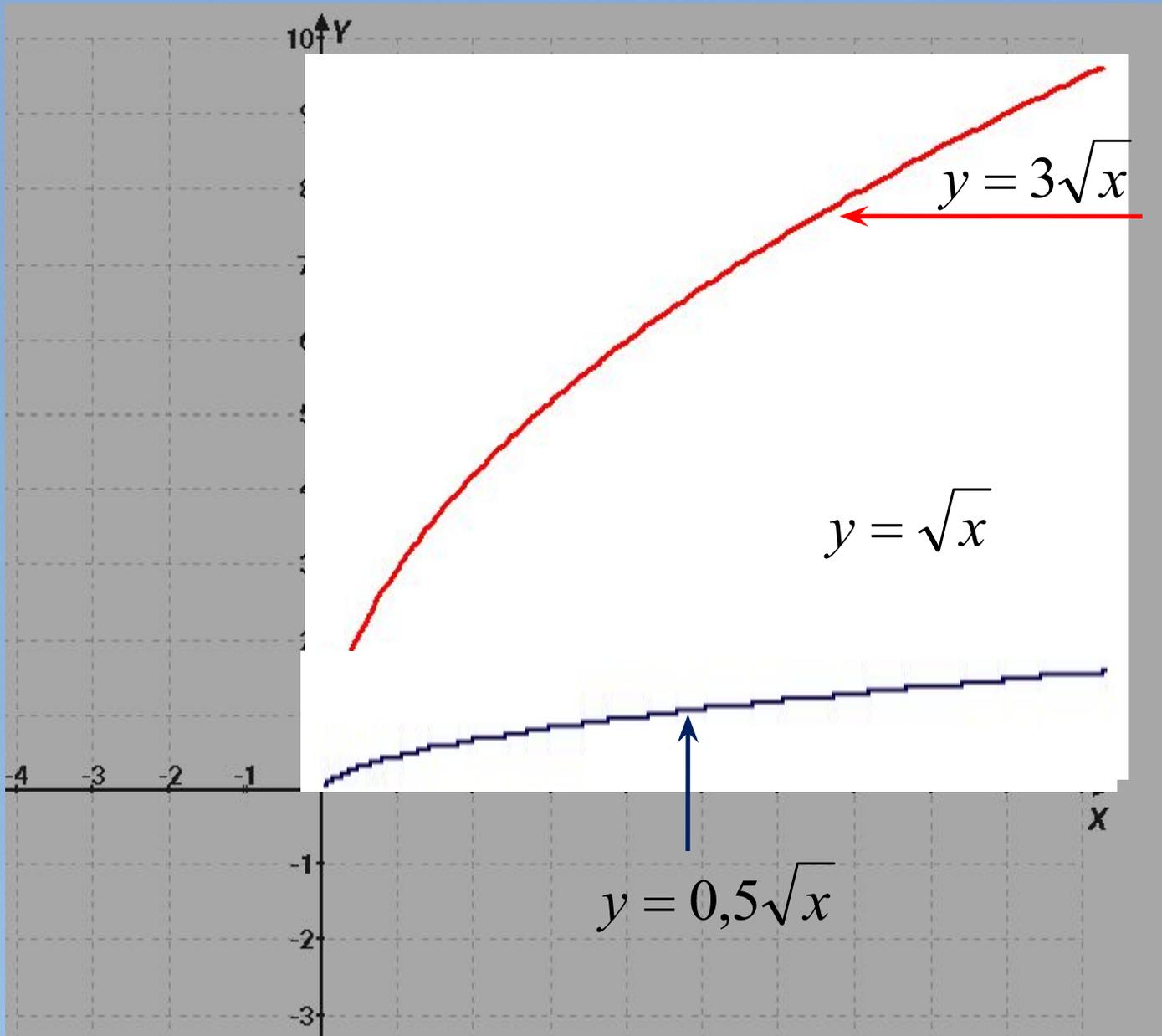






**Замечание.** Точки пересечения графика с осью **x** остаются неизменными.

$$y = \frac{1}{10}x^2$$



**построение  
графиков  
в  
функций**

$$y=f(|x|)$$

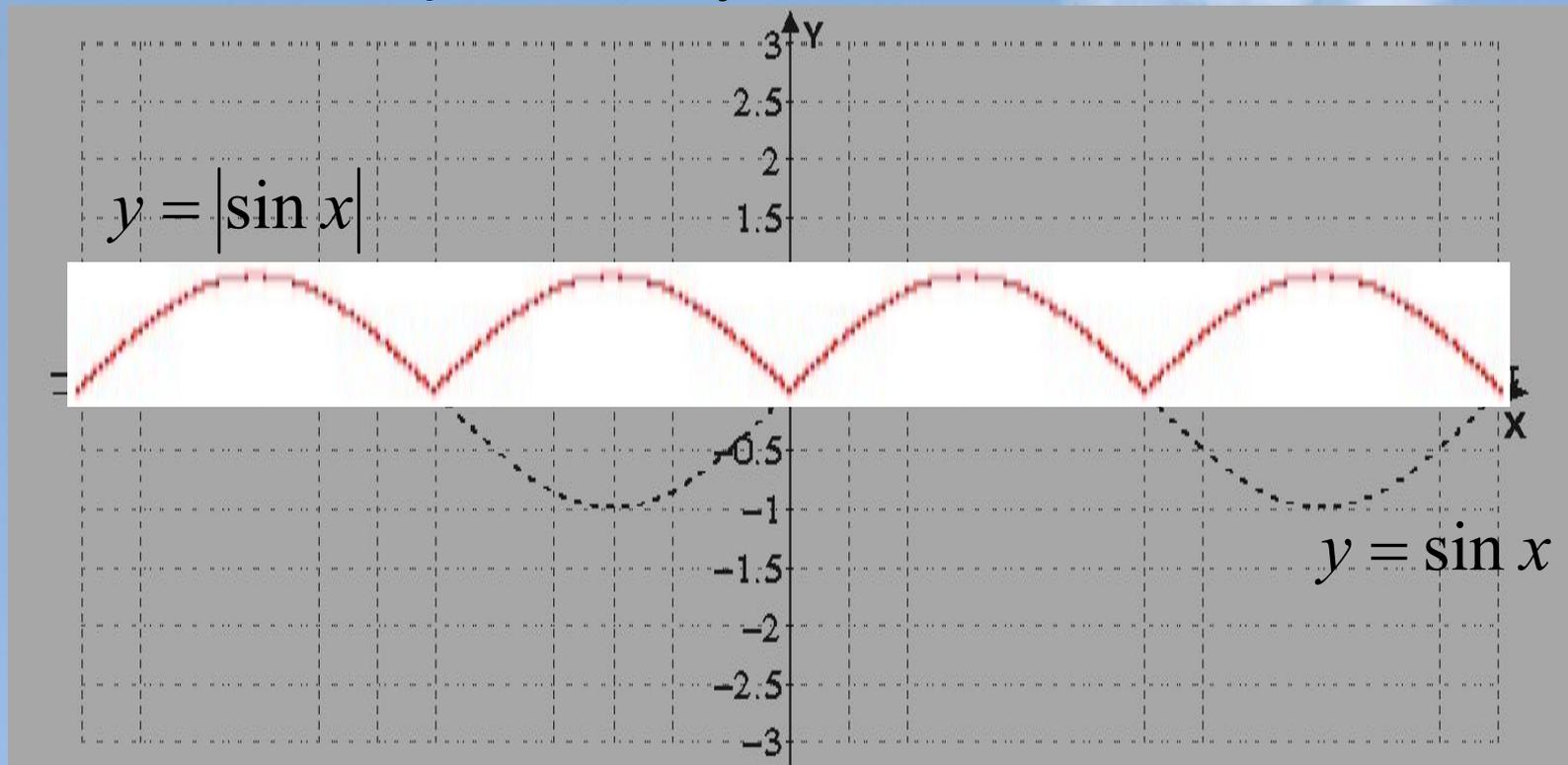
**и**

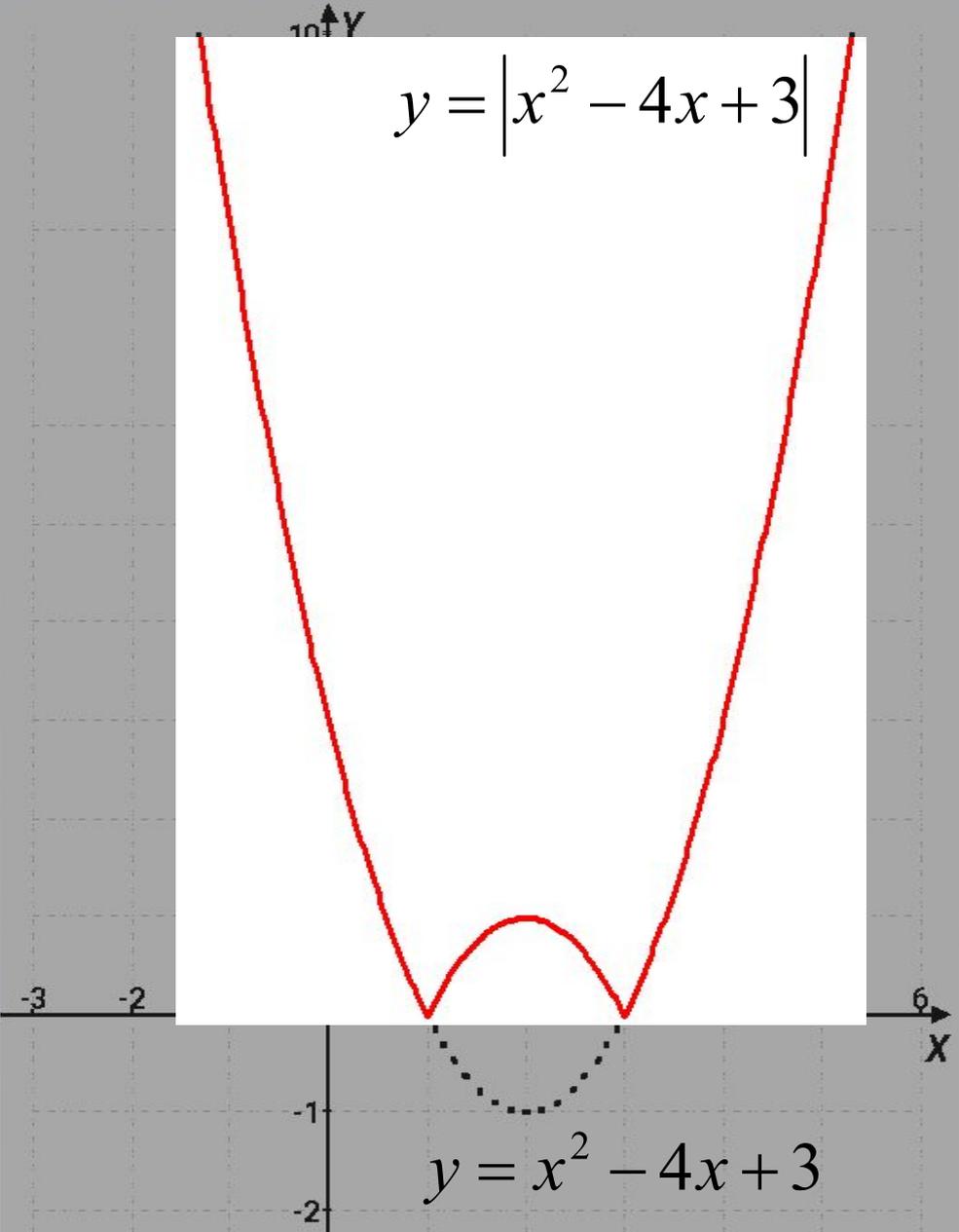
