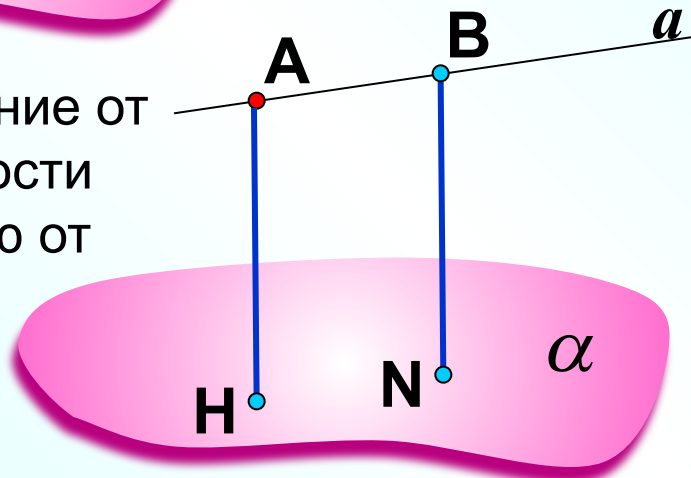


Расстояние от точки до плоскости –
длина перпендикуляра АН.

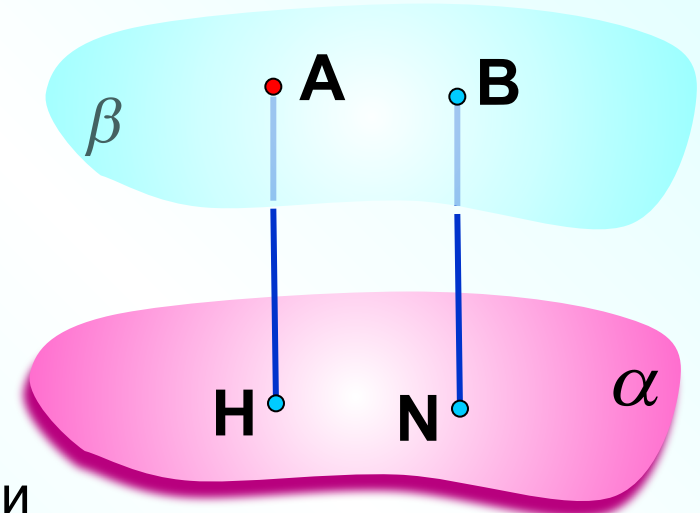
На практике порой опустить перпендикуляр из
заданной точки на плоскость не просто...

Искомое расстояние от
точки А до плоскости
равно расстоянию от
параллельной
прямой
до плоскости.



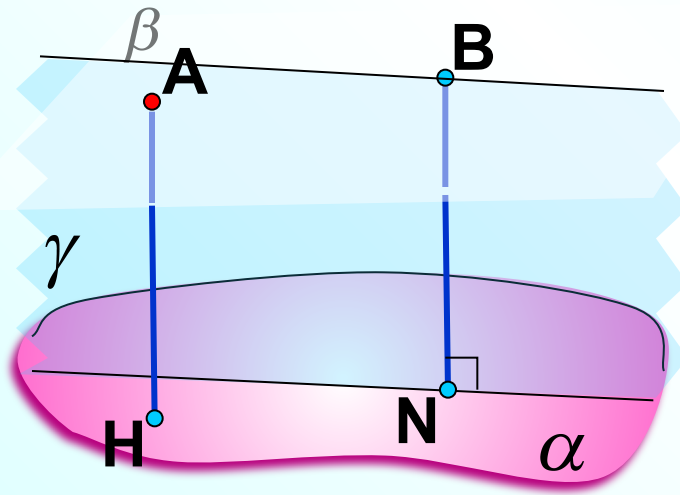
Можно построить прямую,
параллельную плоскости.
И опустить перпендикуляр
из любой точки прямой на
плоскость. $BN = AH$

Можно построить вторую плоскость β ,
параллельную данной плоскости. И
опустить перпендикуляр из любой точки
плоскости β на плоскость α . $BN = AH$



