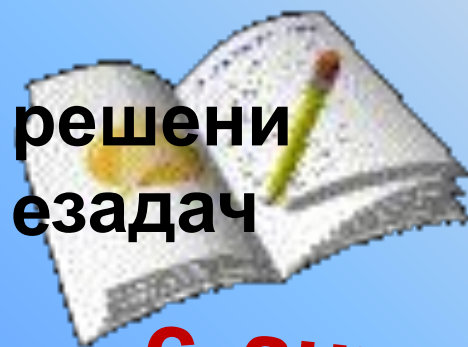


**В8. Производная на**  
**(графические задачи)**  
**(текстовые задачи)**



**решени  
е задач**

**с анимацией**

Открытый  
банк заданий  
по

математике

**ЕГЭ**

2011

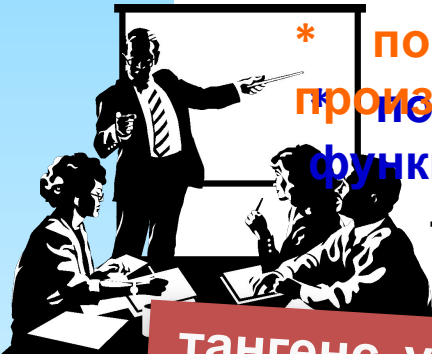
mathege.ru



• ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

# Производная - задания В8

## В8. Тематика



\* по графику производной функции → о свойствах функции и касательной  
 по графику функции → о функции и касательной  
 значение производной в точке → по графику функции касательной

тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке

\*  $y = kx + b$  - касательная →  $f'(x_0) = k$ .

Как найти точку у  
 наибольшее значение функции и  
 наименьшее значение функции и  
 максимум  
 минимум  
 экстремум  
 на отрезке [a;b]