$$y=|f(x)|$$

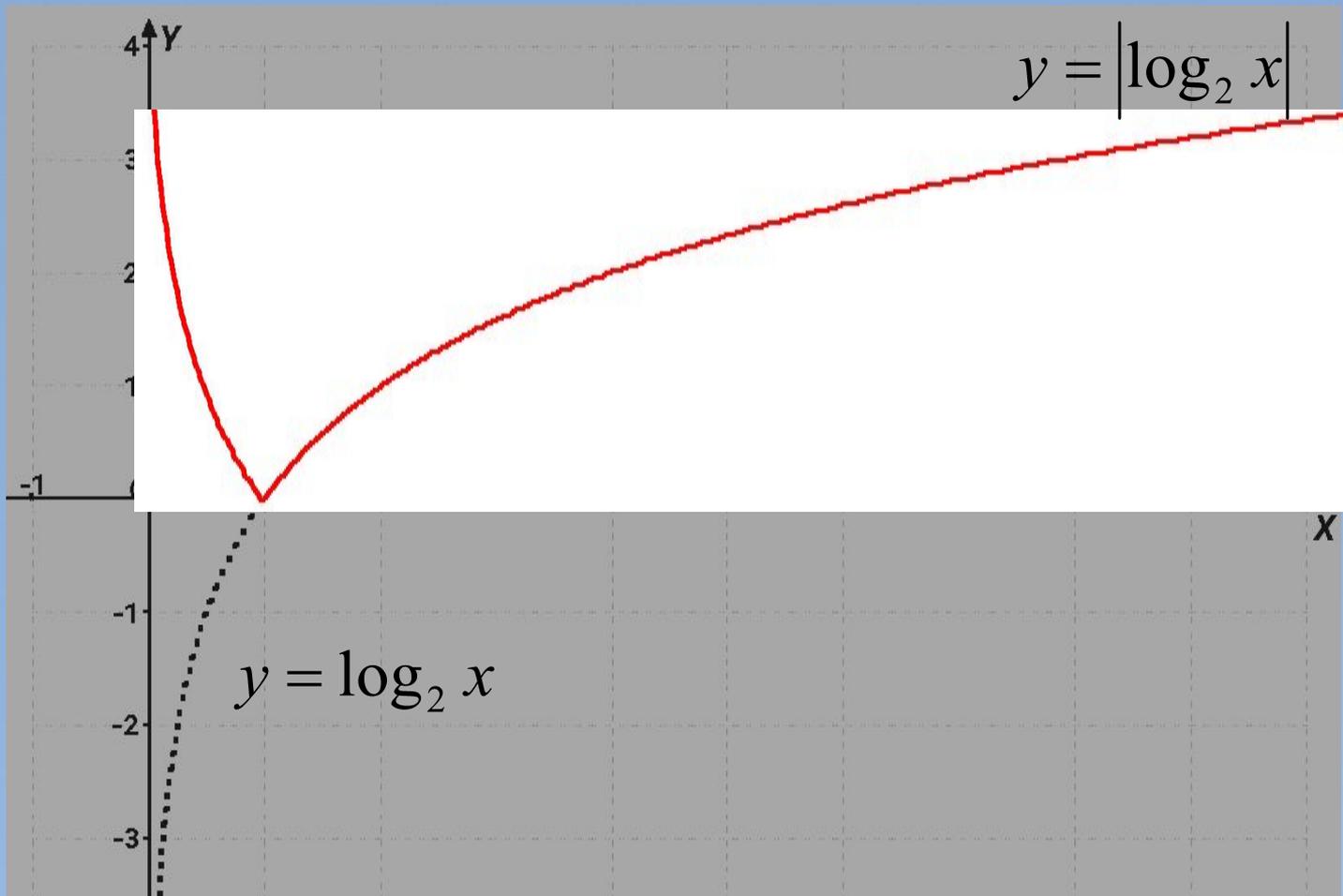
## Построение графика функции $y=|f(x)|$

Части графика функции  $y=f(x)$ , лежащие выше оси  $x$  и на оси  $x$ , остаются без изменения, а лежащие ниже оси  $x$  – симметрично отражаются относительно этой оси (вверх).