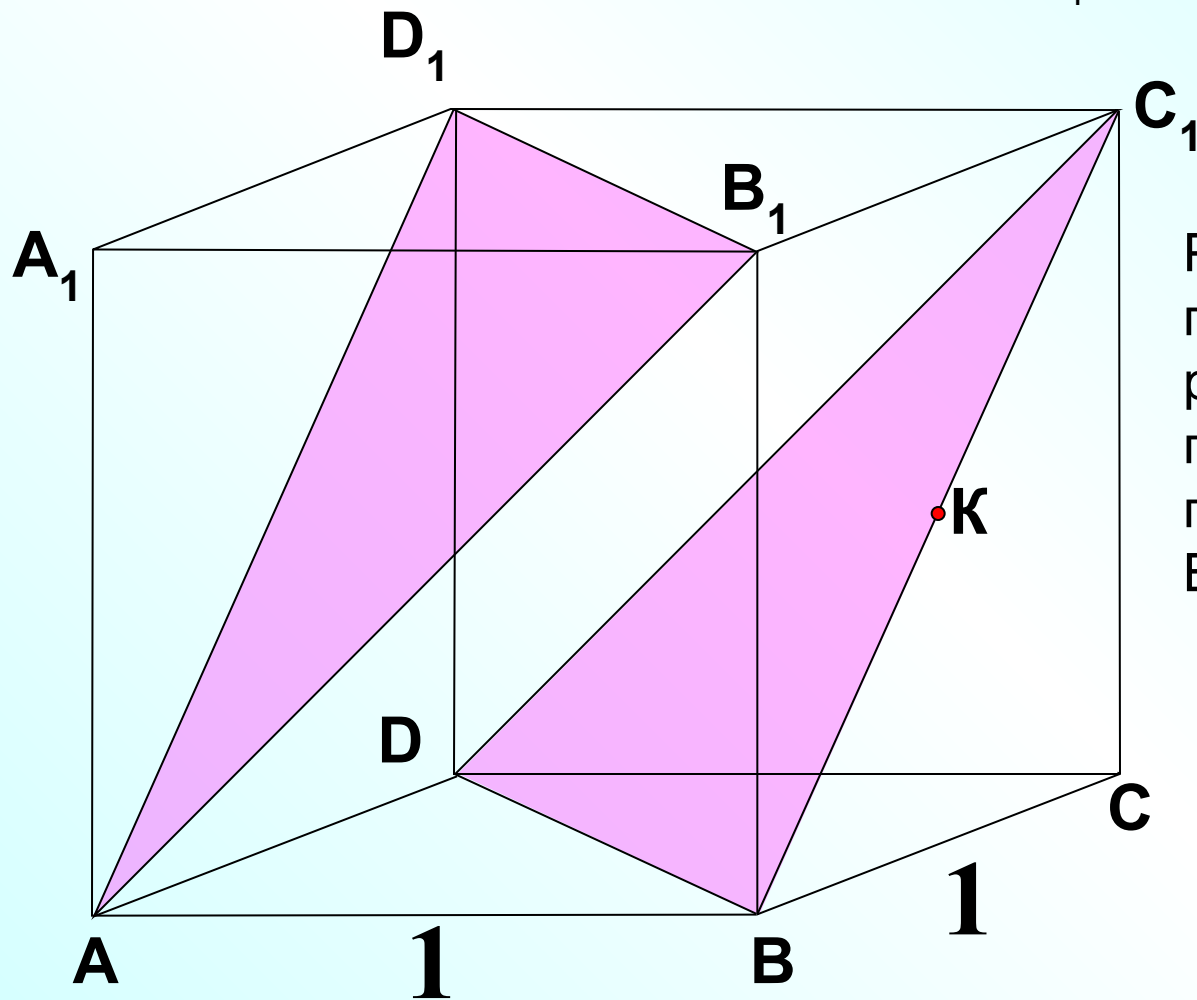
Искомое расстояние от точки А до плоскости
равно расстоянию между параллельными плоскостями.

В задаче нам поможет найти расстояние от точки до плоскости такой алгоритм.



