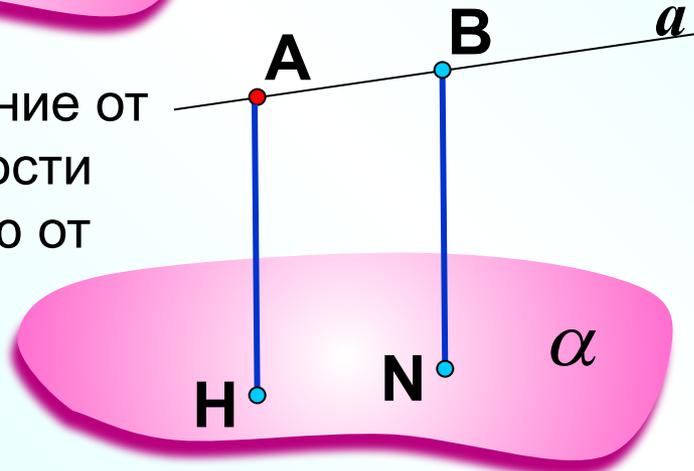


**Расстояние от точки до плоскости** –  
длина перпендикуляра АН.

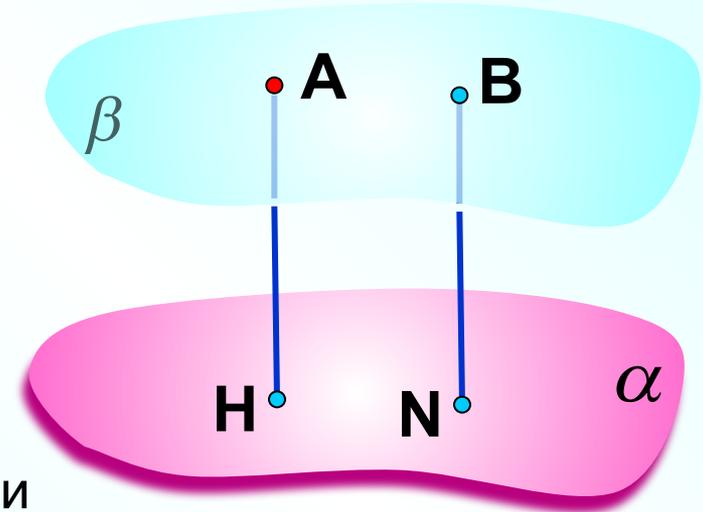
На практике порой опустить перпендикуляр из заданной точки на плоскость не просто...

Искомое расстояние от точки А до плоскости равно расстоянию от параллельной прямой до плоскости.



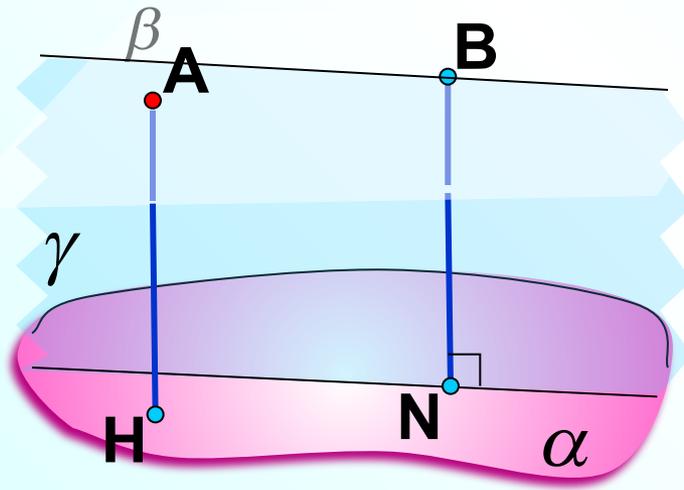
Можно построить прямую, параллельную плоскости. И опустить перпендикуляр из любой точки прямой на плоскость.  $BN = AH$

Можно построить вторую плоскость  $\beta$ , параллельную данной плоскости. И опустить перпендикуляр из любой точки плоскости  $\beta$  на плоскость  $\alpha$ .  $BN = AH$