**Замечание:** Функция  $y=|f(x)|$  неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).



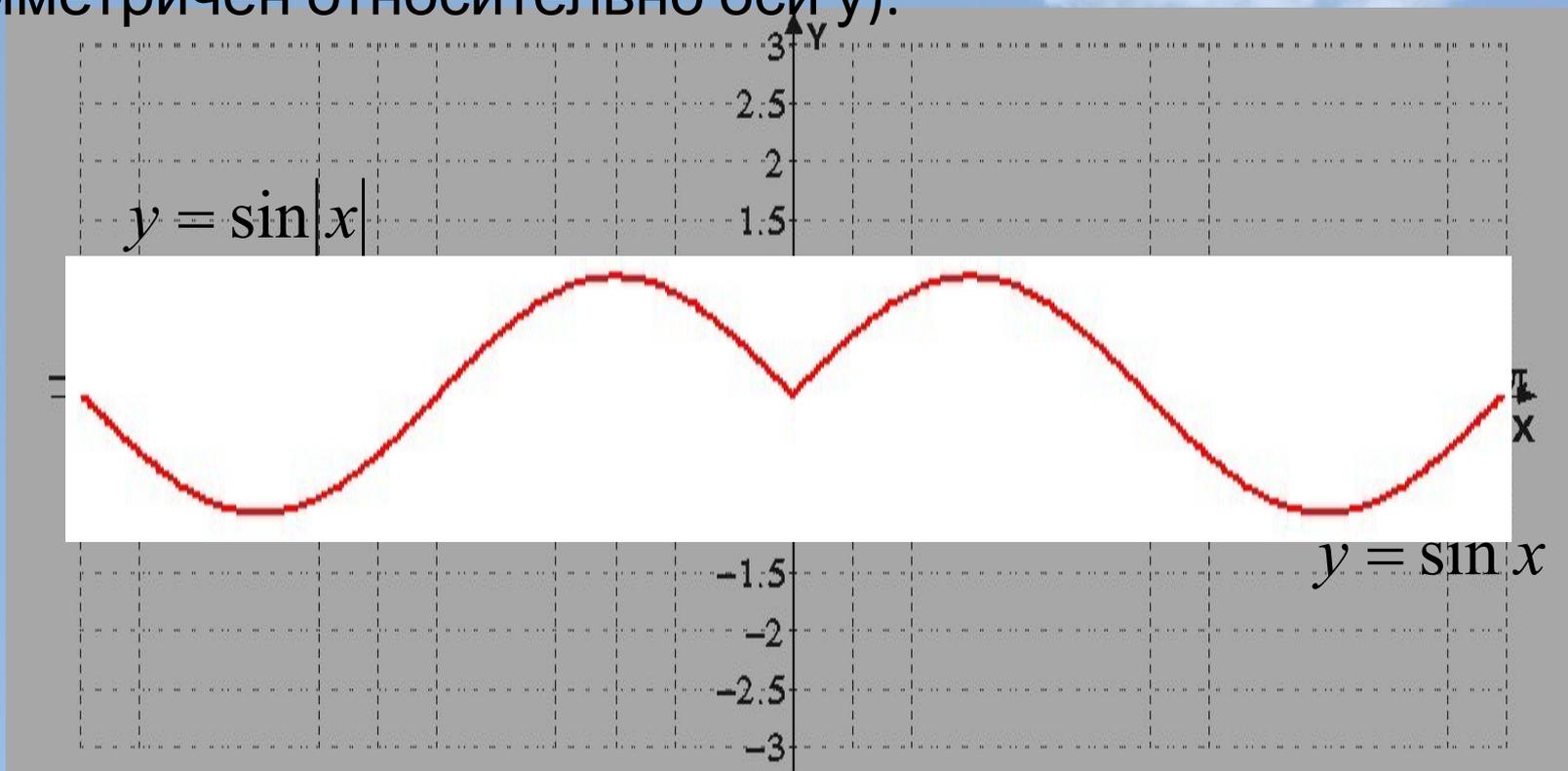




## Построение графика функции $y=f(|x|)$

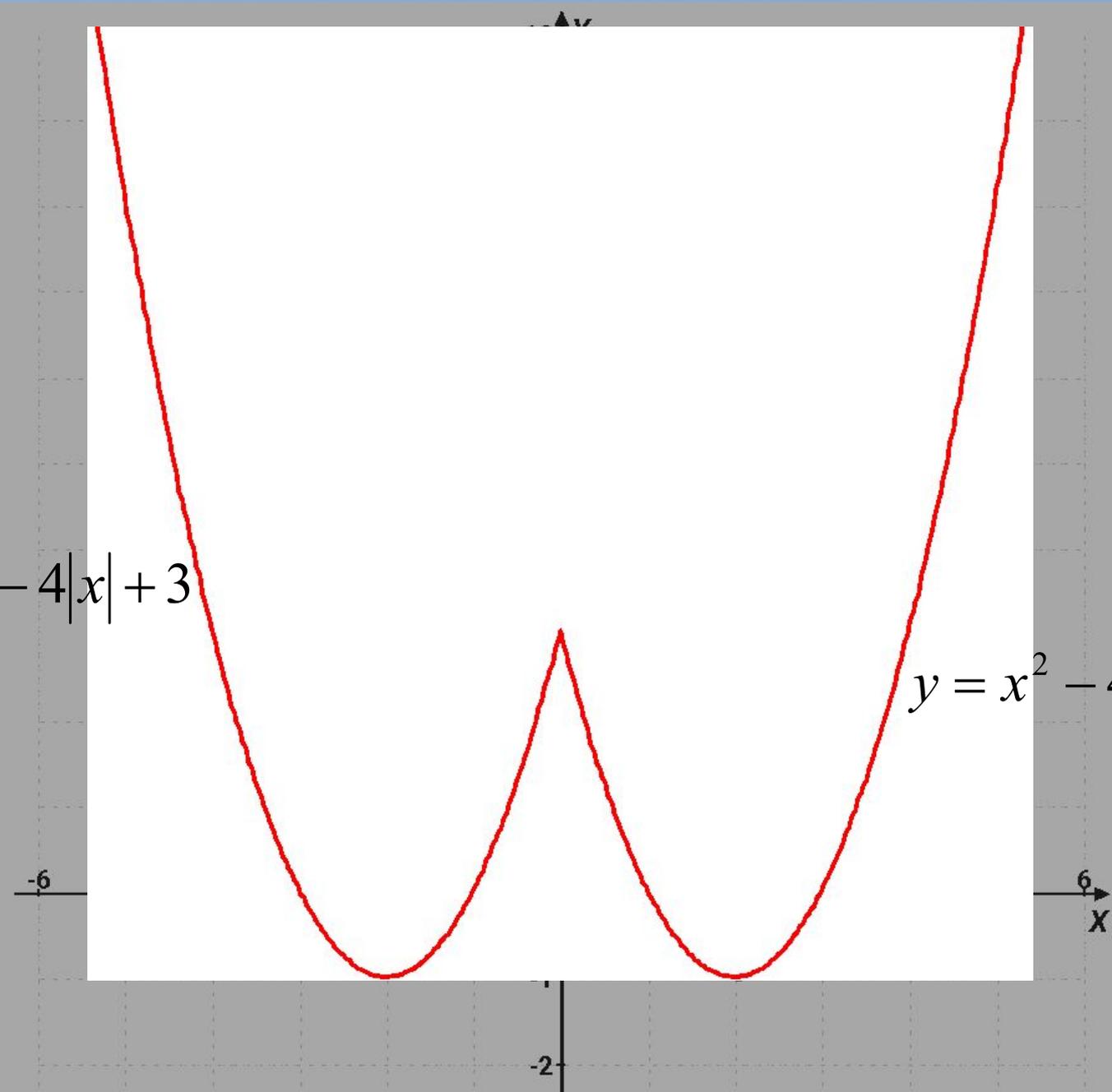
Часть графика функции  $y=f(x)$ , лежащие левее оси  $y$ , удаляется, а часть, лежащая правее оси  $y$  – остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси  $y$  (влево). Точка графика, лежащая на оси  $y$ , остается неизменной.