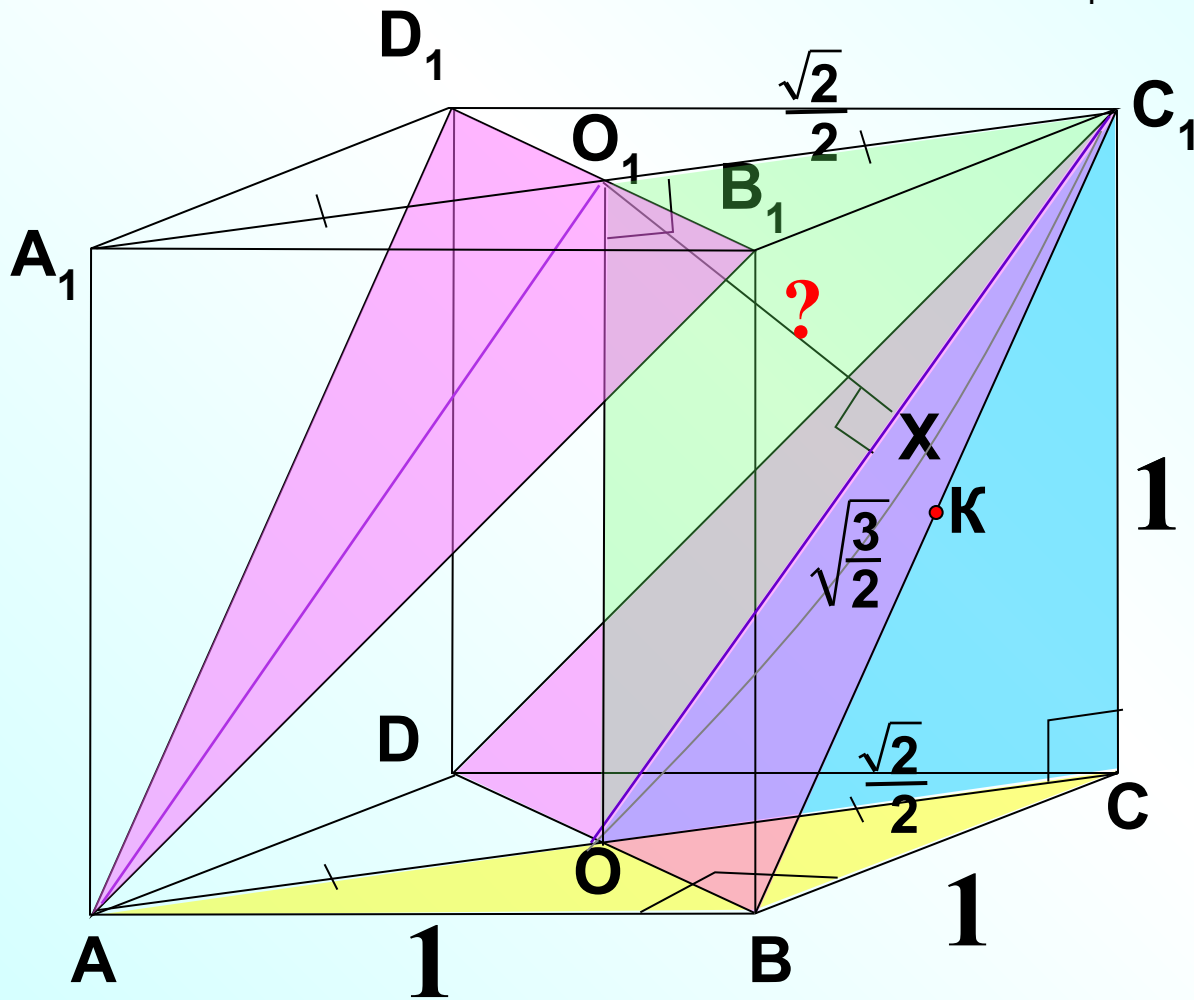
- 1). Через точку A строим плоскость $\beta \parallel \alpha$
- 2). Строим плоскость γ , перпендикулярную параллельным плоскостям α и β .
- 3). На линии пересечения плоскостей выбираем точку B .
- 4). Опускаем перпендикуляр из точки B .
- 5). Отрезок BN – расстояние между плоскостями равно расстоянию от точки A до плоскости α . $AN = BN$.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка BC_1 до плоскости $AB_1 D_1$.



Расстояние от точки K до плоскости $AB_1 D_1$ равно расстоянию между параллельными плоскостями $AB_1 D_1$ и BDC_1 .

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Длина ребра куба равна 1. Найдите расстояние от середины отрезка BC_1 до плоскости $AB_1 D_1$.