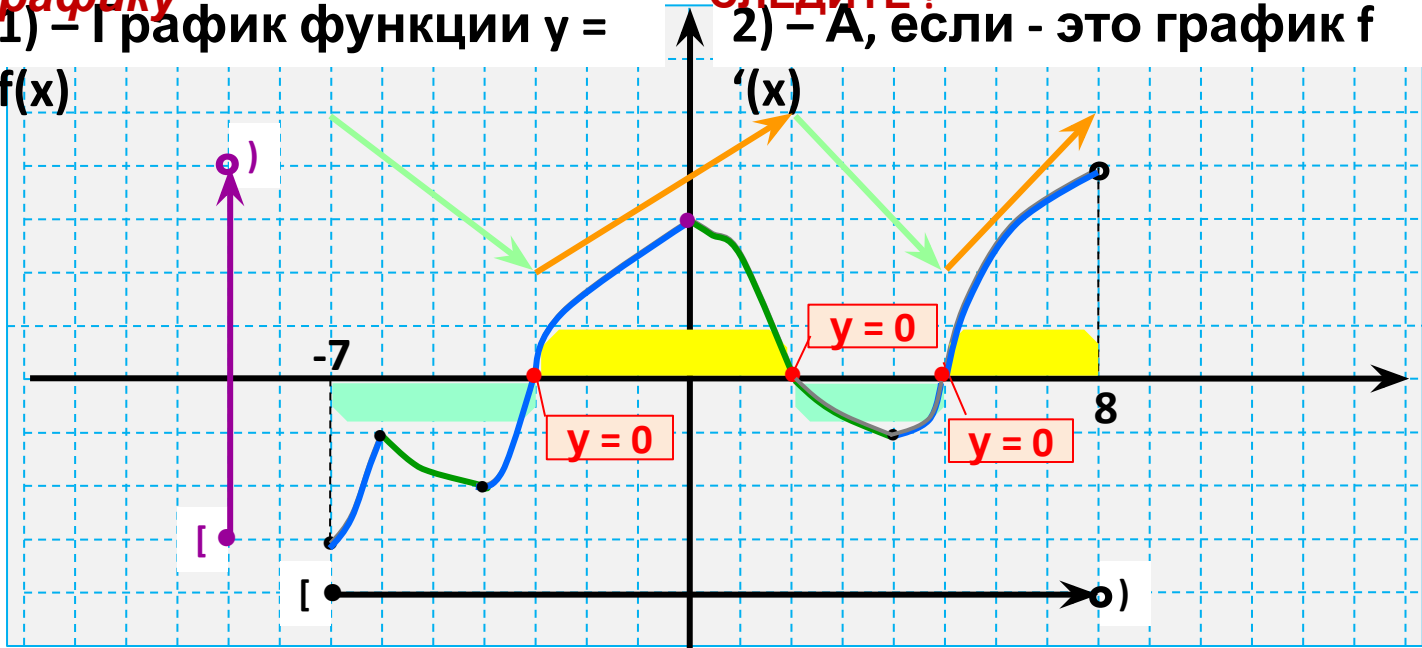
# Читаем свойства по графику

Появление графика многое подскажет –

**СЛЕДИТЕ!**

1) – График функции  $y = f(x)$

2) – А, если - это график  $f'(x)$



ОТВЕТЫ

Запишит  
ь по ходу

Проверит  
ь после анимации



1. Область определения функции (ООФ) – это значения  $x$   
 множество значений функции (МЗФ) – это значения  $y$   
 нули функции – пересечения графика с  $Ox$ ,  $y = 0$ .

скобка  
скобка  
и

Монотонности:  
 Возрастания

↗ больше  
↘ большему  
 $x$

б) промежутки  
 убывания

↘ меньше  
↗ большему  
 $x$

а) ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ значения

а) ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ значения

где график СТРОГО выше  $Ox$

где график СТРОГО ниже  $Ox$

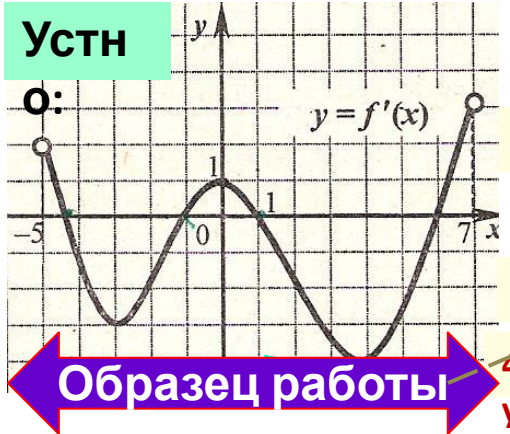
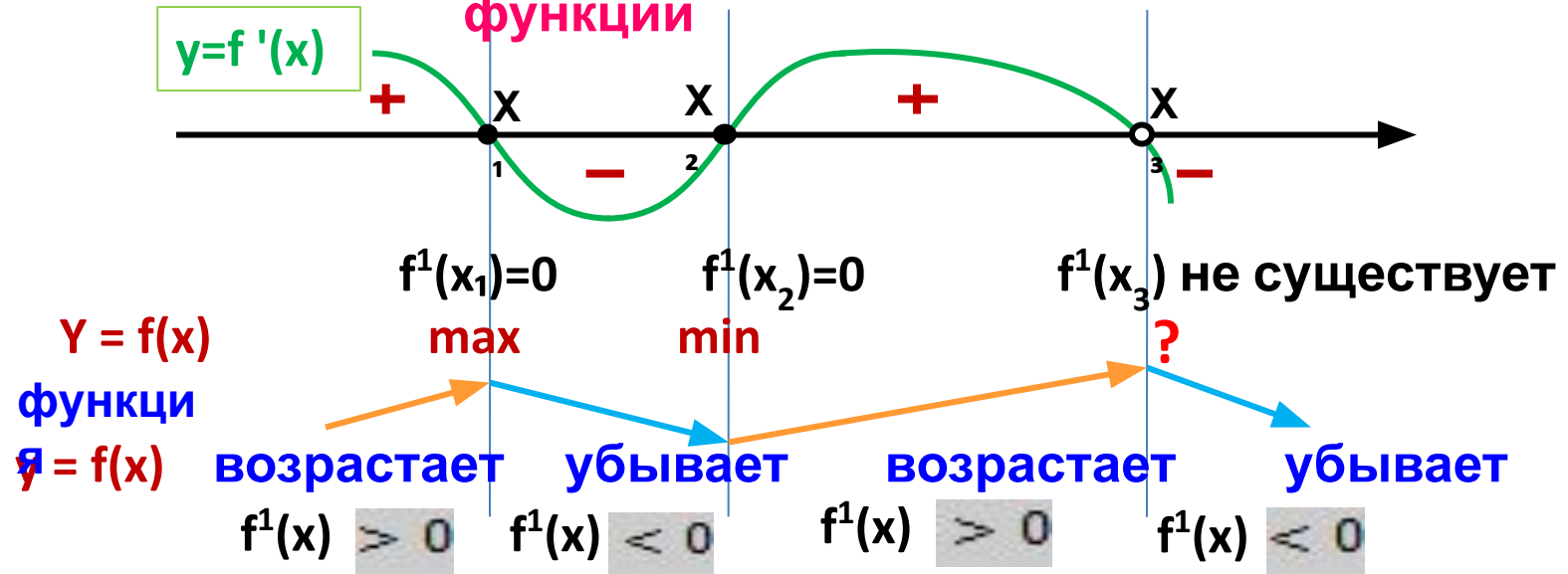
По графику  $f'(x) \geq 0$  → Функция возрастает  $[3; 2]; [5; 8]$