**Замечание:** Функция  $y=f(|x|)$  четная (ее график симметричен относительно оси  $y$ ).



$$y = x^2 - 4|x| + 3$$

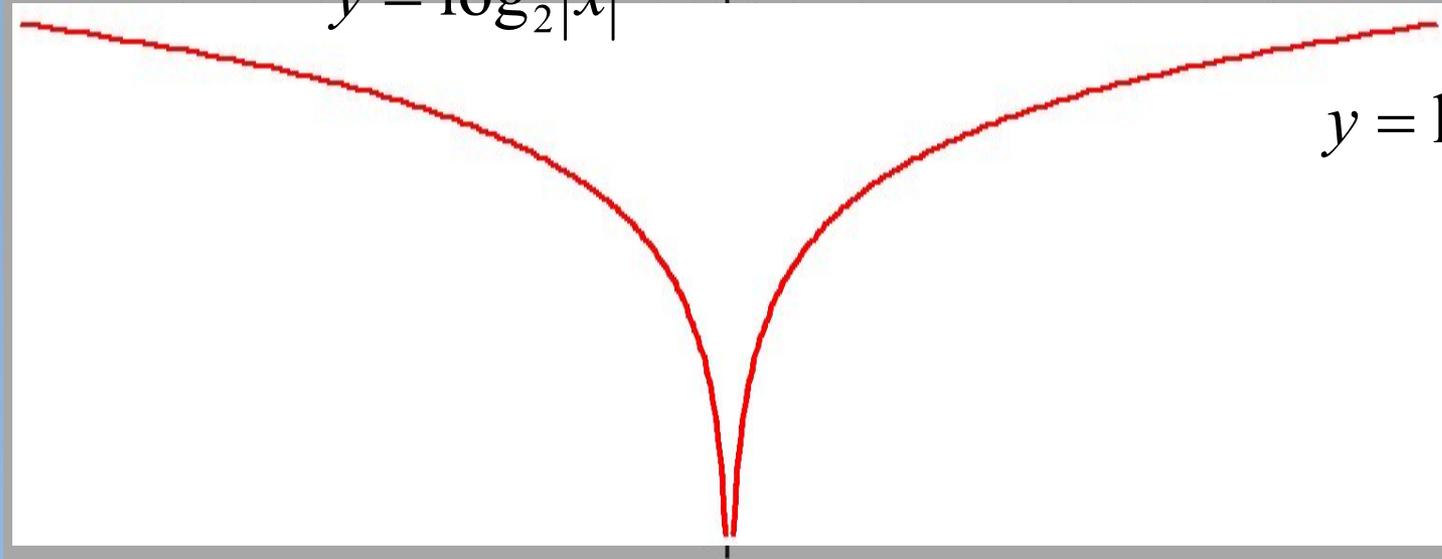
$$y = x^2 - 4x + 3$$



$$y = \log_2 |x|$$

↑  
4

$$y = \log_2 x$$



**построе  
ние  
графика  
обратно  
й  
функции**

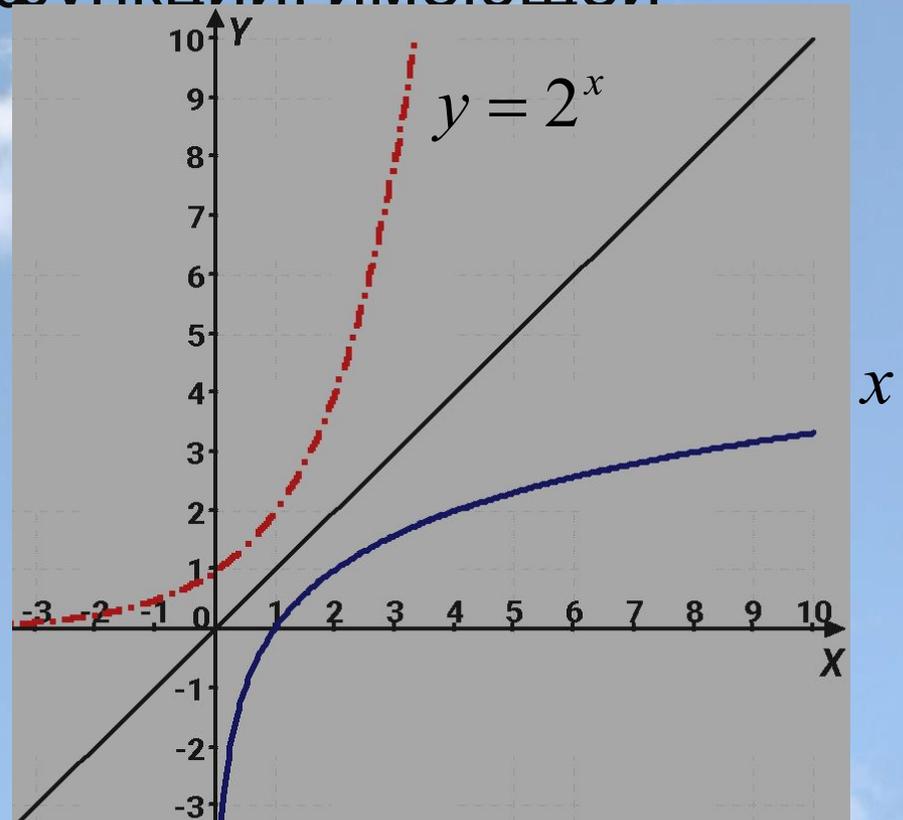
# Построение графика обратной

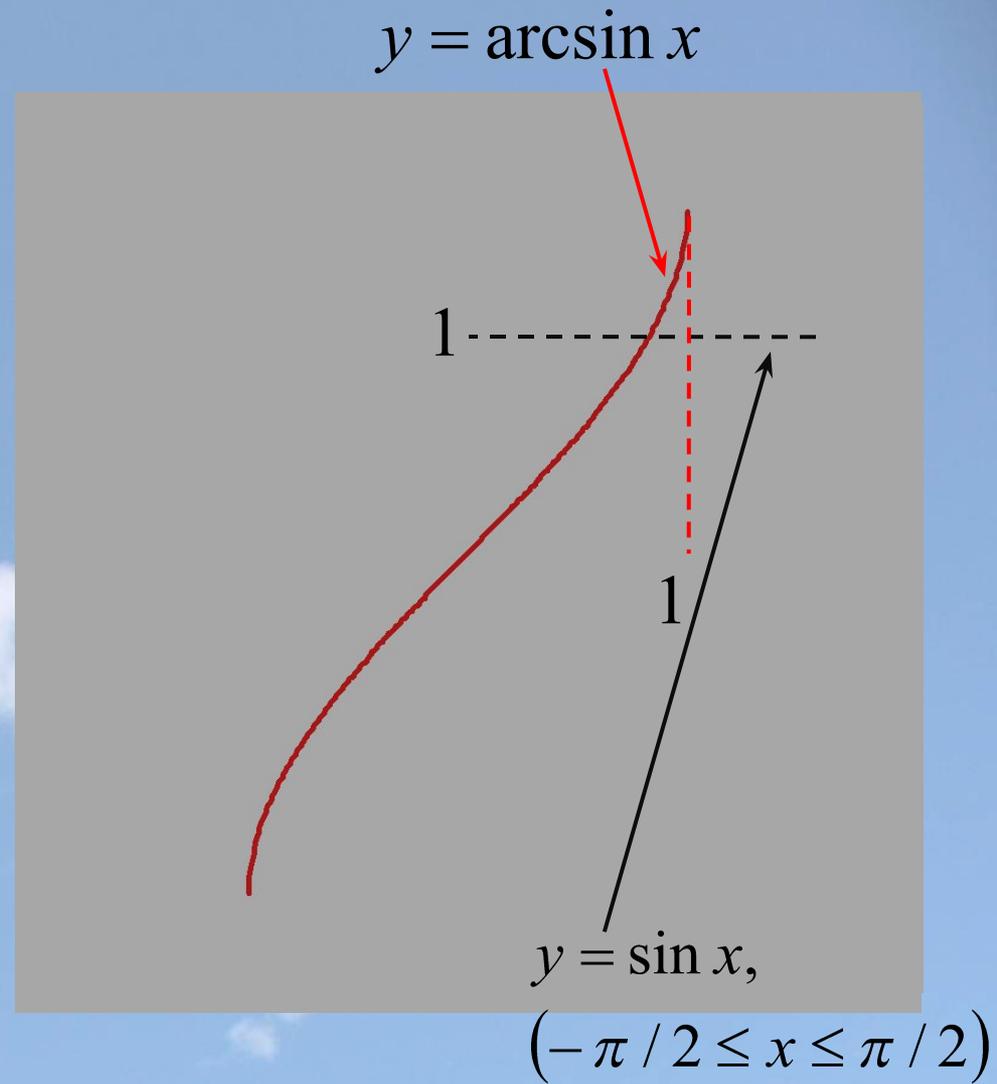
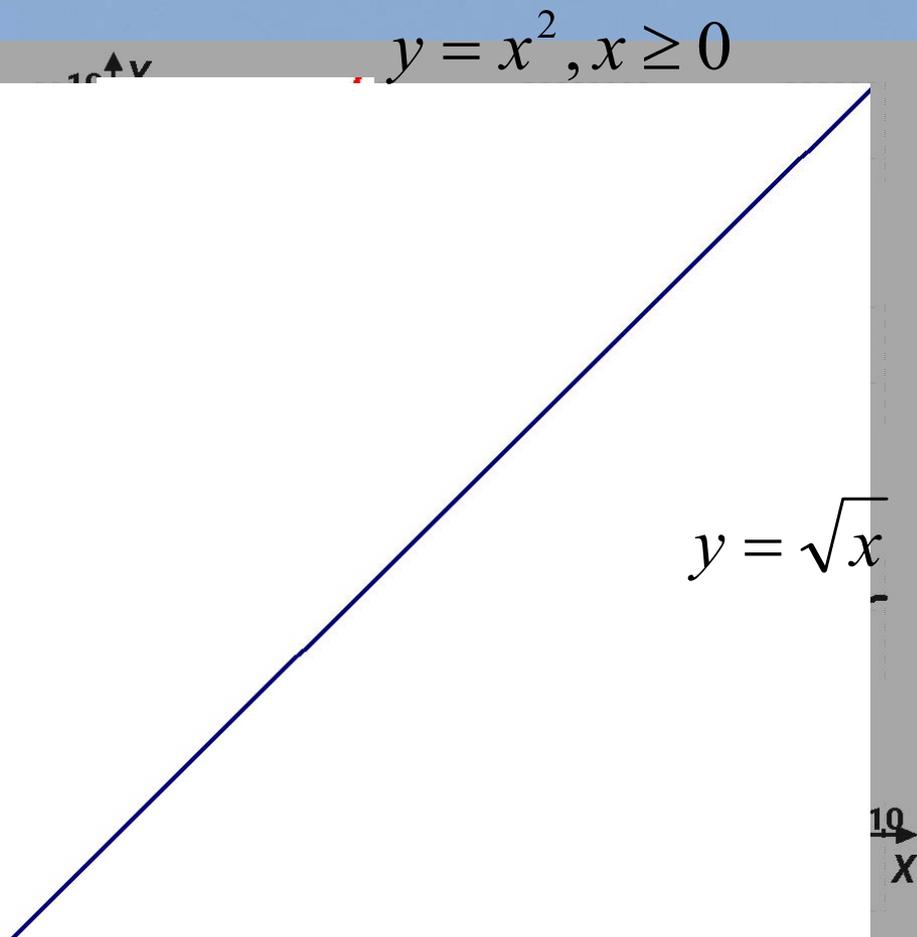
функции

График функции  $y = g(x)$ , обратной для данной функции  $y = f(x)$  симметричен графику  $y = f(x)$  относительно прямой  $y=x$ .