Из $\triangle ABO$:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2;$$

$$AC^2 = 1^2 + 1^2; \quad \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$CO^2 = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2;$$

$$AC = \sqrt{2};$$

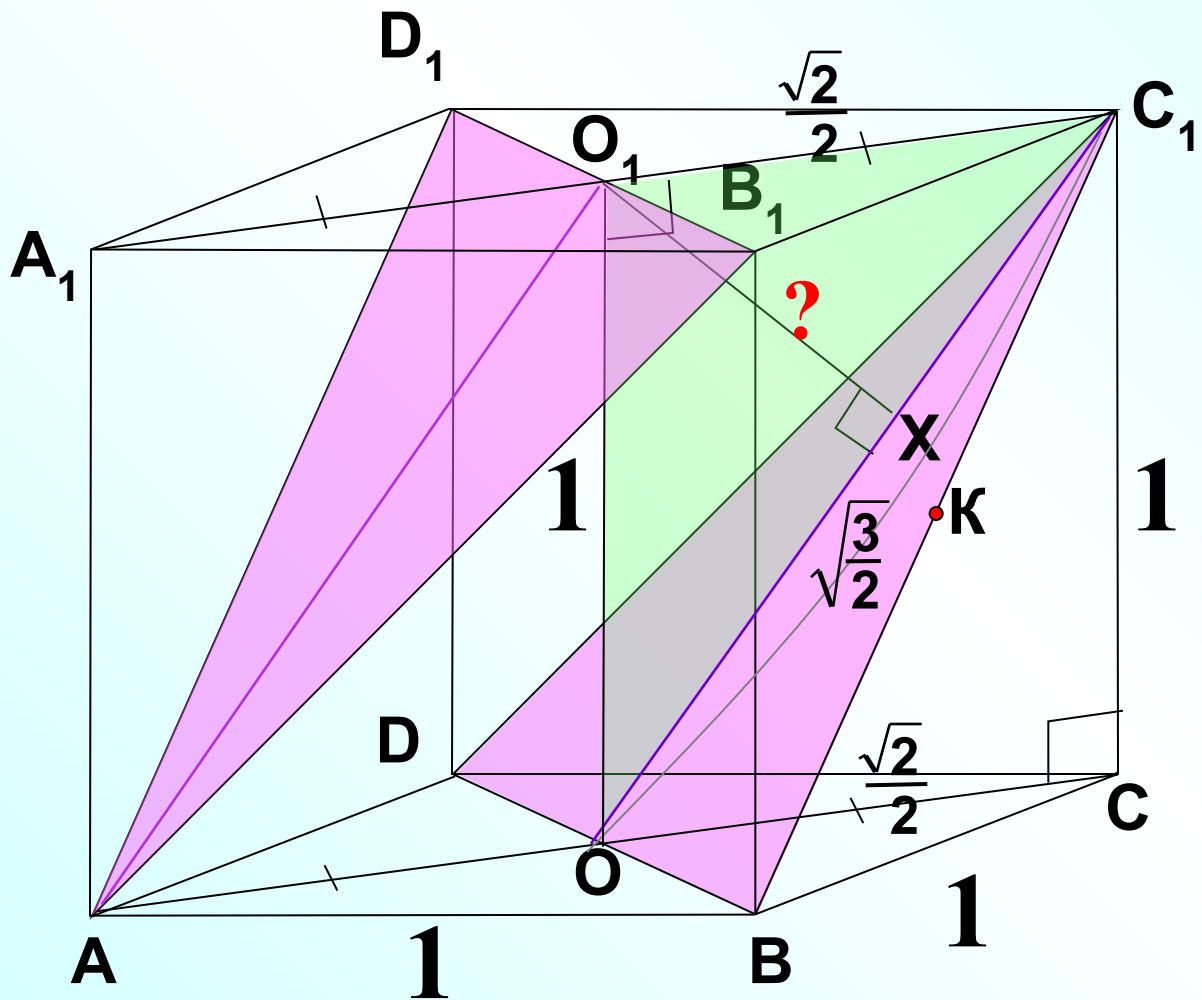
$$CO^2 = 1 + \frac{1}{2};$$

$$CO = \sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$CO = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \quad CO = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$C_1O = \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Чтобы найти высоту O_1X , выразим два раза площадь треугольника.