По графику  $f'(x) \leq 0$  → Функция убывает  $[7; 3]; [2; 5]$

Обобщение от  $f'(x)$  к  $f(x)$  по ГРАФИКУ

Свойства функции по графику её ПРОИЗВОДНОЙ

Влияния знака производной на изменения функции



На рисунке изображён график производной  $y = f'$

1. Найдите число промежутков, на которых функция  $y = f(x)$  убывает
2. Укажите длину наибольшего промежутка убывания
3. Укажите число промежутков, на которых функция  $y = f(x)$  возрастает
4. Найдите длину наибольшего промежутка возрастания функции  $y = f(x)$ .

КЛЮЧ

## План действий с каждой задачей

Левой клавишей мыши: «Показ слайдов», «С текущего слайда»

**1. Решайте сначала задание самостоятельно !**

2. Левой клавишей мыши

\* кликнуть **ОТВЕТ.**

3. Левой клавишей мыши

\* кликнуть **ПРОСМОТР РЕШЕНИЯ:**

- на что опираемся в поиске ответа,
- анимация решения на рисунке

4. Левой клавишей мыши

\* **УБИРАЕТСЯ РЕШЕНИЕ**

\* кликнуть следующую задачу.

**(в заключение ещё раз читайте задачу и пояснение)**

## В 8. Повторяем. Учимся. Закрепляем.

По графику

Тренируемся

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5;8)$ .

1. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -$

8

решение

16.  
2. Определите

2. Определите количество

~~целых точек, в которых производная функции  $f(x)$~~

3

решение

3. Определите сумму целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.

7

решение

ТОЧКИ

X

# В 8. Повторяем. Учимся. Закрепляем.

## Тренируемся.

4. На рисунке изображен **график функции**

$y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 7)$ .  
Найдите сумму точек экстремума функции.

7

**решение**

функции

По графику функции

Сходство и разница в условии задач ?

5. На рисунке изображен **график функции**  $y=f(x)$ , определенной на интервале  $(-10; 3)$ .  
Производная функции  $y=f(x)$  равна 0.

7

**решение**

функции

**ОБРАЗЕЦ обоснования – как обобщение на № 5**

функции

# В 8. Повторяем. Учимся. Закрепляем. Тренируемся.

По графику

На рисунке изображен **график производной** функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-1;21)$ .

1. Найдите количество точек экстремума функции на отрезке  $[3;17]$ .

3

решение

9

2. В какой точке отрезка  $[9;16]$  функция

наибольшее

решение

убывает

3. Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ .

В ответе укажите длину наибольшего из них.

4

продолжени  
е

решение

выше оси  
OX



**В 8. Повторяем. Учимся. Закрепляем.  
Тренируемся.**

**По графику**

На рисунке изображен **график производной** функции  $f'(x)$ , определённой на интервале  $(-1;21)$ .

4. Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[0;20]$ .

2

решение

5. Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, в которых  $f'(x) > 0$ .

156

решение

6. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x + 17$  или совпадает с ней.

6

решение

Два  
способа  
решения

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$   
и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .