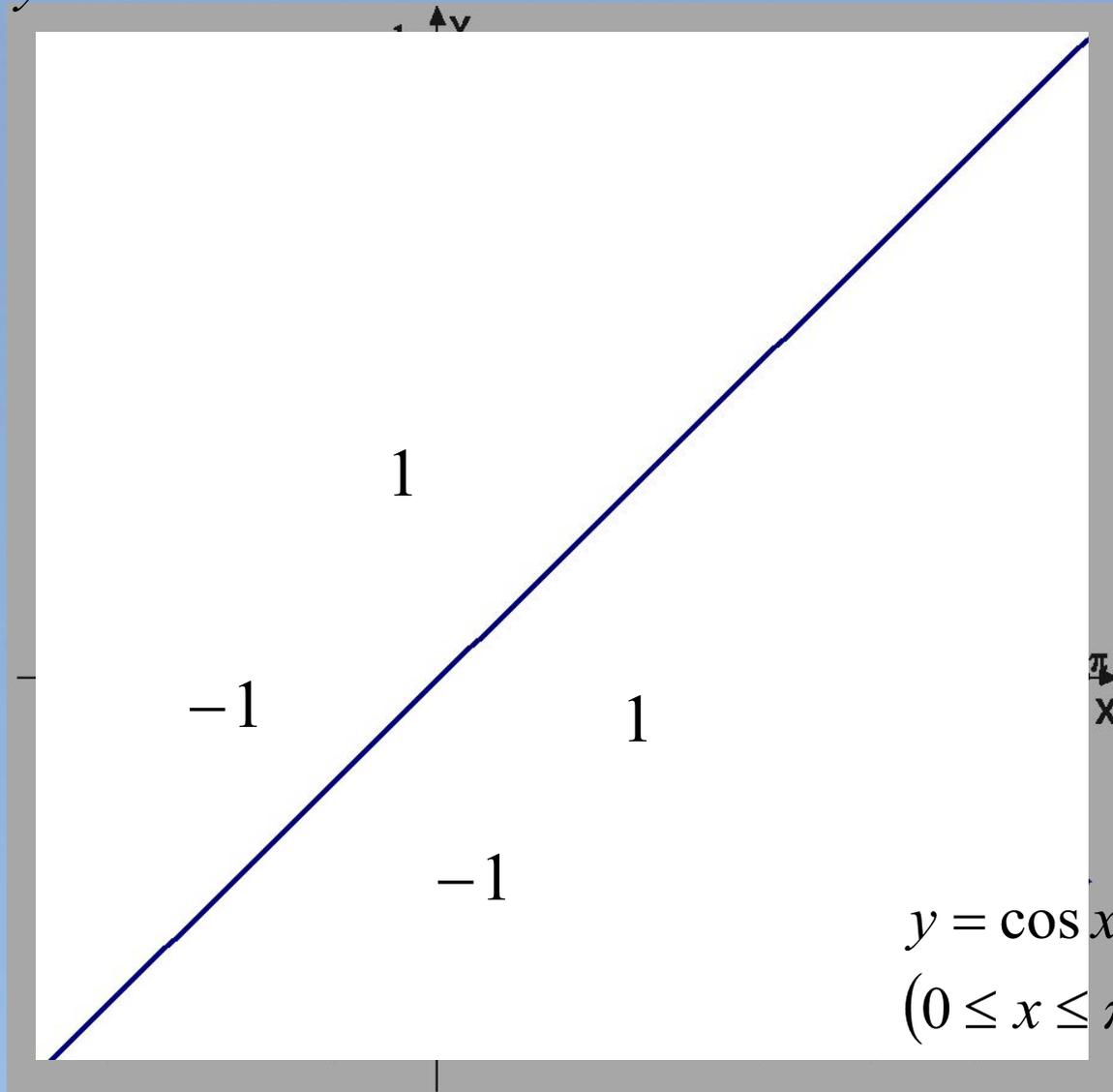
**Замечание.** Описанное построение можно производить только для функции, имеющей обратную.

Примеры графиков взаимно обратных функций:





$$y = \arccos x$$



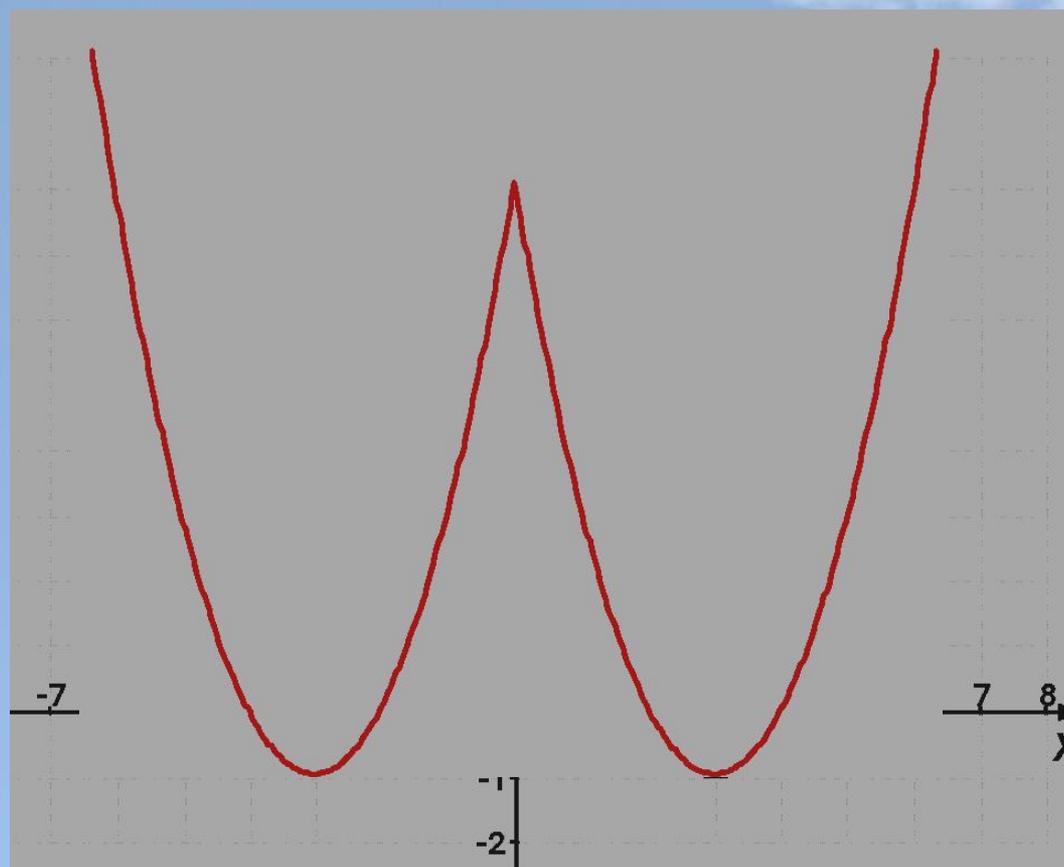
$$y = \cos x,$$
$$(0 \leq x \leq \pi)$$

# Построение графиков сложных функций с помощью последовательных преобразований графиков элементарных функций(на

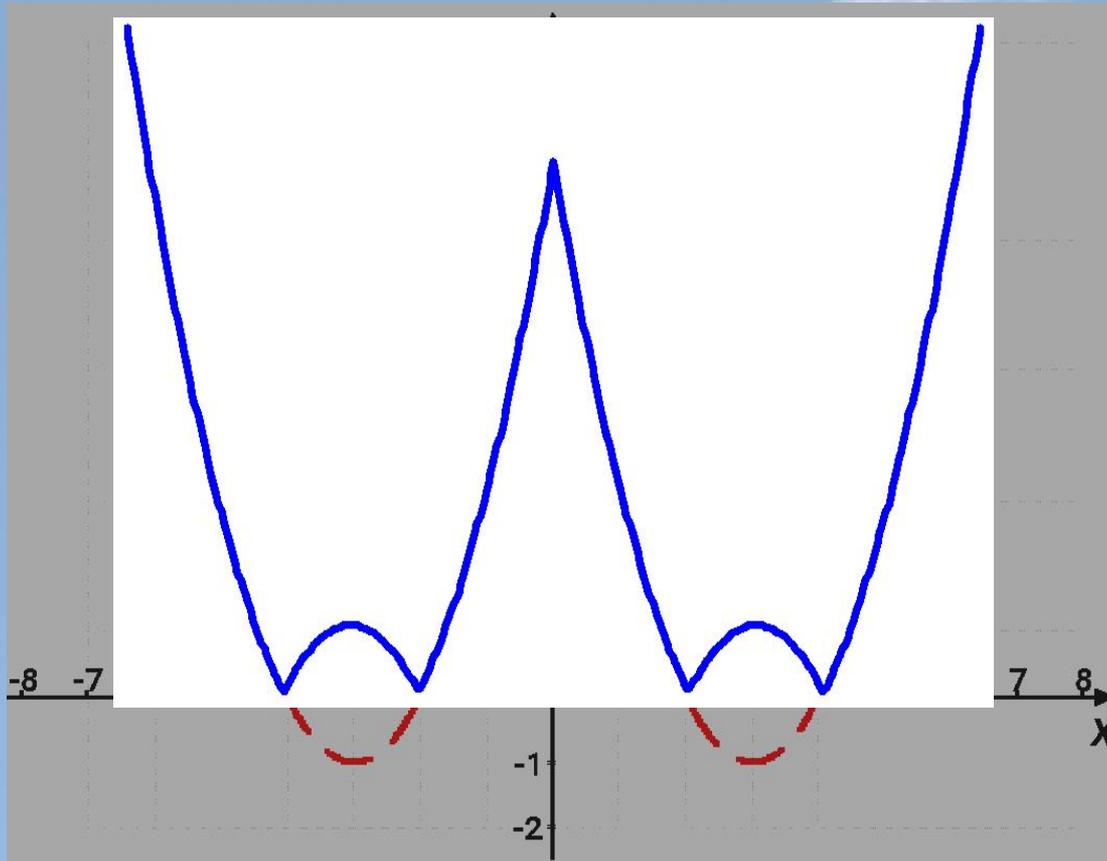
Пример 1.