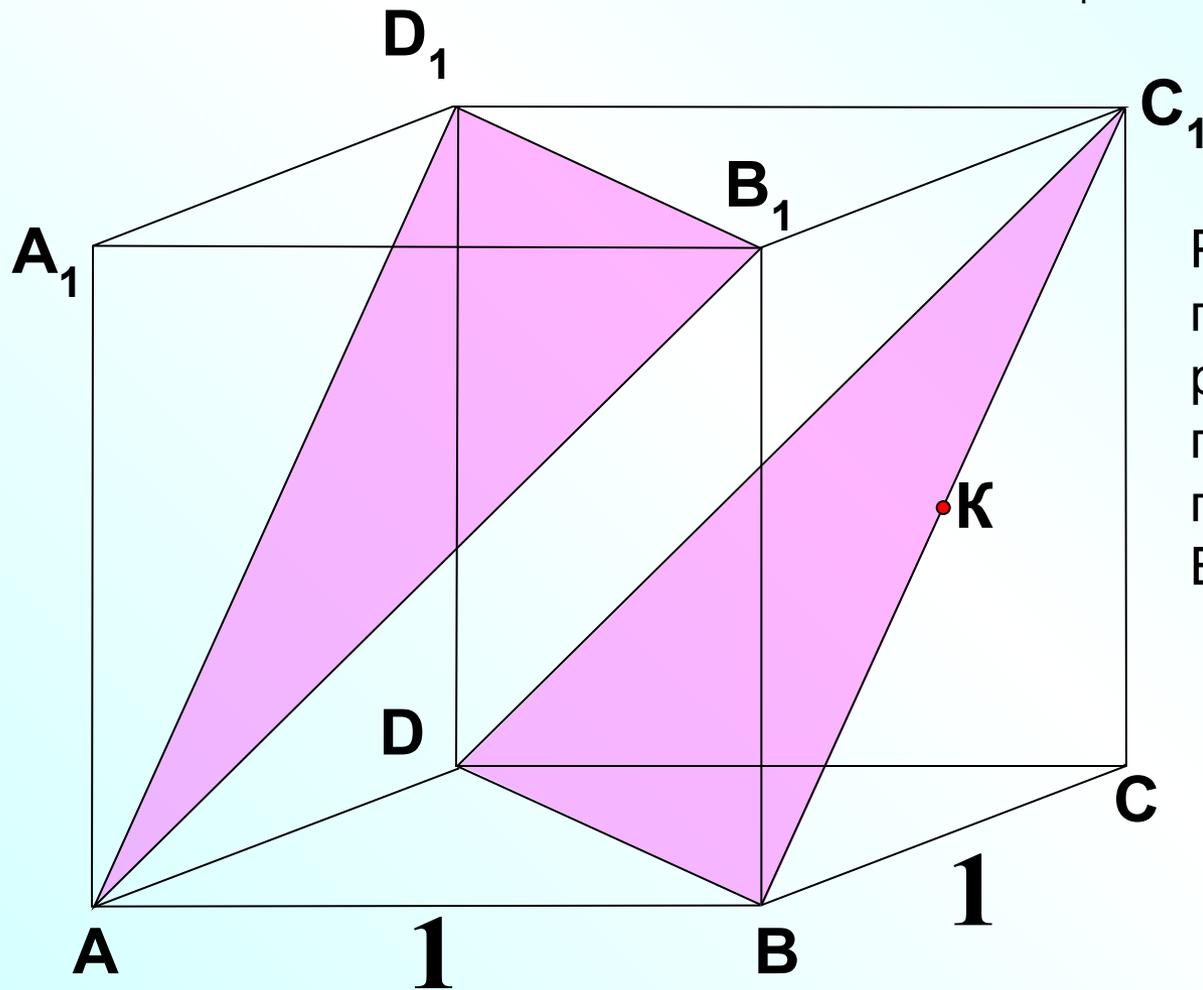
Искомое расстояние от точки А до плоскости равно расстоянию между параллельными плоскостями.

В задаче нам поможет найти расстояние от точки до плоскости такой алгоритм.