Найдите

1) Прямоугольный

треугольник

угол  $\alpha$

с

осью

производной функции в точке  $x_0$ .

$$f'(x_0) = \text{tg } \alpha. \quad \text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tg } \alpha$$

ОУ выше  $2:8 = 0,25$   $-0,25$

2) Уравнение касательной  $y = kx$

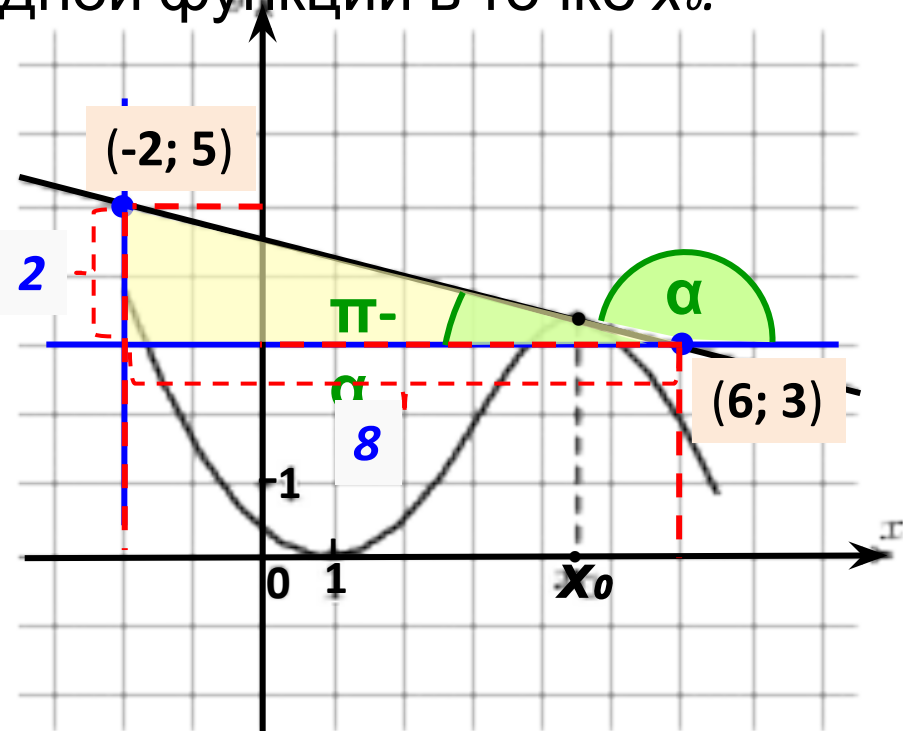
система:

уравнение

$$\begin{cases} 3 = 6k + b \\ 5 = -2k + b \end{cases}$$

$$k = -0,25$$

$$-2 = 8k$$



Предупреждение !

## В8. График функция – касательная - производная

$$y = kx + b - \text{касательная} - f'(x_0) =$$

### Задание 1 Текст внизу

Сначала сами решите.  
Ответ запишите.  
Проверьте -  
алгоритмом поиска  
ответа.

Точки на  
прямой

АЛГОРИТМ

касания !!!

Прямоугольный

треугольник

клеткам

Определение тангенса

угла  
Ответ -

производная!

Угол

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в

На рисунке график  $y = f(x)$ .  
Прямая, проходящая через точку  $(-1; 1)$ , касается

### Задание 2

Алгоритм поиска ответа,  
непрерывная анимация  
без пояснений.

Но сначала сами решите!  
(текст сверху)

Задание 3  
Алгоритм поиска  
ответа.  
Но сначала сами

рика  
точке с абсциссой 3.  
Найдите  $f'(3)$ .

### Задание 4

На рисунке график  $y = f(x)$   
и  
касательная к нему в  
точке  
с абсциссой  $x_0$ . Найдите  
 $f'(x)$  в точке  $x_0$ .