$$y = |x^2 - 6|x| + 8| = ||x^2| - 6|x| + 8| = |(|x| - 3)^2 - 1|$$

$$1) y = x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 + 1$$



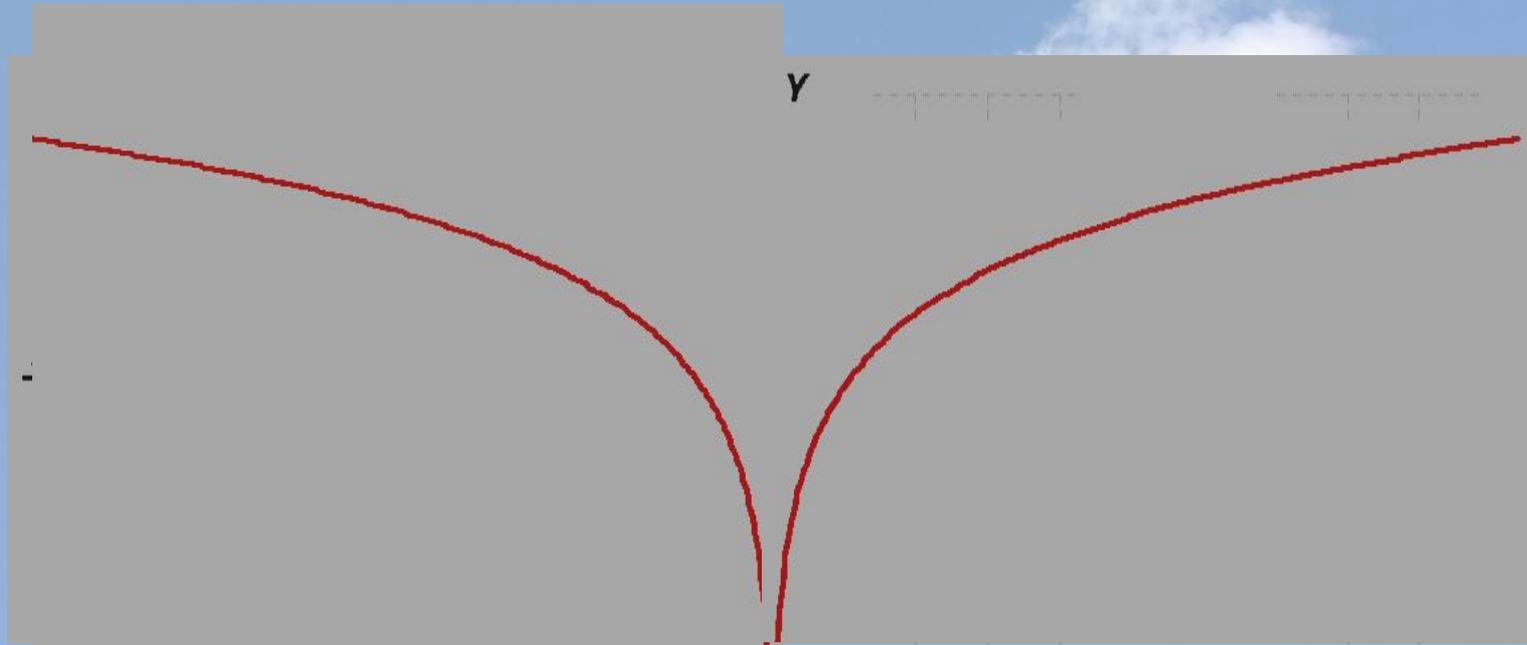
$$2) y = x^2 - 6|x| + 8 = (|x| - 3)^2 + 1$$



$$3) y = |x^2 - 6|x| + 8|$$

Пример  
2.