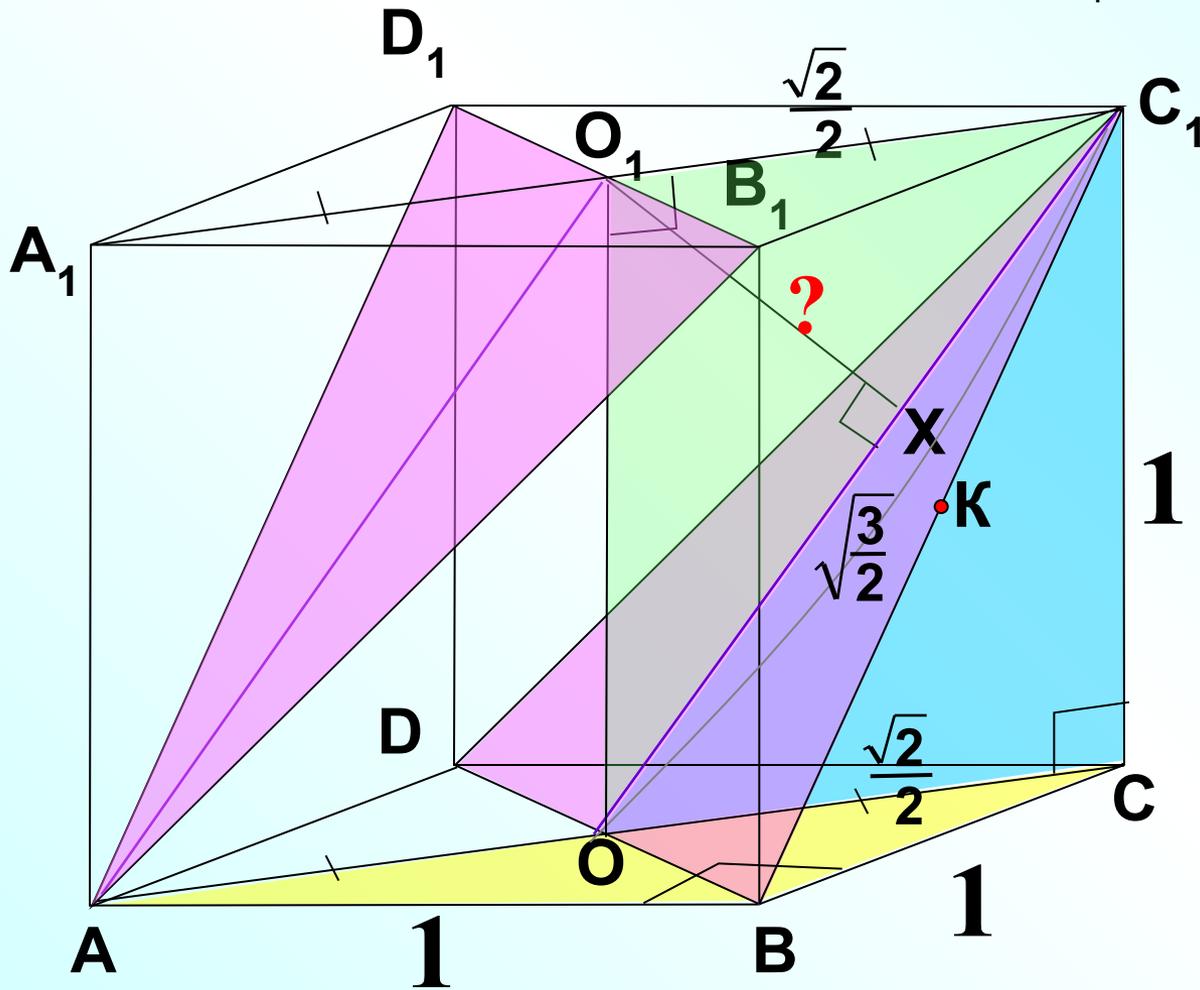
- 1). Через точку  $A$  строим плоскость  $\beta \parallel \alpha$
- 2). Строим плоскость  $\gamma$ , перпендикулярную параллельным плоскостям  $\alpha$  и  $\beta$ .
- 3). На линии пересечения плоскостей выбираем точку  $B$ .
- 4). Опускаем перпендикуляр из точки  $B$ .
- 5). Отрезок  $BN$  – расстояние между плоскостями равно расстоянию от точки  $A$  до плоскости  $\alpha$ .  $AN = BN$ .

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1 D_1$ .



Расстояние от точки  $K$  до плоскости  $AB_1 D_1$  равно расстоянию между параллельными плоскостями  $AB_1 D_1$  и  $BDC_1$ .

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка  $BC_1$  до плоскости  $AB_1 D_1$ .