В 8 и В

# Производная, функция, касательная - понятийный аппарат

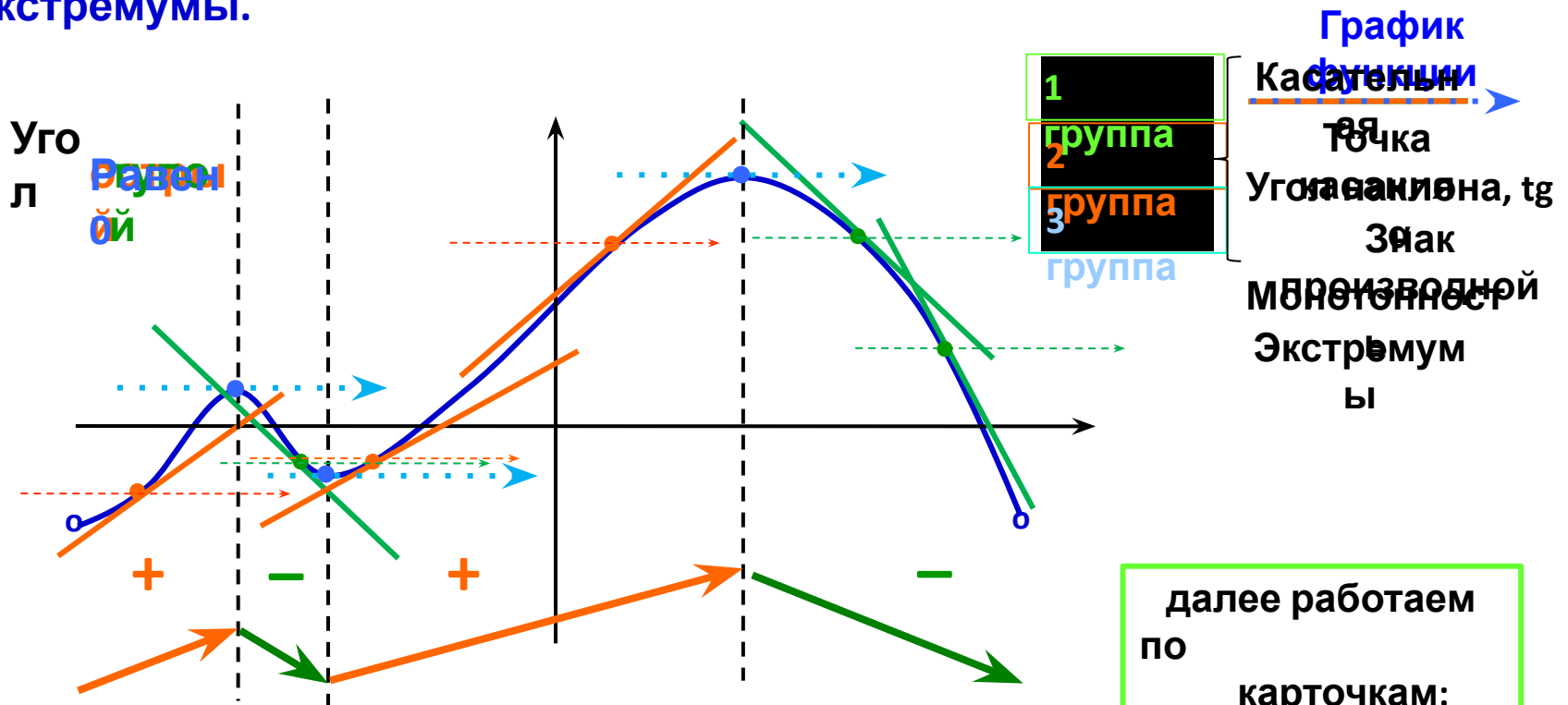
11 \*График функции и её свойства - выход на производную и