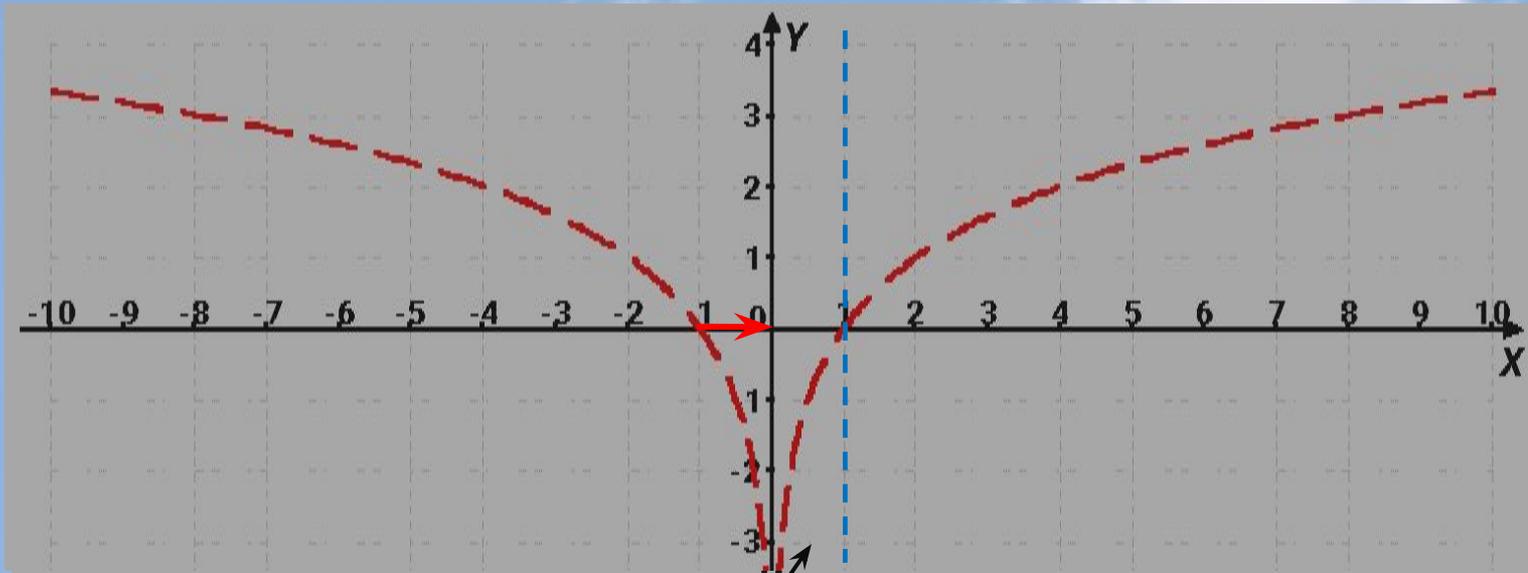
$$y = |\log_2(|x-1|)|$$



1)  $y = \log_2 x$

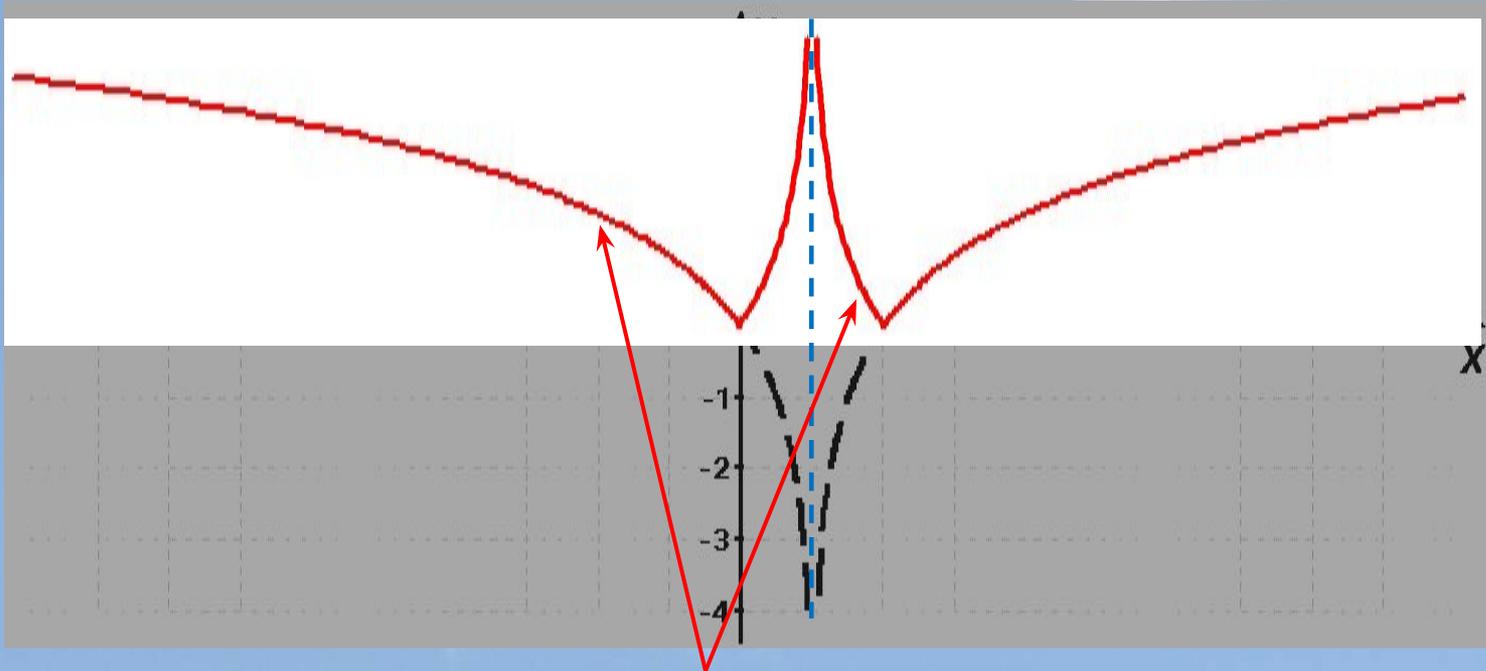
2)  $y = \log_2 |x|$

$$2) y = \log_2 |x|$$



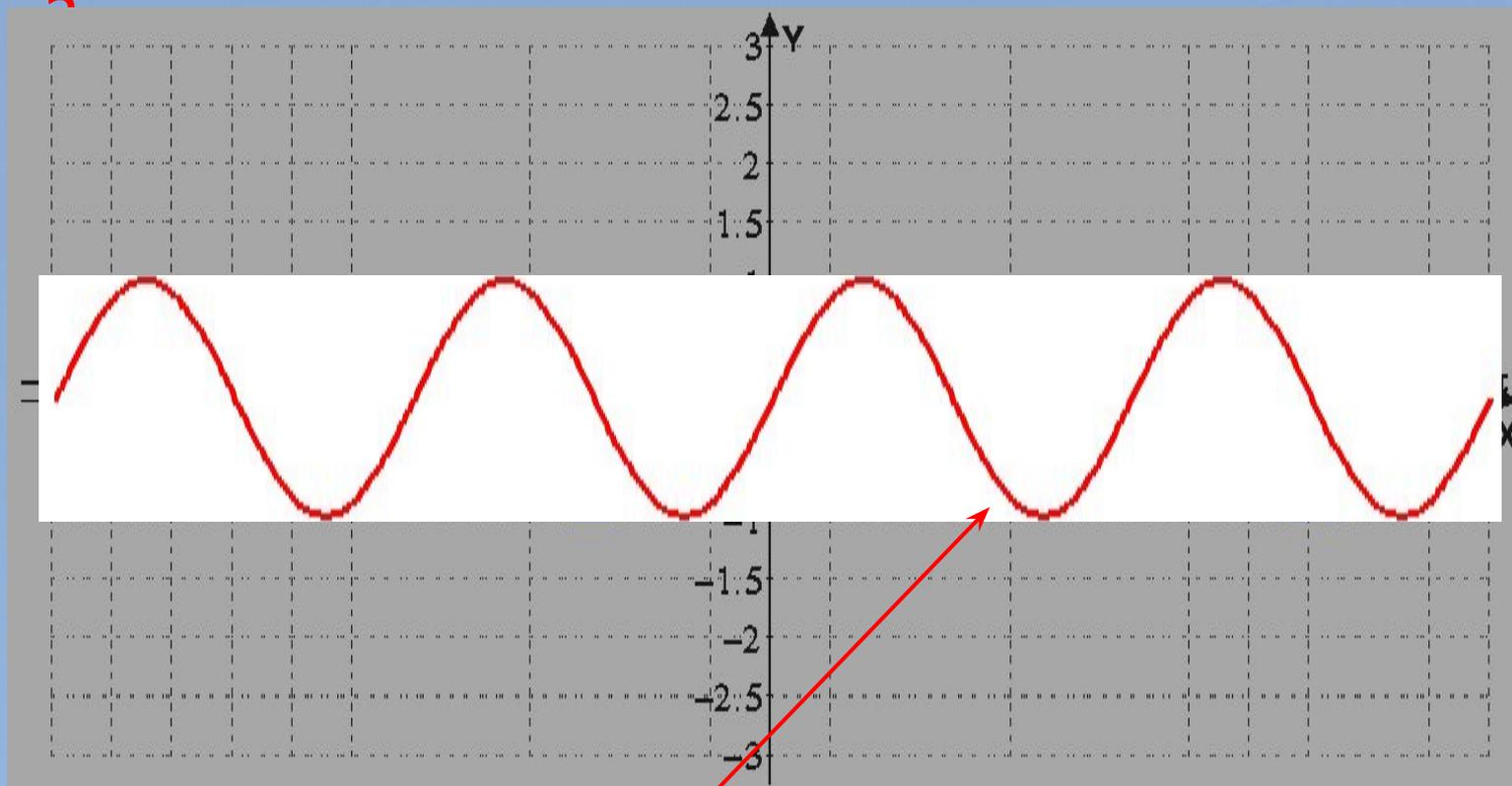
$$3) y = \log_2 |x - 1|$$

$$3) y = \log_2|x-1|$$

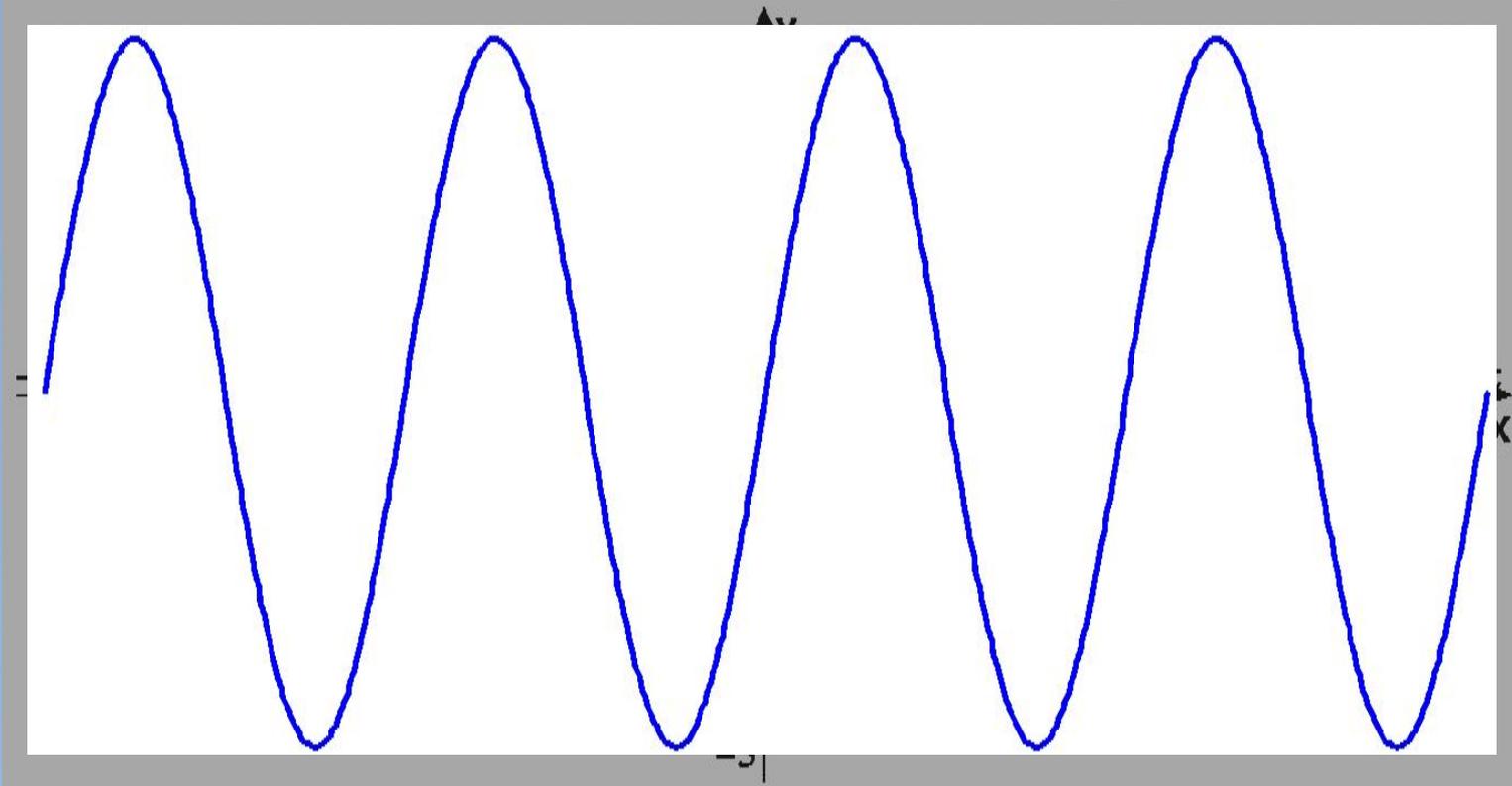