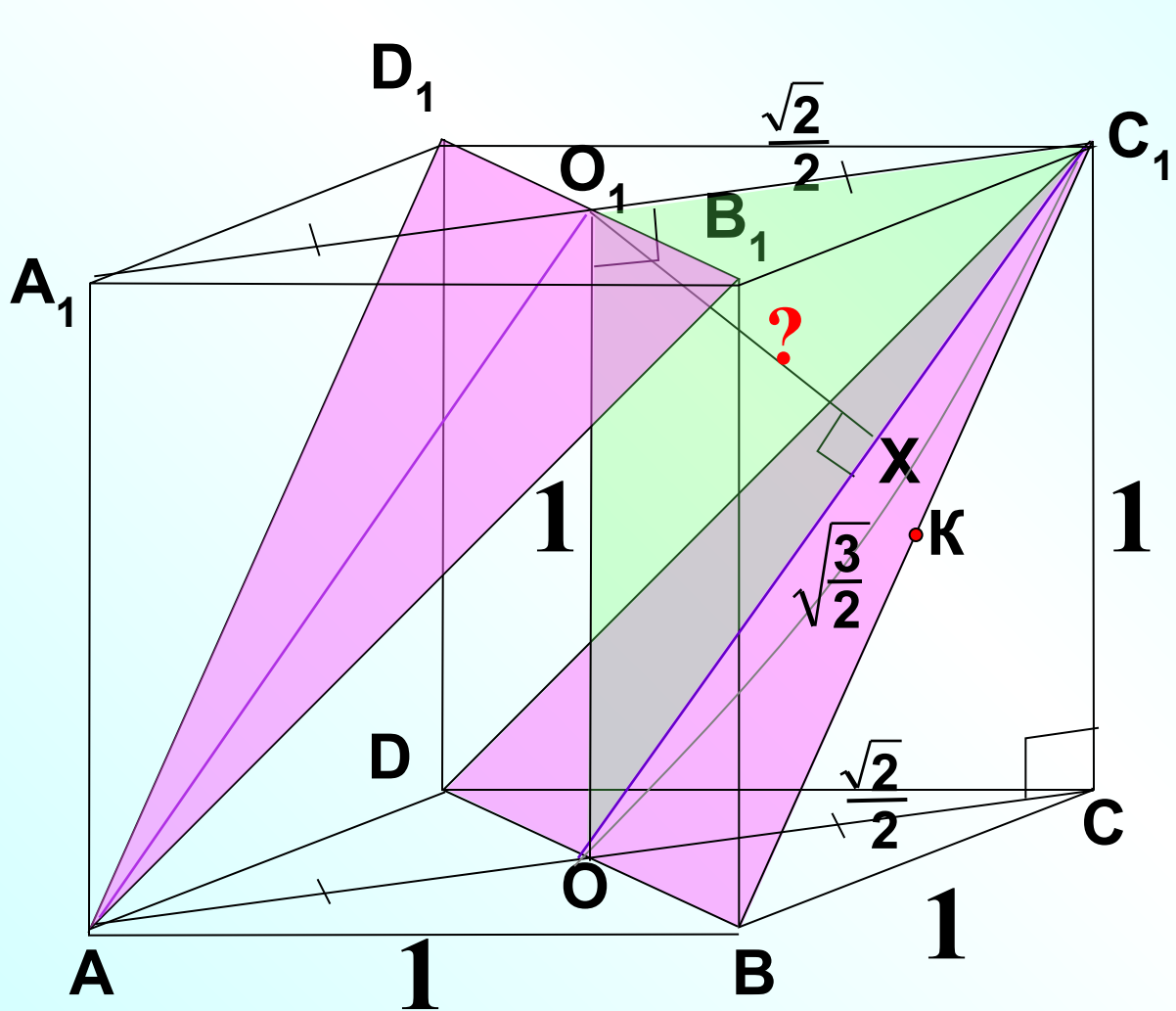


$$S_{O_1C_1O} = \frac{1}{2} O_1C_1 \cdot O_1O;$$

$$S_{O_1C_1O} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1;$$

$$S_{O_1C_1O} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Чтобы найти высоту O_1X , выразим два раза площадь треугольника.



$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{cc} \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ \downarrow / 4 & \downarrow / 2 \end{array} \\
 S_{O_1OC_1} &= \frac{1}{2} OC_1 \cdot O_1X; \\
 \frac{\sqrt{2}}{4} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot O_1X; \quad / \cdot 2 \\
 \frac{\sqrt{2}}{2} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot O_1X; \\
 O_1X &= \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}; \\
 O_1X &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}. \\
 O_1X &= \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$