\*График производной функции - выход на свойства

\*Уравнение прямой, её угловой коэффициент

и угол наклона к положительному направлению оси

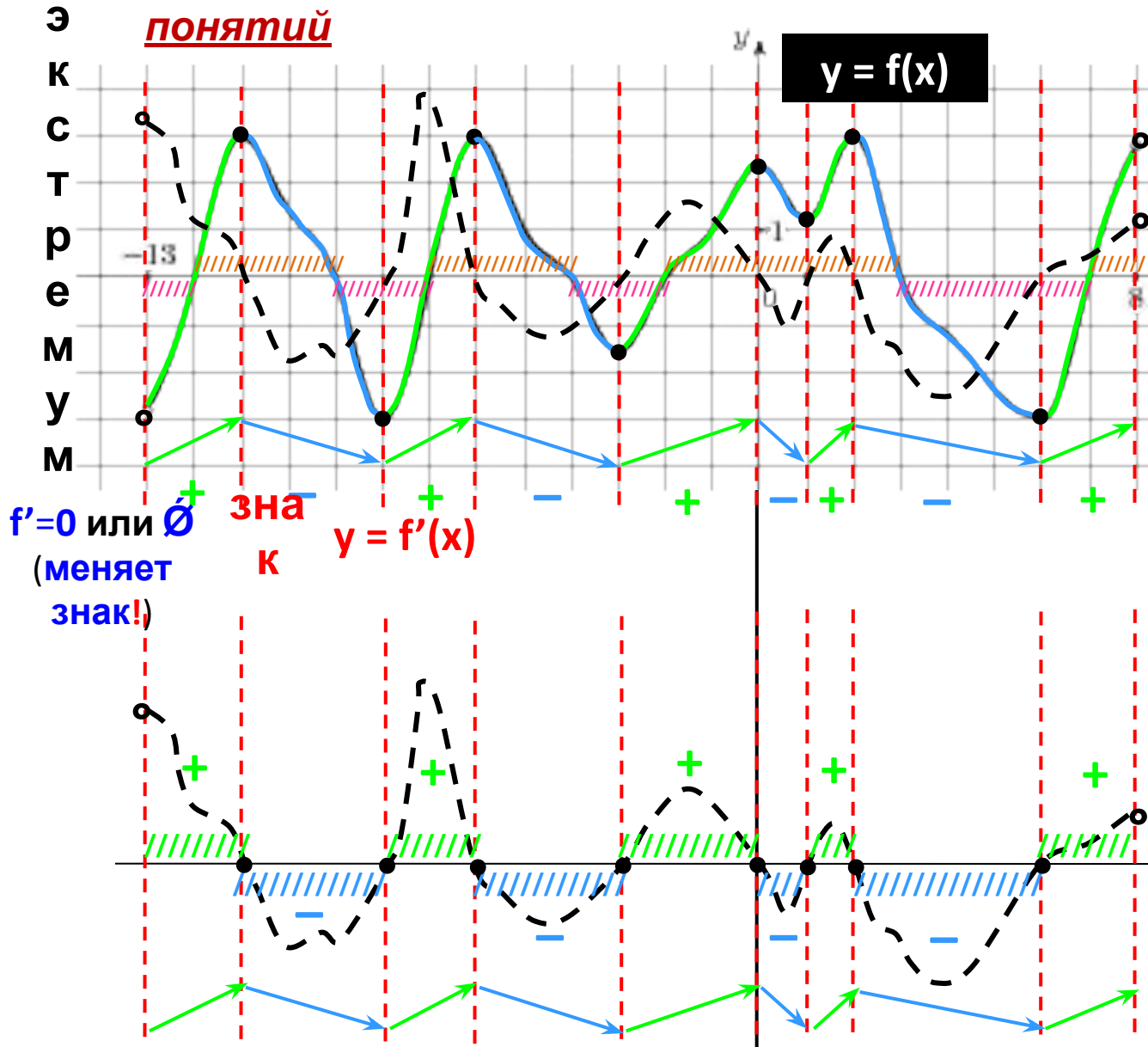
ОХ знак тангенса угла – знак **производной** – **монотонность функции**, **экстремумы**.



Обобщение соответствия понятий - по графику

(консультации)

О «тождественности»  
понятий



**Промежуток  
МОНОТОННОС  
ТИ**  
Возможный  
график  $y =$   
 $f'(x)$   
 $f(x) > 0$   
 $f(x) < 0$

**функци**  
возраста  
убыва  
ет

**Промежуток  
знакопостоянс  
ТИ**

**Знак  $y =$**   
 $f(x)$

Возможный  
график  $y =$   
 $f'(x)$   
Экстремумы  
 $f'(x) = 0$  или  $\emptyset$   
(меняет знак!)

**Промежуток  
МОНОТОННОС  
ТИ**

$f' = 0$  или  $\emptyset$   
(меняет  
знак!)

знак

$y = f'(x)$

<http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems.html?posMask=128>

Открытый банк задач ЕГЭ по  
математике.

Используемая

литература:

1. Открытый банк задач ЕГЭ по математике – адрес на титульном слайде
2. Картинка слайда 1 – «Пишущий карандаш».

[http://smayli.ru/knigi\\_9.html](http://smayli.ru/knigi_9.html)