$$4) y = \left| \log_2|x-1| \right|$$

Пример  $y = |3 \sin 2x| - 1$

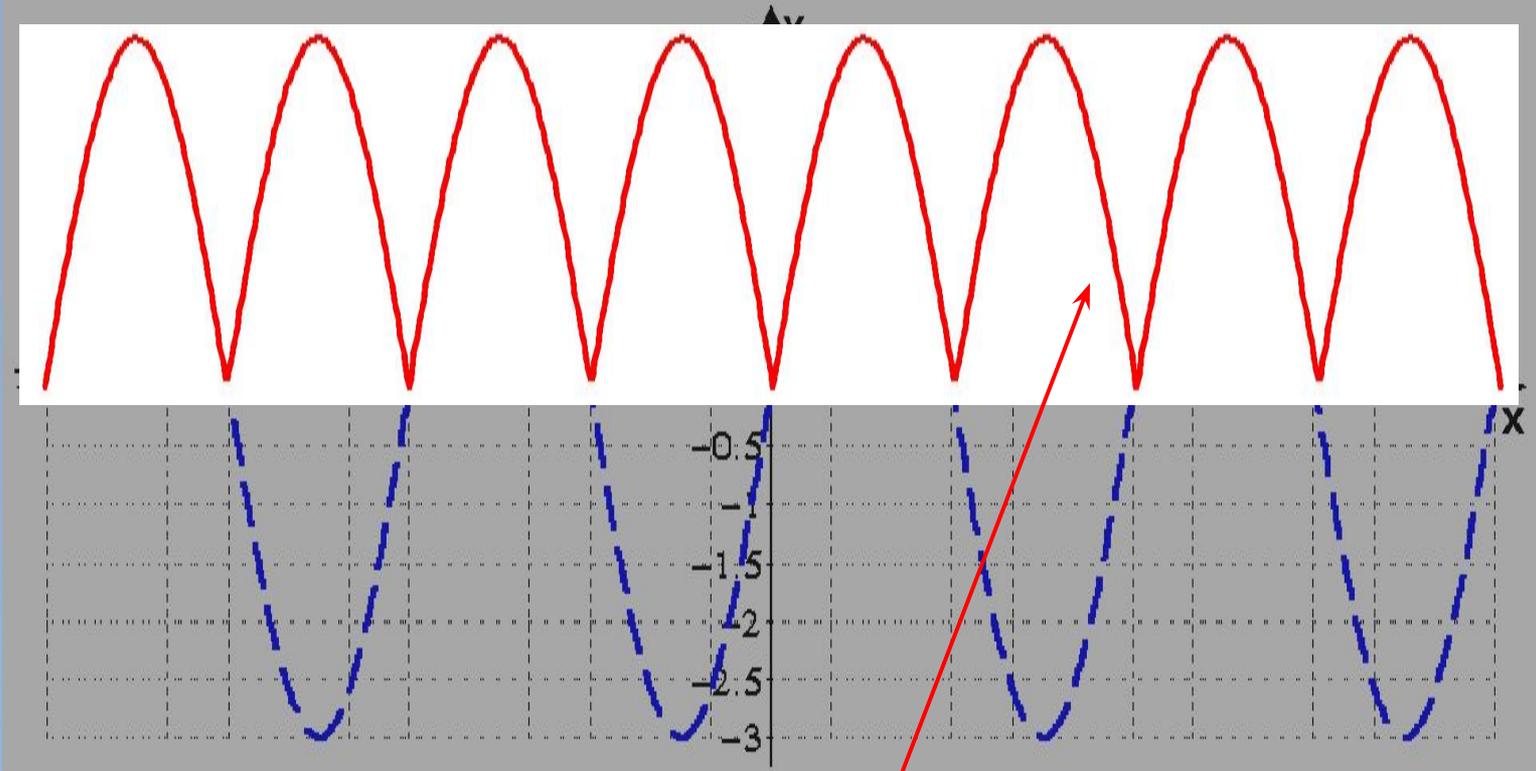


1)  $y = \sin x$       2)  $y = \sin 2x$



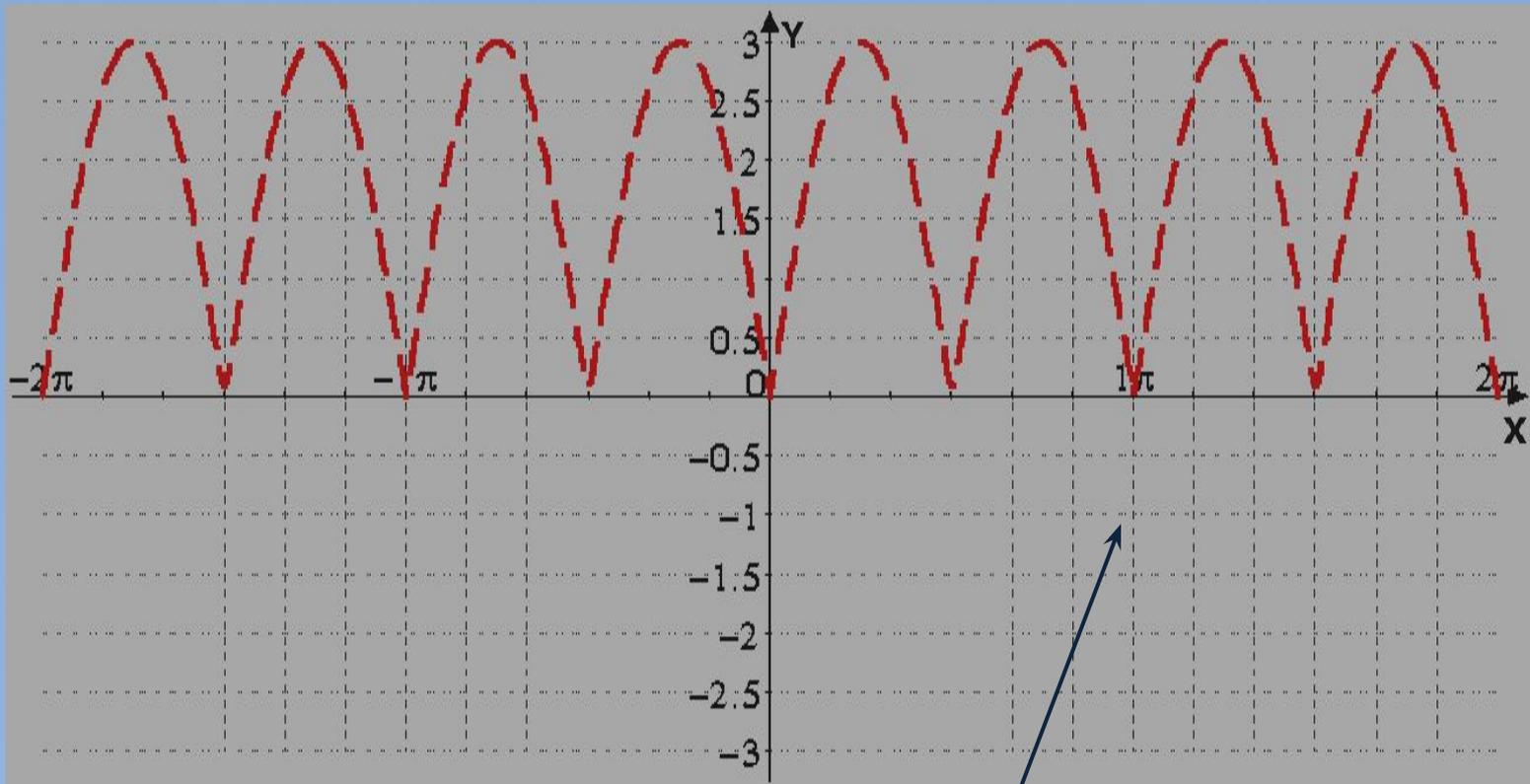
$$2) y = \sin 2x$$

$$3) y = 3 \sin 2x$$



3)  $y = 3 \sin 2x$

4)  $y = |3 \sin 2x|$



$$4) y = |3 \sin 2x|$$

$$5) y = |3 \sin 2x| - 1$$