Из  $\triangle ABO$ :

$$AO^2 = AB^2 + BO^2;$$

$$AC^2 = 1^2 + 1^2; \quad AC = \sqrt{2};$$

$$CO^2 = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2;$$

$$CO = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

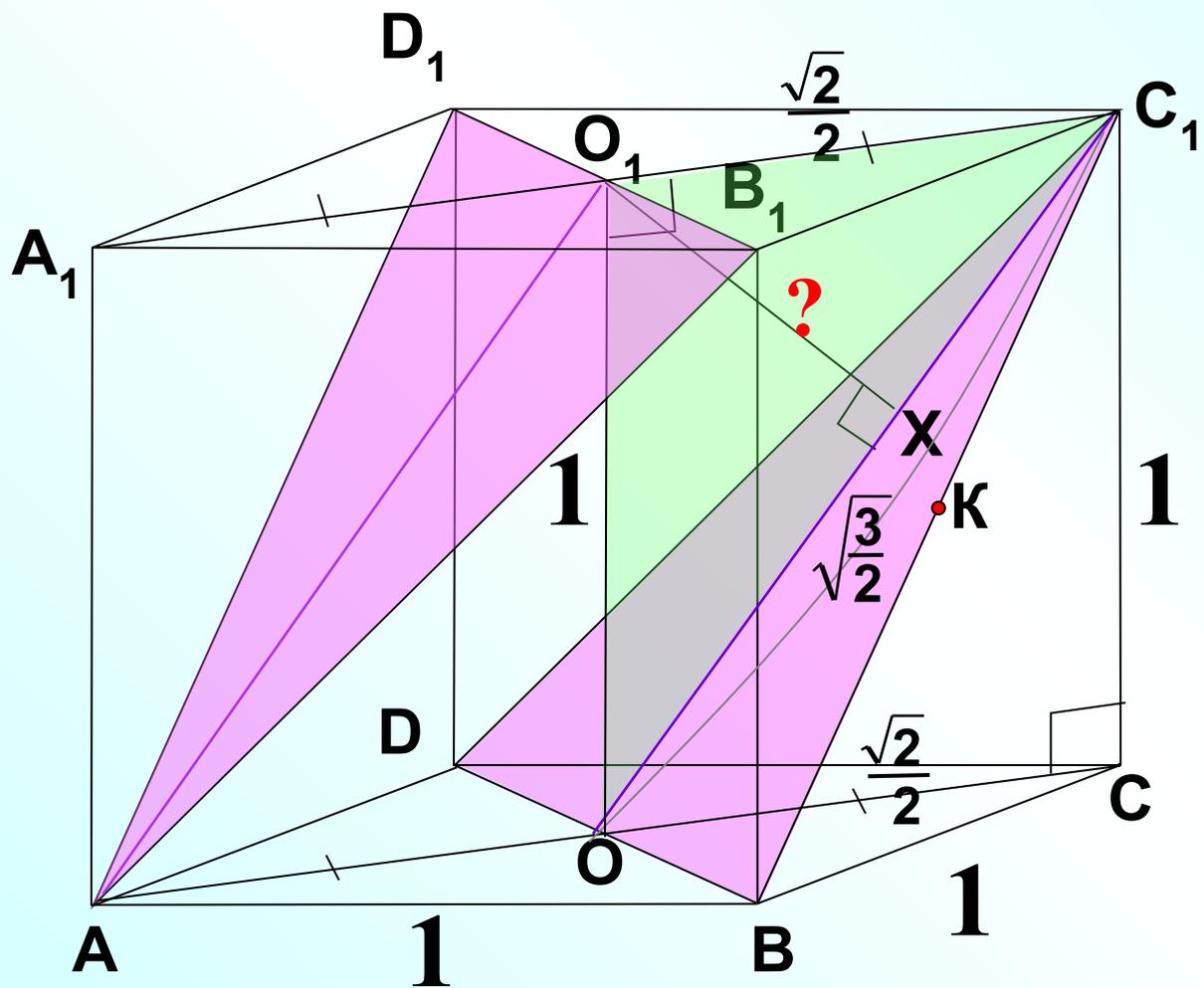
$$C_1O^2 = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2;$$

$$C_1O = \sqrt{\frac{7}{4}}.$$

$$CO = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$C_1O = \sqrt{\frac{7}{4}}.$$

Чтобы найти высоту  $O_1X$ , выразим два раза площадь треугольника.

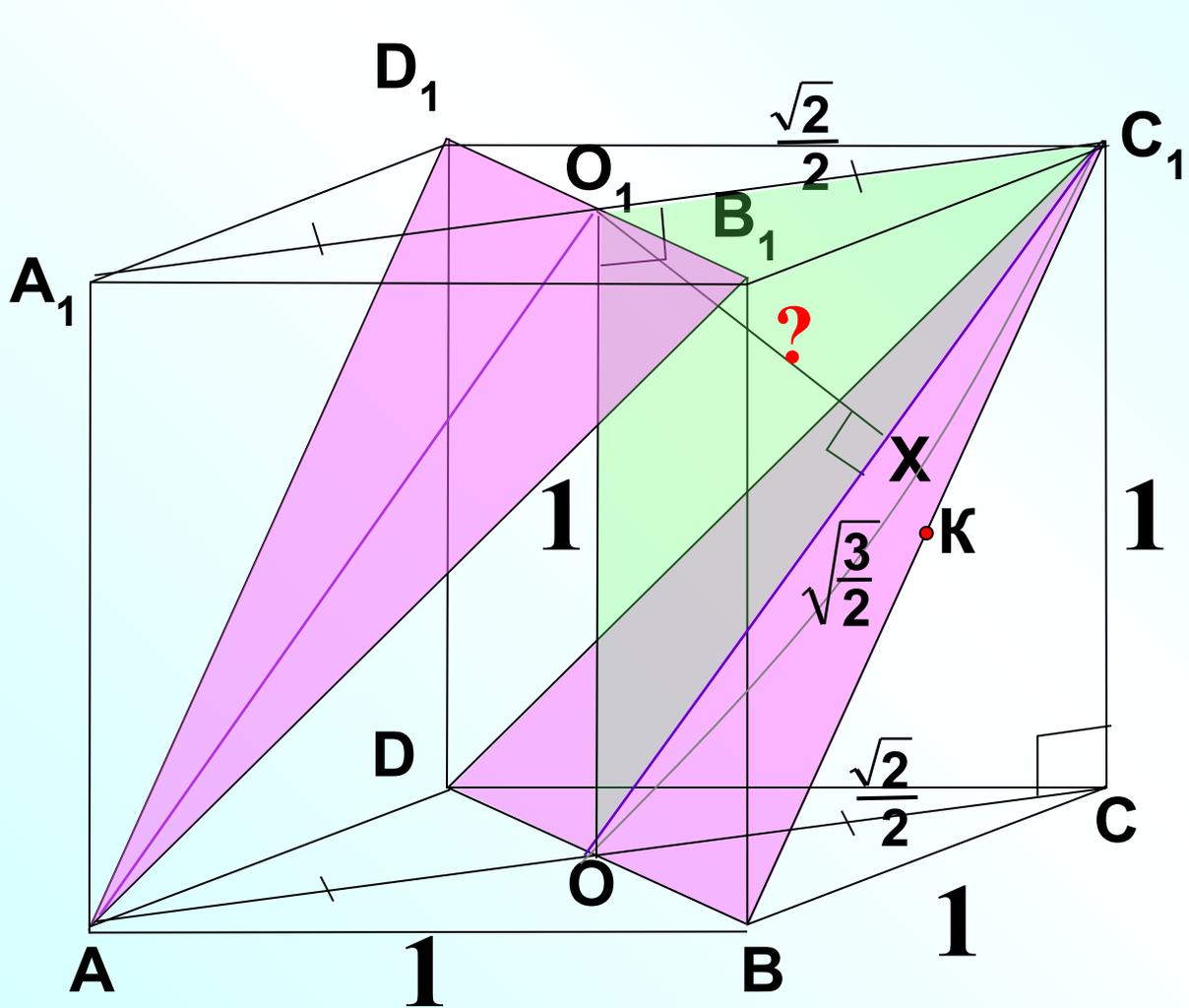


$$S_{O_1C_1O} = \frac{1}{2} O_1C_1 \cdot O_1O;$$

$$S_{O_1C_1O} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1;$$

$$S_{O_1C_1O} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Чтобы найти высоту  $O_1X$ , выразим два раза площадь треугольника.



$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{cc} \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \downarrow / 4 & \downarrow / 2 \end{array} \\
 S_{O_1B_1C_1} &= \frac{1}{2} O_1C_1 \cdot O_1X; \\
 \frac{\sqrt{2}}{4} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot O_1X; \quad / \cdot 2 \\
 \frac{\sqrt{2}}{2} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot O_1X; \\
 O_1X &= \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \\
 O_1X &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}. \\
 O_1X &= \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$